



Reflexión Política

ISSN: 0124-0781

reflepol@bumanga.unab.edu.co

Universidad Autónoma de Bucaramanga

Colombia

Bedoya, John Fredy; Valencia Agudelo, Germán Darío

Maximizando votos en las elecciones de Concejo en la ciudad de Medellín en 2007: Análisis estadístico con variables continuas como ejemplo del uso de métodos cuantitativos en el análisis de temas políticos

Reflexión Política, vol. 15, núm. 29, junio, 2013, pp. 140-152

Universidad Autónoma de Bucaramanga

Bucaramanga, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=11028415012>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Maximizing votes in 2007 council elections in Medellin city: Statistical analysis with continuous variables as an example of the use of quantitative methods in the analysis of policy issues

Sumario

Introducción; el problema decisional del político; estadísticas descriptivas: primera etapa; la correlación: segunda etapa; Contraste con otros métodos de comprobación: tercera etapa; teorizando la competencia electoral: teoría de juegos; otra forma de comprobación: análisis con datos categóricos; conclusiones; bibliografía.

Resumen

El uso de métodos cuantitativos en el análisis político es cada vez mayor en la ciencia política. Estos ofrecen técnicas sencillas y relacionadas con la realidad. El presente artículo tiene como objetivo ilustrar el uso de los métodos cuantitativos en el análisis de temas políticos. Se utilizan para ello los métodos de cuantificación más usados haciendo uso de variables electorales, con el objetivo de dar una mayor comprensión al lector de estos métodos (estadística univariada, multivariada, econometría y teoría de juegos). Se toma un problema de maximización de votos en las elecciones del Concejo de la ciudad de Medellín en 2007 y se realiza un análisis estadístico con variables continuas y categóricas, con el fin de ilustrar de manera didáctica cómo se pone en práctica el uso de la matemática en un caso real.

Palabras clave: *Métodos cuantitativos; Análisis político; Estrategias Electorales; Medellín, Colombia.*

Abstract

The use of quantitative methods in political analysis is increasing in political science. These methods offer simple techniques and related to the reality. This article aims to illustrate the use of quantitative methods in political analysis. For this, we utilized the most used quantification methods with electoral variables, in order to give the reader a better understanding of these methods (univariate statistics, multivariate, econometrics and game theory). Here, we take a maximization votes problem in the elections of council in Medellin city in 2007 and performed a statistical analysis with continuous and categorical variables, in order to illustrate in a didactic way how mathematics is implemented in a real case.

Key words: *Quantitative methods; political analysis; electoral strategies; Medellin, Colombia.*

Artículo: Recibido en Octubre 24 de 2012 y aprobado en Febrero 12 de 2013.

John Freddy Bedoya. Economista, Magister en Ciencia Política. Profesor del Instituto de Estudios Políticos de la Universidad de Antioquia, Investigador de la línea Partidos Políticos y Estudios Electorales del Grupo Estudios Políticos.

Correo electrónico: jfbbedoya13@gmail.com

Germán Darío Valencia Agudelo. Economista, Especialista en Gerencia Social, Magister en Ciencia Política y estudiante del Doctorado en Estudios Políticos de la Universidad Externado de Colombia. Profesor Titular del Instituto de Estudios Políticos, Universidad de Antioquia. Investigador Grupo Hegemonía, Guerras y Conflictos.

Correo electrónico: german.valencia@udea.edu.co.

Maximizando votos en las elecciones de Concejo en la ciudad de Medellín en 2007: Análisis estadístico con variables continuas como ejemplo del uso de métodos cuantitativos en el análisis de temas políticos*

**John Fredy Bedoya
Germán Darío Valencia Agudelo**

Introducción

Los métodos cuantitativos, o la matemática en general, incursionaron de forma definitiva en la ciencia política en los tiempos de la revolución behaviorista norteamericana (primera mitad del siglo XX). Durante este tiempo esta ciencia trabajó en la construcción de un objeto de estudio propio, del cual pudiera extraer datos de primera mano y mediante el uso de técnicas cuantitativas lograra explicar las causas de su comportamiento. Su intención era construir una teoría general de los hechos políticos, utilizando como apoyo los métodos cuantitativos; es decir, se trabajó en la construcción de una ciencia social más empírica, con mayor poder explicativo y con relaciones causales, similar a lo que habían hecho las ciencias naturales (Dahl 1961; Farr 1999).

Así, las investigaciones politológicas “se han visto precisadas a apoyarse cada vez más en las matemáticas como herramienta conceptual capaz de facilitar la comprensión de los fenómenos propios de esta disciplina” (Messick 1974: 9). La dificultad está en que los resultados no han sido los esperados, los “numerosos intentos de aplicar técnicas matemáticas a problemas del comportamiento han terminado en callejones sin salida”; lo positivo es que “estos fracasos han sido compensados sobradamente por las aplicaciones fructíferas” (Messick 1974:9) las cuales aumenta rápidamente. Los científicos políticos han utilizado estos fracasos para explicar de manera más sofisticada y lúcida los nuevos hallazgos, tratando de no cometer los mismos errores del pasado.

El presente artículo se enmarca en esta línea de trabajo. Pretender mostrar el poder analítico que tienen el uso de los métodos cuantitativos en los fenómenos politológicos. El trabajo toma como ejemplo el problema de maximización de votos en las elecciones del Concejo de la ciudad de Medellín en 2007. Realiza un análisis estadístico con variables continuas y categóricas; con el objetivo de ilustrar de manera didáctica la manera en que se pone en práctica el uso de la matemática en un caso real.

Esto no quiere decir que los autores le apuesten a la idea de pensar que la cuantificación le da un mayor estatus a la política como ciencia, tal como lo propone Colomer (2004). Lo que si quiere mostrar es el poder explicativo que tienen las técnicas cuantitativas para el análisis de ciertos fenómenos políticos, poder que puede no tener en otros sub-campos (Pasquino 2009; Sartori 2004). Además, se quiere dejar claro que la cuantificación es un medio y no un fin; que su uso exige un bagaje metodológico previo (Sartori 2011a), que inicia con la afinación de un lenguaje preciso que disminuya la posible ambigüedad, le sigue la construcción de conceptos

* Este artículo surge de dos trabajos: el proyecto de investigación: “Perfil del votante urbano: determinantes de la participación en elecciones locales y nacionales”, financiado por el CODI, según Acta 565 del 27 de octubre de 2009 en que participó John Fredy Bedoya en calidad de co-investigador, y otro, presentado por Germán Valencia en el curso Matemáticas para ciencias sociales, dirigido por el profesor Rafael Gabriel Díaz Camacho del Doctorado en Estudios Políticos de la Universidad Externado de Colombia, Facultad de Finanzas, Gobierno y Relaciones Internacionales, Centro de Estudios de Posgrado.

con significado empírico que disminuyan la vaguedad y finaliza con la afinación de un método de medición y comprobación. Todo esto permite elaborar un método de investigación con cuerpo, dirección y sentido (Sartori 2011b: 63). En palabras de Sartori: “método lógico y técnica son, simplemente, diferentes; pero necesitamos de ambas y si una falta, el edificio está manco y amenaza con caerse” (2011b: 63).

Este artículo está dividido en seis secciones. La primera presenta el problema político y la forma de abordarlo a través del uso de la racionalidad cuantitativa. La segunda muestra los resultados que se obtienen de los datos utilizando estadística descriptiva, para mostrar el comportamiento de variables continuas en un análisis univariante (primera etapa del análisis). La tercera sección realiza correlaciones simples y la regresión lineal (segunda etapa). La cuarta realiza contrastes con otros métodos de comprobación (tercera etapa). En la quinta sección se hace un esfuerzo adicional, teorizando la competencia electoral desde la teoría de juegos, con el fin de dar una interpretación a las decisiones que toman los candidatos en épocas electorales. Y finalmente la quinta presenta otra forma de comprobación de los resultados a través de análisis de datos categóricos, usando los mismos datos del análisis estadístico bivariado pero esta vez con variables categóricas, mostrando de qué manera se puede determinar la relación entre estas.

El problema decisional del político

Pártase de un problema político: un candidato que quiere llegar a ocupar una curul en los cuerpos colegiados de un municipio, un país o cualquier territorio. Para ello es necesario un número dado de votos y para obtenerlos debe persuadir a la población e invertir recursos para el desarrollo de su campaña, los cuales son limitados en términos monetarios y logísticos (debe invertir en vallas, sedes, reuniones, entre otros). En esta situación el candidato y el grupo de campaña se preguntan cuál es la manera óptima de usar estos recursos para obtener la curul en el cuerpo colegiado. El problema en el que se encuentra es qué decisión tomar teniendo en cuenta sus recursos y objetivos.

Un analista político (un asesor de campaña, por ejemplo) a simple vista no sabría darle esta

información, por lo menos no de una manera objetiva, y para cumplir con ello hace uso de los métodos cuantitativos. Para exemplificar este problema que se le presenta a la mayoría de los políticos lo vamos a ilustrar en lo que aconteció en Medellín en la campaña municipal para Concejo en 2007¹. El análisis, *a priori*, se hace con base en la información que suministra la Registraduría Nacional del Estado Civil y de allí se puede inferir la mejor estrategia que pueden seguir los candidatos. Esta es una información secundaria con 285 candidatos (observaciones) para las 16 comunas del área urbana de Medellín, donde se analizan cinco variables, candidato, comuna, votos y candidatos con curul.

La teoría política sugiere, para el problema anterior, dividir el análisis entre dos posibles estrategias (Rodríguez-Raga 2002; 2005): la primera de ellas, consiste en lograr el dominio de la votación de una zona electoral específica, esto es, invertir recursos en una zona de forma tal que permita obtener un mayor número de votos con respecto a otros candidatos en dicha zona, aunque esto no quiere decir que no invierta recursos en otras. Y la segunda, consiste en concentrarse en una zona específica para crear un nicho electoral sólido, dejando otras zonas con pocos recursos y por tanto con pocos votos.

En este sentido, la pregunta de investigación que plantea este ejercicio es: ¿Cuál es la mejor estrategia (para invertir los recursos de campaña) para maximizar el número de votos que puede obtener cada candidato? Para su solución se plantean dos hipótesis, la primera es que un mayor dominio conlleva a un mayor número de votos y la segunda es que una mayor concentración es la que maximiza los votos. En términos estadísticos estas dos hipótesis se pueden plantear en términos de una hipótesis nula (H_0) y una alternativa (H_1) como sigue: H_{01} : Existe una correlación entre dominio y votos, contra, H_{11} : No existe una correlación entre dominio y votos; y H_{02} : Existe una correlación entre concentración y votos, contra, H_{12} : No existe una correlación entre concentración y votos².

Estadísticas descriptivas: primera etapa

Para la comprobación de estas hipótesis, en primer lugar, se construyen las variables que intervienen en las mismas³, calculando las estrategias seguidas por cada candidato en

1 Este problema se desarrolla teórica y empíricamente en Arenas y Bedoya (2011). Los datos usados provienen del mismo artículo.

2 La hipótesis nula en término de asociación de variables cuantitativas se plantea como la presencia de correlación, de tal modo, si esta es rechazada se puede decir que no existe correlación como una hipótesis alternativa. Para profundizar esto, puede verse Gujarati (2006).

3 En este caso, dominio y concentración son conceptos operacionales, esto significa que han sido reducidos a sus propiedades observables y son definidos por las operaciones que los verifican, sin embargo, en sí mismos no constituyen variables, pues entre el concepto operacional y la medición empírica están



competencia usando los votos que obtuvieron en cada zona. El Dominio se calcula mediante una operación sencilla, expresada matemáticamente como: $D_i = \max(v_j)$, (Ecuación 1); es decir, como el valor máximo de las proporciones de los votos (v) en una comuna (j) que obtiene un candidato (i) Mientras que la concentración se expresa como una variación del índice de proporcionalidad de Loosemore y Hanby (1971), esto es: $C_i = \frac{1}{2} \sum_j^n = 1$ (Ecuación 2). Donde, v_{ij} representa la proporción de los votos del candidato i en la comuna j y v_j es el porcentaje de votos totales de la comuna j sobre los votos totales de la ciudad.

En este sentido se tienen tres variables para analizar: los votos totales, el dominio y la concentración por candidato. Con ellas se realizará, en primera instancia, un análisis de estadística descriptiva (teniendo en cuenta las ecuaciones 1 y 2), como una primera etapa, cuyos resultados aparecen en la tabla 1, con el fin de conocerlas mejor y buscar pistas que permitan comprobar las hipótesis. Su análisis puede ser como sigue:

- La primera fila de la tabla 1 representa el número de observaciones de datos, esto quiere decir que se está analizando la información de 285 candidatos.
- La segunda y la tercera fila representan el valor máximo y mínimo de cada una de las variables, lo que permite conocer el recorrido que hacen las mismas, por ejemplo, el candidato con menos votos obtuvo 17 y el que más, alcanzó 12.630. Por su parte, el dominio mínimo de un candidato fue de cero, esto significa que no obtuvo mayor votación y el máximo es de 19,1%, lo que significa que un candidato logró dominar hasta en esa proporción una comuna. Mientras que la concentración de los votos muestra que un mínimo de 6,8% y un máximo de 77,1%.

Tabla 1. Estadísticas descriptivas para voto, dominio y concentración de votos en las elecciones de Medellín, 2007

		Total voto candidato	Dominio	Concentración
1	N	285	285	285
2	Mínimo	17	0.0%	6.8%
3	Máximo	12,63	19.1%	77.1%
4	Media	1,193	1.2%	28.7%
5	Dev. típica	1,617	1.8%	13.9%
6	Percentiles 25	185	0.2%	17.8%
7	Percentiles 50	528	0.6%	25.2%
8	Percentiles 75	1,56	1.5%	36.0%
9	Unidad de medida	Votos	%	%

Fuente: Datos, Registraduría Nacional del Estado Civil. Cálculos propios.

Este primer análisis tiene como pretensión dar una visión panorámica de qué pasó en la ciudad para el concejo, mostrar la distribución de los candidatos entre votos, estrategias, etc. Hasta el momento, este análisis no sirve para tomar la decisión de si concentrarse o dominar.

La correlación: segunda etapa⁴

Las hipótesis anteriores sugieren de antemano relaciones causales entre variables, esto es, el dominio y la concentración causan el voto (lo incrementan o lo disminuyen). Estas relaciones causales pueden comprobarse mediante el uso de la estadística bivariada, lo cual sugiere el uso de técnicas como la correlación simple, la econometría y las tablas de contingencia, las

cuales permiten decir si existe o no esta causalidad con confiabilidad estadística. En esta sección se mostrará, mediante la correlación de Pearson, las relaciones causales entre las variables para comprobar las hipótesis que nos ocupan en este ejercicio. De esta manera, la correlación se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$p_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{E[(x - \mu_x)(Y - \mu_y)]}{\sigma_x \sigma_y}$$

(Ecuación 3). Donde el numerador es la covarianza entre X (votos) y Y (cada una de las estrategias) y el denominador es la multiplicación de las desviaciones típicas de X y Y . El objetivo de la correlación es aproximarse a las relaciones causales de las variables.

Tabla 2. Correlaciones entre votos y dominio y concentración en las elecciones de concejo en Medellín de 2007

		Dominio	Concentración
Total votos	N	285	285
	Covarianza	2.369,80	-5.309
	Pearson		
	Correlación	80,40%	-23,60%
	Significancia	0	0

Fuente: Datos, Registraduría Nacional del Estado civil. Cálculos propios.

La tabla 2 muestra las correlaciones entre los votos y el dominio y los votos y la concentración. En la primera fila se muestran nuevamente las observaciones; en la segunda fila está la covarianza entre el total de votos y el dominio (2.369,8) y entre el total de votos y la concentración (-5.309); con este dato y con la desviación que se presenta en la tabla 1 el lector podrá verificar que dividir la covarianza entre el producto de las desviaciones dará la correlación de la tercera fila multiplicado por 100.

La interpretación de este indicador es de la siguiente manera: la correlación entre votos y dominio es de 80%, lo que significa que existe una alta dependencia positiva entre estas variables, esto es, a mayor dominio, mayor es el número de votos que un candidato pueda

obtener, mientras que la correlación entre votos y concentración es de -23,6%, lo que significa que es una correlación baja pero negativa, esto quiere decir, que a medida que la concentración aumenta los votos disminuyen, pero el efecto no es tan grande como en el dominio⁵.

Finalmente, en la quinta fila se encuentra la significancia de la prueba estadística para las correlaciones anteriores y con ella podemos rechazar o aceptar las hipótesis nulas de este ejemplo (la hipótesis nula se plantea en términos de $p_{xy} = 0$ contra la alternativa $p_{xy} \neq 0$). Para ello se puede plantear niveles de significancia (α) del 10%, 5% y 1%, que sirven como probabilidades de errar en la decisión de rechazo o aceptación de la hipótesis. Entonces, se toma el valor de la significancia de la tabla y se compara con los tres

los indicadores y los índices, los cuales muestran la forma de medir los mismos conceptos o buscar sus referentes empíricos (Sartori 2011a; 2011b; Manheim y Rich 1999).

4 En las ciencias sociales en general (excepto la economía) y en la ciencia política en particular, existe un debate bastante álgido con el término correlación. Este término lleva a pensar que los fenómenos políticos pueden leerse en términos de causalidades, lo que les imprime cierto determinismo explicativo; a esto se oponen contundentemente quienes prefieren las herramientas cualitativas y normativas. Sin embargo, este impasse ya ha sido superado por quienes prefieren las herramientas cuantitativas y ha sido de aceptación, casi general, que los fenómenos políticos no son determinísticos, sino que siguen procedimientos probabilísticos o estocásticos, que terminan siendo similares. Para una mayor discusión sobre causalidad en la ciencia política (Anduiza 2011; Carnap, Mongenstern y Wiener 1974).

5 Este estadístico se interpreta de acuerdo a las siguientes convenciones: si $p = 1$, existe una perfecta asociación positiva entre las variables, si $0 < p < 1$ entonces existe una asociación positiva entre las variables y entre más cercano a uno más fuerte y positiva será. Si $p = 0$ es porque no existe relación alguna entre las variables., si $-1 < p < 0$ entonces existe una asociación negativa entre las variables y entre más cercano a menos uno, más fuerte será. Y si $p = -1$ es porque existe una perfecta relación negativa entre las variables (Alker, 1969).



valores de α anteriores, encontrando que la significancia de la correlación es menor que los tres α ; por tanto, se toma el menor de estos últimos para decir que se puede aceptar con un 1% de probabilidad de equivocarse en las hipótesis nulas. Caso contrario sucedería si el valor de la significancia fuera superior a 10%; en este caso no se podrían rechazar las hipótesis nulas.

De esta manera se puede concluir que la mejor estrategia para un candidato es intentar lograr un alto dominio de alguna zona electoral, pero sin olvidar dispersar sus votos en otras con el fin de no concentrar, puesto que esto disminuye sus votos. Sin embargo, se puede ir más lejos e intentar conocer en 2007 cuál es el impacto neto de estas estrategias sobre los votos. Pues se sabe que el dominio tiene un impacto positivo y la concentración negativo. Pero ¿de qué manera se puede medir la cuantía de estos impactos? Es importante esta pregunta puesto que no necesariamente la correlación hallada significa que el aumento del dominio acarrea un aumento de los votos en 80% y que el aumento de la concentración los disminuye en 23%. Para responder a esta pregunta con exactitud es necesaria otra etapa de análisis.

Contraste con otros métodos de comprobación: tercera etapa

Esta pregunta permite cambiar la mirada de análisis, exigiendo una manera funcional de presentar el problema. En primer lugar, se parte de los hallazgos de que el dominio y concentración afectan los votos totales, de esta manera podemos expresar los votos, que se llamará V en función de las estrategias de dominio y concentración (D y C). Matemáticamente sería: $V_i = f(D_i, C_i, u / \beta)$ (Ecuación 4). Lo que quiere decir que los votos del candidato i están en función de la combinación de las estrategias D y C , además de una variable aleatoria no observable⁶ (u) y un vector β que corresponde a la relación de dependencia o impacto de las estrategias (independientes) sobre la variable votos (dependiente).

En términos generales, lo que se quiere es encontrar, para dar respuesta a la pregunta planteada, es el valor del vector β que determina el impacto de cada variable independiente sobre la dependiente. De acuerdo con este planteamiento se puede expresar la relación funcional anterior como una regresión lineal múltiple (Alker 1969; Carnap, Mongenstern y Wiener 1974), en que suponemos que los cambios en C y D llevan a cambios constantes en V . Matemáticamente esto se expresa como: $V_i = \beta_0 + \beta_1 D_i + \beta_2 C_i + u_i^7$ (Ecuación 5). Lo que muestra el impacto del dominio (β_1) y de la concentración (β_2) del candidato i sobre sus votos.

Para dar solución a la ecuación anterior se usó la técnica estadística de mínimos cuadrados ordinarios⁸ (OLS por sus siglas en inglés), que permite hallar relaciones lineales entre las variables con el objetivo de conocer el impacto que causan las variables independientes sobre la dependiente. Para obtener dichos resultados que se muestran en la tabla 3 se usó el paquete estadístico SPSS⁹.

En la columna B se muestran los valores para el vector β de la ecuación 5, en primer lugar, aunque el valor asociado a la constante (β_0) no requiere análisis para responder la pregunta de investigación, este representa el mínimo de votos que los candidatos obtendrían en el caso hipotético de que no siguieran ninguna de las dos estrategias planteadas, esto es 1.564 votos. En segundo lugar, el valor asociado al dominio (β_1) dice que, dejando lo demás constante, por un aumento en 1% (porque esta estrategia está en términos porcentuales) en el dominio de un candidato, sus votos aumentarán en 770. Y en tercer lugar, mientras que un aumento de un 1% en la concentración, dejando lo demás constante, los votos se reducirían en 45.

En la columna "Error típico" aparecen los términos de error de los coeficientes β_i y se pueden asemejar a las desviaciones de la media anteriormente estudiada (desviación estándar), pero su interpretación no es relevante para nuestro ejemplo. Por otra parte, si es importante la columna donde aparece el estadístico t , pues

⁶ El hecho de que exista una variable aleatoria no observable dentro de un modelo estadístico es porque se asumen las relaciones entre la variable dependiente e independiente sigue una relación estocástica, puesto es solo una aproximación a lo que sería el modelo real el cual incluye muchísimas variables de las consideradas pero que muchas veces no resultan generalizables a todos los casos. También hay que considerar que las variables usadas pueden cometer errores de medición.

⁷ El término β_0 es una constante que siempre se estima en las regresiones lineales, además, a pesar de que se sabe que el signo de C es negativo, por defecto siempre se usa el signo más (+).

⁸ Los OLS funcionan bajo el supuesto de linealidad de las variables; sin embargo existe gran cantidad de métodos estadísticos para diferentes tipos de variables y para dar solución a los problemas que estas pueden obtener (Gujarati 2006).

⁹ Statistical Package for the Social Sciences (SPSS), es el paquete estadístico más usado en las ciencias sociales para el análisis cuantitativo, sin embargo, en el mercado existen muchos otros que tienen mayor potencialidad para el análisis estadístico como el Stata o el paquete R, este último de distribución gratuita.

permite inferir la confiabilidad de cada parámetro estudiado, esto es, determinar que el valor hallado no es cero o, para decirlo en una sola palabra, espurio. Matemáticamente esto se presenta como una prueba de hipótesis: $H_0: \beta_i = 0$, para todo $i = 0, 1, 2$. Contra, $H_1: \beta_i \neq 0$, para todo $i = 0, 1, 2$. De esta manera, como la significancia de los estadísticos t que aparecen en la columna *significancia* son menores a 1% se puede rechazar H_0 con un nivel de confianza del 99%.

Finalmente, en la última fila aparecen los estadísticos R^2 y R^2 *ajustado*, ambos muestran la capacidad que tienen las estrategias de explicar los votos que obtiene un candidato, la diferencia es que el primero pierde capacidad explicativa a medida que se agregan variables independientes al modelo (más estrategias), mientras que el segundo se ajusta a este número de variables. Los valores de estos indicadores muestran que las variables tienen una alta capacidad explicativa de los votos (por ser cercano a 1).

Tabla 3. Regresión lineal múltiple: votos vs. dominio y concentración, en las elecciones de concejo de Medellín de 2007

Dependiente: Votos		B	Error típico	t	Significancia
	Constante	1.564.369	101.868	15.357	.000
	Dominio	770.809	24.581	31.358	.000
	Concentración	-44.625	3.216	-13.874	.000
		R²	0.79	R² Ajustado	0.79

Fuente: Datos, Registraduría Nacional del Estado civil. Cálculos propios.

Ahora bien, con estos resultados cuantitativos se puede sugerir al candidato, con margen de confianza del 99%, que si desea maximizar los recursos escasos para obtener el mayor número de votos posibles, deberá buscar la estrategia dominio y no de concentración de sus votos en una zona específica, puesto que la primera estrategia está explicando 771 votos, aproximadamente, por cada 1% de dominio.

Teorizando la competencia electoral: teoría de juegos

Arenas y Bedoya (2011), usan estos mismos datos para analizar las estrategias electorales en la ciudad de Medellín en las elecciones de concejo entre 1994 y 2007 y llegan al mismo resultado anterior; sin embargo, encuentran que a pesar de que los candidatos racionalmente siguen la estrategia ganadora, el nivel de competencia hace mucho más difícil seguirla, es decir, cada vez es más difícil obtener un gran dominio, lo que lleva a resultados inesperados para algunos candidatos, esto es, no logran maximizar sus votos.

Para explicar al candidato por qué esto sucede, es necesario mostrarle que sus decisiones están sujetas a las de los demás, lo que afectará los resultados de su campaña. Esto significa que todos los candidatos quieren seguir

la misma estrategia y que muchas veces ello perturba los resultados esperados. En este contexto se hace necesario el uso de otra rama de las matemáticas que se ha usado en el análisis cuantitativo para la toma de decisiones estratégicas: La teoría de juegos.

Para explicar por qué si los candidatos siguen la misma estrategia no logran maximizar los votos, se hará uso de esta herramienta proveniente de la economía que permite entender el comportamiento de los individuos y teorizarlo (Monsalve 2002; Soto y Valente 2005). Vale la pena advertir que en este apartado no se entrará en detalles matemáticos debido a su complejidad, lo que está fuera de las pretensiones de este artículo, sin embargo, si se explicará su manera analítica.

Para ello se supone que un candidato se enfrenta a la pregunta de qué tipo de estrategia tomar para maximizar sus votos, concentrar o dominar, por tanto, a lo que se enfrenta el candidato i es: $V_i(D, C) = \text{Max} (\beta_0 + \beta_1 D_i + \beta_2 C_i)$ (Ecuación 6). Sin embargo, el candidato sabe de antemano con la etapa dos y tres que la estrategia más efectiva es dominar, por tanto la ecuación cambia como: $V_i(D) = \text{Max} (\beta_0 + \beta_1 D_i)$. En este caso, los votos del candidato dependen de qué tanto dominio pueda lograr. Sin embargo, los resultados de sus votos estarán sujetos, además de la estrategia, a lo que hagan los demás



candidatos (denotados por simplicidad como j), en este caso el problema cambia nuevamente: $V_i(D) = \text{Max}(\beta_0 + \beta_1 D_i)$ (Ecuación 8) y S. a. $V_i(D) = \text{Max}(\beta_0 + \beta_1 D_i + \beta_2 C_j)$ (Ecuación 9).

La segunda ecuación significa que el candidato i maximizará sus votos sujeto a las decisiones que tomen los otros candidatos. Nótese que nuevamente aparece en la ecuación de los candidatos j la concentración como estrategia, esto significa que el candidato i ignora lo que harán los demás, es decir, elige bajo incertidumbre. Gráficamente este escenario de elección es representado en la tabla 4, donde se ponen en las filas las alternativas del candidato i , en las columnas las del resto de candidatos (j) y en el interior, los resultados en término de votos de acuerdo con la estrategia que se elija por parte de i y j .

Tabla 4. Juego de elección de estrategia para los candidatos en la elección de concejo en Medellín, 2007

		Resto de candidatos j	
			Concentración
Candidato i	Dominio	(Mín, Mín)	(Máx, Mín)
	Concentración	(Mín, Máx)	(Mín, Mín)

Fuente: Construcción propia

De este modo, los resultados en términos de votos se pueden describir como sigue: si ambos deciden concentrar obtendrán pocos votos (representado por Mín, Mín), puesto que esta estrategia no genera buenos resultados. O si el candidato i decide concentrar pero j dominar, el primero tendrá pocos votos y el segundo logrará maximizarlos (Mín, Máx), lo contrario sucedería si j se concentra e i domina (Máx, Mín). Finalmente, si ambos deciden dominar aumentarán la competencia en cada zona electoral pues intentarán sobrepasarse en votos para conseguir su objetivo (Mín, Mín).

Con lo anterior se puede observar que la estrategia dominio es la que mayor utilidad (en términos de votos) genera a cada candidato; por tanto, esta estrategia será la que estos elijan, dando como resultado final una situación en la que ninguno maximiza sus votos. En otras palabras, ambos tomarán la misma decisión, lo que incrementará la competencia y hará mucho más difícil lograr un alto indicador de dominio y

por ende, afectando los votos que se puedan obtener. De esta manera se logra explicar los hallazgos de Arenas y Bedoya (2011).

La sugerencia en este sentido para el candidato i es seguir la estrategia de dominio a pesar de la alta competencia, pues es la única que puede garantizar mayores réditos electorales, puesto que si se concentra y los demás dominan les dará la oportunidad de aumentar sus votos, mientras que si el candidato i domina y los otros candidatos no lo hacen podrá mejorar su situación y su estrategia será mucho más efectiva. Aunque parezca paradójico que el candidato deba seguir una estrategia que al final no logra maximizar los votos, las condiciones de la competencia y los pagos recibidos (votos) como resultado final de la interacción de los candidatos en el mercado electoral hacen que esta estrategia sea la única posible seguir. Si el lector hace una revisión bibliográfica sobre la teoría de juegos encontrará que este resultado final, que se conoce como el dilema del prisionero, es más común de lo que se cree Riker (1992).

Otra forma de comprobación: análisis con datos categóricos

Ahora supóngase que no se dispone de datos de tipo continuo, sino que se presentan datos categóricos cualitativos, es decir, que el analista político se enfrenta al problema con otro tipo de datos. Acá los datos que se tienen son: la variable curul, la que toma valores de uno (1) cuando el candidato i obtuvo la curul y de cero (0) en caso contrario; este tipo de variables reciben el nombre de dicotómicas o *dummies* en la estadística. En cuanto a las estrategias se categorizaron en cuatro, siguiendo a Rodríguez-Raga (2002) y a Arenas y Bedoya (2011): se hallan candidatos con un alto dominio y alta concentración (reciben el valor de 1), candidatos con bajo dominio y alta concentración (2), candidatos con bajo dominio y baja concentración (3) y candidatos con alto dominio y baja concentración (4). A este tipo de variables se les llama categóricas múltiples¹⁰.

La pregunta que acá se plantea nuevamente se puede presentar en forma funcional, en este caso el obtener o no una curul está en función de las estrategias, $Curul_i(D_i, C_i)$ pero a diferencia de los ejemplos anteriores, las variables que aquí intervienen son de carácter categórico-nominal

10 Nótese que en este caso los conceptos de estrategias de dominio y concentración reciben un tratamiento diferente. Antes el tratamiento de estos conceptos se hizo sobre un continuo en el cual se midió la gradación de cada una de estas estrategias; ahora el tratamiento es disyuntivo con el fin de clasificar de acuerdo con criterios (matemáticos si se quiere) en distintas clases excluyentes y exhaustivas (Sartori, 2011b).

pues describen situaciones específicas que no pueden ser ordenadas. De acuerdo con esto, la expresión matemática es: $Curul_i (D_i - C_i, SD_i - C_c, SD_i - Sc_i, D_i - SC_i)$ ¹¹ Lo que lleva nuevamente a plantear las hipótesis a comprobar: H_0 : No existe relación entre el tipo de estrategia y el éxito electoral o H_1 : Existe relación entre el tipo de estrategia y el éxito electoral¹².

Nuevamente el primer paso es describir las variables. Para ello se usan las tablas de frecuencias, con las cuales se pueden obtener algunas estadísticas descriptivas, como en las tablas 5 y 6 que muestran las frecuencias para curul y tipo de estrategia. En las filas siempre aparecen las categorías y en las columnas se pondrá siempre la frecuencia, el porcentaje y el porcentaje acumulado. En la columna frecuencia aparece en términos absolutos el número de veces que se repite cada una de estas categorías, en la de porcentaje aparece la participación de esa frecuencia con respecto al total de observaciones y en la columna de porcentaje acumulado se logra ver en cada categoría qué porcentaje de datos hay acumulados.

En este sentido con la tabla 5 se puede saber que de los 285 candidatos que se presentaron a los comicios de 2007, 21 obtuvieron curul y 264 no; esto en términos porcentuales muestra que el 92,2% no obtuvo curul ($[264/285] * 100$) y los que la obtuvieron representan el 7,4% de todos los candidatos en competencia ($[21/285] * 100$). Por último, el porcentaje acumulado nos muestra que hasta la categoría sin curul se encuentran concentrados el 92,6% de los datos y hasta la categoría con curul se concentra el 100% de los datos (92,6% + 7,4%).

Tabla 5. Tabla de frecuencias, candidatos con y sin curul en las elecciones de concejo de Medellín, 2007

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Sin curul	264	92.6	92.6
Con curul	21	7.4	100.0
Total	285	100.0	

Fuente: Datos, Registraduría Nacional del Estado civil. Cálculos propios.

La tabla 6 se lee de la misma manera, la frecuencia muestra que 37 candidatos siguieron

la estrategia de dominio-concentración, lo que corresponde a un 13% de los 285 candidatos. Mientras que 82 candidatos, que corresponden al 28,8%, optaron por la de Sin dominio-Concentración; 114 siguieron la de Sin dominio-Sin concentración, quienes representan el 40%; y finalmente, 52 candidatos optaron por la de dominio-Sin concentración, lo que corresponde al 18,2% de los candidatos. Y el porcentaje acumulado muestra que hasta la primera estrategia está el 13% de los datos (esto es equivalente al percentil 13), entre las dos primeras estrategias está el 41,8% de los datos (percentil 42), entre las tres primeras estrategias están el 81,8% de los datos (percentil 82) y a la cuarta estrategia se concentra el 100% de los datos.

Tabla 6. Tabla de frecuencia de estrategia de los candidatos en las elecciones de concejo de Medellín de 2007

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Dominio-Concentración	37	13.0	13.0
Sin dominio-Concentración	82	28.8	41.8
Sin dominio-Sin concentración	114	40.0	81.8
Dominio-Sin concentración	52	18.2	100.0
Total	285	100.0	

Fuente: Datos, Registraduría Nacional del Estado civil. Cálculos propios.

En esta tabla también se puede hallar una medida de tendencia central que permita encontrar un promedio de los datos. Debido a que se está trabajando con variables categóricas no es posible calcular la media como con las variables continuas, pero la moda se asemeja mucho a esta medida. La moda se define como el valor que más se repite y funciona muchas veces como una probabilidad, esto es, ¿si selecciono al azar algún candidato cuál es la estrategia más probable que este siga?, en este sentido podemos decir que la estrategia dominio-sin concentración es la moda de esta variable; si sacamos un candidato al azar tenemos 40% (114 candidatos

11 Aunque la econometría ofrece herramientas para hallar los impactos de cada estrategia sobre la probabilidad de obtener curules a través de modelos como los Logit o Probit, acá se tratará únicamente la correlación de variables categóricas a través de las pruebas de hipótesis no paramétricas.

12 Nótese que ahora la hipótesis nula se plantea como no independencia mientras que la alternativa se plantea como la independencia, es un cambio sin muchas complicaciones pero que siempre se debe tener presente al momento de la interpretación de los resultados.



siguen esta estrategia) de probabilidad de que este siga esta estrategia.

Por otra parte, al igual que una medida de tendencia central, también se puede calcular una medida de dispersión con respecto ella (Manheim y Richard 1999), esta dispersión está definida como $d = 1 - \frac{f_{modal}}{N}$ donde la f_{modal} equivale a la distribución modal o al valor que toma la moda en términos absolutos o relativos (114 ó 40%) y N corresponde a la suma de casos, también en valores absolutos o relativos (285 ó 100%). En estos términos, la dispersión se calcula como: $d = 1 - \frac{114}{285}$ o $d = 1 - \frac{40}{100}$, cuyo resultado significa que el 60% de los datos se alejan de la moda.

Una vez descritos los datos, se sigue con la relación bivariante de los mismos, para ello se usan las tablas de contingencia. Sánchez (2005) ha mostrado que en la ciencia política es una herramienta bastante útil debido a que la naturaleza de las variables de las que se ocupa (en su mayoría) son de carácter cualitativo, lo que a su vez lleva a que estas sean traducidas en categorías, como por ejemplo, las emociones, los sentimientos, el poder, entre otros. De esta

manera, las tablas de contingencia permiten relacionar variables categóricas para describir como se afectan entre ellas, en nuestro caso es la pregunta por la función: $Curul_i (D_i - C_i, SD_i - C_i, SD_i - SC_i, D_i - SC_i)$ (Ecuación 10).

Los resultados de la tabla de contingencia se muestran en la tabla 7. En este caso las estrategias son puestas en las filas, la curul en las columnas y al interior de la tabla de contingencia se encuentra el porcentaje de fila y columna. Por su parte, el porcentaje de fila muestra qué porcentaje de candidatos que siguieron una estrategia determinada lograron o no una curul. En términos numéricos se observa que el 86,5% (32) de los candidatos que optaron por la estrategia de dominio y concentración no lograron curul, mientras que el 13,5% (5) si lo logró. El 100% de los candidatos que no obtuvieron dominio pero que lograron concentración no obtuvieron curul (82), lo mismo sucede con la estrategia de no dominante sin concentración (114). Finalmente, entre quienes dominaron sin concentración, el 69,2% no lograron curul (36) y el 30,8% si la lograron (16).

Tabla 7. Tabla de contingencia Curul vs. Estrategia de los candidatos en las elecciones de concejo de Medellín de 2007

			Curul		Total	
			Sin curul	Con curul		
Tipo de estrategia	Dominio-Concentración	Absoluto	32	5	37	
		% fila	86.5%	13.5%	100.0%	
		% Columna	12.1%	23.8%	13.0%	
	Sin dominio-Concentración	Absoluto	82	0	82	
		% fila	100.0%	.0%	100.0%	
		% Columna	31.1%	.0%	28.8%	
	Sin dominio-Sin concentración	Absoluto	114	0	114	
		% fila	100.0%	.0%	100.0%	
		% Columna	43.2%	.0%	40.0%	
	Dominio- Sin concentración	Absoluto	36	16	52	
		% fila	69.2%	30.8%	100.0%	
		% Columna	13.6%	76.2%	18.2%	
Total		Absoluto	264	21	285	
		% fila	92.6%	7.4%	100.0%	
		% Columna	100.0%	100.0%	100.0%	

Fuente: Datos, Registraduría Nacional del Estado civil. Cálculos propios.

En cuanto al porcentaje de columna muestra qué porcentaje de quienes lograron y no lograron curul siguieron una u otra estrategia. Esto es, de quienes no lograron curul el 12,1% siguieron la estrategia de sin dominación-concentración, el 31,1% la de sin dominar y de concentración, el 43,2% la de sin dominio-sin concentración y el 13,6% la de Dominio-sin concentración. Por el otro lado, de quienes lograron curul el 23,8% siguieron la estrategia de Dominio-Concentración y el 76,2% restante la de Dominio-Sin concentración.

Finalmente, los totales, tanto los que están en las columnas como los que están en las filas, resumen los datos para ambas variables. En primer lugar, el total del absoluto y del porcentaje de columna que se muestran en columnas corresponden a la frecuencia y al porcentaje de la tabla de frecuencias de la variable estrategia presentadas en la tabla 6 y sigue su misma interpretación, mientras que en el de porcentaje de fila, de esta misma columna, suma la distribución de las estrategias entre los candidatos con curul y sin curul, el cual siempre será el 100%. Ahora, los valores absolutos y del porcentaje de fila que se presentan en el total de fila corresponden a las frecuencias y los porcentajes presentados en la tabla de frecuencias de la variable curul de la tabla 5, mientras que el porcentaje de columna suma la distribución de los candidatos con y sin curul entre las diferentes estrategias, igual siempre sumarán el 100%.

Estos datos en conjunto permiten concluir cuál es la estrategia más exitosa. Por un lado, con los porcentajes de fila podemos ver que solo la estrategia de dominio-concentración y de dominio-sin concentración lograron alguna curul, lo que apunta a concluir que son estas dos estrategias las más exitosas. Por otro, a partir del porcentaje de columna se evidencia que entre los candidatos con curul, la mayoría siguieron la estrategia de dominación-sin concentración, denotando que esta estrategia es mucho más efectiva frente a la de dominio-concentración.

Sin embargo, muchas veces estas relaciones pueden ser espurias, por lo que hace necesario medir la confiabilidad de las relaciones que se hallan y a la vez validar estadísticamente las conclusiones que de ellas se derivan. Es decir, se llegó a la misma conclusión que en las etapas 1 a la 4, sin embargo, se quiere tener confiabilidad de estos análisis y para ello existe una serie de estadísticos que sirven para medir el grado de asociación entre las variables, pero que cambian dependiendo del tipo de variables que se estén

analizando; esto es, si la relación que se plantea es entre dos variables nominales, como en nuestro caso, se usan los estadísticos *Ji-cuadrado* que permite determinar si existe o no relación entre las variables y los estadísticos *Phi* y *V de Cramer*, que toma valores entre 0 y 1, que mide el grado de asociación. Si la relación es entre una variable nominal y una ordinal o entre dos ordinales se puede usar el estadístico *Gamma*, *Tau-c de Kendall* y la *D de Sommers*, que toman valores entre -1 y 1, y su interpretación es similar al estadístico de Pearson (Sánchez 2005).

Igualmente, cada estadístico permite observar el grado de confiabilidad de las relaciones que muestran, pues cada uno de ellos tiene asociado un nivel de confianza que funciona bajo las hipótesis que se mencionan más arriba. La hipótesis nula (H_0 : independencia entre variables) puede ser rechazada a niveles del 10%, 5% y 1% dependiendo de la significancia del estadístico. Esto último se puede ver a través de los estadísticos del ejemplo de la estrategia y la curul, cuyos resultados se muestran en la tabla 8.

En las filas de esta tabla aparecen los estadísticos mencionados para relaciones entre dos variables nominales. En primer lugar, el valor del *Ji-Cuadrado* no tiene una interpretación como el de Pearson, solo se espera que este valor sean alto (sin definir que es alto), lo que importa es que la significancia es igual a cero, indicando que se puede rechazar la hipótesis nula a un nivel del 1%, en otras palabras, no se puede aceptar independencia entre las variables curul y estrategia con un margen de confianza de 99%. Por su parte la *Phi* y la *V de Cramer* muestran una asociación del 45,6% entre las variables analizadas y su nivel de significancia permite rechazar la no asociación a un margen del 1%, o con un 99% de confiabilidad.

Tabla 8. Estadísticos de asociación entre estrategia y éxito electoral en las elecciones de concejo de Medellín de 2007

	Value	Significancia
Ji-Cuadrada	59.357 ^a	.000
Phi	.456	.000
V de Cramer	.456	.000

Fuente: Datos, Registraduría Nacional del Estado civil. Cálculos propios.



Conclusiones

Como se dijo al inicio del artículo, el objetivo del texto es mostrar la relación que ha tenido la política con la comprobación empírica y para ello el uso de los métodos cuantitativos; mostrando cómo estos aportan al análisis de fenómenos sociales debido a sus métodos, a la simplicidad y a la claridad, entre otros aspectos. Esto ha hecho que la ciencia política use los métodos cuantitativos para analizar sus diversos campos (comportamiento político: elecciones, acción colectiva, las políticas públicas y justicia, entre otros). Y una manera de evidenciarlo fue utilizando varios métodos matemáticos para el análisis de un problema concreto como el presentado.

Estos métodos son útiles pues presentan conclusiones y líneas de acción. En particular se mostró cómo tanto por el primer método como por el segundo se puede sugerir al candidato la misma estrategia. Teniendo en cuenta que el método que mayor potencial explicativo tiene en la econometría pues calcula el impacto relativo de una variable sobre otra, mientras que los demás métodos solo indican la relación entre las variables sin calcular el impacto, es decir, resultan ser solo descriptivos. Dejando al analista con una amplia gama de posibilidades de opciones.

Para finalizar este ejercicio pedagógico, se quiere recordar que la política, como ciencia, es un campo abierto de trabajo donde caben el diálogo, la reflexión y la acción. Lo mismo les ocurre a las metodologías cuantitativas: esta no es una herramienta terminada, sino un conocimiento en construcción. Esta forma de pensar permite que estudiantes y docente desmitifiquen en las aulas universitarias y posibilita la participación en su construcción, claro está pensado como herramienta y no como metodología; a esto último aún falta prestarle mucha atención.

Bibliografía

Alker, Hayward (1969), *El uso de las matemáticas en el análisis político*, Buenos Aires: Amorrortu editores.

Almond, Gabriel (1999), *Una disciplina segmentada. Escuelas y corrientes en las ciencias políticas*, México D.F.: Fondo de Cultura Económica.

Anduiza, Eva; Crespo, Ismael y Méndez, Mónica (2011), *Metodología de la ciencia política*, Madrid: CIS.

Arenas Gómez, Juan Carlos y Bedoya Marulanda, John Fredy (2011), *Las lógicas de la competencia electoral en escenarios locales. Medellín 1988-2007*, en *Revista Estudios Políticos*, 39, Instituto de Estudios Políticos, Universidad de Antioquia, 39-74.

Carnap, Rudolf; Mongenstern, Oskar y Wiener, Norbert (1974), *Matemáticas en las ciencias el comportamiento*, Madrid: Alianza editorial.

Colomer, Josep (2004), La ciencia política va hacia adelante (por meandros tortuosos). Un comentario a Giovanni Sartori, en *Política y Gobierno*, 2, 355-359.

Dahl, Robert (1961), The behavioral approach in political science: epitaph for a monument to a successful protest, in *The American Political Science Review*, 55(4), 763-772.

Farr, James (1999), *Rememorando la revolución: el behavioralismo en la ciencia política estadounidense*, en James Farr, John Dryzek y Stephen Leonard (comps.), *la ciencia política en la historia* (pp. 257-288), Madrid: Ediciones Itsmo.

Gujarati, Damodar (2006), *Principios de econometría*, Tercera edición, Bogotá: McGraw-Hill.

Loosemore, John and Victor J. Hanby (1971), The theoretical limits of maximum distortion: some analytic expressions for electoral systems, in *British Journal of Political Science*, 1 (4), 467-477.

Manheim, Jarol y Rich, Richard (1999), *Ánalisis político empírico. Métodos de investigación en ciencia política*, Madrid: Alianza editorial.

Messick, David (1974), Prefacio, en: Carnap, R.; Mongenstern, O. & Wiener, N., *Matemáticas en las ciencias el comportamiento* (pp. 9-10), Madrid: Alianza editorial.

Monsalve, Sergio (2002), Teoría de juegos: ¿Hacia dónde vamos? (60 años después de Von Neumann y Morgenstern), en *Revista de economía institucional*, 4(7), Universidad de Externado, 114-130.

Pasquino, Gianfranco (2009), Número y política. Contar en la Ciencia Política lo que cuenta, en *Andamios*, 6(11), 129-148.

Riker, William (1992), Teoría de juegos y de las coaliciones políticas, en Albert Batlle (comp.), *Diez textos básicos de ciencia política* (151-169), Barcelona: Ariel.

Rodríguez-Raga, Juan Carlos (2002), *¿Cambiar para que nada cambie? Representación, sistema electoral y sistema de partidos en Colombia: capacidad de*

adaptación de las élites políticas a cambios en el entorno institucional, en F. Gutiérrez, *Degradoación o cambio: Evolución del sistema político colombiano* (págs. 221-260), Bogotá: Norma.

Rodríguez-Raga, Juan Carlos (2005), *Incentivos y estrategias electorales: el caso del senado colombiano*, en C. R. Rodríguez & E. Pizarro, *Los retos de la democracia: viejas y nuevas formas de la política en Colombia y América Latina* (págs. 189-210), Bogotá: Fundación FORO - IEPRI.

Sánchez, Miguel Ángel (2005), Uso de las tablas de contingencia en la ciencia política, en *Espacios públicos*, 8(16), Universidad Autónoma de México, 60-84.

Sartori, Giovanni (2004), ¿Hacia dónde va la ciencia política?, en *Política y Gobierno*, 2, 349-354.

Sartori, Giovanni (2011a), *Cómo hacer Ciencia Política. Lógica, método y lenguaje en las ciencias sociales*, Madrid: Taurus.

Sartori, Giovanni (2011b), *La política. Lógica, Método en las ciencias sociales*, México D.F.: Fondo de Cultura Económica.

Soto, Antonio y Valente, María Rosa (2005), Teoría de los juegos: vigencia, uso y limitaciones, en *Revista de ciencias sociales*, FAES, XI (3), 497-506.