Análisis Económico
Núm. 68, vol. XXVIII
Segundo cuatrimestre de 2013

Un estudio comparativo sobre la formalización del axioma de racionalidad

(Recibido: julio/012–aprobado: julio/013)

Daniel Velázquez Orihuela[*]

Resumen

En este artículo se propone un teorema para mostrar bajo qué condiciones las empresas que maximizan la tasa de ganancia obtienen mayor ganancia que aquellas que maximizan la masa. A diferencia del lema 2, propuesto por Noriega (1998), se asume que el trabajo destinado a la organización es no gratuito.

Palabras clave: teoría de la firma, racionalidad, equilibrio general.
Clasificación JEL: D20, D21 y D50.

[*] Profesor–Investigador de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo (danielvelazquez@yahoo.com.mx).
El autor agradece los valiosos comentarios, sugerencias y críticas del doctor Fernando A. Noriega Ureña, así como de los maestros J. Roberto Vargas Sánchez y Eduardo Rodríguez Juárez. No obstante, reconoce que cualquier omisión o error en el documento es responsabilidad única y exclusiva de él.

Antecedentes

Una forma de criticar una teoría es mostrar que existen inconsistencias lógicas entre sus hipótesis y sus resultados. Se espera que si una teoría es consistente, entonces siempre que se repitan las mismas condiciones iniciales se arribará sistemáticamente a los mismos resultados.

La teoría neoclásica ofrece una explicación sobre cómo funcionan los mercados con base en su teoría del equilibrio general competitivo (EGC). En esta teoría el principal problema de investigación consiste en explicar cómo las decisiones económicas tomadas por agentes autónomos y egoístas pueden ser compatibles entre sí, es decir, se trata de analizar el funcionamiento de una sociedad en la cual la única institución es el mercado.

Al explicar el funcionamiento de los mercados, la teoría del EGC se constituye como el núcleo básico de la teoría neoclásica, por lo que se espera que todas las ramificaciones de dicha teoría sean congruentes con la teoría del EGC. De esta manera, criticar la consistencia lógica de la teoría del EGC implica criticar el núcleo básico de la teoría neoclásica.

El trabajo seminal de Noriega (1994), que constituye el modelo base de la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo (TIMT), es una crítica interna a la consistencia lógica de la teoría del EGC, debido a que, si bien se sujeta a las mismas condiciones iniciales y base axiomática de esta teoría, difiere sustancialmente de sus resultados.

La teoría del EGC y el modelo base de la TIMT comparten las mismas condiciones iniciales, así como la misma base axiomática, es decir, en ambas el marco conceptual de referencia son las economías competitivas, y las dos se sujetan al axioma de racionalidad como la premisa sobre la cual se estudia el comportamiento de los seres humanos.

El axioma de racionalidad postula que los seres humanos hacen lo que quieren hasta donde pueden. En la teoría neoclásica del EGC, el axioma se formaliza suponiendo que los consumidores maximizan sus gustos y preferencias (representadas en la función de utilidad) sujetos a su restricción presupuestal, mientras que los productores maximizan su masa de ganancia sujeto a su restricción tecnológica. En la TIMT la formalización del axioma para representar la conducta de los consumidores es la misma que en la teoría neoclásica, no obstante ésta se modifica cuando se formaliza la conducta de los productores, en este marco analítico se postula que los productores maximizan su tasa de ganancia sujeta a su restricción tecnológica.

El cambio en la formalización del axioma de racionalidad provoca que, pese a que tanto la TIMT como la teoría del EGC compartan las mismas condiciones iniciales y la misma base axiomática, los resultados de estas teorías difieran sustancialmente.

El principal resultado de la teoría EGC es que los mercados generan un vector de precios y asignaciones, capaces de hacer mutuamente compatibles los planes de compra y venta de todos y cada uno de los agentes. Dicha asignación es socialmente eficiente y de pleno empleo. Las implicaciones de este resultado son que las asignaciones eficientes son propias de los mercados competitivos, mientras que las patologías económicas son fenómenos inherentes a los mercados no competitivos, es decir, se derivan de alejamientos de los escenarios competitivos como son las rigideces, los monopolios, las externalidades, los bienes públicos, los impuestos que distorsionan los precios, etc. Como consecuencia de lo anterior, la política económica debe de orientarse en hacer que las economías no competitivas funcionen como si lo fueran. En la medida en que se asocia al libre mercado con las economías competitivas se justifican y validan las políticas pro mercado.

En contraste con la teoría EGC, el principal resultado del modelo base de la TIMT es que las asignaciones resultantes de los mercados competitivos son compatibles tanto con el pleno empleo como con el desempleo involuntario. Lo anterior tiene tres implicaciones fundamentales: la primera es que las asignaciones de los mercados competitivos no tiene porque ser óptimo en el sentido de Pareto; la segunda es que el desempleo involuntario es un fenómeno inherente al funcionamiento de los mercados competitivos; la tercera es que las asignaciones ineficientes no son resultado de “fallas de mercado” o de rigideces, sino del correcto funcionamiento de los mercados. En la medida en que se asocie al libre mercado con las economías competitivas, se justificará la intervención pública para corregir las patologías económicas que el mercado genera.

La diametral diferencia entre los resultados obtenidos y las implicaciones sobre política económica que se derivan de esto, hacen relevante analizar cuál de las dos formalizaciones del axioma de racionalidad es la más adecuada para representar la conducta de los productores.

Una forma de evaluar la pertinencia de formalizar el axioma de racionalidad, a partir de postular que los productores maximizan la tasa de ganancia en vez de la masa, es comparando los resultados obtenidos a partir de la formalización propia de la TIMT con la inherente a la teoría neoclásica del EGC.

En Noriega (1998) se muestra que siempre que se asuma tanto el mismo vector de precios como la misma demanda de insumos por parte de las empresas, el equilibrio de pleno empleo en el marco analítico de la TIMT es Pareto superior al equilibrio general de pleno empleo en el marco analítico de la teoría neoclásica, a este resultado se le conoce como teorema de superioridad.

Pese a que el teorema de superioridad es una aportación valiosa, el principal resultado de éste no ofrece elementos para argumentar que la manera más adecuada de formalizar el axioma de racionalidad es al postular que los productores maximizan la tasa de ganancia. La razón de esto es que el mayor bienestar de las familias no tiene por qué implicar de manera sistemática que las empresas obtienen mayores ganancias. Sólo en la teoría neoclásica, siempre que se asuman escenarios competitivos, la máxima ganancia de las empresas implica el máximo bienestar de los consumidores. No obstante, en la TIMT la máxima ganancia de las empresas no tiene porque garantizar el máximo bienestar para los consumidores.

El teorema de superioridad se construye a partir de dos lemas, el segundo de ellos muestra que la empresa que maximiza la tasa de ganancia, obtendrá mayores beneficios que la empresa que maximiza la masa de ganancia, siempre que ambas se sujeten al mismo vector de precios e insuman la misma cantidad de recursos.

El segundo lema por si solo aporta elementos para argumentar que la manera en que se formaliza el axioma de racionalidad, para representar la conducta del productor, en la TIMT es la más adecuada. Debido a que esta demostración responde a los requerimientos del teorema de superioridad se sujeta a un escenario competitivo, por lo que se asume que los costos de organización no forman parte de los costos de las empresas. La razón de este supuesto es evitar que los costos de organización sean una rigidez para la empresa neoclásica, ya que esto violaría el supuesto de escenario competitivo.

En este artículo se toma como punto de referencia el lema 2 del teorema de superioridad, para demostrar que las empresas que maximizan la tasa obtienen mayores beneficios que las que maximizan la masa de ganancia. No obstante, a diferencia del lema 2, no se asume un escenario competitivo, sólo se supone que ambas empresas son tomadoras de precio. La virtud de relajar los supuestos, radica en que ahora es posible considerar a los costos de organización, como egresos que las empresas tienen que sufragar para producir.

Después de haberse discutido la problemática que aborda este artículo, en el segundo apartado se discute la naturaleza del axioma de racionalidad, en el tercero se expone el lema dos propuesto por Noriega (2001), en el cuarto se explica qué supuestos se relajan para la elaboración del teorema, en el quinto se presenta un teorema para demostrar bajo qué condiciones la empresa maximizadora de la tasa de ganancia obtienen mayores beneficios que la empresa maximizadora de la masa. En el sexto apartado se expone una versión del teorema para empresas que sólo insumen trabajo, en el último apartado se ofrecen las conclusiones del ensayo y la agenda de investigación.

1. El axioma de racionalidad

La sencillez del axioma permite que existan varias formalizaciones de éste. Por ejemplo, dentro de la teoría del consumidor se puede usar el axioma para estudiar los planes de compra y venta de una persona altruista.[1] Éste también puede usarse para estudiar problemas de agente principal, en los cuales exista conflicto entre la función objetivo del gerente de la empresa y la de los accionistas de ésta.[2]

Pese a la diversidad en la representación del axioma de racionalidad, la formalización dominante de éste consiste en postular a consumidores que maximizan su utilidad, sujetos a su restricción presupuestal, así como productores que maximizan su ganancia, sujetos a su restricción tecnológica. Estas representaciones del axioma no son ni las más generales ni las más completas, su importancia radica en que son las hipótesis sobre las cuales se construye la explicación que ofrece la teoría neoclásica sobre el funcionamiento de las economías de mercado, es decir, la teoría del EGC.

La TIMT postula que los productores actúan racionalmente cuando maximizan su tasa de ganancia sujetos a su restricción tecnológica, con base en esta hipótesis ofrece una explicación alternativa sobre el funcionamiento de las economías de mercado.

En estricto sentido la formalización del axioma, usada tanto en la TIMT como en la teoría del EGC, únicamente pretende explicar los planes de compra y venta de los agentes como consecuencia de la racionalidad de éstos. La razón de ello radica en que el estudio del mercado, implica analizar la compatibilidad de dichos planes.

La comparación de las hipótesis consiste en analizar bajo qué función objetivo, los planes de compra y venta de las empresas arrojan mayores beneficios a la misma.

En la teoría del productor en la TIMT, para una empresa que insume “n” factores, el axioma de racionalidad se formaliza a partir del siguiente ejercicio de maximización:

$$\text{Máx } \pi = \frac{pq}{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + wt} - 1 \tag{1}$$

S.a

$$q = Af\big((t - t^*), x_1, x_2, \ldots x_n\big) \tag{2}$$

[1] En la teoría neoclásica, el altruismo no implica desconocer al axioma de racionalidad. La razón de esto es que los agentes altruistas incrementan su bienestar al ayudar a otros, por lo cual la búsqueda del máximo bienestar para el agente altruista implica beneficiar a otros, así las acciones altruistas tienen un sustento egoísta. Un ejemplo de lo anterior se encuentra en los modelos de generaciones traslapadas con herencia, una excelente revisión de éstos se encuentra en Blanchard y Fisher (1989).

[2] Véase Tirole (1988).

Siendo $A > 0$ y $f(\cdot)$ una función continua, dos veces diferenciable y cóncava.

En las ecuaciones (1) y (2), π es la tasa de ganancia o rentabilidad de la empresa, ρ es el precio del bien que oferta la empresa, q es la oferta de la empresa, w_i es el precio del insumo i, w es el insumo i, w es el salario, t es la demanda de trabajo, t^* son los costos de organización.

Existen dos características básicas en la manera en que se formaliza el axioma de racionalidad en la TIMT: la primera es que la función objetivo es la tasa de ganancia, no la masa, como usualmente se postula, la segunda es que en la función de producción están de forma explícita los costos de organización.[3]

La tasa de ganancia o rentabilidad se define como la razón de la ganancia entre el valor de los costos, es decir, muestra cuántas unidades se obtendrán por unidad invertida.[4] Maximizar la tasa de ganancia implica encontrar la razón más alta de unidades de ingreso por unidad de costos.

Los costos de organización muestran el trabajo mínimo necesario para producir una unidad positiva de producto, es decir, no toda cantidad positiva de trabajo está asociada con producto positivo, sino que existe una cantidad de trabajo destinada a organizar la producción y cuya presencia no implica producto positivo.

Para la empresa competitiva los costos de organización son un dato. No obstante, éstos no son una rigidez, debido a que los mismos son un resultado del mercado y, por tanto, cambian cuando los precios se modifican.

2. Lema 2 (Noriega, 2001)

A continuación se hará una exposición del lema 2 presentado en Noriega (2001). El lema postula que:

> Para todo vector de precios estrictamente positivo, se verificará que la masa de ganancia cuando el productor maximiza π, es estrictamente mayor a la masa de ganancia que resulta si se maximiza Π, con $q^{\pi} > q^{\Pi}$, empleando tanto para q^{π} como para q^{Π}, una misma cantidad de todos y cada uno de los factores, y aceptando para ambos casos un único vector de precios, definido en cualquiera de ambos.

[3] En la literatura especializada usualmente se le llama costos de instalación a los costos de organización. No obstante, en este artículo se seguirá la recomendación de Velázquez (2009) y se le llamarán exclusivamente costos de organización. La razón es que los costos de instalación pueden ser tanto en trabajo como en capital, mientras la organización utiliza exclusivamente trabajo, como es el caso de la forma en que se postulan en la TIMT.

[4] En un escenario con moneda serán unidades monetarias, en otro sin moneda serán unidades de cuenta.

A lo largo de todo el artículo se usará el supraíndice Π para referirse a variables propias de la empresa que maximiza la masa de ganancia, mientras que π se utilizará para identificar las variables que pertenecen a la empresa que maximiza la tasa de ganancia. Se llamará empresa TIMT a la maximizadora de la tasa de ganancia y empresa neoclásica a la maximizadora de la masa.

2.1 Demostración del lema

Sean dos empresas tomadoras de precios sujetas a la misma tecnología y al mismo vector de precios, la racionalidad de una de ellas se formalizará con base en las hipótesis propias de la TIMT, mientras que la otra a partir de las hipótesis inherentes a la teoría neoclásica del EGC, es decir, una tendrá como función objetivo la tasa de ganancia y la otra la masa, no obstante ambas compartirán la misma tecnología.

La conducta racional de la empresa que maximiza la masa de ganancia, está representada por el siguiente ejercicio de maximización:

$$Máx\,\Pi = pq - \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$$

$$\text{S.a } q = Af(x_1, x_2, \ldots x_n), \text{ Donde } x_n = (t - t^*) \tag{3}$$

En la ecuación (3), Π es la masa de ganancia. Todas las variables ya han sido definidas con anterioridad. Es importante aclarar que, a diferencia de lo que usualmente se postula en la literatura especializada, *A* no es un parámetro tecnológico sino el número de unidades productivas que tiene la empresa.

Se asumirá que $f(\cdot)$ es una función continua, dos veces diferenciable, cóncava y homogénea de grado μ, $1 > \mu > 0$. Supóngase que A^{π} ha sido definido arbitrariamente y es estrictamente positivo. En consecuencia, las condiciones de equilibrio del productor son:

$$f'^{\Pi}_{i} = \frac{w_i}{p} \forall i, i = 1,2,3 \ldots n \tag{4}$$

Por el teorema de Euler se verifica:

$$\mu q^{\Pi} = \sum_{i=1}^{n} \frac{w_i}{p} \bar{x}_i \tag{5}$$

La ecuación (4) muestra que las productividades igualan a los precios, a partir de este momento se asumirá que el vector de precios vigentes, para este productor, es el mismo que enfrenta el productor que maximiza la tasa de ganancia.

Los insumos testados hacen referencia a que se utilizó la totalidad de insumos disponibles en la economía, que por hipótesis son los mismos, tanto para la empresa que maximiza la masa, como para la que maximiza la tasa de ganancia.

La conducta racional del productor que maximiza la tasa de ganancia está representada por:

$$\text{Máx}\,\pi = \frac{pq}{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i} - 1$$

$$\text{S.a } q = Af(x_1, x_2, \ldots x_n), \text{ Donde } x_n = (t - t^*) \tag{6}$$

La diferencia de (6) con (1) y (2) es que en la primera se asume implícitamente que el trabajo empleado en la organización no implica ningún costo para el productor. Este razonamiento también está presente en (3).

Asumiendo nuevamente que A^{π} ha sido determinada previamente y es estrictamente positiva, se tiene que las condiciones de equilibrio para este productor son:

$$\sum_{i=1}^{n} f'^{\Psi}_{i} \frac{\bar{x}_i}{A^{\Psi} f(\bar{t} - \bar{t}^*)\bar{x}_1 \bar{x}_2, \ldots \bar{x}_n)} - 1 \tag{7}$$

Noriega (2001) argumenta que:

Puesto que cuando se maximiza π*, la productividad marginal de cada factor es igual al máximo producto medio total de los factores, resulta que*:

$$f'^{\pi}_{i} > f'^{\Pi}_{i} \;\forall i = 1, 2, 3 \ldots n \tag{8}$$

Es decir, que el producto marginal de cada factor es más alto al maximizar π *que al maximizar* Π*. Por tanto, en virtud del teorema de Euler, se tiene que*:

$$\mu q^{\pi} < \sum_{i=1}^{n} f'^{\Pi}_{i} \bar{x}_i \tag{9}$$

Lo cual significa que:

$$A^{\pi} > A^{\Pi} \text{ y } q^{\pi} > q^{\Pi} \tag{10}$$

Implicando la superioridad de los beneficios cuando se maximiza π. *(…) Los beneficios totales resultantes del cálculo sobre la masa* Π*, serán*:

$$(1-\mu)q^{\Pi} = \frac{\Pi^{\Pi}}{p} \tag{11}$$

Y los resultantes de la maximización de π.

$$(1-\mu)q^{\pi} = \frac{\Pi^{\pi}}{p} \tag{12}$$

Siendo evidente que $\Pi^{\pi} > \Pi^{\Pi}$ Con lo cual se demuestra el lema.

3. Relajamiento de los supuestos

Pese a que el lema 2 aporta elementos valiosos para evaluar qué formalización del axioma de racionalidad es la idóneo para representar la conducta racional de las empresas, éste se construye suponiendo que el trabajo destinado a la organización es gratuito, por lo que los costos de organización no son un costo. Debido a que el supuesto es poco plausible, se prescindirá de él.

4. Formulación del Teorema

En este apartado se propone un teorema, que de forma análoga al lema 2, muestre bajo qué condiciones la empresa maximizadora de la tasa de ganancia, obtiene mayores beneficios que la empresa maximizadora de la masa, pero a diferencia de éste asuma que el trabajo destinado a la organización tiene un costo.

El teorema está compuesto por tres proposiciones.

Proposición 1

Sean dos empresas, una maximizadora de Π y otra de π, ambas precio aceptantes y sujetas al mismo vector de precios. Todos los precios son positivos. Si la función de producción para ambas empresas es: $f(.) = (t - t^{*})^{\beta_0} \Pi_{i=1}^{n} x_i^{\beta_i}$, con $t^* > 0$, β_0, $\beta_i \in \Re^{+}$ $\forall i$ y $\Sigma_{i=0}^{n} \beta_i < 1$; entonces si $\Pi^{\pi} > 0$, se verifica que $x_j^{\pi} < x_j^{\Pi}$ $\forall j$ y $t^{\pi} < t^{\Pi}$.

Demostración

La demostración se realiza por etapas, en la primera se muestra que si:

a) $x_j^{\pi} < x_j^{\Pi}$ sera cierto $\forall\, j$ y $t^{\pi} < t^{\Pi}$
b) $x_j^{\pi} < x_j^{\Pi}$ será valido $\forall\, j$ y $t^{\pi} < t^{\Pi}$
c) $x_j^{\pi} < x_j^{\Pi}$ se verifica $\forall\, j$ y $t^{\pi} < t^{\Pi}$

A partir de la maximización de la masa de ganancia se obtienen las siguientes condiciones de equilibrio:

$$f'^{\Pi}_j = \frac{w_j}{p} \forall j \; y \; f'^{\Pi}_t = \frac{w}{p} \tag{22}$$

Con base en estas condiciones se obtiene:

$$\frac{\beta_0 x_j^{\Pi}}{\beta_j (t^{\Pi} - t^*} = \frac{w}{w_j} \quad \forall j \tag{23}$$

$$\frac{\beta_k x_j^{\Pi}}{\beta_j x_k^{\Pi}} = \frac{w_k}{w_j} \quad \forall j \neq k \tag{24}$$

A partir de la maximización de la tasa de ganancia se obtiene:

$$\beta_0 \left(\sum\nolimits_{i=1}^{n} x_i^{\pi} w_i + w t^{\pi} \right) = w(t^{\pi} - t^*) \tag{25}$$

$$\beta_j \left(\sum\nolimits_{i=1}^{n} x_i^{\pi} w_i + w t^{\pi} \right) = w_j \, t_j^{\pi} \quad \forall j \tag{26}$$

A partir de estas condiciones de equilibrio se obtiene:

$$\frac{\beta_0 x_j^{\pi}}{\beta_j (t^{\pi} - t^*)} = \frac{w}{w_j} \quad \forall j \tag{27}$$

$$\frac{\beta_k x_j^{\pi}}{\beta_j x_k^{\pi}} = \frac{w_k}{w_j} \quad \forall j \neq k \tag{28}$$

Adviértase que las ecuaciones (23) y (24) son análogas a las (27) y (28). No obstante, esto no implica que las demandas de insumos sean necesariamente las mismas para ambas empresas, pero si muestra que las razones de dichas demanda son iguales.

La demostración se realiza a partir de reducción de argumentos al absurdo, por lo que se asumirá que si:

d) $x_j^{\pi} < x_j^{\Pi}$, entonces existe algún $k \neq j$ que $x_k^{\pi} > x_k^{\Pi}$ o $t^{\pi} > t^{\Pi}$
e) $x_j^{\pi} > x_j^{\Pi}$, entonces existe algún $k \neq j$ que $x_k^{\pi} < x_k^{\Pi}$ o $t^{\pi} < t^{\Pi}$
f) $x_j^{\pi} = x_j^{\Pi}$, entonces existe algún $k \neq j$ que $x_k^{\pi} \neq x_k^{\Pi}$ o $t^{\pi} \neq t^{\Pi}$

A partir de (23) y (27) se obtiene que:

$$\frac{x_j^{\pi}}{x_k^{\pi}} = \frac{x_j^{\Pi}}{x_k^{\Pi}} \; \forall j \neq k \tag{29}$$

Con base en los incisos anteriormente mencionados se asumirá que: $x_j^{\pi} = \lambda x_j^{\Pi} \; \forall \; j \neq k$ y $x_k^{\pi} = v x_k^{\Pi}$; donde: $\lambda \neq v$. En consecuencia se tiene que:

$$\frac{x_j^{\pi}}{x_k^{\pi}} = \frac{\lambda x_j^{\pi}}{v x_k^{\pi}} \; \forall j \neq k \tag{30}$$

La ecuación (30) implica que $\lambda = v$, lo cual contradice la premisa de que con diferentes y, por tanto, contradice la primera parte de los incisos d), e) y f), es decir, la ecuación (30) demuestra que si $x_j^{\pi} < x_j^{\Pi}$ será cierto $\forall \; j$, si $x_j^{\pi} > x_j^{\Pi}$ será válido $\forall \; j$ o si $x_j^{\pi} = x_j^{\Pi}$ se verificará $\forall \; j$.

Utilizando (23) y (27) y haciendo el mismo razonamiento que se siguió con (24) y (28) se obtiene:

$$\frac{x_j^{\pi}}{(t^{\pi} - t^{*})} = \frac{\lambda x_j^{\pi}}{v(t^{\Pi} - t^{*})} \forall j \tag{31}$$

Con base en (31) se tiene que $\lambda = v$. Por lo que si $x_j^{\pi} \lesseqgtr x_j^{\Pi}$ entonces $(t^{\pi} - x^{*}) \lesseqgtr (t^{\Pi} - t^{*})$. Adviértase que si $(t^{\pi} - x^{*}) \lesseqgtr (t^{\Pi} - t^{*})$ entonces $t^{\pi} \lesseqgtr t^{\Pi}$. Con lo que quedan demostrados los incisos a), b) y c).

Ahora se demostrará que si $\Pi^{\pi} > 0$, entonces: $x_j^{\pi} < x_j^{\Pi}\ \forall\, j$ y $t^{\pi} < t^{\Pi}$. La demostración se realizará por reducción de argumentos al absurdo por lo que se asumirá que si $\Pi^{\pi} > 0$, entonces $x_j^{\pi} \geq x_j^{\Pi}\ \forall\, j$ y $t^{\pi} \geq t^{\Pi}$.

La masa de ganancia se define como:

$$\frac{\Pi^{\pi}}{p} q^{\pi} - \sum\nolimits_{i=1}^{n} \frac{w_i}{p} x_i^{\pi} - \frac{w}{p} t^{\pi} \tag{32}$$

Sustituyendo en ella la condición de equilibrio de la empresa TIMT (ecuación (25)) se obtiene:

$$\frac{\Pi^{\pi}}{p} = q^{\pi} - \frac{1}{\beta_0}\left(\frac{w}{p}\right)(t^{\pi} - t^{*}) \tag{33}$$

Por la condición de equilibrio de la empresa neoclásica (ecuación (22)) se tiene:

$$\frac{\Pi^{\pi}}{p} = q^{\pi} - \frac{1}{\beta_0}\left(\frac{w}{p}\right)(t^{\pi} - t^{*}) \tag{34}$$

Debido a que se ha supuesto que: $x_j^{\pi} \geq x_j^{\Pi}\ \forall\, j$ y $t^{\pi} \geq t^{\Pi}$ se tiene por los rendimientos decrecientes a escala que $f'^{\Pi}_{t} \geq f'^{\pi}_{t}$. En consecuencia se puede reescribir la productividad del trabajo de la empresa neoclásica en términos de la productividad de la empresa TIMT de la siguiente forma:

$$f'^{\Pi}_{t} \geq f'^{\pi}_{t} \text{ Donde } C = \frac{f'^{\Pi}_{t}}{f'^{\pi}_{t}} \tag{35}$$

Sustituyendo la ecuación (35) en (34) se obtiene:

$$\frac{\Pi^{\pi}}{p} = q^{\pi} - \frac{1}{\beta_0} C f'^{\pi}_{t} (t^{\pi} - t^{*}) \tag{36}$$

Si la ganancia es positiva entonces:

$$q^{\pi} > \frac{1}{\beta_0} c f'^{\pi}_{t} (t^{\pi} - t^{*}) \tag{37}$$

Con base en (37) se obtiene que:

$$\beta_0 \frac{t^{\pi}}{(t^{\pi} - t^{*})} > cf'^{\pi}_{t} \frac{t^{\pi}}{q^{\pi}} \tag{38}$$

Adviértase que con base en la función de producción se tiene que la elasticidad trabajo producto es:

$$f'^{\pi}_{t} \frac{t^{\pi}}{q^{\pi}} = \beta_0 \frac{t^{\pi}}{(t^{\pi} - t^{*})} \tag{39}$$

Sustituyendo (39) en (38) se tiene que $1 > C$, dada la definición de C se tiene que $f'^{\Pi}_{t} < f'^{\pi}_{t}$, lo que contradice el argumento de que $x^{\pi}_{j} \geq x^{\Pi}_{j}\ \forall\, j$ y $t^{\pi} \geq t^{\Pi}$. Con lo cual se demuestra que si $\Pi^{\pi} > 0$ entonces $x^{\pi}_{j} < x^{\Pi}_{j}\ \forall\, j$ y $t^{\pi} < t^{\Pi}$.

Proposición 2

Sean dos empresas una maximizadora de Π y la otra de π, ambas precio aceptantes y sujetas a un mismo vector de precios. La empresa TIMT está conformada por A^{π} unidades productivas, la neoclásica por A^{Π}. Todas las unidades productivas que integran una empresa demandan la misma cantidad de insumos y tienen los mismos costos de organización, aunque pueden diferir de empresa en empresa. La función de producción de cada unidad productiva es $f(.) = (t - t^{*})^{\beta_0}\ \Pi^{n}_{i=1}\, x_i^{\ \beta_i}$, con $t^{*} > 0$, β_0, $\beta_i \in \Re^{+}\ \forall i$ y $\Sigma^{n}_{i=0}\, \beta_i < 1$, y la producción de la empresa se define como $Q = A(t - t^{*})^{\beta_0}\ \Pi^{n}_{i=1}\, x_i^{\ \beta_i}$.

Si ambas empresas tienen beneficios positivos y demandan la misma cantidad de insumos, entonces el número de unidades productivas de la empresa TIMT es mayor al de la empresa neoclásica, y ambas tendrán los mismos costos de organización en el agregado, pero las unidades productivas de la empresa TIMT tienen menores costos de organización que las unidades productivas neoclásicas.

Demostración

Por la preposición 1 se sabe que si $\Pi^{\pi} > 0$ entonces $x^{\pi}_{j} < x^{\Pi}_{j}\ \forall\, j$ y $t^{\pi} < t^{\Pi}$. En consecuencia si $A^{\pi} x^{\pi}_{j} = X_j$; $A^{\Pi}\, x^{\Pi}_{j} = x_j\ \forall j$; $A^{\pi}\, t^{\pi} = T$ y $A^{\Pi}\, t^{\Pi} = T$ donde X_j es la demanda de las empresas del bien j y T es la demanda de trabajo de las empresas, entonces es inmediato que $A^{\pi} > A^{\Pi}$.

Con la finalidad de demostrar que ambas empresas tienen los mismos costos de organización, pero las unidades productivas de la empresa TIMT tienen menores costos de organización que las unidades productivas neoclásicas, se recurre a las condiciones de equilibrio tanto de la empresa TIMT como de la neoclásica (ecuaciones (23) y (27)) de donde se tiene que:

$$(t - t^{*}) = \frac{\beta_0}{\beta_j}\frac{w_j}{w}x_j \tag{40}$$

Se omiten los supraíndices de la ecuación (40) pues ésta es válida tanto para las unidades productivas de la empresa neoclásica, como para las de la empresa TIMT. Debido a que hay A^{π} unidades productivas de la empresa TIMT y A^{Π} de la neoclásica se tiene que:

$$A^{\pi}(t^{\pi} - t^{*\pi}) = \frac{\beta_0}{\beta_j}\frac{w_j}{w}X_j \tag{41}$$

$$A^{\Pi}(t^{\Pi} - t^{*\Pi}) = \frac{\beta_0}{\beta_j}\frac{w_j}{w}X_j \tag{42}$$

Debido a que se asumió que ambas empresas demandan la misma cantidad de insumos, se tiene a partir de (41) y (42) que:

$$A^{\pi}t^{\pi} = T - \frac{\beta_0}{\beta_j}\frac{w_j}{w}X_j \tag{43}$$

$$A^{\Pi}t^{\Pi} = T - \frac{\beta_0}{\beta_j}\frac{w_j}{w}X_j \tag{44}$$

Las ecuaciones (43) y (44) muestran que en el agregado ambas empresas tienen los mismos costos de organización. Sustituyendo (43) en (44) se obtiene:

$$A^{\pi}t^{*\pi} = A^{\Pi}t^{*\Pi} \tag{45}$$

Debido a que $A^{\pi} > A^{\Pi}$ se tiene que $t^{*\pi} < t^{*\Pi}$. Lo cual demuestra que los costos de organización de las unidades productivas de la empresa TIMT son menores a los de la neoclásica.

Teorema

Sean dos empresas, una maximizadora de la masa de ganancia y otra de la tasa, ambas sujetas al mismo vector de precios y tomadoras de éstos. La empresa TIMT está conformada por A^{π} unidades productivas y la neoclásica por A^{Π} unidades. La función de producción de cada unidad productiva es $f(.) = (t - t^*)^{\beta_0}\ \Pi^n_{i=1} x_i^{\beta_i}$, con $t^* > 0$, $\beta_0, \beta_i \in \Re^+\ \forall i$ y $\Sigma^n_{i=0} \beta_i < 1$, y la producción de la empresa se define como $Q = A(t - t^*)^{\beta_0}\ \Pi^n_{i=1} x_i^{\beta_i}$. Si ambas empresas tienen beneficios positivos y demandan la misma cantidad de insumos, entonces la empresa TIMT tendrá una mayor masa de ganancia que la empresa neoclásica.

Demostración

Primero se demostrará que el nivel de producción de la empresa TIMT es mayor que el de la empresa neoclásica. Usando la definición de la producción de la empresa y el teorema de Euler se tiene:

$$\Sigma^n_{i=0} \beta_i Q^{\pi} = A^{\pi} \Sigma^n_{i=1} f'^{\pi}_i x^{\pi}_i + A^{\pi} f'^{\pi}_t (t^{\pi} - t^{*\pi}) \tag{46}$$

$$\Sigma^n_{i=0} \beta_i Q^{\Pi} = A^{\Pi} \Sigma^n_{i=1} f'^{\Pi}_i x^{\Pi}_i + A^{\Pi} f'^{\Pi}_t (t^{\Pi} - t^{*\Pi}) \tag{47}$$

Por la proposición 1 se sabe que $x^{\pi}_j < x^{\Pi}_j\ \forall j$ y $t^{\pi} < t^{\Pi}$, debido a los rendimientos decrecientes a escala se implica que $f'^{\pi}_i > f'^{\Pi}_i\ \forall i$ y que $f'^{\pi}_t > f'^{\Pi}_t$, por definición se tiene que $A^{\Pi}t^{\Pi} = A^{\pi}t^{\pi}$ y $A^{\Pi}x^{\Pi}_i = A^{\pi}x^{\pi}_i\ \forall i$ y por la preposición 2 se tiene que $A^{\Pi}t^{*\Pi} = A^{\pi}t^{*\pi}$. En consecuencia se tiene que $Q^{\pi} > Q^{\Pi}$.

La masa de ganancia para la empresa neoclásica y TIMT están definidas respectivamente por:

$$\frac{\Pi^{\Pi}}{p} = Q^{\Pi} - \sum_{i=1}^{n} X_i \frac{w_i}{p} - \frac{w}{p} T \tag{48}$$

$$\frac{\Pi^{\pi}}{p} = Q^{\pi} - \sum_{i=1}^{n} X_i \frac{w_i}{p} - \frac{w}{p} T \tag{49}$$

Con base en (48) y (49) se obtiene que:

$$\frac{\Pi^{\Pi}}{p} - \frac{\Pi^{\pi}}{p} = Q^{\Pi} - Q^{\pi} \tag{50}$$

Debido a que $Q^{\pi} > Q^{\Pi}$ se tiene que $\frac{\Pi^{\pi}}{p} > \frac{\Pi^{\Pi}}{p}$ con lo cual queda demostrado el teorema.

5. El teorema para un solo factor de producción

El teorema expuesto en el apartado anterior se puede particularizar fácilmente para un escenario en el cual las empresas sólo demanden trabajo. De manera análoga al teorema expuesto en el apartado anterior, también se compone de dos proposiciones.

Proposición 1

Sean dos productores, uno maximizador de $\Pi = f(t^{\Pi} - t^{*}) - wt^{\Pi}$ y otro de $\pi = \frac{pf(t^{\pi} - t^{*})}{wt^{\pi}} - 1$. Ambos productores son tomadores de precios, comparten la misma tecnología y se sujetan al mismo vector de precios. La función de producción $f(t = t^{*})$, con $t > 0$, es continua, dos veces diferenciable y homogénea de grado μ, con $1>\mu>0$, por lo que $f'(.) > 0$ y $f''(.) < 0$, entonces, si $\pi > 0$ se verifica que $t^{\pi} < t^{\Pi}$.

Demostración

La demostración se realizará a partir de la reducción de argumentos al absurdo, por lo que se supondrá que la proposición 1 es falsa, es decir, que $\pi > 0$ y que $t^{\pi} \geq t^{\Pi}$.

De la maximización de la masa de beneficio se obtiene que: $f'^{\Pi} = \frac{w}{p}$; y de la maximización de la tasa se tiene que: $f'^{\pi} = \frac{f(t^{\pi} - t^{*})}{t^{\pi}}$, entonces, si $t^{\pi} \geq t^{\Pi}$ por los rendimientos decrecientes se tiene que $f'^{\Pi} \geq f'^{\pi}$, lo cual implica que $f'^{\pi} \leq \frac{w}{p}$ y por tanto que $\frac{f(t^{\pi} - t^{*}}{t^{\pi}} \leq \frac{w}{p}$. Por lo cual $\frac{p}{w}\left[\frac{f(t^{\pi} - t^{*}}{t^{\pi}}\right] < 1$. En consecuencia, $\pi = \frac{p}{w}\left[\frac{f(t^{\pi} - t^{*}}{t^{\pi}}\right] - 1 \leq 0$. Lo cual contradice que $\pi > 0$, luego entonces $t^{\pi} < t^{\Pi}$.

Proposición 2

Sean dos empresas, una maximizadora Π y otra de π, ambas precio aceptantes, comparten la misma tecnología y se sujetan al mismo vector de precios. La empresa TIMT está conformada por A^{π} unidades productivas y la neoclásica por A^{Π}. Todas las unidades productivas que pertenecen a la misma empresa demandan igual cantidad de trabajo y poseen los mismos costos de organización, aunque pueden diferir de una empresa a otra. La función de producción de cada unidad productiva es $f(t - t^{*})$ siendo ésta continua, dos veces diferenciable y homogénea de grado μ, con $1 > \mu > 0$. La producción de la empresa se define como $Q = Af(t - t^{*})$, entonces si ambas empresas demandan la misma cantidad de trabajo, tienen en el agregado los mismos costos de instalación y $\pi > 0$, se verificará que la empresa que maximice π tendrá un mayor número de unidades productivas y una mayor producción que la que maximice Π, es decir, $A^{\pi} > A^{\Pi}$ y $Q^{\pi} > Q^{\Pi}$.

Demostración

Con base en la proposición 1 se sabe que si $\pi > 0$ entonces $t^{\pi} < t^{\pi}$. Dado que las dos empresas ocupan la misma cantidad de trabajo se tiene que: $A^{\pi} = \frac{T}{t_{\pi}}$ y $A^{\Pi} = \frac{T}{t^{\Pi}}$; lo cual implica que $A^{\pi} > A^{\Pi}$.

Por el teorema de Euler se tiene que: $\mu Q^{\pi} = A^{\pi} f'^{\pi}(t^{\pi} - t^{*\pi})$ y $\mu Q^{\Pi} = A^{\Pi} f'^{\Pi}(t^{\Pi} - t^{*\Pi})$. Debido a la proposición 1 se sabe que: $t^{\pi} < t^{\Pi}$ lo cual implica, por los rendimientos decrecientes, que: $f'^{\Pi} < f'^{\pi}$. Considerando que: $A^{\pi} = \frac{T}{t^{\pi}}$, $A^{\Pi} = \frac{T}{t^{\Pi}}$ y $A^{\pi} t^{*\pi} = A^{\Pi} t^{*\Pi}$. Se tiene que: $Q^{\pi} > Q^{\Pi}$.

Teorema

Sean dos empresas una maximizadora Π y otra de π, ambas precio aceptantes, comparten la misma tecnología y se sujetan al mismo vector de precios. La empresa TIMT está conformada por A^{π} unidades productivas y la neoclásica por A^{Π}. La Función de producción de cada unidad productiva es $f(t - t^{*})$ siendo ésta continua, dos veces diferenciable y homogénea de grado μ, con $1 > \mu > 0$, entonces, siempre que ambas empresas empleen la misma cantidad de trabajo y tengan los mismos costos de organización en el agregado y $\pi > 0$, se verifica que la masa de ganancia es mayor para la empresa que maximiza π que para la que maximiza Π.

Demostración

La masa de ganancia de la empresa neoclásica y TIMT están definidas por:

$$\frac{\Pi^{\pi}}{p}=Q^{\Pi}-\frac{w}{p}T \tag{51}$$

$$\frac{\Pi^{\pi}}{p}=Q^{\pi}-\frac{w}{p}T \tag{52}$$

Por la preposición 2 se sabe que: $Q^{\pi} > Q^{\Pi}$; luego entonces $\frac{\Pi^{\pi}}{p} > \frac{\Pi^{\Pi}}{p}$.

Reflexiones finales

Como ya se mencionó, tanto la teoría neoclásica del EGC como la TIMT, parten de las mismas condiciones metodológicas y respetan la misma base axiomática, para explicar el funcionamiento de las economías de mercado, difiriendo sólo en la manera en que se formaliza el axioma de racionalidad para la teoría del productor. No obstante, las diametrales diferencias en los resultados y en las implicaciones de política económica, hacen relevante analizar cuál de las dos propuestas es la más adecuada para formalizar el axioma de racionalidad.

En este artículo se propone un teorema para demostrar bajo qué condiciones la empresa maximizadora de la tasa de ganancia, obtiene mayor ganancia que la empresa maximizadora de la masa. A diferencia del lema dos, se asume que los costos de organización no son gratuitos, esto conlleva a suponer que para la empresa neoclásica los costos de organización son una rigidez, por lo que se aparta del escenario competitivo, no obstante, las empresas siguen siendo tomadoras de precios.

La demostración tiene cuatro características: las empresas 1) se enfrentan al mismo vector de precios; 2) demandan la misma cantidad de insumos; 3) tienen los mismos costos de organización y estos son exógenos; y 4) existe la opción de que las empresas estén integradas por una o más unidades productivas.

La primera característica se justifica porque las empresas son tomadoras de precios y, por tanto, se puede considerar que los precios son un dato y sobre ellos las empresas deciden sus asignaciones. Así la demostración tendría el propósito de comparar las asignaciones dados los precios.

En el marco analítico de la TIMT, el salario se determina fuera de los mercados, por lo que no es un precio. En Noriega (2001) se argumenta que éste determina la participación de los trabajadores en el producto social. Debido a que el salario se determina por medio de la negociación, los empresarios pueden influir en éste para procurar la máxima rentabilidad de las empresas. Por lo que, su determinación tendría que ser considerada dentro del estudio que compare la formalización del axioma dentro de las dos diferentes teorías. No obstante, dentro del marco analítico de la TIMT, aún no se ha propuesto un mecanismo para determinar los salarios que se sustente en la racionalidad de los agentes.

La segunda característica supone que las asignaciones están dadas, es decir, que la demanda de insumos es un dato para las empresas. Sin embargo, al suponer que las empresas pueden estar integradas por una o más unidades productivas (característica 4) se hacen endógenas las asignaciones al interior de la empresa. Lo anterior implica que el teorema no demuestra que, dado un mismo vector de precios, la demanda de insumos de la empresa TIMT arroja una mayor ganancia que la demanda de insumos de la empresa neoclásica. Lo que demuestra es que, dado un mismo vector de precios y siempre que las dos empresas demanden la misma cantidad de insumos, las asignaciones de producción entre las distintas unidades productivas que integran a la empresa TIMT, arrojan una mayor ganancia que la que resulta de las asignaciones al interior de la empresa neoclásica.

Esta característica se puede considerar un límite importante para la demostración por dos razones: la primera estriba en que en la teoría del equilibrio general, las empresas están integradas por una y sólo una unidad productiva. La segunda es porque el axioma está diseñado para estudiar los planes de compra y venta de las empresas (esto con la finalidad de que en el equilibrio general se estudie la compatibilidad de las mismas), es decir, sus planes de demanda de insumos y oferta de producto, por lo que suponer que la demanda de insumos está dado, contradice el espíritu del axioma. Este límite en el planteamiento del teorema marca la agenda de investigación en este tema.

La tercera característica parace plausible, pues para la empresa tomadora de precios los costos de organización son un dato. No obstante, para la empresa TIMT los costos de organización son un mecanismos con el cual las empresas se vinculan con el tamaño del mercado y, por tanto, con el vector de precios. Además, para la empresa TIMT que insume sólo trabajo, los costos de organización son el único mecanismo que tiene para vincularse con el vector de precios. En consecuencia, si se desea analizar las asignaciones dado un vector de precios, resulta poco plausible suponer exógenos los costos de organización. Este problema tendrá que ser considerado como parte de la agenda de investigación del tema.

Referencias bibliográficas

Blanchard, O. y S. Fischer (1989). *Lectures on Macroeconomics*, USA: MIT.
Noriega, F. (1994). *Teoría del desempleo, la distribución y la pobreza*, México: Ariel.
——— (1998). "Generalización de una Teoría Particular del Productor: error de la Tradición Neoclásica", *Investigación Económica*, núm. 223, enero–marzo.
——— (2001). *Macroeconomía para el desarrollo: Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo*, México: Mc Graw Hill.
——— (1997). "Teoría del Desempleo y la Distribución. Evidencia empírica: México 1984–1994", *Investigación Económica*, núm. 220, abril–junio.
Plata Pérez, Leobardo (1998). "Sobre funciones objetivo en la Teoría de la Empresa (comentario crítico al artículo "Generalización de una teoría particular del productor: error de la tradición neoclásica")", *Investigación Económica*, núm. 223, enero–marzo.
Tirole, Jean (1988). *The Theory of Industrial Organization*, USA: MIT.
Velázquez, Orihuela Daniel (2009). *Teoría sobre la dinámica de las economías de mercado: un modelo de generaciones traslapadas en el marco analítico de la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo,* tesis doctoral, UAM.