Camarena Gallardo, Patricia
Epistemología de las impedancias complejas en ingeniería
Innovación Educativa, vol. 12, núm. 58, enero-abril, 2012, pp. 35-54
Instituto Politécnico Nacional
Distrito Federal, México

Epistemología de las impedancias complejas en ingeniería

Patricia Camarena Gallardo
Instituto Politécnico Nacional

Resumen

El presente artículo trata una investigación sobre epistemología, relacionada con la génesis de las impedancias complejas en ingeniería eléctrica y ramas afines. El problema de investigación se aborda desde la interdisciplinariedad de la matemática y la ingeniería y se considera el término *epistemología* como es concebido por Popper. La investigación se fundamenta en la *teoría de la Matemática en el contexto de las ciencias*. Durante el desarrollo del trabajo se observa cómo la ingeniería requiere de los procesos de la matemática para generar objetos que le permitan trabajarla de forma más eficiente. También se observan procesos epistemológicos que dan cuenta del surgimiento de objetos vinculados a diversas áreas y cómo las áreas disciplinarias contribuyen a construir procesos interdisciplinarios.

Palabras clave
Impedancias complejas, epistemología, interdisciplinariedad, matemáticas en contexto, ingeniería, matemáticas, génesis.

Epistemology of complex impedances in engineering

Abstract

This paper treats a study on epistemology, related to the genesis of complex impedances in electrical engineering. The research problem is approached from the interdisciplinary perspective of mathematics and engineering and the term epistemology is conceived according to Popper's ideas. This research is based on the theory of mathematics in the context of the sciences. The development shows how engineering needs mathematical processes to create objects that allow it to function better. We can also observe epistemological process that obtain objects linked with different areas and how various disciplinary areas contribute to build interdisciplinary processes.

Key words
Complex impedances, epistemology, interdisciplinarity, mathematics in context, engineering, mathematics, genesis.

Recibido: 16/03/2012
Aceptado: 23/04/2012

Introducción

El presente artículo aborda una investigación sobre epistemología que versa sobre las impedancias complejas, un concepto empleado en las áreas de la ingeniería eléctrica, electrónica, comunicaciones, control y ramas afines. No se trata de ver cómo se emplean éstas en la ingeniería, sino de exponer su génesis desde la interdisciplinariedad de la matemática con la ingeniería, tema abordado por *la teoría de la Matemática en el contexto de las ciencias*.

Para iniciar, es importante describir la concepción de epistemología empleada en el presente artículo ya que hay diversas formas de concebir este concepto. El término *epistemología* proviene del griego, sus raíces son *episteme* que es el verdadero conocimiento (ciencia) y *logos* entendido como estudio o tratado (Glosario de términos filosóficos, 2011). Además, en la antigua Grecia, el tipo de conocimiento llamado *episteme* era considerado opuesto al conocimiento denominado *doxa;* la *doxa* era el conocimiento ordinario del ser humano, no sometido a una rigurosa reflexión crítica, mientras que la *episteme* era el saber construido metodológicamente en oposición a las opiniones individuales (Diccionario de la Real Academia Española, 2001); de ahí que al término epistemología se le considere con frecuencia como teoría del conocimiento. En la misma dirección, para Platón *la episteme es el verdadero conocimiento, que sólo puede serlo de lo inmutable, de la verdadera realidad, de las ideas, en contraposición a la doxa*, la opinión, al conocimiento de la realidad sensible (Glosario de términos filosóficos, 2011). Para Aristóteles la epistemología es ciencia y tiene por objeto conocer las cosas en su esencia y en sus causas (Tamayo, 2001).

Por otro lado, en el Diccionario de la Real Academia Española (2001) se define a la epistemología como la doctrina de los fundamentos y métodos del conocimiento científico. En diccionarios referentes a la educación se concibe a la epistemología como el área que se ocupa de cuestiones relativas a la teoría de las ciencias (Diccionario de las Ciencias de la Educación, 2005).

Lo anterior no es suficiente para contar con una concepción única sobre epistemología porque, al igual que en las ciencias básicas (Camarena, 2006), cada concepto y tema tiene diversas concepciones. La teoría de la epistemología no se escapa de ello. A *grosso modo*, hay dos enfoques del concepto de epistemología sin que sean ajenos entre sí, uno es del filósofo de la ciencia del siglo XX Karl Popper, nacido en Austria (1902-1994) y el otro es de Jean Piaget, biólogo suizo (1896-1980) quien desarrolló de manera detallada la epistemología genética (Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2012).

Para Popper la epistemología se define a través de tres características: 1. El interés acerca de la validez del conocimiento, aunque para él la forma en cómo el sujeto adquiera dicho conocimiento es irrelevante para su validez. 2. La ciencia es considerada sólo en cuanto al lenguaje lógico estudiado desde un punto de vista objetivo, es decir, la epistemología se ocupa de los enunciados de la ciencia y de sus relaciones lógicas, las cuales permiten su justificación. 3. Posee un carácter lógico-metodológico, es decir, normativo y filosófico.

Para Piaget la epistemología se caracteriza por principios opuestos a los formulados por Popper, ya que sus trabajos se centran en la cognición, en cómo aprende el ser humano. A él le interesa la validez del conocimiento pero también las condiciones de construcción del conocimiento válido, de ahí que el sujeto que adquiere el conocimiento sea relevante para el enfoque epistemológico de Piaget; además, la epistemología también debe ocuparse de la génesis de los enunciados científicos y de los múltiples aspectos de la ciencia que trascienden la dimensión estrictamente lingüística y lógico-formal.

Así, el enfoque epistemológico de Popper se dirige al conocimiento científico, su validez, las relaciones lógicas que permiten su justificación y lo normativo y filosófico de la ciencia. Para Popper en el trabajo epistemológico también hay que analizar las situaciones problemáticas de la ciencia (Popper, 1980). El enfoque de Piaget es una epistemología genética referida al desarrollo del conocimiento desde el nacimiento del sujeto, donde trata de descubrir las raíces de los distintos tipos de conocimiento desde sus formas más elementales, siguiendo su desarrollo en los niveles ulteriores hasta llegar al pensamiento científico (Piaget, 1991).

Entonces, de forma general se puede decir que Popper se centra en la ciencia y Piaget en el ser humano. Tamayo (2001) los distingue como la epistemología formal y la epistemología genética, respectivamente. Tomando en cuenta lo anterior y sin la sutileza de los preceptos de la filosofía, en este artículo al término epistemología se le concibe en el sentido general expresado por Popper. Para Tamayo (2001) la epistemología formal se refiere al análisis directo de los conocimientos, para determinar sus condiciones formales y su relación con otras ciencias y la experiencia, es decir, el conocimiento se estudia bajo el aspecto de juicios y razonamientos que lo han hecho posible, lo cual requiere del apoyo de la lógica.

Así, atendiendo la temática del artículo, tiene una situación epistemológica en las relaciones entre la matemática y la ingeniería. Además, la matemática en áreas de ingeniería, como menciona Camarena (2000), es una disciplina fundamental porque caracteriza a las ciencias de la ingeniería como científicas, también, permite pronosticar comportamientos, ayuda a optimizar diseños y recursos, minimizar errores, realizar cálculos teóricos en vez de cálculos prácticos y con ello ahorrar tiempo y recursos, también proporciona mayor precisión al análisis de un problema de ingeniería, es uno de los medios que permite al ingeniero desarrollar un espíritu científico (amor a la verdad) y un criterio analítico y crítico (con fundamentación y argumentación), y le otorga un orden lógico y disciplina mental que favorecen el desarrollo de su vida profesional. Es además un lenguaje y una herramienta de trabajo de la ingeniería.

Por otro lado, la calidad del egresado de ingeniería requiere de conocimientos fundamentados y no sólo la praxis de los procesos y métodos empleados en esta disciplina; esta situación implica un enfoque específico en los procesos de formación del ingeniero (Camarena, 2006). Cuando se desconoce la génesis de los objetos o herramientas empleadas en una área del conocimiento, se impide un verdadero trabajo y conocimiento científico, donde éstos implican el conocimiento a la verdad, el desarrollo de juicios sustentados, así como el desarrollo de un espíritu crítico, analítico y científico (Camarena, 2000, 2006). Bunge (1975) menciona, respecto al conocimiento científico que éste es racional y objetivo, analítico, claro y preciso, verificable, sistemático y predictivo, y que trasciende los hechos. Esta situación indica que, para el desarrollo de la ciencia, se debe contar con los elementos descritos. Cuando se trabaja la ingeniería desconociendo el origen de los procesos y métodos utilizados, el desarrollo que se haga con éstos carecerá de claridad y objetividad principalmente y los avances científicos serán limitados, es decir, la epistemología de la ingeniería tendrá repercusión en los procesos sociales en donde incide.

De lo anterior se desprende la necesidad de atender el problema de la génesis de conceptos y procesos de la ingeniería para lograr una formación en el futuro egresado que contribuya al desarrollo de la ingeniería en forma científica (Camarena, 2006). En particular se aborda la génesis del concepto de impedancias complejas, las que permiten en la labor profesional de la ingeniería eléctrica y ramas afines, contar con un proceso metodológico que favorece la eficiente resolución de circuitos eléctricos en el régimen permanente.

Problema de investigación

Tomando en cuenta lo descrito anteriormente, el problema de investigación se centra en conocer la génesis de las impedancias complejas en ingeniería, para dar una visión epistemológica a las áreas que las emplean y que su conocimiento al aplicarlas no sea de una caja negra, lo cual contribuye a generar una conciencia de trabajo científico.

Como las impedancias complejas en ingeniería son un entramado de dos ciencias: la matemática y la ingeniería, la investigación se conciben como un problema interdisciplinario de tipo epistemológico.

Objetivo de investigación

El propósito de la investigación es identificar la génesis de las impedancias complejas en la ingeniería, desde la óptica epistemológica de la interdisciplinariedad entre la matemática y la ingeniería eléctrica.

El abordaje de la génesis de las impedancias complejas desde la interdisciplinariedad es una investigación que se lleva a cabo desde la fase epistemológica de la *teoría de la Matemática en el contexto de las ciencias*.

Marco teórico

La *Matemática en el contexto de las ciencias* es una teoría que nace desde 1982 en México, la cual reflexiona acerca de la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren, entre la matemática y las competencias profesionales y laborales, así como su relación con actividades de la vida cotidiana (Camarena, 1984, 1987, 1990, 2000, 2001_a, 2008).

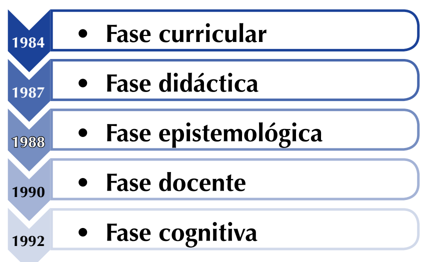
La teoría se fundamenta (Camarena, 2000) en los paradigmas epistemológicos de conocimientos integrados y en la función de la matemática en profesiones en donde no es una meta por sí misma, es decir, en donde no se van a formar matemáticos; también se fundamenta en paradigmas cognitivos, sociales y educativos, los cuales, de forma agrupada se describen en la figura 1.

Figura 1. Fundamentos de la Matemática en el Contexto de las Ciencias.

Fuente: *Elaboración de la autora.*

El supuesto filosófico educativo de esta teoría es que el estudiante esté capacitado para hacer la transferencia del conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren y con ello las competencias profesionales y laborales se vean favorecidas; de hecho, se busca una matemática para la vida, con lo que *la Matemática en el contexto de las ciencias* es una teoría con gran incidencia social. La teoría ha desarrollado una línea de pensamiento hacia conocimientos integrados, incidiendo en la interdisciplinariedad dentro del ambiente de aprendizaje y con formación integral. La teoría considera al ambiente de aprendizaje como un sistema que involucra cinco fases, las cuales se describen en la figura 2.

Figura 2. Fases de la teoría de la Matemática en el contexto de las ciencias y sus años de origen.



***Fuente**: Elaboración de la autora.*

El tipo de problemática abordada en esta investigación incide en la fase epistemológica de la teoría, a través de la cual se realizan estudios sobre el contenido matemático vinculado con otras ciencias. Además, tomando en cuenta que las cinco fases de la teoría no son independientes unas de las otras, en la investigación será necesario considerar el proceso metodológico de contextualización, perteneciente a la fase didáctica de la *teoría de la Matemática en el contexto de las ciencias.*

Fase epistemológica

En la *teoría de la Matemática en el contexto de las ciencias*, esta fase trata la epistemología del contexto, lo que lleva a la fundamentación de la interdisciplinariedad en la matemática en el contexto de las ciencias (Camarena 2000). También se han llevado a cabo investigaciones que han verificado cómo gran parte de la matemática que se incluye en los cursos de áreas de ingeniería nace en el contexto de problemas específicos de diversas áreas del conocimiento y a través del tiempo pierden su contexto para ofrecer una matemática «pura» que es llevada a las aulas de clases sin que tenga sentido para los estudiantes que no van a ser matemáticos (Camarena, 1990, 2000, 2001_b). Así, la matemática que se requiere en escuelas de ingeniería, generalmente ha nacido dentro del contexto del área del conocimiento en donde se le necesita. Al transcurrir el tiempo, los textos presentan a esa matemática descontextualizada de su origen, como un conocimiento acabado, el cual posee formalidad matemática y una estructura que lo hace demasiado abstracto para los estudiantes (Camarena, 2000).

De forma semejante, con la *Matemática en el contexto de las ciencias* se muestra que, así como los contextos de otras ciencias le dan sentido y significado a la matemática, ésta, la matemática, le da sentido y significado a los temas y conceptos de las ciencias del contexto, reconceptualizándolos (Muro, 2002; Camarena, 1987).

Aunado a lo anterior, se tiene la postura de Bachelard (1971) quien critica los procesos de enseñanza porque no se toma en cuenta la relación epistemológica del conocimiento, dice que para la enseñanza es lo mismo ir de lo prelógico de la observación inmediata a la verificación siempre infalible mediante la experiencia común, que ir de lo racional de las investigaciones al aislamiento y la definición experimental del hecho científico siempre artificial, delicado y escondido.

A principios del siglo XIX el conocimiento se presentaba a los estudiantes integrado, es decir, de forma holística, ya que las áreas de estudio eran de tipo transdisciplinario, al avanzar el conocimiento en cada área se comienzan a separar entre sí y a poseer sus propias sustentaciones teóricas; se atomiza la ciencia. El caso de la matemática comienza a aparecer en libros a fines del siglo XIX, con la llamada formalidad matemática, en donde no se presentaban vinculaciones ni aplicaciones de la matemática, en vez de éstas se ofrecían los sustentos teóricos de esta ciencia, situación que prevalece hasta los años setenta, época en que se comienzan a encontrar algunos textos de matemáticas para ingenieros que consideraban aplicaciones de matemáticas en ingeniería (Camarena, 2006).

En relación al tratamiento escolar de los contenidos curriculares, Chevallard (1991) menciona que un contenido del saber científico (o conocimiento erudito) sufre una transposición cuando se le lleva al aula, convirtiéndose en un saber a enseñar (o conocimiento a ser enseñado) y constituyéndose una transposición didáctica. Por otro lado, se ha detectado que en ingeniería, el conocimiento matemático que se recibe en el aula (saber a enseñar), también sufre otra transformación al pasar al área de aplicación de la ingeniería, construyéndose el constructo teórico de transposición contextualizada como la ha denominado Camarena (2001_a). Lo anterior da cuenta de implicaciones epistemológicas y sociales de la *teoría de la Matemática en el contexto de las ciencias*.

Formalmente hablando, un conocimiento a ser enseñado (o conocimiento escolar) que está destinado a utilizarse en la ingeniería, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para las aplicaciones en esa ingeniería, al cual se le denomina: saber de aplicación (o conocimiento a ser aplicado). Así, el conocimiento escolar se extrae del dominio colegial para insertarse en el ámbito de la ingeniería, convirtiéndose en un conocimiento a ser aplicado o saber de aplicación. Al conjunto de las transformaciones que sufre el conocimiento para pasar del conocimiento escolar al saber de aplicación se le denomina: *transposición contextualizada*.

Así pues, el conocimiento en el ámbito escolar es uno y cuando está en el contexto de la ingeniería en donde se le utilizará es otro; esta situación se esquematiza en la figura 3.

Figura 3. Transposiciones de la matemática.

Saber científico o Conocimiento erudito	Transposición ➔	Saber a enseñar o Conocimiento escolar	Transposición ➔	Saber de aplicación o Conocimiento a ser aplicación
	←- - - - - - - - → **Transposición didáctica**		←- - - - - - - - → **Transposición contextualizada**	

Fuente: Camarena (2001$_a$).

El problema de la presente investigación se aborda desde la óptica epistemológica de la interdisciplinariedad, donde los conceptos se encuentran entrelazados en forma de red y mantienen relaciones entre ellos. Para Nicolescu (2010), la interdisciplinariedad siempre permanece en el entramado de la investigación disciplinar. De esta forma, la interdisciplinariedad para la investigación es un intrincado y complejo objeto de estudio, sin embargo, habrán de ser consideradas las relaciones articuladas entre ambas ciencias, así como las individuales de cada disciplina para el abordaje del problema de investigación. Uno de los procesos metodológicos que se emplean en esta fase de la *teoría de la Matemática en el contexto de las ciencias*, es el análisis de textos, dependerá de lo que se busca para saber con qué lupa buscar y establecer los identificadores para trabajar.

Fase didáctica

La fase didáctica de la *teoría de la Matemática en el contexto de las ciencias* posee una estrategia didáctica para el ambiente de aprendizaje, la cual se denomina *Matemáticas en Contexto* (Camarena, 1987, 2000), en donde se le presenta al estudiante una matemática contextualizada en las áreas del conocimiento de su futura profesión en estudio, en actividades de la vida cotidiana y en actividades profesionales y laborales, todo ello a través de eventos contextualizados, los cuales pueden ser problemas contextualizados o proyectos contextualizados. En general el hablar de la *Matemática en Contexto* es desarrollar la teoría matemática para las necesidades y ritmos que dictan los cursos de la ingeniería, para el caso presente.

Los eventos contextualizados poseen varias funciones: diagnóstica, motivadora, para introducir un concepto nuevo, de construcción de conocimientos, evaluadora, etcétera. Los eventos contextualizados se clasifican dependiendo de la función que se les otorgue en la didáctica, en todos los casos se comportan como entidad integradora de disciplinas, los cuales los convierten en herramientas del trabajo interdisciplinario en el ambiente de aprendizaje (Camarena, 1984).

La estrategia didáctica de la *Matemática en Contexto* contempla 9 etapas que se desarrollan en el ambiente de aprendizaje en equipos de tres estudiantes: líder académico, líder emocional y líder de trabajo.

1. Identificar los eventos contextualizados.
2. Plantear el evento contextualizado.
3. Determinar las variables y las constantes del evento.
4. Incluir los temas y conceptos matemáticos y del contexto necesarios para el desarrollo del modelo matemático y solución del evento.
5. Determinar el modelo matemático.
6. Dar la solución matemática del evento.
7. Determinar la solución requerida por el evento.
8. Interpretar la solución en términos del evento y disciplinas del contexto.
9. Presentar una matemática descontextualizada.

De las etapas de la estrategia didáctica se desprende el proceso metodológico de contextualización que permite desarrollar la epistemología de la interdisciplinariedad. Por el tipo de investigación que se aborda, es necesario tomar en cuenta este proceso, mismo que a continuación se describe:

1. Plantear el evento contextualizado.
2. Determinar las variables y las constantes del evento.
3. Determinar el modelo matemático.
4. Dar la solución matemática del evento.
5. Determinar la solución requerida por el evento.
6. Interpretar la solución en términos del evento y disciplinas del contexto.

Metodología

El análisis a realizar

Tomado en cuenta el objetivo planteado, se lleva a cabo un análisis que se desarrolla a partir de la epistemología de la interdisciplinariedad con lo cual se identifican los elementos disciplinares presentes y a través de los cuales, desde sus ámbitos científicos, se analizan tomando como eje rector la interdisciplinariedad. Para este análisis se recurre a la metodología de análisis de textos de ingeniería, específicamente los que abordan los circuitos eléctricos. De esta forma, la metodología consiste en la identificación del tipo de circuitos que son considerados como fundamentales, es decir, con los que se pueden trabajar circuitos más complejos. De igual forma se identifican los temas y procesos matemáticos empleados para el tratamiento de los circuitos eléctricos fundamentales.

Aunado a lo anterior, se trabaja interdisciplinariamente la contextualización para un estudio de caso de la teoría de los circuitos eléctricos, a través del proceso metodológico de contextualización de la matemática en contexto, en donde se identifica la génesis de las impedancias complejas.

Ejes de análisis

Los ejes de análisis son la matemática y la teoría de los circuitos eléctricos.

La muestra

La muestra está constituida por libros de texto de la teoría de los circuitos eléctricos que permitirán abordar el análisis pretendido. Se seleccionan tres textos que son los que aparecen más frecuentemente como recomendados en los programas de estudio de asignaturas que abordan circuitos eléctricos en estudios universitarios de ingeniería eléctrica, electrónica y ramas afines.

Los textos seleccionados son: «Introductory circuit analysis» de Boylestad (2001), «Circuitos» de Carlson (2001) y «Análisis de Circuitos en Ingeniería» de los autores Hayt y Kemmerly (2003). Las instituciones, en orden alfabético, en donde se revisaron los programas de estudio de las asignaturas de interés son:

- Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
- Instituto Politécnico Nacional
- Sistema Nacional de Educación Superior Tecnológica
- Universidad Autónoma de Aguascalientes
- Universidad Autónoma de Baja California

- Universidad Autónoma de Campeche
- Universidad Autónoma de Chihuahua
- Universidad Autónoma de Coahuila
- Universidad Autónoma de Guadalajara
- Universidad Autónoma de Nayarit
- Universidad de Sonora
- Universidad Autónoma de Tamaulipas
- Universidad Autónoma de Nuevo León
- Universidad Autónoma de Querétaro
- Universidad Autónoma de Yucatán
- Universidad Autónoma del Estado de Morelos
- Universidad Autónoma Metropolitana
- Universidad Nacional Autónoma de México

El método de trabajo

De acuerdo al enfoque del análisis descrito, el método de trabajo consiste en identificar los circuitos eléctricos fundamentales para tomar en cuenta los elementos disciplinares vinculados con la matemática y los vinculados con la ingeniería eléctrica, siendo la primera etapa del método para desarrollar la investigación. En la segunda etapa se trabaja la interdisciplinariedad, para que desde la ingeniería, con los elementos determinados en la primera etapa, se describa la génesis de las impedancias complejas.

Desarrollo de la investigación

El desarrollo de la investigación se lleva a cabo con las dos etapas mencionadas.

Etapa 1. Elementos disciplinares

Como fue mencionado, el análisis se realiza desde la epistemología de la interdisciplinariedad, donde la construcción de conocimientos vinculados permite ver las implicaciones epistémicas. Para ello se analizan libros de texto de la teoría de circuitos eléctricos en los programas académicos de estudios de ingeniería eléctrica y ramas afines.

La muestra está constituida por tres textos diferentes en esta área. Después del análisis de los textos, en donde se identifican los prototipos de problemas fundamentales para la teoría de los circuitos eléctricos, se cuenta con tres prototipos de circuitos eléctricos, cada uno conectados a una fuente de voltaje constante y a otra de tipo alterno sinusoidal, dando origen a seis circuitos. El primero es un circuito que involucra a un resistor y un condensador, conectados en serie a una fuente de voltaje (circuito RC). El segundo es un circuito, también conectados en serie un resistor y una bobina, a las terminales de una fuente de voltaje (circuito RL). El tercero es un circuito que incluye a un resistor, condensador y bobina, conectados en serie a una fuente de voltaje (circuito RCL).

Elementos disciplinares de teoría de los circuitos eléctricos (Discip-ctos)

Los conceptos identificados en los circuitos eléctricos mencionados son: los de resistencia, capacitancia, inductancia, fuente de voltaje, corriente eléctrica, circuito eléctrico y conexión en serie. Las leyes involucradas son las leyes de Kirchhoff para elementos conectados en serie y la ley de Ohm.

Por otro lado, el tratamiento que se realiza de los circuitos eléctricos para el régimen permanente es a través de las impedancias complejas ya que convierte la resolución de modelos matemáticos con ecuaciones diferenciales en procesos metodológicos algebraicos con números complejos (*), situación que lleva a reflexionar acerca de las implicaciones sociales que permiten un manejo adecuado de los circuitos eléctricos en individuos con una formación técnica. Las impedancias complejas describen la relación entre el voltaje y la corriente de un elemento eléctrico, es decir, se representa la ley de Ohm con números complejos, lo que permite calcular la corriente a partir del voltaje y viceversa.

Elementos disciplinares de matemáticas (Discip-mate)

Los temas matemáticos identificados en el tratamiento de los circuitos eléctricos mencionados son: ecuaciones diferenciales y funciones reales de una variable real. Los procesos identificados son: resolución de ecuaciones diferenciales, heurística de la resolución de eventos matemáticos contextualizados.

De la sección anterior (Discip-ctos) se identificó con asterisco (*) la declaración que dice que se tiene que conectar la resolución de ecuaciones diferenciales en variable real para el tratamiento de circuitos eléctricos con números complejos, punto clave para la génesis de las impedancias complejas desde la interdisciplinariedad. Por otro lado, dentro de la disciplina matemática, se cuenta con procesos que permiten la resolución de problemas complejos, entre los que se encuentra la heurística, que apoya la resolución de problemas cuando se extrapola el problema de un campo a otro que lo contenga, como el caso de problemas en variable real que se llevan al campo de los números complejos para su resolución, es decir, un problema dado se resuelve de manera más sencilla con herramienta más poderosa. Este proceso se ha elegido porque permite conectar las ecuaciones diferenciales de variable real con ecuaciones diferenciales de variable compleja.

Etapa 2. Elementos contextuales o interdisciplinarios

Se ha comentado, en la sección Discip-ctos, que un proceso que aborda la problemática de circuitos eléctricos es la conexión de ecuaciones diferenciales con números complejos, por otro lado, en la sección Discip-mate se menciona que una forma específica de tratar problemas complejos en matemáticas es la de llevarlos de variable real a variable compleja, en este caso, transferir una ecuación diferencial en variable real a variable compleja. Esta situación hace reflexionar acerca de cómo hacer esta transferencia cuando se está trabajando la interdisciplinariedad de dos áreas del conocimiento, la Matemática y los circuitos eléctricos. Para ello se aborda un estudio de caso; se ha elegido un circuito RC por ser el más simple de los tres circuitos fundamentales identificados en el análisis de textos y, de alguna forma, representante de los otros dos, también se toma el voltaje de tipo alterno sinusoidal porque, matemáticamente hablando, también incluye al voltaje constante. Es importante mencionar que por el tipo de artículo no se presentarán los desarrollos matemáticos procedentes, sin embargo, si el lector quiere conocerlos puede recurrir a la referencia de Camarena (1987).

El circuito RC

Se plantea el evento contextualizado de un circuito RC, el cual se aborda con el proceso metodológico de la contextualización de la matemática en contexto para identificar el régimen transitorio y el régimen permanente del circuito. El modelo matemático que da origen a una ecuación diferencial se resolverá extendiendo la ecuación diferencial al campo de los números complejos.

Proceso metodológico de contextualización

1) Planteamiento del problema. Analizar el fenómeno de carga de un condensador (capacitor), cuya capacitancia es C, cuando la corriente eléctrica es obligada a pasar por una resistencia de valor R. Para tal propósito se tiene un circuito en el cual un condensador totalmente descargado, está conectado en serie con una resistencia, a las terminales de una batería que suministra un voltaje de tipo alterno sinusoidal, $v(t) = V_m \, sen \, wt$.

2) Determinación de las variables y de las constantes del problema. Para este problema se suponen conocidas las siguientes constantes: R, C, V_m, w. El tiempo, la carga del condensador, así como el voltaje son variables.

3) Determinación del modelo matemático. Las relaciones que se dan a continuación son las que se cumplen para todo tiempo t al cerrarse el circuito.

$$v_C(t) = \frac{q(t)}{C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(1)}$$

$$v_R(t) = R\, i_R(t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(2)}$$

$$i_R(t) = i_C(t) = i(t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3)}$$

$$v_R + v_C = v(t) = V_m senwt \quad \ldots\ldots\ldots \text{(4)}$$

donde v_C y v_R representan la caída de voltaje en el condensador y en la resistencia respectivamente, así como i_C e i_R la intensidad de corriente en el condensador y en la resistencia. La primera relación (1) es la expresión fundamental de un capacitor que da la diferencia de potencial en dicho elemento. La segunda (2) es la formulación de la ley de Ohm en términos del voltaje, es decir, determina la caída de voltaje en el resistor. La tercera (3) y cuarta (4) son consecuencia inmediata de la primera y segunda leyes de Kirchhoff para el circuito en serie descrito.

Las unidades utilizadas para que las fórmulas que se acaban de dar sean correctas son: R en ohms; C en farads; v, v_C y v_R en volts; q en coulombs; i_C, i_R e i en amperes (coulombs por segundo) y t en segundos.

Se sabe por la definición de intensidad de corriente, que ésta está dada por el cambio de su carga respecto al tiempo, es decir,

$$i_C(t) = dq(t)/dt \quad \ldots\ldots\ldots \text{(5)}$$

Obviando pasos intermedios en este documento, con las relaciones (1), (2), (3), (4) y (5) se tiene:

$$R\frac{d}{dt}q(t) + \frac{1}{C}q(t) = V_m senwt \quad \ldots\ldots\ldots \text{(6)}$$

el *modelo matemático*, relación válida para todo tiempo t, en donde R, C, V_m y w son constantes.

4.- Solución matemática del problema. En la ecuación (6), la incógnita es *q=q(t)*, la carga del condensador que varía con el tiempo *t*. Es importante hacer notar que se trata de una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes, donde el término independiente de la ecuación determina la señal de entrada al circuito, en este caso, el voltaje sinusoidal y los coeficientes son las constantes del circuito. Es decir, es una ecuación lineal de primer orden, no-homogénea, cuya solución está dada por la solución de la ecuación homogénea asociada, más una solución particular de la no-homogénea. O si se quiere también, como tiene coeficientes constantes, es de la forma $y' + ay = b(x)$ donde su resolución requiere del factor de integración $\mu = ke^{ax}$, aplicándolo y haciendo reducciones trigonométricas se obtiene la solución:

$$q(t) = \frac{-V_m/w}{\sqrt{\left(\frac{1}{wC}\right)^2 + R^2}} \cos(wt-\alpha) + ke^{-t/RC} \text{ .... (7)}$$

donde $\alpha = Arc\ tan(-1/wC)/R = Arc\ tan(-R/wC)$, y k es una constante arbitraria que queda determinada para la condición inicial de evento. Se puede recurrir al trabajo de Camarena (1987) para ver con detalle la resolución, la cual no es el propósito de este documento.

5) Determinación de la solución requerida por el problema. Como se puede observar, la solución (7) está formada por dos sumandos, el que representa una solución particular y la solución de la ecuación homogénea asociada, donde el primero representa una función periódica y el segundo es una función exponencial decreciente. Para la exponencial decreciente, sin importar cuál sea la condición inicial, es decir, sin importar cuánto valga k, este sumando se vuelve despreciable respecto al primero conforme transcurre el tiempo. Por tanto, se puede concluir que el comportamiento de la carga del condensador después de cinco constantes de tiempo es solamente la que corresponde a una solución particular de la ecuación no-homogénea (Camarena, 1987):

$$q(t) = \frac{-V_m/w}{\sqrt{\left(\frac{1}{wC}\right)^2 + R^2}} \cos(wt-) \text{ .... (8)}$$

6) Interpretación de la solución en términos del problema. Cuando empieza a transcurrir el tiempo, el segundo sumando de la solución (7), la función exponencial decreciente, es importante en el comportamiento del circuito, después de un período de transición (que depende de las condiciones iniciales del problema) el comportamiento que predomina notoriamente es el de la función periódica. Por tal razón se dice que el segundo sumando (o sea el término que se vuelve despreciable) de *q(t)* representa el *régimen transitorio* del circuito, y el que permanece representa el *régimen permanente*, también llamado *régimen estacionario*, que es una solución particular de la ecuación no-homogénea. La característica periódica de la función coseno (8) muestra como el condensador se está continuamente cargando y descargando.

Forma compleja de la ecuación diferencial desde la interdisciplinariedad

Como lo que se busca es la génesis de las impedancias complejas y éstas están asociadas a la ley de Ohm, es necesario trabajar con la corriente en vez de la carga en el circuito anterior. Así, sustituyendo las relaciones (1) y (2) en (4), junto con la consideración de (3), se tiene:

$$Ri(t) + \frac{q(t)}{C} = V_m senwt \text{ .... } (9)$$

despejando a $q=q(t)$ en (5) y sustituyendo en (9), se obtiene una ecuación integrodiferencial:

$$R\, i(t) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)dt + \frac{1}{C}\, q(t_o) = V_m\, senwt \text{ .... } (10)$$

Para la resolución de la ecuación integrodiferencial (10) es válido el método de coeficientes indeterminados, además, como la ecuación es del tipo lineal y lo que interesa es el régimen permanente y éste queda establecido con una solución particular de la ecuación no-homogénea, se procede a determinar una solución particular. Si el lector desea ver las demostraciones y procesos empleados puede recurrir a la referencia Camarena (1987).

Para aclarar la forma de extrapolar la ecuación diferencial al campo de los números complejos, obsérvese que el término independiente de la ecuación es una función trigonométrica seno que es derivable en todo punto y una función analítica de variable compleja que involucra a las funciones trigonométricas, seno y coseno, es la exponencial $e^{iwt}=coswt+isenwt$. También se puede verificar que las ecuaciones

$$R\, i(t)+ \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)dt + \frac{1}{C}\, q(t_o)=V_m\, coswt$$

$$\text{y } R\, i(t) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)dt + \frac{1}{C}\, q(t_0) = V_m \, senwt$$

se satisfacen respectivamente con las partes real y compleja de la función exponencial compleja mostrada (Camarena, 1987). Luego, se puede reformular en el campo de los números complejos la ecuación (10) como:

$$R\, i(t) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)dt + \frac{1}{C}\; q(t_0) = V_m\, e^{jwt} \text{ .... } (11)$$

Obsérvese que se emplea la letra «j» en vez de «i», como parte de la interdisciplinariedad, donde las convenciones entre ciencias generalmente son implícitas (Camarena, 2000).

Por ser una ecuación compleja, su solución también será compleja. Sin embargo, tal solución compleja contiene a la solución real de (10). Como lo que interesa es el régimen permanente de la corriente y éste se encuentra de manera única con el método de los coeficientes indeterminados, se aplica dicho método a la ecuación (11). De acuerdo al método de los coeficientes indeterminados, se propone una solución de la forma: $i_P(t)=Ae^{jwt}$, donde «*A*» es una constante compleja por determinarse. La ecuación (11) se puede reescribir como:

$$R\, i(t) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)dt \;-\; V_m\, e^{jwt} = cte$$

sustituyendo la solución propuesta, se tiene:

$$R\, Ae^{jwt} + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} Ae^{jwt}dt \;-\; V_m\, e^{jwt} = cte$$

$$R\, Ae^{jwt} + \frac{1}{jwC}Ae^{jwt} - \frac{1}{jwC}Ae^{jwt_0} \;-\; V_m\, e^{jwt} = cte$$

$$\left(R\,A + \frac{A}{jwC} - V_m\right) e^{jwt} = cte + \frac{1}{jwC}Ae^{jwt_0} = cte_1$$

Es decir, el término del lado izquierdo de la ecuación debe ser independiente de variable «t», luego, la única forma de que esto suceda, es que el coeficiente sea cero:

$$R\,A + \frac{A}{jwC} - V_m = 0$$

Por tanto, despejando la constante *A* de esta condición, se tiene que:

$$A = \frac{V_m}{R - j(1/wC)}$$

Finalmente: $i_p(t) = \frac{V_m}{R - j(1/wC)} e^{jwt}$

Ahora bien, si se concibe una fuente de voltaje complejo (ficticia) $v(t)=V_m e^{jwt}$, se tiene que la ficticia intensidad de corriente compleja asociada es:

$$i_p(t) = \frac{V_m e^{jwt}}{R - j(1/wC)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Por otro lado, si se establece un símil de la ley de Ohm, $v(t)=Ri(t)$, con la relación (12), se tiene la forma compleja de la ley de Ohm, en donde se identifica como *resistencia compleja* a

$R - j(1/wC)=Z$

la cual es denominada técnicamente como impedancia compleja del circuito (nótese que tiene unidades en ohms). Observe como la impedancia compleja del circuito (un número complejo) surge de forma natural, es decir, la resistencia en el circuito toma la forma de un número complejo sin necesidad de asociarla artificialmente. De esta forma, la construcción del conocimiento interdisciplinario da apertura a reflexionar acerca de las implicaciones epistémicas y sociales de la ingeniería, como por ejemplo, la formación integral del estudiante para enfrentar exitosamente su futura práctica de la ingeniería.

Conclusiones

Se ha identificado la génesis de las impedancias complejas desde la construcción del conocimiento interdisciplinario de las dos disciplinas, la matemática y la ingeniería, las implicaciones epistémicas son claras ya que sin una de las dos disciplinas no se hubiera podido observar esta génesis. Epistemológicamente se tiene que la ingeniería requiere de los procesos de la matemática para generar objetos que le permitan trabajarla de forma más eficiente, como el caso de llevar la ecuación diferencial de un campo a otro y dar origen a las impedancias complejas. Por otro lado, la matemática necesitó de una ecuación que describiera un circuito eléctrico para poder identificar el significado del número complejo que aparece en la solución particular de la ecuación diferencial, sin la ingeniería, el número complejo no tendría otro significado más que el de un número.

Con lo anterior se observan procesos epistemológicos que dan cuenta del surgimiento de objetos vinculados a diversas áreas y cómo las áreas disciplinarias contribuyen a construir procesos interdisciplinarios. Asimismo, se identifica a través de la *Matemática en el contexto de las ciencias*, que la interdisciplinariedad permite el trabajo eficiente de la ingeniería, lo cual tiene incidencia de tipo epistemológico en la construcción del conocimiento vinculado, de tipo social porque permite el desempeño del ingeniero en beneficio de la sociedad y de tipo ético porque, al conocer la génesis de los procesos que emplea, él es consciente de su trabajo y de las implicaciones que ello tiene, permitiéndole moverse de acuerdo a su ética.

Bibliografía

Bachelard G. (1971). *Epistemología*. España, Editorial Anagrama, pág. 14.

Boylestad R. (2001). *Introductory circuit analysis*. México, Editorial Prentice Hall.

Bunge M. (1975). *La ciencia, su método y su filosofía*. Argentina, Editorial Siglo XXI, pág. 15-39.

Camarena G. P. (1984). *El currículo de las matemáticas en ingeniería*. Memorias de las Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN, México.

—— (1987). *Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos*. Tesis de Maestría en Matemática Educativa, México, CINVESTAV-IPN.

—— (1990). *Especialidad en docencia de la ingeniería matemática en electrónica*. México, Editorial ESIME-IPN.

—— (2000). Reporte de proyecto de investigación titulado: *Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería*, con No. de registro: CGPI-IPN: 990413, México, editorial ESIME-IPN.

—— (2001_a). *Las Funciones Generalizadas en Ingeniería, construcción de una alternativa didáctica*. México, Colección de investigaciones, Editorial ANUIES.

—— (2001_b). Reporte de proyecto de investigación titulado: *Los modelos matemáticos como etapa de la matemática en el contexto de la ingeniería*, con No. de registro: CGPI-IPN: 200731, México, editorial ESIME-IPN.

—— (2006). Reporte de proyecto de investigación titulado: *La matemática en el contexto de las ciencias y la calidad de la ingeniería electrónica*, con No. de registro: CGPI-IPN: 20050618, México, editorial ESIME-IPN.

—— (2008). *Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias*. Actas del III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas, Conferencia Magistral, Perú.

Carlson B. (2001). *Circuitos*. México, Editorial Thomson Learning.

Chevallard Y. (1991). *La transposición didáctica: El saber sabio al saber enseñado*. España, Editorial Aique Grupo Editor S. A.

Diccionario de la Lengua Española de la Real Academia Española. (2001). España, Editorial Espasa.

Diccionario de las Ciencias de la Educación. México, 2005, Santillana.

Glosario de términos filosóficos de webdianoia. Recuperado el 18 de octubre del 2011, http://www.webdianoia.com/glosario

Hayt W. y Kemmerly J. (2003). *Análisis de Circuitos en Ingeniería*. México, Editorial Mc Graw-Hill.

Muro U. C. y Camarena G. P. (2002). *La serie de Fourier en el contexto del proceso de transferencia de masa*. Revista «Científica» The Mexican Journal of Electromechanical Engineering. Volumen 6, No. 4. México.

Nicolescu B. *La transdisciplinariedad: una nueva visión del mundo*. Extracto del libro La Transdisciplinariedad-Manifiesto de Basarab Nicolescu. Traducción del Francés Consuelle Falla Garmilla, Recuperado en marzo del 2010, http://basarab.nicolescu.perso.sfr.fr/ciret/espagnol/visiones.htm

Piaget J. (1991). *Introducción a la epistemología genética: El pensamiento matemático*. México, Editorial Paidós Psicología Evolutiva, págs. 27-30.

Popper K. R. (1980). *La lógica de la Investigación científica*. España, Editorial Tecnos S. A., págs. 19-22.

Stanford Encyclopedia of Philosophy. Recuperado el 28 de marzo de 2012, http://plato.stanford.edu/search/searcher.py?query=epistemology

Tamayo, T. M. (2001). *El proceso de la investigación científica*. México, , Limusa, Noriega Editores, págs. 25-33 y 313.