Análisis Económico
ISSN: 0185-3937
analeco@correo.azc.uam.mx
Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco
México

Peláez Gramajo, Guillermo
El intercambio con una regla de formación de precios: la propuesta de Shapley y Shubik
Análisis Económico, vol. XXII, núm. 51, 2007, pp. 141-156
Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco
Distrito Federal, México

Análisis Económico
Núm. 51, vol. XXII
Tercer cuatrimestre de 2007

El intercambio con una regla de formación de precios: la propuesta de Shapley y Shubik

(Recibido: noviembre/06–aprobado: marzo/07)

*Guillermo Peláez Gramajo**

Resumen

Este trabajo examina uno de los problemas fundamentales de la teoría de los precios, a saber: la formación de las magnitudes económicas (precios y cantidades), en el marco de una economía competitiva cuya implicación básica es agentes tomadores de precios. Se trata de un problema importante que no ha sido resuelto por la teoría económica. El objetivo de este ensayo es analizar en sus méritos y limitaciones la idea de Shapley y Shubik, quienes proponen una regla de formación de precios en el ámbito de la teoría de juegos no cooperativos e introducen el dinero en las transacciones de los agentes. A pesar de los límites de esta propuesta, sus virtudes radican en ofrecer pistas de investigación para el estudio del mecanismo de los precios.

Palabras clave: formación de las magnitudes económicas, teoría de juegos no cooperativos, equilibrio de Nash.
Clasificación JEL: D51, C72.

* Profesor-Investigador de la UAM-Xochimilco (jgpg@correo.azc.uam.mx).

Introducción

Shapley y Shubik (1977) proponen precisar algunos de los mecanismos y procesos económicos relacionados con las conductas de los individuos. Los conceptos concernientes al comportamiento económico de agentes son bastante insatisfactorios en el marco de la teoría del equilibrio general competitivo, en particular con relación a la conducta de los agentes en el largo plazo. Se asume que los agentes tienen una conducta optimizadora o actúan "como si" la tuvieran, pero cuando se examina la literatura sobre preferencias reveladas o mucha de la teoría del bienestar social, se encuentra que se presta poca atención al *mecanismo* y al *ambiente* que media entre el comportamiento de los individuos y las estructuras intrínsecas de sus preferencias.

Las reflexiones de Koopmans (1957) constituyen un antecedente respecto al estudio de la conducta de los agentes económicos, el mecanismo de ajuste vía precios o vía cantidades está fundamentado en hipótesis poco representativas del comportamiento de los agentes económicos. En cambio, la teoría macroeconómica formula supuestos de comportamiento que a menudo se hacen para proporcionar ideas plausibles de carácter normativo o positivo en nuestra disciplina (Shubk, 1999: 4).

El objetivo de este trabajo es el estudio de una propuesta de formación de precios de Shapley y Shubik. El problema de la formación de los precios implica formular un mecanismo endógeno de variación de los precios, entonces ¿cuándo varían los precios? Evidentemente los precios varían en desequilibrio, pues en equilibrio estamos en una situación de estado estable de las magnitudes económicas (precios y cantidades), tal que éstas no varían por ningún mecanismo endógeno del sistema.[1]

Shapley y Shubik proponen un modelo de intercambio en la forma de juego estratégico, para lo cual aplican el concepto de solución no cooperativa de Nash (1951), que describe un equilibrio de intercambio no cooperativo donde los precios (y las cantidades de mercancías recibidas como consecuencia del intercambio) dependen de forma natural de las decisiones de los compradores y los vendedores, evitando así la dificultad tradicional de suponer individuos tomadores de precios sin tener una teoría de formación de los precios. Se trata de una propuesta novedosa e interesante que propone una teoría endógena de formación de los pre-

[1] El equilibrio es un estado de reposo de un sistema, en el cual no existe ninguna fuerza endógena capaz de modificarlo.

cios (y las cantidades), desvirtuando la necesidad del subastador walrasiano en una economía de equilibrio general competitivo (equilibrio Arrow-Debreu).

Un elemento crucial de la propuesta de estos autores es el uso de una mercancía específica como "dinero en efectivo" que puede o no carecer de valor intrínseco, pues ésta constituye la variable estratégica. Es un modelo inspirado en las propuestas de juegos no cooperativos de Nash y Cournot, cuyas reglas, incluyendo el mecanismo de formación de precios, son independientes de los supuestos del comportamiento de los agentes económicos así como de los supuestos respecto al equilibrio económico. Al mismo tiempo, este trabajo tiene como meta el análisis de los méritos y limitaciones de la propuesta Shapley-Shubik, con el objeto de señalar su importancia para el estudio del mecanismo de los precios en una economía descentralizada.

La primera sección resume el concepto de equilibrio Nash-Cournot. A continuación se establecen las conexiones de una economía monetaria con agentes que tienen un comportamiento estratégico. El tercer apartado formaliza el carácter estratégico de los mercados y determina las ideas y consecuencias de un juego con estrategias agregadas. Enseguida, se ajusta el carácter estratégico del modelo básico de Shapley-Shubik a un modelo de equilibrio general. Como consecuencia, en la quinta parte se obtiene el principal resultado del modelo: la formación de las magnitudes económicas, donde se sugiere un proceso de formación de expectativas. La sexta sección examina la solución de existencia del equilibrio Nash-Cournot y finalmente se formulan las conclusiones de este estudio.

1. La conexión Cournot-Nash

En el trabajo científico no es muy frecuente, pero ha ocurrido, que dos autores generen proposiciones equivalentes de manera independiente. Así ocurrió en el siglo XVI con Newton y Leibinitz en el marco del cálculo. En economía conocemos la proposición de Clower: el dinero compra bienes, los bienes compran dinero, pero los bienes no compran bienes; la cual fue propuesta casi con un siglo de anticipación por Marx. En este apartado se hace una descripción sencilla de los equilibrios de Cournoty Nash, para mostrar que los resultados económicos del primero, son precisamente los resultados que con rigor matemático nos proporciona el segundo en el marco de la teoría de juegos.

En el equilibrio de Cournot cada empresa está maximizando sus ganancias "dadas sus expectativas respecto al nivel de producto elegido por las otras empresas, las cuales se confirman en equilibrio" (Cournot, 1838). El equilibrio es un estado de la economía en el cual cada empresa hace una elección óptima de producir la cantidad de producto que las otras empresas esperaban que produjera. En estas circunstancias: "para ninguna empresa resultará rentable modificar su producción una vez que se percata de la elección corriente efectuada por las otras empresas" (Cournot, 1838).

Supóngase la existencia de n empresas productoras de un producto homogéneo tal que en el momento t están produciendo los niveles de producción $(y_1(t), y_2(t),..., y_n(t))$, que no necesariamente son niveles de producción de equilibrio. En el siguiente período cada empresa desearía elegir el nivel de producto que maximiza su ganancia, para tal efecto tiene expectativas que están en función de las producciones de las demás empresas en el período anterior. Por ejemplo, el nivel de producción de la empresa 1: $y_1(t+1) = f(y_2(t), y_3(t),..., y_n(t))$, la empresa 2 razona en el mismo sentido $y_2(t+1) = f(y_1(t), y_3(t),..., y_n(t))$ y así sucesivamente. Estas ecuaciones describen cómo cada empresa ajusta las cantidades producidas frente a las elecciones de las demás empresas. Evidentemente, el problema que queda pendiente es el análisis de la estabilidad de este proceso de ajuste.

Si trasladamos las proposiciones de Cournot al ámbito de la teoría de juegos no cooperativos, podemos leer lo anteriormente expuesto como un juego estratégico finito donde existe en cada período un conjunto de estrategias puras:

$$\pi_i(t) = f(\pi_1(t\text{-}1), \pi_2(t\text{-}1),..., \pi_{i-1}(t\text{-}1), \pi_{i+1}(t\text{-}1),..., \pi_n(t\text{-}1))$$

En estos términos, un punto de equilibrio de Cournot es una *n-nupla*: \$ = $(\pi_1, \pi_2, \pi_3, ..., \pi_n)$, que maximiza los pagos de cada jugador, pues ninguno de éstos desearía modificar su estrategia una vez que ha conocido las estrategias de los demás jugadores.

En el equilibrio de Nash, se define un juego de n jugadores en el cual cada uno de ellos tiene un conjunto de estrategias[2] y una función de pagos P_i, asociada al *i-ésimo* jugador, que efectúa un mapeo del conjunto de todas las *n-nuplas* estrategias puras a los reales $P_i:(\pi_1, \pi_2,..., \pi_i,..., \pi_n) \rightarrow R$: "When we use the term *n-tuple* we shall always mean a set of n items, with each item associated with a different player" (Nash, 1990: 286).

[2] El autor trabaja con estrategias puras y mixtas, Shapley y Shubik asumen una estrategia pura π_i para cada jugador.

Un punto de equilibrio es un conjunto de *n-nuplas* estrategias que maximiza el pago de cada jugador si las estrategias de los demás jugadores permanecen fijas, de modo que la estrategia de cada jugador es óptima respecto al resto de jugadores. Nash ofrece una demostración de existencia de este equilibrio mediante una transformación *T* del espacio de las *n-nuplas* estrategias tal que, por el teorema del punto fijo de Brouwer, los puntos fijos de *T* son puntos de equilibrio (Nash, 1990: 286).

En conclusión, podemos afirmar que, en virtud de que el equilibrio de Cournot ocurre sí cada empresa maximiza sus ganancias cuando el comportamiento de las demás empresas está dado, entonces estamos precisamente frente a la definición de equilibrio de Nash que Arrow y Debreu (1954) anticiparon esta idea al afirmar que "…Professor Nash has formally introduced the notion of an *equilibrium point* for a game. Actually, the concept had been formulated by Cournot in the special case of an oligopolistic economy" (Arrow y Debreu, 1954: 273).

Este sencillo análisis de la conexión Nash-Cournot nos permite anticipar uno de nuestros resultados más relevante: las empresas requieren macro-expectativas para la toma de sus decisiones, al mismo tiempo que los consumidores también requieren de macro-expectativas para anticipar precios, el interés de este resultado que estamos adelantando, reside en que la construcción de una macroeconomía con micro-fundamentos pasa necesariamente por la construcción de una micro-economía con macro-fundamentos, nos aproximamos así a lo que autores como Hahn (2003) y Kirman (2003) han formulado en un contexto un tanto distinto.

2. Teoría del dinero y del oligopolio en el marco del equilibrio general

La teoría microeconómica trata con la conducta de individuos optimizadores en un ambiente de mercados de equilibrio parcial, mercados de equilibrio general, un medio ambiente con pocos competidores poderosos (teoría del oligopolio y teoría de juegos), o un medio ambiente con riesgo exógeno (teoría del comportamiento bajo incertidumbre). El hilo que une casi todas las teorías microeconómicas es la visión de individuos con metas más o menos racionales.

Una de las diferencias fundamentales entre las teorías de la empresa y del consumidor en competencia, por un lado, y la teoría del oligopolio por otro, es que las primeras dos no son estratégicas mientras que la tercera lo es estrictamente.[3] Shubik señala que un problema importante en la teoría económica ha sido elaborar modelos de equilibrio parcial en competencia monopolística, que puedan adaptarse a modelos de equilibrio general. Las proposiciones de Cournot (1838), Edgeworth (1967) y la crítica de Bertrand (1883), son formuladas en el contexto del sistema económico de equilibrio parcial, donde las empresas son entidades estratégicas y sus mercados están representados por un mecanismo de demanda. El análisis de Cournot se basó en el tratamiento de la cantidad producida como variable estratégica en el control de la empresa. La observación de Bertrand y el análisis de Edgeworth usaron el precio como variable estratégica.

Para Shapley y Shubik un sistema que es estratégico para todos, debe ser flexiblemente acompañado de una estructura tal que "todos tengan una oportunidad para elegir de manera independiente" (Shapley y Shubik, 1977). También se añade la necesidad de incorporar el dinero en el análisis de las transacciones (Shubik, 1999). El resultado debe estar definido tanto para situaciones de desequilibrio como para estados de equilibrio. Una pequeña variación en el valor del dinero es suficiente para requerir de la dinámica económica, en virtud de sus implicaciones en la variación de los precios nominales. En cambio, los resultados que se concentran en la existencia de equilibrios no estratégicos (equilibrio Arrow-Debreu), pueden evitar la necesidad de considerar el rol del dinero, porque las técnicas y análisis se dedican a la estática y a las condiciones de existencia de un vector de precios relativos de equilibrio de largo plazo, además evaden el análisis de las transacciones secuenciales entre productores y consumidores de mercancías.

3. Juegos estratégicos y su agregación

3.1 Juegos de mercados estratégicos

Shapley y Shubik discuten mecanismos de mercado construyendo un tipo de juegos estratégicos cuya solución es un equilibrio no cooperativo. Un juego de mercado estratégico para un conjunto finito $A = \{1,2,..., i,...,n\}$ de individuos, cada uno dotado con un vector de m mercancías, $a^i \in R^m$,y con una función de utilidad u^i: $R^m \to R$, está definido por la especificación de la estructura de mercado M (que se

[3] El primer teorema del bienestar establece que todo equilibrio competitivo es un óptimo de Pareto, lo cual implica ausencia de externalidades. En cambio, un sistema económico con comportamiento estratégico de los individuos implica la existencia de externalidades.

especifica más adelante) y los conjuntos de estrategias individuales $S^i \;\forall\; i \in A$. Dubey y Shubik (1978) muestran que existe un equilibrio no cooperativo para este tipo de juegos, donde los participantes en los mercados utilizan solamente mensajes simples, basados en las siguientes tres condiciones:

1. Cada u^i es cóncava y no decreciente en cada variable;
2. $\sum_{i \in N} a^i > 0$; y
3. $\forall\ (j,k) \in M$, existen al menos dos agentes que intercambian, los cuales poseen una dotación positiva de j y deseo de k, así como dos individuos que intercambian, los cuales tienen una dotación positiva de k y desean j. Un individuo i se dice que "desea el bien j" si u^i es una función estrictamente creciente en la j-ésima variable.

3.2 Juegos con estrategias agregadas

Entre las propiedades deseables de un mercado, el anonimato de los agentes y la agregación son suficientes para proveer una estructura de juegos estratégicos. La agregación proporciona una importante vinculación entre el comportamiento económico de modelos micro y macro económicos, esto ya lo hemos señalado al anticipar nuestro resultado relacionado con la idea de la necesidad de establecer macrofundamentos de la microecomía, como un paso necesario para la construcción de una macroeconomía con micro-fundamentos. La función de pagos para el individuo i (π_i) es generalmente una función de n estrategias del *i-ésimo* jugador, es decir, $\pi_i\,(s_1, s_2,...,s_n)$, lo cual evidencia la existencia de externalidades que influyen en el comportamiento individual. Si existe una estrategia de montos referida a una cantidad de uno o más bienes, entonces cada pago individual depende sólo de dos variables estratégicas, la propia acción micro-económica del jugador i y la suma de las acciones de los otros jugadores (expresadas en el mercado) como una expresión macroeconómica. El clásico juego de oligopolio de Cournot ilustra lo anterior.

Así, supóngase la existencia de n empresas, cada una con una función de costo total $C_i\,(q_i)$, donde $\frac{dC_i}{dq_i} > 0,\ \frac{d^2C_i}{dq_i^2} > 0$ y $C_i(0) = 0$. Supóngase que la demanda para una mercancía idéntica vendida por todas las empresas está dada por $P = \phi\,(q)$, donde $q = \sum_{i=1}^{n} q_i, \frac{d\phi}{dq} < 0,\ \frac{d^2\phi}{dq^2} > 0$, entonces el pago (ganancia) a cualquier empresa i (i-ésimo jugador) está dado por $\pi_i\,(q_i) = q_i\phi\,(q) - C_i\,(q_i) \;\forall\; i \in A$. Lo interesante es que la maximización de este pago (ganancia) conduce a un resultado neoclásico competitivo: la ganancia se maximiza en el punto donde el precio se iguala con el costo marginal, $\frac{d\pi_i}{dq_i} = \phi(q) - \frac{dC_i}{dq_i} = 0 \, \forall \, i$.

Todo pago es función de dos variables, la estrategia de la empresa *i* y el mercado como un todo. Las condiciones de equilibrio observadas por cualquier empresa *i* dependen de la función de ganancia y del comportamiento agregado de las otras empresas. En equilibrio, es la única información requerida (las estrategias), en tanto que fuera del equilibrio, una empresa puede guiarse por el conocimiento de los costos de otros.

La agregación de la información elimina enormemente el número de estrategias para cada jugador, en particular elimina la amenaza de la selectividad en juegos con múltiples estados.[4]

4. Modelo básico

Shapley y Shubik describen un juego de intercambio bien definido donde una mercancía específica es utilizada como medio de pago, ellos muestran como se forman los precios en esta economía. El modelo clásico de equilibrio general (Arrow-Debreu) demuestra la existencia de un sistema de precios de equilibrio, el modelo Shapley-Shubik de juegos estratégicos va más lejos, requiere adicionalmente de reglas que determinen los precios para posiciones fuera del equilibrio.[5] Con cualquier jugador libre de tomar decisiones independientes, el modelo Shapley-Shubik debe producir un resultado bien definido para cada conjunto de insumos.

Debido a que interesa el intercambio anónimo, con precios de mercado en el marco de un mínimo de detalles institucionales, los autores adoptan en esencia una generalización del enfoque original de Cournot. Se reitera el supuesto de un conjunto *A* de *n* de agentes, en una economía con $m+1$ mercancías (donde el $m+1$-ésimo bien tiene un rol operacional) en adición a su posible utilidad en el consumo. Las transacciones ocurren entre las primeras *m* mercancías, se denota Ω^m el ortante no negativo de R^m para definir el espacio de dichas mercancías. Para todo conjun-

[4] Es decir, *i* no puede conocer directamente la estrategia de *j*, pero puede actuar mediante la información de un mercado masivo.

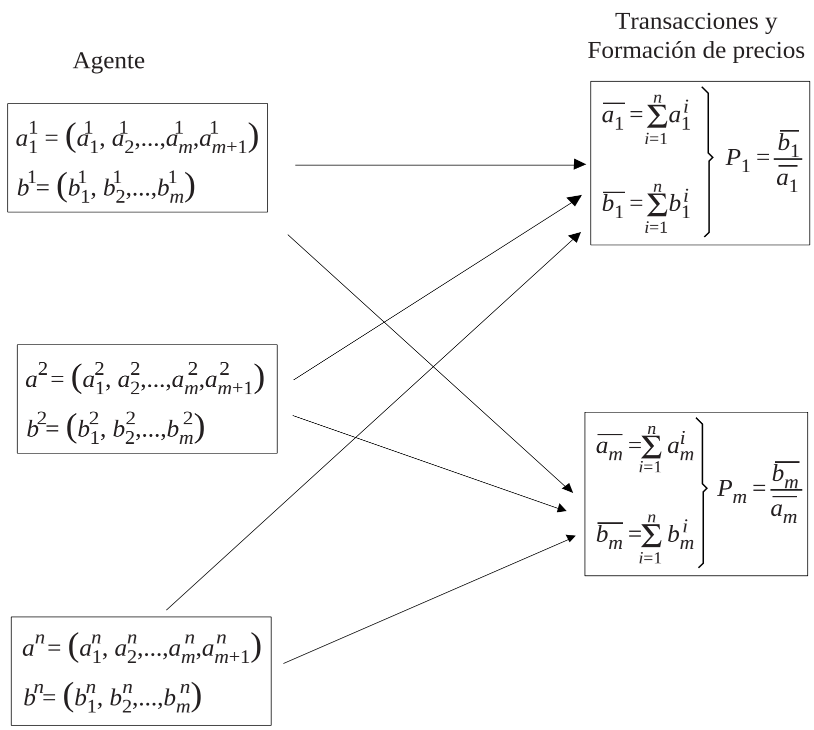
[5] Para ser más precisos, ellos abren una pista de análisis de la estabilidad del equilibrio pero no efectúan dicho análisis.

to $x \in \Omega^m$, el vector x_i es el *i*-ésimo componente de *x*. El modelo atribuye a cada agente una canasta inicial de bienes: $a^i = a^i{}_1, a^i{}_2, \ldots a^i{}_m, a^i{}_{m+1}), \forall\, i \in A$,donde $a^i{}_j \geq 0 j = 1,2,\ldots,m,m+1$ y $a^i{}_j > 0$ para al menos dos agentes; y una función de utilidad cóncava, continua y no decreciente en la *m-dimensional* variable *x*: $u^i : \Omega^m \to R$, $u^i(x) = u^i (x^i{}_1, x^i{}_2, \ldots x^i{}_m, x^i{}_{m+1})$. Se reitera que u^i no necesita depender de $x^i{}_{m+1}$, pues la posibilidad de dinero fiduciario no está excluida. Aunque las variables estratégicas son las cantidades, éstas se circunscriben a cantidades de un bien especial que sirve como dinero en efectivo o moneda medio de cambio. Sólo este bien está sujeto a elección estratégica en esta versión simplificada del modelo. El resto de las magnitudes económicas (precios y cantidades de las *m* mercancías remanentes) se forman en el mercado como consecuencia de las reglas del juego: la agregación de las estrategias individuales y el supuesto de que todas las dotaciones individuales están sujetas a ventas a consignación.

En efecto, en virtud de las reglas del juego, se requiere que cada agente *i* ofrezca la dotación de sus primeros *m* bienes: $a^i{}_1, a^i{}_2, \ldots a^i{}_m$, para la venta a consignación en los *m* respectivos mercados. Simultáneamente el *m+1*-ésimo bien es utilizado para la puja que cada individuo hace en los *m* mercados o en algunos de éstos, colocando en algunos o en todos esos mercados una cantidad de dicho bien dinerario con el objeto de comprar las respectivas mercancías que todos han puesto a la venta. Entonces, la *i*-ésima estrategia se denota por el vector de pujas monetarias del *i*-ésimo individuo: $b^i = (b^i{}_1, b^i{}_2, \ldots b^i{}_m)$. Por consiguiente, un individuo puede adquirir algunos de sus propios bienes de retorno, pero para ello debe acudir a los mercados donde fueron puestos a la venta. En este sentido, las reglas del juego requieren modificar institucionalmente el sentido de propiedad ya que éste es un título de propiedad recibido de la venta de la mercancía antes que de la mercancía en sí misma. En estas circunstancias, cada individuo resulta ser comprador y vendedor en los mercados para los cuales ha efectuado una puja estratégica, a pesar de haber tenido inicialmente una dotación de la mercancía que puso a la venta para después comprar. Este supuesto bastante insatisfactorio facilita el análisis. Otra regla del juego establece que los agentes no requieren gastar todo su dinero.

Los autores asumen *m* zonas de mercados separadas, una para cada una de las primeras *m* mercancías, donde las ofertas totales $\overline{a_1}, \overline{a_2}, \ldots, \overline{a_m}$ han sido depositadas para su venta a consignación. El Esquema 1 permite visualizar la articulación que hemos señalado entre las decisiones en el marco de la microeconomía y los resultados de la macroeconomía, y a la vez también permite observar cómo estos resultados inciden en la formación posterior de las expectativas de los agentes:

Esquema 1



En virtud de la ausencia de crédito, los límites de b^i están dados por $\sum_{j=1}^{m} b_j^i \leq a_{m+1}^i$ (los agentes no necesariamente gastan todo su dinero, el juego también requiere que los agentes paguen por anticipado: *cash in advance*). La última regla del juego establece que $b_j^i \geq 0 \; \forall \; j = 1,2,\ldots,m$ (los agentes pueden o no efectuar compras en cada uno de los mercados).

5. La regla de formación de las magnitudes económicas

En las circunstancias analizadas por el modelo, los precios emergen de manera natural, como resultado de las pujas monetarias que simultáneamente ejercen los agentes. En efecto, Shapley y Shubik definen la regla de variación endógena de los precios $\left(P_j = \frac{\overline{b}_j}{\overline{\overline{a}}_j} \; \forall \; j = 1,2,\ldots,m, \right)$;[6] entonces, las pujas estratégicas expresadas por los vectores $b^i = (b^i{}_1, b^i{}_2, \ldots b^i{}_m)$ de cada uno de los agentes para cada mercado $b^i{}_j \geq 0 \; \forall \; j = 1,2,\ldots,m$ preceden a los precios. Es decir, los individuos comprometen cantidades de sus medios de pago para la compra de cada uno de los bienes sin un conocimiento definido de cual será el precio por unidad de cada mercancía. En equilibrio esto no importa puesto que los precios serán los que los agentes esperan que sean, sin embargo cualquier desviación de las expectativas desembocará en variaciones de las cantidades de bienes recibidos antes que en las cantidades de efectivo gastado. Shapley y Shubik (1977) argumentan que, en términos prácticos, si un individuo asigna una porción de su presupuesto a la compra de un bien en un mercado masivo, este será diferente –pero no muy diferente– de una decisión de comprar un monto específico a un precio no especificado.

Los precios, en este modelo de Shapley y Shubik, son tales que no hay acumulación de activos en ningún mercado. La cantidad del *j*-ésimo bien que el *i*-ésimo individuo recibe por su *i*-ésima estrategia (puja) $b^i{}_j$ es:

$$x_j^i = \begin{cases} \dfrac{b_j^i}{P_j} & si \; P_j > 0, \; \forall \; j = 1,2,\ldots,m \\ 0 & si \; P_j = 0, \; \forall \; j = 1,2,\ldots,m \end{cases}$$

[6] Benetti (2003) la define como regla Cantillón-Smith en virtud de que estos autores clásicos intuyeron que en cada mercado los precios se forman como consecuencia del cociente entre la demanda monetaria que los agentes efectúan en los respectivos mercados, y la oferta global de mercancías que éstos llevan a cada uno de dichos mercados.

Es decir, de la cantidad total ($\overline{a_j}$) de la mercancía j que se pone a la venta, el i-ésimo individuo recibe la parte proporcional de la demanda monetaria que estratégicamente ejerce en el mercado j: $x^i_j = \frac{b^i_j}{\overline{b_j}} \overline{a_j} \; \forall i \in A$. Reiteramos que, como bien lo señalan Shapley y Shubik, las reglas del juego establecen un cambio institucional en los derechos de propiedad, pues los individuos no son dueños de su dotación inicial en virtud de que se ven obligados a ponerla en venta, ellos son dueños de lo que la regla de formación de precios y cantidades les asigna.

El monto final del $m+1$-ésimo bien (moneda mercancía) con el que este i-ésimo agente termina al final de las transacciones, tomando en consideración tanto las ventas como las compras que efectúa, es:

$$x^i_{m+1} = a^i_{m+1} - \sum_{j=1}^{m} b^i_j + \sum_{j=1}^{m} a^i_j P_j \;\; \forall i \in A$$

En una perspectiva dinámica (una situación de desequilibrio en la cual no se verifican las expectativas de los agentes), los precios así formados constituyen señales macroeconómicas que, unidas a los resultados microeconómicos de las cantidades que asignan los mercados, fortalecen el entendimiento y aprendizaje de los individuos en la formación de sus expectativas de precios y en el comportamiento estratégico futuro de éstos. Esta es la reflexión más significativa que podemos hacer respecto a ampliar los resultados de Shapley-Shubik, pues abre una pista para el estudio de un proceso dinámico de la formación tanto de las expectativas como de las magnitudes económicas.

En la lógica de la teoría de juegos, el i-ésimo pago debe estar expresado como una función de todas las estrategias, acorde con lo cual Shapley y Shubik denotan: $\Pi^i (b^1,\ldots,b^i,\ldots b^n) = u^1 (x^i{}_1,\ldots,x^i{}_{m+1}), \forall\, i \in A$, donde x_i depende de b_i (estrategias) en función de las tres ecuaciones anteriores. El que Π^i sea cóncava en función de $b_{i\,.}\ \forall\, i$, es importante para la prueba de existencia del equilibrio estratégico (no cooperativo).

Debido al mecanismo de formación de precios y cantidades, así como al anonimato de la asignación de las ventas, todos los agentes pagan el mismo precio para el mismo bien, aunque la operación en el sistema de mercado eleve lo que se ha dado en llamar “externalidades pecuniarias”, en el sentido de que los precios pagados por cualquier individuo dependen de las subastas monetarias de los otros (las estrategias restantes) (Shapley y Shubik, 1997: 943).

Shapley y Shubik están conscientes de que existen varias posibilidades de reglas de formación de precios, cada una con sus propias restricciones respecto a las posibles estrategias. En particular, reconocen la posibilidad de una regla de formación de precios donde los individuos que interactúan en las transacciones puedan tener control solamente sobre las cantidades ofrecidas o demandadas (Shapley y Shubik, 1977: 945). Adicionalmente, se puede argüir que para muchos mercados que involucran producción y acumulación de activos (exceso de oferta), la restricción que plantea la regla de formación de precios que hemos examinado no tiene sentido pues dicha regla asume que todo lo que se lleva al mercado se vende, por ello este supuesto se relaja al postular que quien intercambia puede ser comprador, vendedor o ambos en cada uno de los mercados (Subik, 1999: 186).

En efecto, Shubik propone una estrategia individual: $(s^i, b^i) \left| b^i_j \geq 0, 0 \leq s^i_j \leq a^i_j \; \forall\, j = 1,2,\ldots,m\right.$, donde s^i_j es la oferta del bien j por parte del individuo i. Esto permite hacer un estudio más razonable del desequilibrio con oferentes en el lado corto del mercado (demandantes restringidos) y sin cambios institucionales en los derechos de propiedad, pero aún queda pendiente la posibilidad de estudiar las restricciones de la otra cara del mercado (oferentes en el lado largo del mercado).

6. La solución no cooperativa

Un equilibrio no cooperativo o "la mejor respuesta", ha sido definido en la teoría de juegos como un conjunto de selecciones estratégicas de los jugadores con la propiedad de que ninguno de éstos, dadas las elecciones de los otros, puede ganar modificando su propia elección (Nash, 1990).[7] La solución que ofrecen Shapley y Shubik es un concepto relativamente muy cercano a la clásica solución del oligopolio formulada por Cournot, la cual consiste en un vector de estrategias $\hat{b} = \left(\hat{b}^1, \hat{b}^2, \ldots, \hat{b}^n\right) \left| \Pi^i \left(\hat{b}^1, \hat{b}^2, \ldots, \hat{b}_i, \ldots, \hat{b}^n\right) \right. \forall\, i$, es maximizada para $b^i = \hat{b}_i$.

Teorema:

Para cada jugador, ieA, sea u^i una función continua, cóncava y no decreciente. Para cada $j = 1,2,\ldots,m$, asúmase la existencia de por lo menos dos agentes, cuya utilidad para cada uno

[7] Aunque Nash incluye la posibilidad de estrategias mixtas, éstas no tienen una interpretación plausible en el modelo de Shapley y Shubik: sus estrategias son puras.

de ellos es estrictamente creciente, dichos agentes poseen además dotaciones iniciales positivas de la $m+1$-ésima mercancía. Entonces, existe un equilibrio no cooperativo.

Este teorema para un equilibrio no cooperativo, puede probarse por medio de una aplicación del teorema del punto fijo de Kakutani para "la mejor respuesta" del proceso de ajuste o transformación: $b \rightarrow b'$ donde cada b'_i es la mejor respuesta del jugador i a las elecciones ($b^j : j \neq i$) de los otros jugadores (Dubey y Shubik, 1978).

Debreu (1952) generalizó el teorema de Nash sobre la existencia de puntos de equilibrio para juegos, ese resultado lo utilizan Arrow y Debreu (1954) para mostrar que un equilibrio competitivo puede ser un equilibrio de Nash; Dubey y Shapley (1994) obtienen como principal resultado el hecho de que, si la moneda es aceptada plenamente en toda la economía, entonces cualquier equilibrio estratégico mostrará que la "mayoría" de los agentes tienen un comportamiento competitivo, es decir son individuos tomadores de precios que optimizan su función de utilidad sujetos a conjuntos presupuestales walrasianos. Aún más, Dubey y Shapley muestran que si existe un número finito de tipos de agentes, o si se imponen restricciones fuertes sobre las funciones de utilidad, el término mayoría puede ser reemplazado por el argumento casi todos.

Un equilibrio competitivo se define como un par ordenado (P, x) donde $P \in \Omega^m$ es un vector de precios y x es una asignación, tal que es óptima en el i-ésimo conjunto presupuestal "para casi todo i":

$$\begin{cases} x^i \in B^i(P) \\ u^i(x^i) = max\left\{u^i(x) : x \in B^i(P)\right\} \end{cases}$$

Donde:

$B^i (P) = \{x$ Î$W^m : Px$ £ $Pa^i\}$.

Se denomina competitiva a una asignación x (o a un vector de precios P), si existe un P (o asignación x) tal que (P, x) es un equilibrio competitivo.

Conclusiones

Como ha ocurrido muchas veces a lo largo de la historia del pensamiento científico "el gran mérito de estos autores estriba en haberse equivocado en su proposición", esto no es una ironía, por el contrario es algo que afirmamos a la luz de la idea que estamos sugiriendo respecto a un proceso dinámico de formación de expectativas, pues ésta se fundamenta en las ideas originales de Shapley y Shubik, ellos han abierto la brecha para futuras propuestas.

La limitación fundamental estriba en que no existe acumulación de activos de los oferentes en ningún mercado: todo lo que se lleva al mercado se vende. Esto significa evadir un asunto crucial para la dinámica con la presencia de agentes conscientes del desequilibrio: el análisis de la demanda efectiva.

Otra limitante de la propuesta de estos autores, la cual se deriva de la primera, es el hecho de que el intercambio no es voluntario en virtud de que se impone a los demandantes toda la cantidad ofrecida. Sabemos que la teoría económica se ha enfocado principalmente a tratar de entender el funcionamiento del sistema capitalista, es decir examina como trabaja una economía de mercado en la cual la producción y el intercambio se realizan por agentes privados y libres de aceptar o declinar ofertas de los productores. En efecto, desde Adam Smith ha dominado una visión muy particular de la teoría económica, según la cual la economía está constituida por agentes individualistas (familias y empresas), cuyas interacciones entre unos y otros generan transacciones voluntarias de bienes y servicios en un esquema de competencia perfecta. Por consiguiente, esta es una fuerte limitación de la propuesta de Shapley-Shubik.

Finalmente, existen otras dos limitaciones: i) el precio tiene relación inversa de la cantidad ofrecida, pues si $P_j = \frac{\bar{b}_j}{\bar{a}_j} \forall j = 1,2,...,m$, entonces $\bar{a}_j = \frac{\bar{b}_j}{P_j} \forall j = 1,2,...,m$; ii) el precio está en función directa de la cantidad demandada. ¿Qué significa esto? Por el lado de la oferta significa que cuando disminuye el precio de una mercancía aumenta su cantidad ofrecida. Por el lado de la demanda $\bar{b}_j = P_j \bar{a}_j \forall j = 1,2,...,m$ significa que entre más cara es una mercancía, más se vende. Esto contraviene la ley de la demanda que formula que si un bien es normal (aumenta la demanda cuando sube la renta), entonces éste es un bien ordinario (baja la demanda cuando sube su precio). Sabemos de la existencia de bienes *Giffen*, pero estos son la excepción antes que la regla.

Referencias bibliográficas

Arrow, K. J. y G. Debreu (1954). “Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy”, *Econometrica*, vol. 22, núm. 3, pp. 265-290.

Benetti, C. (2003). "El problema de la variación de los precios: los límites de la teoría walrasiana", E. Klimovsky (coord.), *Ensayos sobre precios moneda y dinámica económica*, Serie Economía Universidad Autónoma Metropolitana–Azcapotzalco.

Bertrand, J. (1883). "Théorie des richesses", *Journal des Savants*, pp. 499-508.

Cournot, A. A. (1838). *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*, Nueva York: McMillan.

Debreu, G. (1952). "A social Equilibrium Existence Theorem", *Proceedings of the National Academy of Sciences,* vol. 38, núm. 10, pp. 886-893.

Dubey, P. y L. Shapley (1994). "Noncooperative general exchange with a continuum of traders: Two models", *Journal of Mathematical Economics*, núm. 23, pp. 253-293.

Dubey, P. y M. Shubik (1978). "The noncooperative equilibria of a closed trading economy with market supply and bidding strategies", *Journal of Economic Theory*, núm. 17, pp. 1-20.

Edgeworth, F. Y. (1967). *Mathematical Psychics, and essay on the aplication of mathematics to the moral sciences*, Nueva York: Augustus M. Kelley Publishers.

Hahn, F. (2003). "Macroeconomics and general equilibrium", Petri y Hahn (eds.), *General Equilibrium: Problem and Prospects*, Londres y Nueva York: Routledge Taylor & Francis Group.

Kirman, A. (2003). "General equilibrium: problems, prospects and alternatives–an attempt at synthesis", Petri y Hahn (eds.), *General Equilibrium: Problems and Prospects*, Londres y Nueva York: Routledge Taylor & Francis Group.

Koopmans, T. C. (1957). *Tres Ensayos Sobre el Estado de la Ciencia Económica*, Antoni Bosch.

Nash, J. F. (1990). "Noncooperative Games", Rubinstein (ed.), *Game theory in Economics*, Edward Elgar.

Shapley, L. y M. Shubik (1977). "Trade using one commodity as a means of payment", *Journal of Political Economy,* vol. 85, núm. 5, pp. 937-968.

Shubik, M. (1999). *The Theory of Money and Financial Institutions*, The MIT Press.