Análisis Económico
ISSN: 0185-3937
analeco@correo.azc.uam.mx
Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco
México

Ruiz-Galindo, Lucía A.; Venegas-Martínez, Francisco
Implicaciones macroeconómicas de las decisiones de los agentes
Análisis Económico, vol. XX, núm. 45, tercer cuatrimestre, 2005, pp. 5-27
Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco
Distrito Federal, México

Análisis Económico
Núm. 45, vol. XX
Tercer cuatrimestre de 2005

Implicaciones macroeconómicas de las decisiones de los agentes

(Recibido: marzo/05–aprobado: julio/05)

*Lucía A. Ruiz-Galindo**
*Francisco Venegas-Martínez***

Resumen

Desde la perspectiva de la microeconomía dinámica se analizan las implicaciones macroeconómicas de las decisiones de los agentes que interactúan en una economía, presenta una aproximación sencilla al modelado macro con microfundamentos. El objetivo de esta investigación es establecer la dinámica de las variables asociadas a los grandes agregados económicos y sus principales determinantes mediante fundamentos microeconómicos y con ello, integrar un modelo macroeconómico.

Palabras clave: macroeconomía, microeconomía, econometría, optimización dinámica.
Clasificación JEL: C61, D00, E00.

* Profesora-Investigadora del Departamento de Economía de la UAM-Azcapotzalco (laruiz@correo.azc.uam.mx).
** Centro de Investigación en Finanzas, Profesor del Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México (fvanegas@itesm.mx).

Introducción

En este artículo se realiza un análisis sobre las implicaciones macroeconómicas de las decisiones de los agentes económicos, desde la perspectiva de la microeconomía dinámica. Lucas (1976) y Fair (1978) son dos de los primeros autores que, a mediados de los años setenta, reconocieron la necesidad de abordar el estudio de los grandes agregados económicos utilizando una fundamentación microeconómica o microfundamentos, es decir, estudiando el comportamiento individual de los diferentes agentes que constituyen la economía. Estos autores planteaban que las conclusiones hechas de relaciones macroeconómicas, formuladas de manera arbitraria, no son adecuadas y suelen ser diferentes de las que pudieran obtenerse al utilizar una fundamentación microeconómica.

A pesar de lo anterior, el primer tipo de análisis es una práctica común. En este trabajo se presenta una sencilla aproximación al modelado macro con microfundamentos. Nuestro objetivo es establecer la dinámica de las variables asociadas a los grandes agregados económicos y sus principales determinantes mediante fundamentos microeconómicos y con ello, integrar un modelo macroeconómico.

Los modelos macroeconómicos con microfundamentos se desarrollan en el contexto de los modelos del agente representativo y por tanto, su estructura básica se remonta al trabajo de Ramsey (1928). Sus principales antecedentes son los modelos dinámicos de expectativas racionales, cuyas hipótesis fueron planteadas por primera vez en Muth (1961). Formas alternativas y extensiones de los mismos se presentan de manera detallada en Turnovsky (1999 y 2000).

La característica esencial de los modelos macroeconómicos con fundamentos micro-económicos es su naturaleza dinámica, en el sentido que cada uno de los agentes económicos y por ende, el conjunto integrado por los que efectúan las mismas acciones, toman decisiones en cada instante de tiempo, considerando las posibilidades del futuro y lo que hacen los agentes de los otros grupos. Por esta razón, las relaciones de comportamiento de las variables asociadas a los agregados económicos relevantes de un modelo con microfundamentos y sus respectivos determinantes, son el resultado de alguna forma de optimización intertemporal que incorpora la conducta racional de los agentes: consumidores y productores y que necesariamente reflejan lo qué hacen y para qué lo hacen.

El modelo que se desarrolla en esta investigación considera tres sectores (agentes): consumidores, productores y gobierno, los cuales interactúan en una economía pequeña y cerrada y se interrelacionan a través de sus respectivas restricciones presupuestales. Los consumidores y productores toman sus decisiones maximizando sus respectivas funciones objetivo. Los primeros maximizan su utilidad sujeta a su restricción presupuestal y a la restricción *cash-in-advance*, los segundos maximizan el valor presente de sus flujos de efectivo.

El proceso anterior conduce al establecimiento de relaciones causales de comportamiento para el consumo, producción, trabajo e inversión, entre otras variables que son importantes para efectuar análisis macroeconómicos y que generalmente se encuentran en función de los precios del mercado y/o del rendimiento de algún activo financiero, por mencionar algunas de las que son tomadas como dadas por todos los agentes económicos.

Este trabajo es el resultado de experimentar diferentes alternativas de modelación para los agentes en la economía.[1] En la que aquí se presenta, se incorporó la restricción *cash-in-advance* al modelar el comportamiento del consumidor y no se consideraron costos de ajuste al hacer lo propio con la conducta del productor. El propósito de ello, fue obtener un modelo con las principales características del clásico (Sargent, 1986), en cuánto a los determinantes y a los signos esperados de los mismos en las correspondientes variables macroeconómicas.

El trabajo consta de seis secciones. En la primera se plantean de manera sucinta las características de la economía. En la que sigue, se desarrolla el modelo intertemporal del consumidor, se plantean el problema de optimización, las condiciones de primer orden y se obtiene la dinámica de su sistema. En la tercera se desarrolla el modelo del productor siguiendo la misma lógica aplicada atrás. En las secciones cuatro y cinco se formulan de manera respectiva, la restricción presupuestal del gobierno y la identidad de la renta nacional. En la última se resumen los resultados obtenidos, lo que da lugar a un modelo macroeconómico. Finalmente se presentan algunas conclusiones.

1. Características de la economía

Se supone que existe un número grande de consumidores y productores de vida infinita que operan en mercados competitivos. Los consumidores son idénticos, toman decisiones de consumo, de participación en el mercado laboral y de cartera, y derivan utilidad del consumo y desutilidad del trabajo. Los productores enfrentan la misma tecnología, producen un solo bien, deciden cuánto contratar de mano de obra y capital (inversión) y los combinan en una función de producción con propiedades neoclásicas.

[1] Otras formas pueden consultarse en Ruiz-Galindo (2003).

Bajo esos supuestos se formula un par de modelos de optimización intertemporal que debido a la homogeneidad de los agentes de cada grupo, se desarrollan en el contexto del agente representativo. El de los consumidores tiene como objetivo determinar la demanda de consumo, la oferta de trabajo y la demanda de saldos monetarios reales. El de los productores persigue obtener la demanda de trabajo y la de inversión.

2. Modelo de optimización intertemporal para los consumidores

En el modelo desarrollado en esta sección, los consumidores tienen como objetivo maximizar una función de utilidad que depende del consumo y de la desutilidad de trabajo, sujeta a su restricción presupuestal y a la *cash-in-advance* (Calvo, 1986).

2.1 Riqueza del consumidor

Un consumidor representativo de la economía demanda los siguientes activos: dinero, bonos gubernamentales y acciones, cuyos valores nominales se denotan de manera correspondiente por M, B_g y S. Si P es el nivel general de precios, entonces la riqueza real del consumidor se define como:

$$a = m + b_g + s$$

Donde:
$m = M / P$.
$b_g = B_g / P$.
s = S / P.

Aquí m, b_g y s representan, la demanda de saldos monetarios reales, la demanda real de bonos del gobierno y la de acciones, respectivamente.

Se supone también que el consumidor conoce la trayectoria de los precios, es decir, tiene previsión perfecta y por tanto:

$$\frac{1}{P}\frac{dP}{dt} = \pi^e = \pi$$

Donde:
π = es la tasa a la que el individuo espera que crezca el nivel general de precios.

Adicionalmente se considera que la tenencia de los saldos reales cuesta $-\pi$ y como no paga intereses (su tasa nominal de interés es cero), el consumidor tiene incentivos para conservar sólo el mínimo posible.

Los bonos emitidos por el gobierno, a diferencia del dinero, sí pagan intereses nominales a la tasa R_g y al igual que los balances reales, su valor real se deprecia a la tasa $-\pi$, en consecuencia, su tasa de interés real es $r_g = R_g - \pi$.

Por su parte, para financiar su inversión en capital nuevo las empresas emiten acciones y el valor real de los dividendos por la tenencia de las mismas está dado por $r_s s$, donde r_s es su tasa real de rendimiento.

2.2 Dinámica de la riqueza

El consumidor representativo de nuestra economía absorbe recursos que provienen de diferentes fuentes: de sus sueldos y salarios, de los intereses que le pagan los bonos gubernamentales, de los dividendos que le entregan las empresas por la tenencia de acciones y de las transferencias de suma fija que le reembolsa el gobierno; esos recursos son destinados al consumo, a incrementar saldos reales, a la compra de bonos y acciones, y al pago de impuestos.

Si c denota el consumo del único bien producido en la economía, l la oferta de trabajo, $w = W / P$ el salario real, τ_c y τ_w los impuestos sobre el consumo y el salario respectivamente, y T las transferencias de suma fija reembolsadas por el gobierno, entonces:

$$(1 + \tau_c)c + m + b_g + s = (1 - \tau_w)wl + r_g b_g + r_s s + T - \pi m \tag{1}$$

plantea la forma en que el consumidor financia su consumo y el cambio en su riqueza, y en términos reales representa su restricción presupuestal.

2.3 Planteamiento del modelo

Dado que se ha supuesto que el consumidor tiene vida infinita, su problema de decisión intertemporal es uno de control óptimo, el cual consiste en determinar la demanda de consumo, c, la oferta de trabajo, l, la demanda de saldos monetarios reales, m, y la tenencia de los otros activos financieros: bonos gubernamentales, b_g, y acciones, s, de forma que maximicen el valor presente de su utilidad descontada al tiempo $t = 0$ (el presente), sujeto a su restricción financiera y a la *cash-in-advanced*, es decir, se desea:

$$\text{Maximizar} \int_0^{\infty} u(c, v(l)) e^{-\rho t} dt \tag{2a}$$

$$\text{sujeto a: } m + b_g + s = (1 - t_w)wl + r_g b_g + r_s s + T - \pi m - (1 + \tau c)c \tag{2b}$$

$$m = \alpha c \tag{2c}$$

$$m(0) = m_0,\ b_g(0) = b_{g\,0} \text{ y } s(0) = s_0, \tag{2d}$$

donde u y v representan de manera respectiva la función de utilidad y la desutilidad del trabajo, ambas son positivas y estrictamente cóncavas en cada uno de sus argumentos, es decir, $u_c > 0$, $v' > 0$ $(u_l < 0)$, $u_{cc} < 0$ y $v'' > 0$ $(u_{ll} < 0)$.[2] Por su parte, ρ denota la tasa subjetiva de descuento (de preferencia del consumidor o de sustitución intertemporal), un valor pequeño de ella significa que el individuo pondera más el consumo presente que el futuro, de manera que $t = 0$ está ansioso por consumir. Adicionalmente se supone que las tasas de interés real: r_i, $i = g, s$, son constantes positivas y libres de riesgo.

2.4 Condiciones de optimalidad

$\mu = \tilde{\mu} e^{\rho t}$

El hamiltoneano del problema del consumidor formulado en (2) es:

$$H(c, v(l), m, b_g, s; \lambda) = u(c, v(l)) + \lambda[(1-\tau_w)wl + r_g b_g + r_s s + T - \pi m$$
$$- (1 + \tau_c)c - m - b_g - s] + \mu(\alpha c - m)$$

Donde:

$\lambda = \tilde{\lambda} e^{pt} > 0$ y por tanto, $\tilde{\lambda}$ es el valor presente del precio sombra (variable de coestado o multiplicador), asociado a la restricción presupuestal del consumidor y de manera análoga, es el que da cuenta de la restricción *cash-in-advanced*.

Dado que en el planteamiento de este problema de decisión del consumidor las variables de control son c y l, y las demás son de estado, las condiciones de primer orden se formulan como sigue:[3]

[2] La concavidad estricta de v implica que el consumidor prefiere un patrón de consumo y ocio relativamente uniforme a través del tiempo, a uno en el que sea bajo en unos periodos y alto en otros.

[3] En realidad estas son condiciones necesarias, pero la concavidad estricta de la función de utilidad implica también su suficiencia.

$$\mu_c = (1 + \tau_c)\lambda - \mu\alpha \tag{3a}$$

$$\mu_l = - (1 + \tau_w)\lambda w \tag{3b}$$

$$\lambda\pi + \mu = \lambda - \lambda\rho \tag{3c}$$

$$- \lambda r_j = \lambda - \lambda\rho,\ \ j = g, s \tag{3d}$$

y las de transversalidad son:[4]

$$\lim_{t\to\infty}\lambda m e^{-\rho t} = \lim_{t\to\infty}\lambda b_g e^{-\rho t} = \lim_{t\to\infty}\lambda s e^{-\rho t} = 0 \tag{4}$$

o de manera equivalentemente:

$$\lim_{t\to\infty}\lambda a e^{-\rho t} = 0. \tag{5}$$

Es importante señalar que en general, con las condiciones de transversalidad se elimina el comportamiento explosivo de las variables y, en particular, en este caso se garantiza que cuando alguno de los activos financieros toma un valor positivo, el valor presente de su acervo al final del horizonte de planeación, debe ser cero.

La ecuación diferencial planteada en (3d) es equivalente a: 6

$$r \equiv r_j = \rho - \frac{\dot{\lambda}}{\lambda},\quad j = g, s \tag{6}$$

lo cual significa que en un ambiente de certidumbre, para que coexistan los bonos del gobierno y las acciones, deben tener la misma tasa de rendimiento real: r, es decir, esos activos financieros deben ser sustitutos perfectos.[5]

[4] La condición (3b) se puede plantear de manera alternativa en términos de la utilidad marginal de $v(l)$, como $u_l = u_v v'$.

[5] Cabe mencionar que esta conclusión sigue siendo válida independientemente del número de activos financieros que el modelo incorpore, en consecuencia, para que cada uno prevalezca en el mercado debe ser sustituto perfecto de los restantes.

De lo anterior debe observarse que la tasa de crecimiento del precio sombra es constante y está dada por la ecuación diferencial de primer orden en λ:

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda}=\rho\text{-}r,$$

cuya solución es:

$$\lambda = \lambda_0 \mathrm{e}^{(\rho\text{-}r)t} \tag{7}$$

Donde:
λ_0 = es la constante de integración.

También debe notarse que la tasa de interés real se puede expresar en términos de la tasa de crecimiento de la utilidad marginal del consumo, o bien de la correspondiente al trabajo, esto es:

$$r=\rho-\frac{\dot{u}_c}{u_c}=\rho-\frac{\dot{u}_l}{u_l}$$

ya que:

Además, (4) y (5) se pueden enunciar como:

$$\lim_{t\to\infty} he^{-rt}=0,\ \ h=m, b_g, s \tag{4'}$$

y:

$$\lim_{t\to\infty} ae^{-rt}=0 \tag{5'}$$

Así planteadas, las condiciones de transversalidad establecen que a perpetuidad, la tenencia de los saldos monetarios reales, de los bonos del gobierno, de las acciones y por ende, de la riqueza del consumidor, deben ser cero; de forma que para cada uno de esos activos financieros se elimina la posibilidad de que la deuda del consumidor se eleve sin medida (*Ponzi game*).

Por último, ya que los bonos gubernamentales y las acciones son sustitutos perfectos, la restricción presupuestal (2b) puede formularse como:

$$a = (1 - \tau_w)wl + ra + T - Rm - (1 + \tau_c)c$$

Donde:
$R = r + \pi =$ es la tasa de interés nominal.[6]

Dado que:

$$(\dot{a} - ra)e^{-rt} = \frac{d}{dt}ae^{-rt}$$

la evolución de la riqueza *a*, se puede enunciar como:

$$\frac{d}{dt}ae^{-rt} = \left[(1-\tau_w)wl + T - Rm - (1+\tau_c)c\right]e^{-rt}$$

cuya solución sobre (0, ∞) es:

$$\lim_{t\to\infty} ae^{-rt} - a_0 = \int_0^{\infty}\left[(1-\tau_w)wl + T - Rm - (1+\tau_c)c\right]e^{-rt}dt.$$

Combinando este resultado con la condición de transversalidad en (5') se obtiene que:

$$\int_0^{\infty}(1+\tau_c)ce^{-rt}dt = a_0 + \int_0^{\infty}\left[(1-\tau_w)wl + T - Rm\right]e^{-rt}dt. \qquad (8)$$

Esta es una igualdad importante, ya que una vez especificada la forma funcional de la utilidad, conducirá conjuntamente con las condiciones establecidas en (3), a la trayectoria óptima de la demanda de consumo.

El problema del consumidor y más específicamente, las condiciones planteadas en (3) se resuelven considerando la siguiente función de utilidad:

[6] Con este planteamiento de la restricción presupuestal, el problema de control óptimo ahora está constituido sólo por una variable de estado: *a*, todas las demás son de control.

$$u(c, v(l)) = 1\mathrm{n}(c - v(l)), \tag{9}$$

que es una función estrictamente cóncava en sus dos argumentos.

2.5 Trayectoria óptima de la oferta de empleo

Sustituyendo μ de (3c) en (3a) se obtiene:

$$\lambda = \frac{u_c}{[(1+\tau_c)+\alpha R]}$$

remplazando el resultado en (3b) y combinando la utilidad marginal del trabajo y la del consumo, calculadas a partir de la especificación anterior, se puede reexpresar como:

$$v' = \frac{1-\tau_w}{1+\tau_c+\alpha R} w \tag{10}$$

cuya diferencial total establece que la oferta de empleo depende directamente del salario, es decir:

$$\frac{dl^s}{dw} = \left(\frac{1-\tau_w}{1+\tau_c+\alpha R}\right)\frac{1}{v''}>0 \tag{11}$$

Si la desutilidad del trabajo se define como $v(l)=\frac{l^2}{2}$, (10) y (11) se pueden plantear de la siguiente forma:[7]

$$l^s(w) = \frac{1-\tau_w}{1+\tau_c+\alpha R} w$$

y:

$$\frac{dl^s}{dw} = \left(\frac{1-\tau_w}{1+\tau_c+\alpha R}\right)>0$$

[7] h^d y h^s denotan la demanda y la oferta de la variable h, respectivamente.

en donde la primera expresión no es más que la trayectoria óptima de la oferta de mano de obra.

2.6 Trayectoria óptima de la demanda de consumo

Combinando la condición (3a) y la solución de la ecuación diferencial (3d) dada en (7), con la utilidad marginal del consumo calculada con base en (9), se obtiene:

$$c = \frac{1}{\lambda(1+\tau_c+\alpha R)} + v(l)$$
$$= \frac{1}{\lambda_0(1+\tau_c+\alpha R)} e^{(r-\rho)t} + v(l). \quad (12)$$

La identidad en (8) junto con la restricción *cash-in-advance* implican que:

$$\int_0^\infty (1+\tau_c+\alpha R) c e^{-rt} dt = a_0 + \int_0^\infty \left[(1-\tau_w) wl + T\right] e^{-rt} dt.$$

Sustituyendo c de (12) en este resultado se tiene:

$$\frac{1}{\lambda_0 \rho} = a_0 + \int_0^\infty \left[(1-\tau_w) wl + T - (1+\tau_c+\alpha R) v(l)\right] e^{-rt} dt.$$

Esto y (12) conducen a la trayectoria óptima de la demanda de consumo, que se encuentra dada por:

$$c = \frac{1}{(1+\tau_c+\alpha R)} \rho e^{(r-\rho)t} \left\{ a_0 + \int_0^\infty \left[(1-\tau_w) wl + T - (1+\tau_c+\alpha R) v(l)\right] e^{-rt} dt \right\} + v(l). \quad (13)$$

Si se supone que los mercados de trabajo y de dinero están en equilibrio,[8] esto es, si existen w^* l^* y m^* tales que:

$$\frac{1-\tau_w}{1+\tau_c} w^* = v'(l^*),$$

[8] Aquí y en todo lo que sigue, se supone equilibrio de previsión perfecta (Turnosvky, 1981).

y:

$$\frac{M^d}{P}=\frac{M^s}{P}=m^*$$

y si además, se considera que los impuestos en términos reales permanecen constantes a través del tiempo, (13) se reduce a:

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{(1+\tau_c+\alpha R)}\frac{\rho}{r}e^{(r-\rho)t}\left[ra_0+(1-\tau_w)w^*l^*+T-(1+\tau_c+\alpha R)v(l^*)\right]+v(l^*) \\ &= \frac{1}{(1+\tau_c+\alpha R)}\frac{\rho}{r}e^{(r-\rho)t}\left[ra_0+(1-\tau_w)w^*l^*+T\right]+\left(1-\frac{\rho}{r}e^{(r-\rho)t}\right)v(l^*). \end{aligned} \quad (14)$$

Obsérvese que cuando $r > \rho$ el consumo crece sin cota a medida que transcurre el tiempo ($t \to \infty$) y, en consecuencia, no existe un estado estacionario para la demanda de consumo.

Finalmente, la evaluación de (14) en $t = 0$, lleva a que la demanda de consumo se puede plantear como sigue:

$$\begin{aligned} c &\equiv c^d(a_0,r) \\ &= \frac{1}{(1+\tau_c+\alpha R)}\frac{\rho}{r}\left[ra_0+(1-\tau_w)w^*l^*+T\right]+\left(1-\frac{\rho}{r}\right)v(l^*). \end{aligned} \quad (15)$$

Si se denota $a \equiv a_0 = m^* + b_{g0} + s_0$, se define el ingreso disponible como:

$$\begin{aligned} y_d &= y + rb_{g0} - \pi m^* \\ &= y+Rb_{g0}-\pi(m^*+b_{g0}), \end{aligned} \quad (16)$$

con $y = (1 - \tau_w)w^*l^* + rs_0 + T$ y todo ello se combina con (15), se obtiene otra expresión para el consumo, a saber:

$$c\equiv c^d(y_d,r)=\frac{1}{(1+\tau_c+\alpha R)}\frac{\rho}{r}y_d+\left(1-\frac{\rho}{r}\right)v(l^*). \quad (17)$$

Las expresiones en (15) y (17) representan dos trayectorias óptimas de la demanda del consumo que dependen de la tasa de interés real, pero en la primera la riqueza inicial es importante en su determinación, mientras que en la segunda lo es el ingreso disponible.

La propensión marginal al consumo calculada a partir de (17) esta dada por:

$$\frac{\partial c^d}{\partial y_d} = \frac{1}{(1+\tau_c+\alpha R)} \frac{\rho}{r}$$

la cual es positiva y menor que la unidad si el consumo no alcanza su estado estacionario. Si además, el componente del trabajo, $v(l^*)$ es relativamente pequeña respecto al ingreso disponible, entonces:

$$\frac{\partial c^d}{\partial r} < 0,$$

esto es, el consumo depende de manera inversa de la tasa de interés.

Por su parte, de (15) se llega a que:

$$\frac{\partial c^d}{\partial a_0} = \frac{1}{(1+\tau_c+\alpha R)} \rho > 0$$

y:

$$\frac{\partial c^d}{\partial r} < 0$$

por lo que la demanda del consumo depende de forma directa de la riqueza del individuo e inversa de la tasa de interés real cuando $v(1^*)$ son relativamente pequeños en relación al ingreso disponible.

2.7 Trayectoria óptima de la demanda de saldos monetarios reales

La sustitución de la demanda óptima de consumo en la restricción *cash-in-advance*, lleva de manera inmediata a la trayectoria óptima de la demanda de los saldos monetarios reales, que está dada por:

$$\frac{1}{(1+\tau_c+\alpha R)}\frac{\rho}{r}(ra_0+y-rs_0)+\left(1-\frac{\rho}{r}\right)v(l^*) \tag{18}$$

De esta expresión se obtiene que la demanda de saldos reales depende positivamente del ingreso y de manera negativa de la tasa de interés nominal, debido a que:

$$\frac{\partial m^d}{\partial y}=\frac{\alpha\rho}{(1+\tau_c+\alpha R)r}>0$$

y:

$$\frac{\partial m^d}{\partial R}=-\frac{\alpha^2(ra_0+y-rs_0)\rho}{(1+\tau_c+\alpha R)r}<0$$

3. Modelo de optimización intertemporal para los productores

El análisis de la producción considera que existe un gran número de empresas que operan en mercados competitivos, producen un sólo bien y deciden cuánto contratar de mano de obra y capital (inversión), y en virtud de que poseen vida infinita, su objetivo es maximizar el valor presente de sus flujos de efectivo, una vez que se han pagado los impuestos corporativos sobre la producción y considerado que no incurren en costos por la instalación de capital nuevo.[9]

3.1 Características de la tecnología

Cada empresa j produce un bien a una tasa instantánea de producción y_j, utilizando capital, k_j, y trabajo, l, los cuales se combinan en una función de producción $F_j(k_j, l_j)$, la cual satisface las propiedades neoclásicas: productos marginales positivos, pero decrecientes y rendimientos constantes a escala o equivalentemente, homogeneidad lineal o de grado uno en cada uno de los factores de producción.

Se supone también que todas las empresas enfrentan la misma función de producción, condición que aunada a la de rendimientos constantes a escala, permi-

[9] Sargent (1987), Barro y Sala-i-Martin (1995) y Turnovsky (1999) son algunas referencias que incorporan este tipo de costos, también conocidos como costos de ajuste.

te considerar variables agregadas y por tanto, una empresa representativa, de esta manera se puede omitir el subíndice j, el cual hace referencia a la empresa (véase Apéndice A). Con esta simplificación, las propiedades neoclásicas de la función de producción se pueden establecer como sigue:

1) Productos marginales positivos, pero decrecientes:

$$F_k, F_l > 0, F_{kk}, F_{ll} < 0, \forall\ k, l > 0.$$

2) Homogeneidad lineal en k y l:

lo cual a su vez implica que $F_{kk} F_{ll} - F^2_{kl} = 0$ y $F_{kl} > 0$.

Las características neoclásicas de F implican que cada insumo es esencial en la producción o equivalentemente, que $F(0, l) = (k, 0) = 0$. Además, como consecuencia del teorema de Euler para funciones lineales homogéneas, la función de producción se puede plantear como:

$$y = F(k, l) = kF_k + lF_l, \tag{19}$$

$$F(\upsilon k, \upsilon l) = \upsilon F(k, l), \forall\ \upsilon > 0,$$

resultado de gran utilidad al mostrar que en el análisis del productor sólo es necesario considerar una empresa representativa.

3.2 Planteamiento del modelo

El modelo se desarrolla considerando que las empresas no enfrentan costos de ajuste, es decir, no incurren en los costos asociados a la instalación de capital nuevo. De esta manera, el problema de decisión consiste en maximizar el valor presente de los flujos de efectivo una vez que se han pagado los impuestos corporativos sobre la producción: τ_y, esto es, se desea:

$$\text{Maximizar} \int_0^\infty P[(1-\tau_y)y - wl - i]e^{-Rt}dt \tag{20a}$$

$$\text{sujeto a:} \quad y = F(k, l), \tag{20b}$$

$$k = i - \delta k \tag{20c}$$

$$y(0) = y_0,\ l(0) = l_0,\quad k(0) = k_0 \text{ e } i(0) = i_0 \tag{20d}$$

Donde:
i = es la demanda de inversión.
δ = es la depreciación del capital.[10]

3.3 Condiciones de optimalidad

El hamiltoneano del problema previamente formulado es:

$$H(y, l, k, i; q) = P[(1 - t_y)F(k, l) - wl - i] + q(i - \delta k),$$

las condiciones de primer orden son:

$$(1 - \tau_y)\, F_l = w \tag{21a}$$

$$q = P \tag{21b}$$

$$-[(1 - \tau_y)\, PF_k + \delta q] = \dot{q} - Rq \tag{21c}$$

y la de transversalidad es:

$$\lim_{t \to \infty} qke^{-Rt} = 0 \tag{21d}$$

3.4 Trayectorias óptimas

En el sistema (21) se tiene que el producto marginal del trabajo después de impuestos es igual al salario real, que el precio sombra de la acumulación de capital es P y que el producto marginal del capital después de impuestos es igual a $R + \delta$:[11]

$$(1 - \tau_y)\, F_k = R + \delta \tag{22}$$

ya que $\dot{q} = 0$.

[10] Así formulado, el siguiente problema es uno de control óptimo, donde el capital, k, es variable de estado y la demanda de trabajo, l, y la de inversión, i, son de control. Cabe mencionar que si se sustituye el cambio en el capital y la función de producción en la función objetivo, se tiene un problema equivalente que puede ser resuelto mediante cálculo de variaciones. Sin embargo, aquí se prefirió usar control óptimo para poder determinar el multiplicador q, el precio sombra del capital.

[11] La combinación de (19) con las condiciones en (21) conducen a que y=(R+d)k + wl, es decir, el producto es igual al ingreso obtenido vía el salario y el rendimiento del capital, ambos medidos en términos del producto.

4. Restricción presupuestal del gobierno

El gobierno es el tercer agente de la economía, toma decisiones de gasto, financiamiento e impositivas, y se supone que no acumula bienes de consumo ni de capital. En términos generales, su déficit se encuentra constituido por sus gastos más los intereses pagados por concepto de deuda menos los impuestos recaudados, y es financiado vía incrementos en la oferta monetaria y/o en el acervo de los bonos gubernamentales.

Aunado a lo anterior y de acuerdo con el modelo del consumidor, se debe considerar que el gobierno también recibe de los consumidores un impuesto inflacionario en forma de transferencia de suma fija originado por los saldos reales que inicialmente se denominaron en términos nominales, y les proporciona otro a través de un subsidio de suma fija. En consecuencia, la restricción presupuestal del gobierno en términos reales se puede formular como:

$$m + b_g = g + rb_g - (t_w wl + t_c c + \tau_y y) - \pi m + T) \qquad (23)$$

donde g es el consumo del gobierno (o gasto gubernamental) y lo demás ya ha sido definido. El lado izquierdo de (23) especifica los cambios en la oferta de los saldos monetarios reales y de los bonos del gobierno necesarios para financiar el déficit del gobierno que se encuentra planteado en el lado derecho.

5. Identidad del ingreso nacional

A continuación se determinará la identidad del ingreso nacional, la cual plantea la forma en que se distribuye el producto entre los diferentes agentes de la economía.

La sustitución de la restricción presupuestal del gobierno (23) en la evolución de la riqueza del consumidor (1), conduce a:

$$c + g + (s - rs) = wl + \tau_y y \qquad (24)$$

Por su parte, la condición (21a) junto con la propiedad de las funciones neoclásicas planteada en (19) y la expresión en (22) llevan a que:

$$wl + \tau_y y = y - (1 - \tau_y)\, kF_k = y - (R + \delta)k \qquad (25)$$

Este resultado combinado con (24) implica que el mercado se vacía, es decir, que el producto que se obtiene en la economía debe ser destinado al consumo privado, inversión, consumo del gobierno y depreciación de capital, esto es:

$$y = c + i + g + \delta k \tag{26}$$

Donde:

$i = s + Rk - rs$, = es la inversión.

6. El modelo macroeconómico

En las secciones anteriores se desarrollaron los fundamentos microeconómicos de las ecuaciones de comportamiento de un modelo macroeconómico, a través de un modelo básico intertemporal para el consumidor y otro para el productor, se formuló también la restricción presupuestal del gobierno y la identidad del ingreso nacional, ambas en el contexto de una economía cerrada.

Con todo ello, se está en condiciones de presentar las relaciones de comportamiento, definiciones y condiciones de equilibrio que integran al modelo mencionado.

Oferta del único bien:

$$y^s = F(k, l^d) \tag{27a}$$

Demanda de trabajo:

$$F_l\,(k, l^d) = w \tag{27b}$$

Oferta de trabajo:

$$l^s = l^s\,(w) \tag{27c}$$

Demanda de consumo:

$$c^d = c^d\,(y_d, r) \tag{27d}$$

Demanda de inversión:

$$i^d = i^d\,(q) \tag{27e}$$

Demanda de saldos reales:

$$m^d = m^d\,(y, R) \tag{27f}$$

Identidad del ingreso nacional:

$$y^s = c^d + g + i^d + \delta k \tag{27g}$$

El equilibrio general del modelo se obtiene al agregar las condiciones:

$$l^d = l^s,\ m^d = m^s \text{ e } i^d = l^s$$

Si por simplicidad se denota $l = l^d = l^s$, $m = m^d = m^s$ e $i = i^d = i^s$, entonces el modelo macroeconómico para una economía cerrada se puede formular como sigue:

$$y = F(k,l),\ F_k,\ F_l > 0,\ F_{kk},\ F_{ll} < 0 \tag{28a}$$

$$F_l\ (k,l) = w \tag{28b}$$

$$l = l(w),\ l' > 0 \tag{28c}$$

$$c = c(y_d,r),\ c_{yd} > 0,\ c_r < 0 \tag{28d}$$

$$i = i(q) \tag{28e}$$

$$m = m(y,R),\ m_y > 0,\ m_R < 0 \tag{28f}$$

y:

$$y = c + g + i + \delta k \tag{28g}$$

Es importante señalar que en este modelo las variables endógenas son y, l, $w = W / P$, c, i y m, las restantes son exógenas.

Conclusiones

En este trabajo se han formulado relaciones causales de comportamiento para algunas de las variables asociadas a los grandes agregados económicos, se han establecido también sus principales determinantes, a través de modelar la conducta de los dos principales agentes en la economía: el consumidor y el productor. Con ello, se evita realizar análisis macroeconómicos con formulaciones *ad hoc* y permite obtener resultados consistentes con las características de la economía a estudiar.

En el desarrollo de esta investigación se procuró elaborar una modelación de la conducta de los agentes de forma que se obtuvieran resultados macroeconómicos consistentes con el modelo clásico o equivalentemente, resultados acordes con los de una economía cerrada en la cual los agentes económicos son muchos y operan en mercados competitivos, por citar algunas características importantes.

Lo anterior condujo a modelar la conducta del consumidor de forma que además de determinar el consumo y la oferta de empleo, también permitiera obtener los saldos reales. Ello llevó a incluir en su modelo, una restricción *cash-in-advance*, con el mismo propósito, por el lado del productor se dejaron fuera los costos de ajuste. Los resultados de la dinámica en cada uno de los problemas de optimización intertemporal se obtuvieron suponiendo equilibrio de previsión perfecta y en el estado estacionario, en el que todas las variables crecen a tasas constantes, se combinaron con la restricción presupuestal del gobierno y la identidad de la renta nacional, para finalmente establecer un modelo macroeconómico.

Varias extensiones de este trabajo surgen de manera natural. Algunas de ellas son: considerar que las empresas enfrentan costos de ajuste; investigar una manera alternativa a la restricción *cash-in-advance* que permita obtener también los saldos reales en el modelo del consumidor; abrir la economía a los bienes de consumo y a los activos financieros; permitir agentes de diferentes tipos en cada grupo, entre otras.

Apéndice A. Función de producción agregada

Considérese que en la economía existen empresas idénticas, competitivas y que producen el mismo bien. De esta manera, las empresas enfrentan la misma tecnología y por ende, tienen la misma función de producción, que se supone satisface las propiedades neoclásicas.

Defínase:

$$k=\sum_{j=1}^{n} k_j \tag{A.1}$$

$$l=\sum_{j=1}^{n} l_j \tag{A.2}$$

y:

$$y=\sum_{j=1}^{n} y_j=\sum_{j=1}^{n} F(k_j, l_j). \tag{A.3}$$

Como F es homogénea, es decir, $F(k\lambda, \lambda l) = \lambda F(k,l)$ para toda λ, entonces:

$$\lambda F_k=\frac{\partial F(\lambda k, \lambda l)}{\partial k}$$

o de manera equivalente,

$$F_k=\frac{\partial F(\lambda k, \lambda l)}{\partial \lambda k};$$

si se define $\lambda=\frac{1}{l}$, entonces:

$$F_k=\frac{\partial F}{\partial\left(\frac{k}{l}\right)}\left(\frac{k}{l},1\right)$$

lo cual establece que el producto marginal del capital es una función que depende de la relación entre el capital y el trabajo. Procediendo de manera similar se llega también a que el producto marginal del trabajo depende de esa relación.

Por otra parte, si el problema de optimización formulado en la sección 4 se hubiera resuelto para la empresa *j*, el resultado obtenido sería que el producto marginal del trabajo de esa empresa (después de impuestos), iguala al salario real (véase la condición de primer orden planteada en 21a), es decir,

$$F_{l_j}=w$$

Recién se estableció que el producto marginal del trabajo depende de la relación capital-trabajo y por tanto este resultado establece entre otras cosas, que ésta no cambia de empresa a empresa, ya que todas ellas enfrentan el mismo salario real. De esta manera:

$$F_{l_j}\left(\frac{k_j}{l_j},1\right)=w, \forall j$$

Como la proporción entre el capital y el trabajo es la misma para todas las empresas, entonces:

$$\frac{k_j}{l_j} = \frac{\sum_{j=1}^{n} k_j}{\sum_{j=1}^{n} l_j}$$

y esto combinado con (A.1) y (A.2) conducen:

$$\frac{k_j}{l_j} = \frac{k}{l}$$

lo cual plantea que la relación capital-trabajo de cada empresa es la misma que a nivel agregado, esto es, a nivel de toda la economía.

Por su parte, después de utilizar el teorema de Euler y el resultado recién derivado, la producción se puede expresar como:

$$\begin{aligned} y &= \sum_{j=1}^{n} F(k_j, l_j) = \sum_{j=1}^{n} (k_j F_{k_j} + l_j F_{l_j}) \\ &= \sum_{j=1}^{n} k_j F_{k_j}\left(\frac{k_j}{l_j}, 1\right) + l_j F_{l_j}\left(\frac{k_j}{l_j}, 1\right) \\ &= F_k\left(\frac{k}{l}, 1\right) \sum_{j=1}^{n} k_j + F_l\left(\frac{k}{l}, 1\right) \sum_{j=1}^{n} l_j \end{aligned}$$

y usando nuevamente (A.1), (A.2) y el teorema de Euler, finalmente se obtiene que:

$$y = F_k\left(\frac{k}{l}, 1\right) k + F_l\left(\frac{k}{l}, 1\right) l = F(k, l)$$

Este resultado establece que cuando las empresas son perfectamente competitivas y enfrentan la misma función de producción neoclásica, entonces se puede considerar el agregado de todas ellas o una representante de las mismas, tal y como se estableció en la sección 4.

Referencias bibliográficas

Barro, R. J. y X. Sala-i-Martin (1995). *Economic growth, advanced series in economics*, EUA: McGraw-Hill.

Calvo, G. A., (1986). "Temporary stabilization: predetermined exchange rates" en *Journal of Political Economy*, núm. 94, pp. 1319-1329.

Fair, R. (1978). "A criticism of one class of macroeconomic models with rational expectations" en *Journal of Money, Credit and Banking*, núm. 10, pp. 411-417.

Léonard, D. y N. Van-Long, (1994). *Optimal control theory and static optimization in economics*, EUA: Cambridge University Press.

Lucas, R. E. (1976). "Econometric policy analysis: a critique" en K. Brunner y A. Meltzer (1976), *Phillips: curve and labor markets*, North Holland.

Muth, J. F. (1961). "Rational expectations and the theory of price movements" en *Econometrica*, núm. 29, pp. 315-335.

Ramsey, F. P. (1928). "A mathematical theory of saving" en *Economic Journal*, núm. 38, pp. 543-559.

Ruiz-Galindo, L. A. (2003). Modelo macroeconómico con fundamentos microeconómicos. Una aplicación econométrica a la economía mexicana, Tesis doctoral, División de Estudios de Postgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Sargent, T. J. (1987). *Macroeconomic theory*, 2a. ed., Academic Press.

Turnovsky, S. J. (1981). "The analysis of macroeconomic policies in perfect foresight equilibrium" en *International Economic Review*, núm. 22, pp. 179-209.

——— (1999). *International macroeconomic dynamics*, EUA: MIT Press.

——— (2000). *Methods of macroeconomic dynamics*, 2a. ed., EUA: MIT Press.