



BBR - Brazilian Business Review
E-ISSN: 1807-734X
bbronline@bbronline.com.br
FUCAPE Business School
Brasil

Mourão Cardoso, Hedmilton; da Silveira Barbedo, Claudio Henrique; Machado Vicente, José Valentim
Estratégias dinâmicas de alocação ótima de ativos: evidências empíricas no mercado brasileiro

BBR - Brazilian Business Review, vol. 9, núm. 2, 2012, pp. 115-142
FUCAPE Business School
Vitória, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=123023052006>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

Estratégias dinâmicas de alocação ótima de ativos: evidências empíricas no mercado brasileiro

Hedmilton Mourão Cardoso^{*}
IBMEC-RJ

Claudio Henrique da Silveira Barbedo^a
IBMEC-RJ

José Valentim Machado Vicente^y
IBMEC-RJ

RESUMO: Rentabilidades de curto prazo influenciam investidores comuns e gestores de fundos. Entretanto a previsão correta dos movimentos de mercado de curto prazo é tarefa não trivial. Este trabalho procura verificar, seguindo Herold et al. (2007), se as realocações dinâmicas entre as principais classes de ativos brasileiros são capazes de gerar ganhos em um período longo e de limitar perdas em períodos menores. Os resultados dos testes em que o Ibovespa foi o único ativo de risco foram compatíveis com esse objetivo. Para os testes envolvendo ativos de renda fixa, renda variável e indexados à inflação, os resultados mostram que a estratégia limita os ganhos. Paralelamente, alocação estática e estratégias de proteção são testadas para horizontes de curto prazo.

Palavras Chave: Retorno Total, Alocação Dinâmica, Classe de Ativos, Gestão de Risco.
Classificação JEL: G11

Recebido em 18/04/2011; revisado em 14/06/2011; aceito em 18/02/2012; divulgado em 19/06/2012.

***Autor para correspondência:**

^{*}. Mestre em Administração pelo IBMEC
Vinculação:
Endereço: Av. Gal. San Martin, 544, Leblon, Rio de Janeiro
E-mail: hedmilton@fapesbndes.org.br
Telefone: (21) 2259-2091

^a Doutor em Finanças pela Coppead - UFRJ
Vínculo: Professor adjunto do IBMEC-RJ
Endereço: Av. Maracanã, 1246, Tijuca, Rio de Janeiro
E-mail: cbarbedo@ibmecrj.br
Telefone: (21) 2189-5565

^y Doutor em Economia Matemática pelo IMPA
Vinculação: Professor do IBMEC-RJ
Endereço: Av. Gastão Senges, 55, Barra da Tijuca, Rio de Janeiro
E-mail: jvicente@ibmecrj.br
Telefone: (21) 2572-0692

Nota do Editor: Esse artigo foi aceito por Antonio Lopo Martinez.



Esta obra está licenciada sob a Licença Creative Commons – Atribuição-Uso não-comercial-Compartilhamento pela mesma licença 3.0 Unported License

1. INTRODUÇÃO

A

psicologia contribuiu com dois conceitos importantes para a compreensão da miopia de curto prazo que o investidor enfrenta na alocação de ativos. O primeiro conceito, apresentado por Tversky e Kahneman (1991), é a aversão à perda, que se refere à tendência de os investidores serem mais sensíveis a reduções do seu nível de riqueza do que a aumentos. O segundo conceito é a contabilidade mental, que se refere a métodos que os investidores utilizam para avaliar o resultado de seus investimentos.

No primeiro conceito, como os retornos diáários das ações são negativos com muito mais frequência que os retornos anuais dos títulos de renda fixa, investidores muito avessos ao risco tendem a se desfazer das ações ou a mudar constantemente a composição da carteira. No segundo, de acordo com Benartzi e Thaler (1985), investidores que checam os resultados de sua aplicação constantemente, ainda que tenham horizontes de investimento de longo prazo, tendem a se comportar como se o seu horizonte de investimento fosse de curto prazo. Os autores demonstram que, considerando que os investidores têm preferências ditadas pela teoria das perspectivas (Kahneman e Tversky, 1979) e dado o prêmio de risco do mercado americano, o tempo de checagem médio do investidor é de um ano. No Brasil, não há ainda literatura desenvolvida nessa área. Fraga (2007) verifica que a frequência de envios de extratos está diretamente relacionada com a decisão de resgate dos investidores.

A periodicidade anual dos retornos é também importante para fundos de pensão. Os participantes e patrocinadores dos planos administrados por fundos de pensão são cientes que seus investimentos têm como horizonte o longo prazo. No entanto as rentabilidades obtidas no ano calendário são particularmente importantes pelo seu efeito nos balanços anuais das empresas patrocinadoras. Além disso, na indústria brasileira de fundos de pensão, há providências legais de elevação de contribuições ou redução de benefícios, que precisam ser implementadas, caso o valor dos investimentos seja menor que o passivo atuarial em mais de 10% ao final do ano, ou por dois anos consecutivos.

Dessa forma, gestores se veem obrigados a aumentar o peso da dimensão de curto prazo nas suas decisões de investimentos, gerando um elemento extremamente complicador à gestão. Prever corretamente os movimentos de mercado é tarefa não trivial, principalmente nos períodos curtos. Apesar do progresso verificado nas finanças e nas

técnicas estatísticas, ainda há com grandes dificuldades na aplicação de modelos de alocação ótima de investimentos em conjunto com o controle do risco de mercado. A solução ótima de risco e retorno previstos raramente ocorre no curto prazo, além de estar sujeita à mudança dos parâmetros ao longo do período do investimento.

O objetivo deste trabalho é averiguar se as realocações dinâmicas entre as principais classes de ativos brasileiros são capazes de gerar ganhos, em um período longo, e de limitar perdas, em períodos menores. A metodologia empregada é baseada no trabalho de Herold et al. (2007). A alocação entre as classes de ativos é realizada de forma dinâmica e decorre de um risco máximo – calculado por meio do valor em risco (VaR), que, por sua vez, é derivado do limite de perdas definido para um horizonte de tempo de curto prazo. Poucos estudos têm explorado esse tema e ainda assim com objetivos distintos. Paralelamente, estratégias alternativas são testadas com base na manutenção de uma alocação estática ao longo do horizonte de curto prazo e na aquisição de opções de venda. Os retornos obtidos são comparados com as rentabilidades da estratégia de alocação dinâmica com base em risco. O desenvolvimento de ferramentas de gestão de investimentos é extremamente importante para a solução de um aparente paradoxo. Sem a elevação da exposição ao risco não é possível buscar maiores rentabilidades esperadas. Entretanto o aumento do risco da carteira eleva a possibilidade de retornos negativos. A solução para esse dilema é a formação de carteiras que absorvam as valorizações dos ativos e, ao mesmo tempo, limitem as perdas no curto prazo.

Os resultados mostram que a estratégia dinâmica se mostrou capaz de auferir ganhos no curto prazo em períodos quando os ativos de risco estavam relativamente desvalorizados. Em contrapartida, sua utilização em mercados com movimentos de alta não foi apropriada, em virtude de a elevação contínua de posições ter causado uma ampliação do limite de perda. Para a carteira em que o Ibovespa foi o único ativo de risco, os retornos dos testes foram similares ao trabalho de Herold et al (2007), com limitação das perdas no curto prazo e geração de retornos positivos compatíveis com o *benchmark* no longo prazo.

O presente trabalho está organizado da seguinte maneira: a Seção 2 apresenta a revisão de literatura; a Seção 3 apresenta as características da amostra e a metodologia do trabalho; os resultados obtidos são apresentados e comentados na Seção 4; e a Seção 5 conclui o estudo.

REVISÃO DE LITERATURA

A metodologia empregada é baseada no trabalho de Herold et al. (2007). Os autores simulam, no mercado alemão, a aplicação de um modelo de alocação dinâmica de carteiras compostas por duas ou mais classes de ativos que prescinde da previsão da rentabilidade dos ativos. O modelo visa a conciliar desempenhos positivos para carteiras com horizontes de investimento mistos, baseado no conceito de minimização do risco da estratégia. Os resultados demonstram que a utilização de técnicas de valor em risco permite retornos de longo prazo similares aos *benchmarks* e a limitação das perdas em períodos menores.

Dierkes, Erner e Zeisberger (2009) também analisam estratégias de proteção para alocação de capitais em ações, títulos e opções. A premissa do trabalho é que o investidor apresenta comportamento compatível com o descrito pela Teoria das Perspectivas. O estudo revela que a estratégia depende, significativamente, do horizonte de investimento. Para horizontes de curto e médio prazo, as estratégias de proteção de carteiras apresentam resultados positivos, enquanto que para prazos mais longos, investimentos em ações sem a proteção demonstram o melhor resultado.

Chonghui, Yongkai e Yunbi (2009) definem composições de investimento entre duas classes de ativos, com risco e livre de risco, baseado na estratégia de risco máximo derivado do valor em risco. Os resultados sugerem que essas carteiras limitam perdas no mercado de ações da China, mas limitam, significativamente, os ganhos em momentos de alta. Jianga, Maa e Na (2009) realizam o mesmo teste no mercado Chinês, com índices de Bolsa, índices de renda fixa e o ativo livre de risco. Os resultados indicam que as estratégias baseadas em VaR minimizam as perdas em momentos de depressão no mercado e ainda apresentam resultados bons em momentos de alta.

Dichtl e Drobetz (2011) avaliam estratégias de proteção de carteiras, por meio de simulação de monte Carlo e aplicadas no mercado alemão, para alocação de capitais em ações, renda fixa e carteiras mistas de ambos. Os autores concluem que as estratégias de proteção de carteiras apresentam resultados, significativamente, mais valiosos para investidores que tomam decisões com base na Teoria das Perspectivas, devido à minimização das perdas em momentos de queda do mercado.

No Brasil, Andrade (2006) compara o desempenho de estratégias de alocação de ativos segundo duas abordagens distintas: a tradicional de média-variância e a abordagem de risco assimétrico. A segunda metodologia apresenta resultados melhores.

AMOSTRA E METODOLOGIA

DESCRIÇÃO DA BASE DE DADOS

Quanto à alocação dos ativos, pode-se perceber que ações e títulos de renda fixa são as duas principais classes de investimentos utilizadas pela indústria de investimentos no Brasil. Dessas duas classes, usualmente, a maior parcela cabe aos títulos de renda fixa.¹

Com base nessas características de distribuição de recursos, identificou-se como primeiro *benchmark* o Ibovespa, bastante representativo das ações de maior volume negociado e cuja série de dados é bastante extensa. Devido a fato de os títulos públicos de renda fixa terem seu *benchmark* de mercado definido somente em 2005, foram realizados dois estudos distintos para a aplicação da estratégia dinâmica de retorno total baseada em risco. Isso permitiu evitar que a reduzida disponibilidade de dados desse segundo *benchmark* prejudicasse os resultados.

Na primeira parte do estudo, considerou-se um ativo de renda variável, representado pelo Ibovespa, e outro de renda fixa, cujo retorno é o da taxa Selic diária, no período entre 1991 e 2007.² Como o horizonte de investimento considerado é de um ano, apura-se a aplicação do método em 17 períodos. A remuneração dos recursos não utilizados na aquisição de ações pela taxa Selic decorre da hipótese de que eles sejam, integralmente, aplicados em operações compromissadas de um dia.

As cotações de fechamento do Ibovespa foram obtidas na base de dados da Economática, e as taxas diárias do Selic foram extraídas do banco de dados do Bacen. A partir das taxas percentuais diárias Selic, foi elaborado um número índice com a finalidade de refletir as variações monetárias acumuladas, decorrentes da manutenção de uma aplicação remunerada por essa taxa. Em 12/12/1989, o índice foi definido, apenas como referência, como 100. Considerando-se que IS_t seja o índice Selic no dia útil t compreendido entre 13/12/1989 e 30/12/2007 e que TS_t seja a taxa percentual Selic diária, conforme publicada pelo Bacen, então:

$$IS_t = IS_{t-1} \times (TS_{t-1}/100 + 1) \quad (1)$$

¹ Vide Análise Diária da Indústria de Fundos de Investimento (2008) da ANBID e Consolidado Estatístico (2008) da revista Fundos de Pensão.

² Os dados de 1990 não foram utilizados nos testes porque, naquele ano, o Plano Collor alterou os padrões de funcionamento dos mercados, em particular do financeiro, e estabeleceu fortes restrições à livre alocação de recursos. Nos anos anteriores a 1990, os negócios do mercado acionário eram realizados predominantemente na Bolsa de Valores do Rio de Janeiro, não sendo o Ibovespa o principal benchmark para a renda variável no Brasil.

Na segunda parte do estudo, foram utilizados três ativos: um ativo de renda fixa, cujo retorno é dado pela taxa Selic, um ativo de renda variável, representado pelo Ibovespa, e um ativo indexado à inflação, representado pelo IMA-B.³ O período de 26/12/2003 a 30/06/2004 foi utilizado para as projeções de volatilidades e correlações a serem empregadas na alocação em cada ativo a partir do semestre iniciado em 01/07/2004. Os resultados da aplicação do método foram verificados em oito períodos: do segundo semestre de 2004 ao primeiro semestre de 2008. Dessa forma, a estratégia de alocação dinâmica com base em risco foi avaliada com a possibilidade de realizar alocação de recursos nas principais classes de ativos de risco adotadas por fundos de investimento e, no caso do ativo indexado à inflação, por fundos de pensão. Para aumentar os períodos de apuração de resultados, o horizonte de investimento de curto prazo foi estabelecido em um semestre.

FORMALIZAÇÃO DA ESTRATÉGIA OBJETO DA AVALIAÇÃO

O ponto inicial da estratégia de alocação dinâmica com base em risco é a definição de um orçamento de risco para o horizonte de investimento de curto prazo. O orçamento de risco é a máxima perda que a carteira poderá sofrer no horizonte de investimento de curto prazo. De outra forma, a diferença entre o valor da carteira no início do horizonte de investimento e o orçamento de risco é o menor valor tolerado para a carteira ao fim do período. Considerando-se que C_t é o valor da carteira C no momento t , $0 \leq t \leq T$, em que 0 é o início, T é o fim do horizonte de investimento e L é o orçamento de risco ou limite de perda previamente definido para determinado horizonte de investimento, tem-se a seguinte restrição:

$$C_T \geq (C_0 - L) \quad (2)$$

Em uma carteira composta por ativos arriscados, a determinação durante o horizonte de investimento do valor esperado da carteira ao final do período é estocástica. Portanto, depende da utilização de um modelo probabilístico e da escolha de um nível de confiança. Considerando-se que $VaR_{t,T}$ é a perda máxima esperada calculada em t para o final do horizonte T , dado um nível de confiança $(1-\alpha)$; e que C_T^* é o menor valor da

³ O IMA-B é o *benchmark* dos títulos públicos indexados à inflação. A razão da escolha do IMA-B, iniciado em setembro de 2003, decorre da semelhança das NTN-B, que o compõem, com o passivo atuarial de planos de previdência. A disponibilidade de vencimentos de longo prazo e a indexação ao IPCA fazem das NTN-B o habitat predileto para os recursos dos fundos de pensão.

carteira projetado em t para o final do horizonte T , dado um nível de confiança $(1-\alpha)$; vale, então, dizer que:

$$C_T^* = C_t - VaR_{t,T} \quad (3)$$

Sob hipótese de normalidade dos retornos, pode-se definir o VaR como:

$$VaR_{t,T} = -W_0(R^* - \mu) = W_0\alpha\sigma\sqrt{\Delta t} \quad (4)$$

Em que W_0 é o investimento inicial; R^* é o retorno crítico; $(1-\alpha)$ é o nível de confiança; σ é a volatilidade; Δt é o horizonte temporal; e μ , o retorno esperado.

O orçamento de risco estabelece que a diferença entre o valor da carteira a preço de mercado e o seu menor valor tolerado indicará, dinamicamente, a perda máxima a qual a carteira poderá ser exposta. Caso contrário (2) e (3) implicam que:

$$VaR_{t,T} \leq C_t - (C_0 - L) \quad (5)$$

Os ativos arriscados são exatamente aqueles que podem proporcionar à carteira uma rentabilidade acima da taxa livre de risco, assim a estratégia de alocação dinâmica com base no risco estabelece que a alocação nessa categoria de ativos seja a que expõe dinamicamente a carteira ao máximo VaR, condicionado à limitação imposta pelo orçamento de risco. Em cada momento t , a alocação no ativo arriscado dever ser tal que para o nível de confiança pré-definido $(1-\alpha)$:

$$VaR_{t,T} = C_t - (C_0 - L) \quad (6)$$

Sendo a alocação da carteira realizada em um ativo sem risco, cujo retorno é determinístico, e em ativos arriscados, cujos retornos seguem uma distribuição lognormal, são necessárias projeções de dois parâmetros para a determinação do $VaR_{t,T}$: a média e o desvio padrão, ou volatilidade, do logaritmo dos retornos dos ativos arriscados.

PARÂMETROS E CONVENÇÕES UTILIZADOS NOS TESTES

No Brasil, a taxa Selic diária, utilizada como *benchmark* para retornos de alocação no ativo livre de risco, passou por enormes variações no período de realização do *backtest* da estratégia de alocação dinâmica. Para que fosse possível estabelecer um limite de risco único para todos os orçamentos de risco anuais, todas as séries dos ativos arriscados foram divididas pelo índice Selic. Isto é:

$$IB_t = \frac{Ibovespa_t}{IS_t} \quad (7)$$

$$IM_t = \frac{IMA_t}{IS_t} \quad (8)$$

O *IB* e o *IM* são índices de um ativo arriscado expresso no índice do ativo não arriscado. Como consequência, os retornos do *IB* e do *IM* são retornos do Ibovespa e do IMA, *benchmarks* de ativos que apresentam risco de mercado, descontados dos retornos do ativo livre de risco no mesmo período. O deflator das séries representativas dos ativos arriscados, *IS*, apresenta valorização diária, equivalente ao retorno da Selic.⁴ Em decorrência da definição de *IS*, o retorno do ativo livre de risco é zero, quando deflacionado por *IS*.

Os valores esperados do logaritmo do retorno de *IB*, e de *IM*, foram considerados zero em todos os horizontes de investimento objeto do *backtest*. O desvio padrão do *backtest* que considerou apenas o Ibovespa como ativo arriscado foi projetado com base em 252 observações e com um fator de decaimento $\lambda = 0,94$ ⁵, utilizando o método *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). No estudo em que a alocação em classes arriscadas se deu no Ibovespa e no IMA, o desvio padrão de ambas as séries, assim como a covariância, foi projetado também a partir de $\lambda = 0,94$ e de 126 observações. Seja *rI*_{*t*} o retorno logarítmico em *t* de *IB*_{*t*} e *IM*_{*t*}; *hI*_{*t*} o desvio padrão de *rI*_{*t*} projetado para *t*; e *hIBIM*_{*t*} a covariância entre *rIB*_{*t*} e *rIM*_{*t*} projetada para *t*; então:

$$hI_t = \sqrt{\lambda hI_{t-1}^2 + (1 - \lambda)rI_{t-1}^2} \quad (9)$$

$$hIBIM_t = \lambda(hIBIM_{t-1}) + (1 - \lambda)rIB_t rIM_t \quad (10)$$

Para a realização do *backtest* com dois ativos arriscados, foi necessária uma função objetivo adicional, visto que a função que define a alocação com base no maior VaR projetado dentro do orçamento de risco se refere apenas à alocação entre o ativo arriscado, que é a composição de todas as classes de ativos com risco de mercado, e o sem risco. A

⁴ É importante salientar que, caso não fosse realizada a transformação das séries, seria necessário estabelecer um limite de risco a cada ano e, consequentemente, definir critérios para tal escolha. Na forma como é construída, a alocação dinâmica com base no risco tenderia a elevar a alocação nos ativos arriscados em anos cuja taxa livre de risco é alta. Isso ocorre porque, com o passar do tempo, a remuneração proveniente do ativo livre de risco abre espaço no orçamento de risco. Visto que o usual nas mais diversas economias é a taxa livre de risco não produzir remuneração relevante, foi utilizada a opção do deflacionamento da série pelo índice Selic, de tal forma que as altas taxas de remuneração do ativo sem risco praticadas no Brasil não interferissem nos resultados dos testes da estratégia de alocação.

⁵ Conforme utilizado pelo sistema Riskmetrics (1996).

alocação entre os ativos arriscados depende de um critério adicional. Para preservar o caráter dinâmico e cíclico da estratégia, a alocação entre os dois ativos arriscados foi estabelecida pela proporção necessária entre esses ativos para a construção de uma posição sintética de uma *rainbow option*, cujo *payoff* é o ativo de melhor rentabilidade no fim do horizonte de investimento. Seja $\rho_{IBIM,t}$ o coeficiente de correlação entre *IB* e *IM* projetado para t ; $d_{1,t}$ a proporção de *IB* no ativo arriscado; $(1-d_{1,t})$ a parcela de *IM* no ativo arriscado; a partir do modelo de Stulz (1982) para apreçamento de opções sobre o máximo ou o mínimo de dois ativos arriscados, tem-se que:

$$d_{1,t} = \frac{\ln\left(\frac{IB_t IM_0}{IM_t IB_0}\right) + \frac{1}{2} \sigma_t^2 (T-t)}{\sigma_t \sqrt{(T-t)}} \quad (11)$$

$$\sigma_t^2 = hIB_t^2 - 2hIB_t hIM_t \rho_{IBIM,t} + hIM_t^2 \quad (12)$$

A partir da composição estabelecida por $d_{1,t}$, o $Var_{t,T}$ é calculado conforme a Equação 3, e a composição entre os ativos arriscados e sem risco é estabelecida.

BACKTEST

No *backtest*, os retornos, calculados a partir da aplicação da estratégia dinâmica com base em risco e em outras estratégias alternativas, foram analisados sob os seguintes critérios:

- i) A eficácia da estratégia em limitar a desvalorização da carteira ao nível estabelecido pelo orçamento de risco;
- ii) As forças e fragilidades da estratégia para evitar perdas e absorver ganhos de curto prazo;
- iii) O retorno no longo prazo, compreendido os 17 anos utilizados nos testes.

ESTRATÉGIAS COMPARÁVEIS

Duas outras estratégias foram utilizadas como padrão de comparação com a estratégia de alocação dinâmica: a alocação fixa por todo o horizonte de investimento de curto prazo e a proteção da alocação no ativo arriscado por meio da aquisição de quantidade equivalente de opções de venda.

Na alocação fixa, foi considerada a manutenção por todo o ano da alocação inicial definida pela estratégia dinâmica. A realocação no início do ano seguinte dependeu, portanto, do orçamento de risco, do nível de confiança escolhido e da volatilidade projetada. Na proteção por aquisição de opções de venda em conjunto com a alocação em renda variável, a opção é utilizada para limitar as possibilidades de perdas anuais de uma carteira ao orçamento de risco definido.

Utilizando-se o limite de risco inteiramente na aquisição da opção de venda e condicionando-se a alocação em Ibovespa à posição detida nas opções de venda, é possível obter a alocação no ativo arriscado. Para o cálculo do preço da opção, foi utilizado o modelo Black & Scholes (1973). A volatilidade do Ibovespa utilizada foi obtida pelo método EWMA, com base em 252 dias e $\lambda = 0,94$, que é a mesma projeção aplicada nos cálculos da alocação dinâmica com base no risco.

RESULTADOS

A seguir, foram detalhados os resultados das estratégias da carteira com o ativo indexado a Selic e o Ibovespa e com a carteira formada pelo ativo indexado a Selic, o ativo de renda variável e o de renda fixa indexado a inflação.

BACKTEST DA ESTRATÉGIA DE ALOCAÇÃO DINÂMICA BASEADA EM RISCO COM OS ATIVOS IB E IS

Com o intuito de compreender os efeitos dos parâmetros utilizados na aplicação da estratégia de retorno total baseada em risco, sobre a rentabilidade de curto e de longo prazo da carteira, foram realizados diversos exercícios com diferentes níveis para cada parâmetro, além de comparações com estratégias alternativas.

A SENSIBILIDADE DA ESTRATÉGIA DINÂMICA AO ORÇAMENTO DE RISCO

O primeiro parâmetro investigado foi o limite de perda ou orçamento de risco. A Tabela 1 apresenta as rentabilidades anuais, a rentabilidade total e média nos 17 anos utilizados no *backtest*, e o menor retorno observado nesse período para diferentes níveis de orçamento de risco. O nível de confiança ($1-\alpha$) foi mantido em 95% para todos os níveis de limite de perda, e não foi considerado o custo de transação. A alocação voluntária em renda variável foi limitada a 100%, não sendo permitida a venda a descoberto.

TABELA 1: RENTABILIDADE DA ESTRATÉGIA DE ALOCAÇÃO DINÂMICA POR ORÇAMENTO DE RISCO

Ano	Limite de Perda Anual									
	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1991	10,02%	16,71%	22,20%	26,23%	30,72%	47,19%	65,73%	82,78%	94,57%	104,42%
1992	-0,71%	-1,42%	-2,13%	-2,84%	-3,54%	-4,24%	-4,93%	-5,63%	-6,32%	-7,01%
1993	0,54%	1,03%	1,45%	1,82%	2,30%	2,79%	3,22%	3,48%	3,70%	3,89%
1994	-0,89%	-1,77%	-2,66%	-3,53%	-4,41%	-5,28%	-6,15%	-7,02%	-7,88%	-8,75%
1995	-0,76%	-1,51%	-2,26%	-3,01%	-3,76%	-4,50%	-5,23%	-5,96%	-6,69%	-7,42%
1996	1,17%	2,22%	3,07%	3,68%	4,27%	4,88%	6,05%	7,03%	7,67%	8,11%
1997	-1,11%	-2,20%	-3,28%	-4,34%	-5,40%	-6,45%	-8,70%	-9,43%	-9,01%	-10,01%
1998	-1,00%	-1,99%	-2,99%	-3,98%	-4,97%	-5,97%	-6,96%	-7,95%	-8,94%	-9,93%
1999	8,87%	16,55%	22,60%	28,14%	32,93%	36,85%	40,79%	44,24%	47,28%	50,02%
2000	-0,85%	-1,70%	-2,54%	-3,37%	-4,20%	-5,03%	-5,85%	-6,66%	-7,47%	-8,28%
2001	-0,85%	-1,70%	-2,54%	-3,37%	-4,20%	-5,02%	-5,84%	-6,65%	-7,45%	-8,25%
2002	-0,75%	-1,50%	-2,24%	-2,98%	-3,71%	-4,44%	-5,16%	-5,88%	-6,59%	-7,30%
2003	9,45%	16,05%	20,35%	23,42%	26,08%	28,18%	30,07%	31,71%	33,61%	35,93%
2004	0,26%	0,51%	0,75%	0,96%	1,15%	1,29%	1,33%	1,42%	1,54%	1,72%
2005	0,67%	1,33%	1,99%	2,65%	3,31%	3,97%	4,63%	5,28%	5,93%	6,59%
2006	1,68%	3,16%	3,71%	4,43%	4,95%	5,39%	5,90%	7,22%	7,69%	7,91%
2007	-0,69%	-1,39%	-2,10%	-2,81%	-3,50%	-0,08%	5,33%	7,69%	9,10%	9,87%
Total	26,76%	46,94%	59,60%	67,68%	74,37%	102,74%	137,25%	167,52%	188,32%	198,97%
Média	1,40%	2,29%	2,79%	3,09%	3,32%	4,25%	5,21%	5,96%	6,43%	6,65%
Mínimo										
Retorno	-1,11%	-2,20%	-3,28%	-4,34%	-5,40%	-6,45%	-8,70%	-9,43%	-9,01%	-10,01%

Os resultados se referem à estratégia da carteira com o ativo indexado a Selic e o Ibovespa, no período compreendido entre 1991 e 2007. O nível de confiança é de 95%, e não foi considerado o custo de transação. A alocação voluntária em renda variável foi limitada a 100%, não sendo permitida a venda a descoberto.

O retorno médio da alocação dinâmica com base no risco foi crescente com o limite de perda estabelecido. A menos do ano de 1997, em todos os anos em que o retorno foi negativo, o limite de perda definido não foi ultrapassado. O mercado financeiro brasileiro, naquele ano, foi influenciado por fatores internos e externos, que geraram fortes alterações nos preços dos ativos. Após a alta verificada no mercado acionário em 1996, em decorrência da estabilidade da economia brasileira após a implantação do Plano Real e da continuidade do programa de privatização, o ano de 1997 começou com a expectativa de alta nos preços das ações brasileiras. Em abril daquele ano, foi aprovada a possibilidade de reeleição para o Presidente da República, entre outros cargos do Poder Executivo. A privatização da Companhia Vale do Rio Doce, ocorrida em 06 de maio de 1997, reforçou a expectativa de alta para o Ibovespa, uma vez que a Telebrás, cujas ações detinham a maior participação no índice à época, seria a próxima grande privatização. A partir de julho, no

entanto, teve início uma grave crise no sudeste asiático, até então destino predileto do capital financeiro internacional.

A estratégia dinâmica iniciou o ano de 1997 com apenas 15,3% da carteira em renda variável. Maiores exposições às ações ocorreram devido à ampliação do limite de risco gerada pela valorização da alocação original. Na primeira quinzena de julho, ao mesmo tempo em que o Ibovespa atingiu sua cotação máxima do ano, a alocação da estratégia dinâmica em renda variável se situava em níveis elevados para todos os limites de risco. Para todos os orçamentos de risco entre 5% e 10% de limite de perda, a alocação em renda variável atingiu 100% na simulação da estratégia.

A crise na Ásia acabou gerando quedas moderadas no Ibovespa a partir de agosto. O aumento de volatilidade observado no índice nesse período não foi suficiente para reduzir, substancialmente, a alocação em ações, uma vez que o limite de perda, formado pelo orçamento de risco inicial mais os ganhos até aquele momento, compensava, em larga escala, o modesto aumento de risco por que passava o mercado.

A sensação geral era de que os fundamentos econômicos e políticos do Brasil livrariam o país dos efeitos da crise asiática, cuja amplitude não era muito clara àquele momento. Em 23 de outubro, no entanto, a Bolsa de Hong Kong sofreu forte queda, o que contaminou os mercados do mundo inteiro. Em poucos dias do final de outubro, o Ibovespa apresentou desvalorização superior a 30%. A forte queda ocorrida no índice em 27 de outubro foi superior ao colchão formado pelo orçamento de risco mais as valorizações até aquele momento. A alocação em renda variável foi, consequentemente, reduzida a zero e assim mantida até o encerramento do ano, o que impediu a estratégia de absorver parte da valorização do Ibovespa ocorrida em novembro e dezembro.

As segundas maiores perdas para cada um dos orçamentos de risco situaram-se na proximidade do limite estabelecido. No geral, a estratégia respeitou o orçamento de risco para os vários limites de perda estabelecidos nas simulações. Esse resultado é compatível com o trabalho de Herold et al (2007).

A SENSIBILIDADE DA ESTRATÉGIA DINÂMICA AO NÍVEL DE CONFIANÇA

O segundo parâmetro investigado foi o nível de confiança, $(1-\alpha)$, escolhido para o cálculo do *VaR* da carteira. Utilizando-se o limite de perda de 5%, foram calculados os retornos da estratégia de alocação dinâmica com base em risco para $(1-\alpha)= 99\%, 97,5\%, 95\%, \text{ e } 90\%$. A Tabela 2 indica, conforme era esperado, que a aplicação da estratégia com

níveis de confiança mais altos gera, em média, maiores retornos, como contrapartida aos maiores riscos incorridos.

TABELA 2: RENTABILIDADE DA ESTRATÉGIA DE ALOCAÇÃO DINÂMICA POR NÍVEL DE CONFIANÇA.

Ano	Nível de Confiança			
	99%	97,5%	95%	90%
1991	30,03%	29,90%	30,72%	68,50%
1992	-2,65%	-3,07%	-3,54%	-4,19%
1993	3,19%	2,82%	2,30%	0,93%
1994	-3,55%	-4,00%	-4,41%	-4,82%
1995	-3,14%	-3,43%	-3,76%	-4,21%
1996	3,96%	4,14%	4,27%	4,78%
1997	-4,98%	-5,22%	-5,40%	-7,52%
1998	-4,82%	-4,92%	-4,97%	-5,00%
1999	24,41%	28,55%	32,93%	37,97%
2000	-3,37%	-3,79%	-4,20%	-4,68%
2001	-3,34%	-3,77%	-4,20%	-4,68%
2002	-2,92%	-3,30%	-3,71%	-4,28%
2003	21,49%	23,91%	26,08%	28,67%
2004	1,59%	1,47%	1,15%	0,24%
2005	2,58%	2,94%	3,31%	3,75%
2006	4,99%	5,10%	4,95%	4,30%
2007	-0,98%	-2,24%	-3,50%	-4,78%
Total	70,36%	72,37%	74,37%	118,11%
Média	3,18%	3,25%	3,32%	4,69%
Mínimo Retorno	-4,98%	-5,22%	-5,40%	-7,52%

Os resultados se referem à estratégia da carteira com o ativo indexado a Selic e o Ibovespa, no período compreendido entre 1991 e 2007. O limite de perda estabelecido é de 5%, e não foi considerado o custo de transação.

Nos anos de 1991, 1999 e 2003, durante os quais o mercado acionário apresentou grande e contínuo processo de valorização, a utilização de menores níveis de confiança possibilitou à estratégia absorver maiores ganhos do que ocorreria com a utilização de maiores níveis de confiança. Nos anos de queda do Ibovespa, os níveis de confiança maiores amorteceram as perdas. Com a utilização de 99% de confiança, até mesmo a perda do ano de 1997 não ultrapassou o limite de perda. Níveis de confiança muito reduzidos na utilização da estratégia geram, no entanto, o risco de perdas muito superiores ao limite estabelecido pelo orçamento, como ocorreu na simulação de retornos no ano de 1997, com um nível de confiança de 90%.

ALOCAÇÃO DINÂMICA X ALOCAÇÃO ESTÁTICA

Para investigar a importância do ajuste dinâmico na estratégia de alocação com base no risco, foram comparados seus retornos com a manutenção de alocação constante a

cada ano. O limite de perda anual foi estabelecido em 5%, e o nível de confiança, em 95%. Na Tabela 3 são mostradas as alocações iniciais pela estratégia baseada em risco, em cada ano, de acordo com os parâmetros definidos. Na coluna “Retorno sem ajuste dinâmico”, são exibidos os retornos caso a alocação inicial fosse mantida por todo o ano. Os retornos decorrentes da aplicação da estratégia dinâmica constam da coluna seguinte.

TABELA 3: RENTABILIDADE DAS ALOCAÇÕES COM E SEM AJUSTE DINÂMICO.

Ano	Alocação Inicial Renda Variável	Retorno sem ajuste Dinâmico	Retorno com ajuste Dinâmico
1991	6,75%	18,88%	30,72%
1992	6,24%	-2,02%	-3,54%
1993	6,55%	5,04%	2,30%
1994	7,07%	-0,72%	-4,41%
1995	8,25%	-2,93%	-3,76%
1996	6,85%	1,95%	4,27%
1997	12,68%	2,05%	-5,40%
1998	17,06%	-8,25%	-4,97%
1999	10,47%	10,52%	32,93%
2000	6,35%	-1,52%	-4,20%
2001	10,76%	2,11%	-4,20%
2002	11,02%	-3,34%	-3,71%
2003	13,43%	8,04%	26,08%
2004	13,44%	0,18%	1,15%
2005	12,05%	0,88%	3,31%
2006	15,17%	-1,72%	4,95%
2007	18,21%	5,17%	-3,50%
Total		36,43%	74,37%
Média	10,73%	1,84%	3,32%
Mínimo Retorno		-8,25%	-5,40%

Os resultados se referem à estratégia da carteira com o ativo indexado a Selic e o Ibovespa, no período compreendido entre 1991 e 2007. O nível de confiança é de 95%, e o limite de perda estabelecido é de 5%. Não foi considerado o custo de transação.

Em nove dos 17 anos simulados, a estratégia dinâmica obteve menor retorno que a alocação estática. No entanto o retorno total da alocação dinâmica foi muito superior à alocação estática. Melhores retornos da alocação dinâmica foram observados em anos de forte queda ou alta do mercado.

No caso de anos com forte queda, a elevação da volatilidade e as perdas incorridas pela carteira foram consumindo o orçamento de risco. Em decorrência disso, a estratégia dinâmica reduziu a alocação no ativo arriscado, chegando, em alguns anos, a alocar todos os recursos da carteira no ativo livre de risco.

Nos anos em que ocorreram altas fortes no Ibovespa, a estratégia dinâmica elevou a alocação em renda variável em decorrência das valorizações iniciais e da redução da volatilidade desse índice, o que acabou gerando maiores ganhos em comparação com a posição estática. A estratégia dinâmica gerou seus melhores retornos nos anos de 1991, 1999 e 2003. Esses três períodos foram iniciados sob a influência dos anos imediatamente anteriores, quando ocorreram fortes desvalorizações no mercado acionário em decorrência de fatores econômicos ou políticos. Como o tempo e a forma para que tais fatores fossem completamente refletidos nos preços dos ativos eram incertos, dificilmente as altas verificadas em 1991, 1999 e 2003 puderam ser previstas.

No início de 1990, o recém-empossado presidente Fernando Collor de Melo, com o objetivo de estancar o processo inflacionário por que passava o país, deu um choque de liquidez na economia, tornando indisponível a maior parte dos ativos monetários em poder do setor privado. Os efeitos foram queda e desorganização da produção, redução do emprego e da renda, além de grande desvalorização no preço dos ativos. A monetização da economia começou a ocorrer a partir de meados de 1990, de forma segmentada e desorganizada. Os vasos comunicantes entre os diversos segmentos econômicos, no entanto, expandiram a monetização para todos os setores. No final daquele ano, já havia novamente sinais de inflação, o que, juntamente com o receio da população de que outro bloqueio de bens monetários pudesse ocorrer, ocasionou um inesperado aumento de demanda por bens reais no ano seguinte, em particular pelas ações.

Em 1998, a crise internacional, iniciada no ano anterior, nos países do sudeste asiático se aprofunda e atinge também a Rússia. Os países com déficit na balança de transações correntes são os mais vulneráveis à crise, devido à forte redução na disponibilidade de capitais externos. Esses países, que até então adotavam o câmbio fixo, foram forçados a realizar grandes desvalorizações em suas moedas, e alguns alteraram a política cambial para câmbio flutuante, em razão do total estrangulamento das contas externas. A partir do segundo semestre de 1998, as condições do balanço de pagamentos do Brasil pioraram consideravelmente, o que levou o Banco Central a promover sucessivos e agressivos aumentos da taxa de juros básica da economia, na tentativa de atrair capitais externos, reduzir o déficit da balança comercial e assim evitar o colapso da política de câmbio fixo. Em janeiro de 1999, a situação das contas externas do Brasil se tornou insustentável, em decorrência do baixíssimo nível das reservas internacionais, a despeito dos vários empréstimos obtidos junto a organismos multilaterais no ano anterior. Após a

tentativa de realizar uma desvalorização do Real de forma regulada, o Banco Central adotou o câmbio flutuante. Ainda em janeiro de 1999, o Real sofreu desvalorização de 65,2% frente ao Dólar norte-americano.

A desvalorização do Real gerou forte queda na cotação das ações brasileiras relativamente ao dólar. Cotações estas já bastante desvalorizadas no ano anterior. Como a adoção do câmbio flutuante possibilitou a perspectiva de redução das taxas de juros básicas, e dado o aumento de competitividade das empresas produtoras de *tradables*, observou-se um aumento de demanda pelas ações no Brasil, o que ocasionou forte alta no Ibovespa em 1999.

Já 2003 foi um ano seguinte a outros muito ruins para a economia brasileira. Após a melhoria das condições macroeconômicas decorrentes da adoção do câmbio flutuante e da regularização das condições do Balanço de Pagamentos, o Brasil enfrentou em 2001 e em 2002 uma inesperada escassez de energia elétrica, o que elevou seu custo e restringiu o crescimento do PIB. Em meio a tudo isso, a perspectiva de um partido de esquerda eleger o Presidente da República provocou a saída de investidores estrangeiros e a desvalorização do Real. A inflação acelerou e, por isso, houve a necessidade de elevação das taxas de juros.

No início de 2003, as perspectivas para a economia brasileira não eram boas, mas, depois das quedas verificadas em 2000, 2001 e 2002, já estavam em grande parte refletidas nos preços das ações. Ao longo de 2003, o novo governo conseguiu restabelecer a confiança dos investidores graças à manutenção do câmbio flutuante e à austeridade na condução da política monetária e fiscal. O capital externo começou, paulatinamente, a investir nos ativos brasileiros e, com o decorrer do ano, os investidores elevaram sua alocação em renda variável. Ao contrário do que era esperado nos primeiros meses, 2003 terminou com forte valorização do Ibovespa.

Uma questão relevante a ser observada nos retornos gerados de estratégias dinâmicas em comparação com a manutenção de alocação estática se refere aos custos de transação. A valorização da estratégia dinâmica relevante para a comparação deve ser líquida dos custos de transação, para que não sejam computados retornos que, na realidade, não podem ser obtidos. Os retornos provenientes da simulação da estratégia dinâmica e da alocação estática, considerando-se custos de transação, estão resumidos na Tabela 4. Os custos de corretagem e de emolumentos incorridos por grandes clientes de renda variável no Brasil são de aproximadamente 11 pontos-base do valor operado. Para assegurar um rápido posicionamento nas realocações definidas pela estratégia dinâmica, houve a

suposição de que qualquer realocação é realizada em duas *tranches*. Inicialmente, a realocação é realizada com o uso de contratos futuros e, posteriormente, essa posição é desfeita com o simultâneo posicionamento em ações à vista. Dessa forma, a realocação dos investimentos supôs a necessidade de três operações, que demandam o pagamento de 33 pontos-base a título de custo de transação.

Uma vez que, na alocação estática, o reposicionamento da carteira ocorre apenas no início de cada ano, somente nessas datas foram reduzidos os custos de transação calculados sobre os valores realocados. Na estratégia dinâmica, a cada realocação são deduzidos os custos de transação sobre a parcela realocada. Os resultados, líquidos de corretagem, da aplicação da estratégia de alocação dinâmica, com base em risco com limite de perda de 5% e nível de confiança de 95%, e da alocação estática durante o ano, são apresentados na Tabela 4.

TABELA 4: RENTABILIDADES LÍQUIDAS DO CUSTO DE TRANSAÇÃO DAS ALOCAÇÕES COM E SEM AJUSTE DINÂMICO.

Ano	Alocação Inicial Renda Variável	Retorno s/ajuste Dinâmico	Retorno c/ajuste Dinâmico
1991	6,75%	18,88%	25,73%
1992	6,24%	-2,08%	-3,72%
1993	6,55%	5,03%	1,06%
1994	7,07%	-0,73%	-4,54%
1995	8,25%	-2,94%	-3,91%
1996	6,85%	1,94%	2,81%
1997	12,68%	2,04%	-5,36%
1998	17,06%	-8,26%	-5,01%
1999	10,47%	10,51%	29,74%
2000	6,35%	-1,57%	-4,44%
2001	10,76%	2,09%	-4,46%
2002	11,02%	-3,35%	-4,05%
2003	13,43%	8,03%	23,57%
2004	13,44%	0,16%	-0,59%
2005	12,05%	0,87%	2,42%
2006	15,17%	-1,73%	2,92%
2007	18,21%	5,16%	-4,27%
Total		36,08%	46,11%
Média	10,73%	1,83%	2,26%
Mínimo Retorno		-8,26%	-5,36%

Os resultados se referem à estratégia da carteira com o ativo indexado a Selic e o Ibovespa, no período compreendido entre 1991 e 2007. O nível de confiança é de 95%, e o limite de perda estabelecido é de 5%. Custos de transação são considerados na estratégia.

Em ambos os casos, não foram considerados na simulação os custos de transação da alocação inicial no ativo arriscado, o que não gera efeito na comparação, uma vez que as duas estratégias incorreram nos mesmos custos. Os custos de transação reduziram consideravelmente os retornos obtidos pela estratégia de alocação dinâmica baseada em risco, o que não ocorreu na alocação estática que é submetida a um único ajuste por ano.

Um resultado inesperado ocorreu em 1997, quando o retorno da estratégia dinâmica, líquida dos custos de transação, foi maior que a obtida sem levar-se em consideração tais custos. Isso ocorreu porque a redução gerada no valor total da carteira pelo pagamento de corretagens ao longo do ano consumiu uma parte do orçamento de risco. Por ocasião do início do movimento de queda ocorrido no Ibovespa a partir de outubro, o valor da carteira era menor quando descontadas as corretagens do que na simulação sem custo de transação, o que ocasionou menor alocação no ativo arriscado no momento de forte queda e, consequentemente, menores perdas.

ALOCAÇÃO DINÂMICA X AQUISIÇÃO DE OPÇÃO DE VENDA

A Tabela 5 apresenta a volatilidade anual utilizada no cálculo do prêmio da opção de venda, o preço encontrado, a alocação resultante no Ibovespa e os retornos da utilização de opção de venda como seguro e da estratégia dinâmica. Em ambos os casos, foram utilizados limite de perda de 5% como orçamento de risco e custo de transação de 33 pontos base. Não foi considerada a corretagem da primeira alocação de ambas as estratégias, nem custo de transação na aquisição das opções de venda.

TABELA 5: RENTABILIDADE DAS ALOCAÇÕES COM BASE NO USO DE OPÇÕES DE VENDA E NA ESTRATÉGIA DE ALOCAÇÃO DINÂMICA BASEADA EM RISCO.

Ano	Volatilidade ano utilizada no cálculo da opção de venda	Prêmio da opção de venda	Alocação em Renda Variável protegida pela opção de venda	Retorno da Estratégia com opção de venda	Retorno com ajuste Dinâmico
1991	82,06%	31,84	15,70%	38,91%	25,57%
1992	98,28%	37,69	13,27%	-5,12%	-3,96%
1993	87,58%	33,85	14,77%	6,34%	1,96%
1994	74,68%	29,11	17,17%	-5,01%	-4,61%
1995	56,66%	22,31	22,42%	-5,03%	-4,13%
1996	79,63%	30,95	16,16%	-0,42%	3,00%
1997	30,49%	12,12	41,26%	2,22%	-5,40%
1998	21,08%	8,40	59,55%	-5,06%	-4,85%
1999	39,49%	15,65	31,94%	27,01%	32,55%
2000	94,20%	36,24	13,80%	-5,14%	-4,24%
2001	37,99%	15,07	33,19%	-5,08%	-4,11%

2002	36,78%	14,59	34,27%	-5,01%	-4,51%
2003	28,31%	11,26	44,41%	21,56%	23,93%
2004	28,28%	11,25	44,46%	-3,95%	1,32%
2005	32,61%	12,95	38,61%	-2,54%	4,30%
2006	24,30%	9,67	51,69%	3,55%	3,77%
2007	19,51%	7,77	64,34%	13,90%	-4,79%
Total				78,14%	56,78%
Média				3,45%	2,68%
Mínimo Retorno				-5,14%	-5,40%

Os resultados se referem à estratégia da carteira com o ativo indexado a Selic e o Ibovespa, no período compreendido entre 1991 e 2007. O nível de confiança é de 95%, e o limite de perda estabelecido é de 5%. Custos de transação são considerados na estratégia.

Além de, por construção, não ter ultrapassado o limite de risco⁶, a alocação no ativo arriscado, juntamente com a manutenção de posição comprada em opções de venda, obteve maior retorno no período dos testes do que a estratégia dinâmica baseada em risco. Beneficiada pela flexibilidade em aumentar a alocação no ativo arriscado, a estratégia dinâmica obteve melhores retornos em anos nos quais o Ibovespa apresentou um contínuo movimento de alta. A estratégia que utilizou as opções de venda obteve maiores rentabilidades nos anos em que, após um primeiro movimento de alta, o Ibovespa apresentou forte e repentina queda, como ocorreu em 1991, 1993, 1997 e 2007. Por ocasião da inesperada queda, a estratégia dinâmica encontrava-se com elevada alocação no ativo de risco e foi forçada a reduzir a alocação no Ibovespa a preços inferiores aos das aquisições mais recentes.

Em cada um desses anos, há um fato aparentemente inesperado, que catalisa um forte movimento de queda, após o Ibovespa ter passado por uma forte valorização. Em 1991, a queda ocorrida no segundo semestre tem como justificativa as denúncias de corrupção contra o Presidente da República à época. Sendo um fato único e inesperado, não há consenso sobre os desdobramentos e as consequências que aquelas denúncias poderiam ter sobre o preço dos ativos. Ao fim de 1991, predominava a sensação de que não haveria maiores consequências, e o Ibovespa voltou a subir. A estratégia dinâmica, que havia reduzido a exposição ao risco no momento anterior, não conseguiu absorver, totalmente, as altas do Ibovespa ocorridas na proximidade do final do ano.

Em outubro de 1993, a instalação de uma Comissão Parlamentar de Inquérito (CPI), com o objetivo de apurar denúncias de corrupção por parte de integrantes da Comissão de

⁶ Os retornos levemente inferiores a 5% observados ocorreram em decorrência do custo de corretagem sobre a alteração de alocação no Ibovespa a cada início de ano.

Orçamento da Câmara dos Deputados, voltou a criar turbulência no mercado financeiro. O movimento de alta nas ações verificado até ali era atribuído à privatização da Companhia Siderúrgica Nacional (CSN), ocorrida no primeiro semestre, e ao encaminhamento de um plano econômico, considerado coerente e factível pelo mercado financeiro, destinado a estancar o processo inflacionário agravado ao longo das últimas duas décadas. A crise institucional, estabelecida a partir da criação da CPI, gerou insegurança quanto à viabilidade política para a continuidade do plano anti-inflacionário, visto que seriam necessárias várias modificações legais para a sua completa implementação. Novamente a estratégia dinâmica estava com elevada alocação no ativo arriscado, por ocasião do movimento de queda ocorrido próximo ao fim do horizonte de investimento do ano de 1993.

No ano de 1997, a anteriormente mencionada crise no sudeste asiático foi a causa da inesperada reversão do movimento de alta do mercado. Já em 2007, após a tendência de alta verificada no primeiro semestre, o Ibovespa sofreu forte queda, acompanhando as desvalorizações ocorridas em todos os principais mercados acionários do mundo, como reflexo dos primeiros sintomas relacionados à crise do *subprime*. Nos últimos meses do ano, entretanto, o Ibovespa voltou a se valorizar, devido à forte alta nos preços das *commodities* no mercado internacional, o que foi benéfico para várias empresas com grande representatividade no índice. A estratégia dinâmica também nesse ano sofreu fortes perdas devido à grande exposição em renda variável por ocasião das quedas, reduziu a alocação no Ibovespa e não conseguiu absorver completamente os ganhos ocorridos próximo ao fim do ano.

Embora a utilização de opção de venda como forma de absorver ganhos de um mercado em tendência de alta, limitando as possíveis perdas anuais a um determinado valor, tenha apresentado melhores retornos na simulação realizada, é importante lembrar que o mercado de opções de venda no Brasil é muito restrito. Usualmente, os negócios com opções de venda, principalmente com prazo de vencimento superior a dois meses, só são realizados em mercado de balcão. O custo de transação efetivo depende, portanto, do *spread* praticado pelas contrapartes disponíveis. Além disso, caso não tenha registro em *clearings* na modalidade com garantia, o negócio tem um risco de contraparte que precisa ser considerado na decisão.

INCORPORAÇÃO DE UM PARÂMETRO DE NEGOCIAÇÃO NA ALOCAÇÃO DINÂMICA

Visto que a alocação da estratégia dinâmica baseada em risco é calculada com base em uma distribuição contínua, realocações entre o ativo arriscado e o ativo sem risco são realizadas diariamente. Para reduzir o elevado giro da carteira na estratégia de alocação dinâmica, foram calculados os retornos para diversos níveis de negociação. A realocação diária indicada pela estratégia somente ficou condicionada a um nível de negociação mínimo, definido na forma de percentual do valor da carteira total. Assim, foi possível reduzir o giro da carteira, representado pelo somatório anual das proporções, em relação ao valor da carteira, dos negócios realizados. Nos cálculos resumidos na Tabela 6, foram utilizados orçamento de risco de 5%, nível de confiança de 95% e custo de transação de 33 pontos-base. Nela são resumidos os retornos e os giros anuais da carteira, além da relação retorno/giro calculada para todo o período avaliado para cada nível de negociação estabelecida.

TABELA 6: RETORNO E GIRO DA ESTRATÉGIA DE ALOCAÇÃO DINÂMICA POR NÍVEL DE NEGOCIAÇÃO.

Data	Negociação.= 0		Negociação.= 1%		Negociação.= 2%		Negociação.= 3%		Negociação.= 4%		Negociação.= 5%	
	Retorno	Giro	Retorno	Giro	Retorno	Giro	Retorno	Giro	Retorno	Giro	Retorno	Giro
1991	25,73%	930,9%	25,36%	890,1%	23,83%	795,7%	23,52%	777,4%	25,40%	781,0%	25,57%	736,5%
1992	-3,72%	95,8%	-3,61%	61,0%	-3,36%	44,9%	-3,79%	38,1%	-4,09%	31,0%	-3,96%	25,6%
1993	1,06%	379,8%	1,15%	348,6%	2,14%	330,5%	1,38%	302,2%	1,94%	299,7%	1,96%	270,7%
1994	-4,54%	150,5%	-4,55%	103,5%	-4,36%	77,3%	-4,27%	55,0%	-4,59%	26,1%	-4,61%	31,6%
1995	-3,91%	76,9%	-3,74%	53,5%	-3,72%	45,0%	-4,34%	14,5%	-3,82%	27,9%	-4,13%	25,3%
1996	2,81%	406,2%	2,87%	374,1%	3,06%	323,6%	3,13%	282,2%	3,39%	279,9%	3,00%	277,1%
1997	-5,36%	759,9%	-5,37%	744,7%	-5,37%	699,4%	-5,38%	664,7%	-5,38%	659,2%	-5,40%	598,1%
1998	-5,01%	99,6%	-4,99%	57,9%	-5,00%	42,8%	-5,00%	37,1%	-4,75%	33,5%	-4,85%	26,4%
1999	29,74%	384,7%	28,69%	343,7%	31,32%	320,2%	33,28%	292,4%	32,82%	267,3%	32,55%	219,2%
2000	-4,44%	152,9%	-4,45%	108,5%	-4,26%	87,9%	-4,23%	77,2%	-4,45%	47,6%	-4,24%	51,2%
2001	-4,46%	139,8%	-4,38%	102,2%	-4,49%	77,6%	-4,65%	53,6%	-4,45%	61,2%	-4,11%	98,6%
2002	-4,05%	134,4%	-3,96%	103,2%	-3,89%	91,1%	-4,45%	44,1%	-4,01%	71,1%	-4,51%	36,0%
2003	23,57%	347,3%	25,06%	274,0%	24,66%	248,9%	26,28%	216,3%	24,55%	235,2%	23,93%	247,5%
2004	-0,59%	374,2%	-0,36%	315,2%	0,12%	281,8%	0,54%	257,7%	0,65%	223,6%	1,32%	224,2%
2005	2,42%	501,1%	2,79%	456,1%	3,28%	406,8%	3,19%	364,4%	3,34%	358,7%	4,30%	355,0%
2006	2,92%	438,2%	3,27%	394,1%	3,34%	361,1%	3,80%	329,6%	3,18%	327,0%	3,77%	317,3%
2007	-4,27%	767,9%	-4,27%	746,8%	-4,29%	703,8%	-4,26%	722,6%	-4,24%	706,2%	-4,79%	646,5%
Retorno Total	46,11%		48,50%		53,4%		54,88%		56,20%		56,78%	
Retorno Médio	2,26%		2,35%		2,55%		2,61%		2,66%		2,68%	
Giro Médio		361,2%		322,2%		290,5%		266,4%		261,0%		246,3%
Retorno/Giro		0,128		0,151		0,184		0,206		0,215		0,231

Os resultados se referem à estratégia da carteira com o ativo indexado a Selic e o Ibovespa, no período compreendido entre 1991 e 2007. O nível de confiança é de 95%, e o limite de perda estabelecido é de 5%. Custos de transação são considerados na estratégia.

É possível perceber a redução dos pagamentos de corretagens em virtude da redução do giro, ocasionada pela adoção de um limite mínimo para realocação dos ativos.

A ALOCAÇÃO DINÂMICA SOB AS REGRAS DOS FUNDOS DE PENSÃO BRASILEIROS

Para ampliar o escopo do estudo, foram aplicados neste teste os limites legais para alocação de investimentos nos fundos de pensão brasileiros.⁷ A aplicação da estratégia dinâmica com base em risco por um fundo de pensão no Brasil depende dos limites de alocação por segmento, ou classe de investimentos. O limite de 50% dos investimentos na alocação no ativo representativo da renda variável foi introduzido nos testes para cumprir o limite a que estão submetidos os fundos de pensão no Brasil. Alocações no Ibovespa superiores a 50% ocorreram apenas de forma passiva, devido à valorização do Ibovespa em relação à aplicação no ativo livre de risco. Nesse caso, não foram feitas alocações adicionais no ativo arriscado, até que sua alocação corresponesse a menos de 50% da carteira de investimentos.

Na Tabela 7, são apresentados os retornos da aplicação da estratégia dinâmica com orçamento de risco de 5%, nível de confiança de 95%, custos de corretagem de 33 pontos-base, limite mínimo de negociação de 3% do valor da carteira e limite máximo de alocação em renda variável de 50% dos investimentos. Como base de comparação, são reproduzidos os resultados obtidos com um limite máximo de renda variável de 100% dos investimentos, mantidos os demais parâmetros.

TABELA 7: RENTABILIDADES DA ESTRATÉGIA DINÂMICA POR LIMITE DE ALOCAÇÃO EM RENDA VARIÁVEL.

Ano	Retorno da Estratégia de Ajuste Dinâmico Alocação máxima em RV = 100%	Retorno da Estratégia de Ajuste Dinâmico Alocação máxima em RV = 50%
1991	23,52%	42,81%
1992	-3,79%	-3,79%
1993	1,38%	2,09%
1994	-4,27%	-4,27%
1995	-4,34%	-4,34%
1996	3,13%	3,45%

⁷ Esta limitação também pode ser estendida para alguns fundos de investimento.

1997	-5,38%	-5,12%
1998	-5,00%	-5,00%
1999	33,28%	24,29%
2000	-4,23%	-4,23%
2001	-4,65%	-4,65%
2002	-4,45%	-4,45%
2003	26,28%	17,79%
2004	0,54%	0,70%
2005	3,19%	3,19%
2006	3,80%	3,86%
2007	-4,26%	4,68%
Total	54,88%	72,82%
Média	2,61%	3,27%
Mínimo Retorno	-5,38%	-5,12%

Os resultados se referem à estratégia da carteira com o ativo indexado a Selic e o Ibovespa, no período compreendido entre 1991 e 2007. O nível de confiança é de 95%, o limite de perda estabelecido é de 5% e o limite mínimo de negociação é de 3% do valor da carteira. Custos de transação são considerados na estratégia. O limite máximo de alocação em renda variável é de 50% dos investimentos. Como base de comparação, são reproduzidos os resultados obtidos com um limite máximo de renda variável de 100% dos investimentos, mantidos os demais parâmetros.

O retorno da aplicação da estratégia dinâmica submetida ao limite de 50% de alocação voluntária em renda variável, ao contrário do esperado, foi superior à rentabilidade obtida com um limite de 100%. Sob uma condição mais restritiva, era de se esperar que os retornos fossem menores, mas isso não foi observado.

Além de reduzir, consideravelmente, o giro da carteira e, consequentemente, as despesas com corretagens, o limite de 50% em renda variável impediu que a estratégia dinâmica apresentasse alocações excessivamente elevadas nos anos com súbita alteração da tendência de alta para baixa, com uma leve recuperação nos últimos meses. Em 1991, 1993 e 2007 a preservação de uma parcela maior do orçamento de risco permite à alocação com menor limite de exposição à renda variável retomar as posições por ocasião das altas ao final do ano. Em 2007, o limite de 50% não é suficiente para preservar o orçamento de risco, e não há diferença significativa para o limite de 100% em renda variável. Nos anos em que a tendência de alta é contínua, a possibilidade de manter maior exposição no Ibovespa gerou melhor retorno, como em 1999 e 2003. Nos anos de tendência de baixa, as rentabilidades da estratégia dinâmica sob ambos os limites foram semelhantes.

Os resultados encontrados motivaram a investigação sobre a eficácia da adoção de um limite de exposição ao ativo de renda variável. Conforme foi observado na simulação anterior, a função do limite é impedir que a estratégia dinâmica eleve excessivamente exposição ao risco nos períodos de forte tendência de alta, quando o mercado reage com

grandes e súbitas desvalorizações ao surgimento de notícias negativas. Com os mesmos parâmetros da simulação anterior, são mostrados na Tabela 8 os efeitos da adoção de limites entre 10% e 100% na alocação em renda variável sobre o retorno e o giro.

TABELA 8: RETORNO E GIRO DA ESTRATÉGIA DINÂMICA POR LIMITE DE ALOCAÇÃO EM RENDA VARIÁVEL.

Ano	Alocação Máxima em Renda Variável									
	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
1991	16,19%	24,22%	32,63%	37,90%	42,81%	43,69%	41,24%	29,15%	24,03%	23,52%
1992	-2,66%	-3,79%	-3,79%	-3,79%	-3,79%	-3,79%	-3,79%	-3,79%	-3,79%	-3,79%
1993	5,02%	7,71%	5,87%	2,75%	2,09%	1,98%	1,91%	1,73%	1,56%	1,38%
1994	0,22%	-4,27%	-4,27%	-4,27%	-4,27%	-4,27%	-4,27%	-4,27%	-4,27%	-4,27%
1995	-4,34%	-4,34%	-4,34%	-4,34%	-4,34%	-4,34%	-4,34%	-4,34%	-4,34%	-4,34%
1996	1,93%	3,28%	3,55%	3,15%	3,45%	3,56%	3,24%	3,02%	3,06%	3,13%
1997	2,98%	4,03%	3,94%	-5,60%	-5,12%	-4,72%	-6,12%	-5,38%	-5,38%	-5,38%
1998	-5,14%	-5,00%	-5,00%	-5,00%	-5,00%	-5,00%	-5,00%	-5,00%	-5,00%	-5,00%
1999	8,20%	14,75%	18,18%	22,51%	24,29%	26,68%	28,58%	30,18%	32,02%	33,28%
2000	-1,99%	-4,23%	-4,23%	-4,23%	-4,23%	-4,23%	-4,23%	-4,23%	-4,23%	-4,23%
2001	-3,14%	-4,65%	-4,65%	-4,65%	-4,65%	-4,65%	-4,65%	-4,65%	-4,65%	-4,65%
2002	-3,41%	-4,45%	-4,45%	-4,45%	-4,45%	-4,45%	-4,45%	-4,45%	-4,45%	-4,45%
2003	5,45%	9,45%	13,11%	15,78%	17,79%	19,19%	21,12%	22,94%	24,69%	26,28%
2004	0,14%	0,18%	0,55%	0,85%	0,70%	0,70%	0,58%	0,60%	0,59%	0,54%
2005	0,22%	1,23%	2,29%	2,98%	3,19%	3,19%	3,19%	3,19%	3,19%	3,19%
2006	1,51%	2,44%	2,43%	3,30%	3,86%	4,32%	3,39%	3,46%	3,62%	3,80%
2007	2,93%	4,29%	4,38%	4,31%	4,68%	4,51%	3,08%	-3,85%	-4,24%	-4,26%
Total	24,40%	42,87%	62,24%	59,94%	72,82%	80,62%	75,53%	54,58%	52,10%	54,88%
Média	1,29%	2,12%	2,89%	2,80%	3,27%	3,54%	3,37%	2,59%	2,50%	2,61%
Mínimo										
Retorno	-5,14%	-5,00%	-5,00%	-5,60%	-5,12%	-5,00%	-6,12%	-5,38%	-5,38%	-5,38%
Giro da										
Carteira	16,3%	36,2%	57,8%	86,2%	106,5%	125,8%	173,2%	226,7%	253,5%	266,4%

Os resultados se referem à estratégia da carteira com o ativo indexado a Selic e o Ibovespa, no período compreendido entre 1991 e 2007. O nível de confiança é de 95%, o limite de perda estabelecido é de 5% e o limite mínimo de negociação é de 3% do valor da carteira. Custos de transação são considerados na estratégia.

Os resultados encontrados indicam que a utilização de um limite de posição no ativo arriscado pode melhorar a rentabilidade da estratégia de alocação dinâmica com base no risco. O limite de exposição estanca a tendência da estratégia dinâmica de assumir maiores posições a cada alta do ativo arriscado. No início dos movimentos de alta, essa característica contribui positivamente, pois nem sempre o movimento de alta pode ser previsto. A partir de certo tamanho de alocação, no entanto, aumenta muito o risco de a estratégia ser obrigada a zerar suas posições arriscadas, caso ocorram perdas momentâneas que consumam o limite de perda.

BACKTEST DA ESTRATÉGIA DE ALOCAÇÃO DINÂMICA BASEADA EM RISCO COM OS ATIVOS IB, IM E IS

O *backtest* da estratégia dinâmica com duas classes de ativos arriscados, mesmo com o artifício de encurtamento do horizonte de investimento de anual para semestral, não pode contar com grande diversidade de situações de mercado. Entre o segundo semestre de 2004 e o primeiro semestre de 2008, período em que os retornos da estratégia foram calculados, houve relativa tranqüilidade nos mercados financeiros brasileiros, em comparação com os anos entre 1991 e 2003.

O orçamento de risco utilizado é de 2,5% para cada horizonte de investimento de curto prazo, nível de confiança de 95%, custo de transação de 33 pontos-base, negociação mínima de 3% do total da carteira e limite de 50% para alocação voluntária em *IB* e 100% em *IM*. Os resultados da aplicação da estratégia e os da manutenção de alocação fixa ao longo do horizonte de investimento de curto prazo são exibidos na Tabela 9.

TABELA 9: RENTABILIDADES LÍQUIDAS DO CUSTO DE TRANSAÇÃO DAS ALOCAÇÕES COM E SEM AJUSTE DINÂMICO UTILIZANDO DOIS ATIVOS ARRISCADOS.

Período	Alocação Fixa			Retorno da Estratégia com Ajuste Dinâmico
	Alocação em <i>IB</i>	Alocação em <i>IS</i>	Retorno	
2º Sem 2004	6,9%	5,7%	1,0%	2,7%
1º Sem 2005	9,8%	8,6%	-1,4%	-2,6%
2º Sem 2005	9,3%	8,1%	1,9%	2,4%
1º Sem 2006	9,9%	8,7%	0,0%	-2,6%
2º Sem 2006	10,5%	9,3%	2,1%	2,5%
1º Sem 2007	7,8%	6,7%	1,6%	2,8%
2º Sem 2007	8,8%	7,6%	0,7%	-1,9%
1º Sem 2008	9,2%	8,2%	-0,3%	-1,8%
Total	9,04%	7,89%	5,71%	1,35%
Média			0,70%	0,17%
Mínimo Retorno			-1,43%	-2,56%

Os resultados se referem à estratégia da carteira com o ativo indexado a Selic, o Ibovespa e o ativo indexado a inflação, no período compreendido entre o segundo semestre de 2004 e o primeiro semestre de 2008. O nível de confiança é de 95%, o limite de perda estabelecido é de 2,5%, e o limite mínimo de negociação é de 3% do valor da carteira. Custos de transação são considerados na estratégia.

Apesar de o retorno da aplicação da estratégia total ter sido positivo no período analisado, ele foi inferior ao obtido pela manutenção da alocação em que os ajustes foram feitos apenas no início do período, de acordo com os parâmetros da alocação baseada em risco. Nos semestres em que a estratégia dinâmica obteve retornos positivos, eles foram maiores que os obtidos pela estratégia de alocação fixa, indicando que a estratégia dinâmica conseguiu absorver ganhos nas fases de tendência de alta dos mercados arriscados.

Em dois períodos, 1º Semestre de 2005 e de 2006, a estratégia dinâmica ultrapassou o orçamento de risco em pequeno valor percentual. No geral, os testes com os dois ativos arriscados não indicaram uma clara vantagem da utilização da estratégia dinâmica. O retorno observado no período simulado não parece compatível com a necessidade de estimação dos vários parâmetros e das dificuldades operacionais necessários à implementação. Esses resultados são contrários aos do trabalho de Herold et al (2007).

CONCLUSÃO

Este trabalho investiga realocações dinâmicas entre as principais classes de ativos no mercado brasileiro. A metodologia empregada é baseada no trabalho de Herold et al. (2007), utilizada para replicar estratégias de investimento de fundos de pensão.

O estudo faz uma exaustiva investigação da influência das variáveis limite de perda, nível de confiança, custos de transação, nível de negociação mínima e limite de alocação em renda variável.

O *backtest* da estratégia de retorno total baseada em risco evidenciou algumas situações de mercado nas quais sua aplicação foi potencialmente lucrativa e outras em que ela deveria ter sido evitada. Os retornos dos testes em que o Ibovespa foi o único ativo de risco foram compatíveis com o objetivo de limitar perdas no curto prazo e de gerar retornos positivos no longo prazo. Além disso, a estratégia dinâmica se mostrou capaz de absorver ganhos em períodos quando os ativos arriscados estavam muito deprimidos, refletindo uma situação econômica ou política desfavorável. Em contrapartida, sua utilização em mercados que já tinham apresentado fortes movimentos de alta não foi apropriada, em virtude de a elevação contínua de posições ter causado uma ampliação do limite de perda. Outra explicação se deve à incerteza quanto à estabilidade dos parâmetros necessários ao seu funcionamento. Como o comportamento dos mercados muda constantemente de padrão, a utilização de estratégias de alocação automáticas resulta em perdas.

Assim como ocorre com todos os modelos que dependem do uso de projeção de desvio padrão, a estratégia de alocação dinâmica com base em risco tem como limitação o uso de dados passados para a estimação desse parâmetro. A utilização do modelo EWMA para estimação do desvio padrão da série dos ativos arriscados, no entanto, usualmente melhora a captação de mudança de padrão de comportamento. A aproximação das

variáveis de risco pela distribuição normal também é uma limitação do estudo, o que é inerente a modelos nos quais não se conhece a distribuição da população.

A utilização das cotações de fechamento para o cálculo das alocações dinâmicas da estratégia testada pode gerar resultados diversos daqueles que seriam obtidos sob condições reais. Mesmo supondo-se a utilização de ativos muito líquidos nas alocações, é improvável que as operações de compra e venda de ativos ocorra exatamente nas cotações de fechamento. Como usualmente, pela lógica da estratégia, o aumento de posições no ativo arriscado ocorre durante movimentos de alta do mercado e vice-versa, é possível que descontinuidades nos preços negociados ou a iliquidez dos ativos impeçam a realização de operações nas cotações e nos volumes empregados na simulação. A última limitação desta pesquisa é que a disseminação de estratégias dinâmicas de natureza cíclica tem o potencial de autoalimentar os movimentos iniciais do mercado tanto na alta como na baixa, o que as transfere da categoria de tomadoras de preço para a de formadoras de preço. Com isso, a estratégia contribuiria para a formação de bolhas ou de depreciações iracionais nos preços dos ativos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANBID. Análise Diária da Indústria de Fundos de Investimento, 2008. Disponível em: <www.anbid.com.br>.
- ANDRADE, F. Alocação de ativos no mercado acionário brasileiro segundo o conceito de Downside Risk. **Revista de Gestão USP**, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 27-36, 2006.
- BENARTZI, S.; THALER, R. Myopic loss aversion and the equity premium puzzle. **Quarterly Journal of Economics**, 110(1), p. 73-92, Feb. 1995.
- BLACK, F.; SCHOLES, M. S. The pricing of options and corporate liabilities. **Journal of Political Economy**, 81(3), p. 637-654, May/June 1973.
- CHONGHUI, J.; YONGKAI, M.; YUNBI, A. The effectiveness of the VaR-based portfolio insurance strategy: an empirical analysis. **International Review of Financial Analysis**, 18(4), p. 185-197, Sept. 2009.
- CONSOLIDADO Estatístico Agosto 2008. **Revista Fundos de Pensão**. Revista da ABRAPP, SINDAPP e ICSS, Ano 27, n. 346, p. 126, nov. 2008.
- DICHTL, H.; DROBETZ, W. Portfolio insurance and prospect theory investors: popularity and optimal design of capital protected financial products. **Journal of Banking & Finance**, 35(7), p. 1683-1697, July 2011.

DIERKES, M.; ERNER, C.; ZEISBERGER, S. Investment horizon and the attractiveness of investment strategies: a behavioral approach. **Journal of Banking & Finance**, 34(5), p. 1032-1046, May 2010.

FRAGA, E. Aversão míope a perdas em planos de previdência no Brasil. **Revista Brasileira de Risco e Seguro**, v. 2, n. 4, p.1-17, out./mar. 2007.

HEROLD, U. et al. Total returns strategies for multi-asset portfolios. **The Journal of Portfolio Management**, p. 60-76, Winter 2007.

HEROLD, U.; MAURER, R.; PURSCHAKER, N. Total return fixed-income portfolio management. **The Journal of Portfolio Management**, p. 32-43, Spring 2005.

JIANG, C.; MA, Y.; AN, Y. The effectiveness of the VaR-based portfolio insurance strategy: an empirical analysis. **International Review of Financial Analysis**, 18(4), p. 185-197, Sept. 2009.

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Prospect theory: an analysis of decision under risk. **Econometrica**, 47(2), p. 263-292, Mar. 1979.

METODOLOGIA DO ÍNDICE DE MERCADO ANDIMA ABRIL DE 2005. Disponível em: <http://www.andima.com.br/ima/arqs/ima_cartilha.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2008.

MORGAN, J. P. (Ed.). **RiskMetrics—technical document**. 4. ed. New York, 1996.

OECD, **Pension markets in focus**, Issue 4, November 2007.

STULZ, R. M. Options on the minimum or the maximum of two risky assets. **Journal of Financial Economics**, 10(2), p. 161-185, July 1982.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. Loss aversion in riskless choice: a reference dependent model. **Quarterly Journal of Economics**, 106, p. 1039-1061, 1991.