Briozzo, Anahí; Pesce, Gabriela; Villarreal, Fernanda
Evaluación de proyectos con herramientas borrosas. Análisis de casos
Cuadernos del CIMBAGE, núm. 13, 2011, pp. 25-53
Facultad de Ciencias Económicas
Buenos Aires, Argentina

Cuadernos del CIMBAGE Nº 13 (2011) 25 - 53

EVALUACIÓN DE PROYECTOS CON HERRAMIENTAS BORROSAS. ANÁLISIS DE CASOS

Anahí Briozzo[*], Gabriela Pesce[**], Fernanda Villarreal[***]
Departamento de Ciencias de la Administración
Universidad Nacional de Sur
CONICET
12 de octubre 1198 - 8° piso - Bahía Blanca - Buenos Aires - B8000CTX
Argentina
[*]Gabinete 30
abriozzo@uns.edu.ar
[**]Gabinete 31
gabriela.pesce@uns.edu.ar
[***]Gabinete 12
fvillareal@uns.edu.ar

Recibido 6 de abril de 2010, aceptado 16 de marzo de 2011

Resumen

En este trabajo se analiza el empleo de las herramientas financieras tradicionales de evaluación de proyectos (VAN, TIR, TIRM, índice de rentabilidad y período de recupero descontado), modelando la incertidumbre en el marco de la matemática borrosa. Se presentan ventajas y limitaciones de este análisis para dos casos de patrones de flujos de fondos: proyecto de inversión con flujos convencionales y proyecto de inversión con flujos no convencionales. Las conclusiones muestran que este análisis amplía la información disponible para la toma de decisiones y se resalta la importancia de conocer las restricciones de los métodos utilizados a fines de mantener consistencia con el objetivo de creación de valor.

Palabras clave: herramientas de evaluación de proyectos, matemática borrosa.

PROJECT EVALUATION WITH FUZZY TOOLS. CASE ANALYSIS

Anahí Briozzo*, Gabriela Pesce**, Fernanda Villarreal***
Departamento de Ciencias de la Administración
Universidad Nacional de Sur
CONICET
12 de octubre 1198 - 8° piso - Bahía Blanca - Buenos Aires - B8000CTX
Argentina.
*Gabinete 30
abriozzo@uns.edu.ar
**Gabinete 31
gabriela.pesce@uns.edu.ar
***Gabinete 12
fvillareal@uns.edu.ar

Received April 6th 2010, accepted March 16th 2011

Abstract

This paper analyzes the use of traditional project evaluation tools (NPV, IRR, MIRR, profitability index, and discounted payback period), modeling uncertainty in the framework of fuzzy mathematics. We present advantages and limitations of this analysis for two cases of cash flows' patterns: investment project with conventional cash flows and investment project with unconventional cash flows. This analysis expands the information available for decision making and highlights the importance of knowing the restrictions of these methods, in order to maintain consistency with the objective of creating value.

Keywords: project evaluation tools, fuzzy mathematics.

1. INTRODUCCIÓN

En el ámbito de la economía y la gestión de empresas se estudian problemas cuyas magnitudes se proyectan hacia el futuro, por lo cual no se requiere, frecuentemente, una extrema precisión sino la mayor adaptación posible a la realidad (Terceño, Barberá y Laumann 2003). Siguiendo la clasificación de Knight (1921), una variable puede definirse en términos de certeza cuando para la misma se proyecta un valor único (por ejemplo, el valor de compra de un bien), en un entorno de riesgo cuando el comportamiento futuro de la variable puede asociarse con una probabilidad de ocurrencia, y por último, en una situación de incertidumbre cuando no se puede obtener un valor preciso ni aplicar herramientas propias del cálculo de probabilidades para determinar su valor. En la evaluación de proyectos esta última situación puede presentarse cuando se cuenta con estimaciones subjetivas hechas por expertos, pero no con información suficiente para determinar sus probabilidades de ocurrencia.

En los últimos cuarenta años se han producido notables avances en la utilización de una nueva matemática, aplicable en estos casos, en los que se presenta cierta vaguedad en la definición de los valores esperados: la Matemática Borrosa o Difusa (*Fuzzy Mathematics*). Ejemplos de estas aplicaciones se pueden encontrar en Terceño, De Andrés, Barberá y Lorenzana, (2003), quienes utilizan la matemática borrosa para la selección de carteras de renta variable; González, Flores, Chagolla, y Flores (2006) aplican esta metodología en el proceso de selección de personal; Lazzari, Machado y Perez (1998) abordan problemas de decisión vinculados al sector turístico; y otros casos ilustrativos se presentan en González, Terceño, Flores y Díaz (2005). En la literatura sobre evaluación de proyectos se pueden encontrar varios modelos cuyos criterios de selección sirven para fundamentar la racionalidad de las decisiones de inversión (Sapag Chain 2001; Ross, Westerfield y Jaffe 2005). El objetivo de este trabajo es presentar las herramientas tradicionales adaptadas a un contexto de incertidumbre a través de la incorporación de números borrosos triangulares.

En este caso, las herramientas de evaluación de proyectos que se analizan con lógica borrosa son: Valor Actual Neto (VAN), Tasa Interna de Retorno (TIR), Tasa Interna de Retorno Modificada (TIRM), Índice de Rentabilidad (IR) y Período de Recupero Descontado (PRD). A continuación se describen brevemente las características de las mismas.

El **Valor Actual Neto (VAN)** expresa el incremento de riqueza, en unidades monetarias, que genera el proyecto. Consiste en sumar algebraicamente los flujos de fondos del proyecto, actualizados por un factor de actualización *k*, como se indica en la Ecuación 1. La regla de aceptación determina que el proyecto se admite cuando *VAN* > 0; ó bien, si *k* representa un costo de capital que incluye la utilidad mínima esperada sobre el capital propio, el criterio de aceptación es *VAN* ≥ 0.

$$VAN = -I_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{FF_t}{(1+k)^t} \tag{1}$$

Siendo I_0, la inversión inicial de recursos que demanda el proyecto F_t, los flujos de fondos del proyecto *k*, la tasa de descuento o de rendimiento requerido para el proyecto.

La **Tasa Interna de Retorno (TIR)** es el rendimiento implícito de la inversión al vencimiento. Se obtiene al equiparar los flujos de fondos negativos y positivos del proyecto y al igualarlos a cero, como se indica en la Ecuación 2. Supone la reinversión de los flujos de fondos liberados por el proyecto a la misma tasa interna de retorno. Esto constituye una limitación trascendental por el supuesto optimista que implica reinvertir a la tasa TIR si ésta es elevada, en lugar de tomar una tasa que refleje el costo del capital u otra tasa de rendimiento, lo cual además puede resultar inverosímil dependiendo de las características o naturaleza del proyecto. Otra de las limitaciones que presenta este criterio es la inconsistencia que suelen exhibir los resultados ante flujos de fondos no convencionales, lo que provoca que puedan surgir TIR múltiples, e incluso, soluciones con números imaginarios. En los casos en los que dichas limitaciones son sorteadas o aceptables, el criterio de decisión para un proyecto de inversión consiste en aceptar el proyecto si *TIR* > *k. A*l igual que se aclaró para el VAN, si *k* contempla el rendimiento mínimo requerido por los propietarios, el proyecto se acepta si *TIR* ≥ *k*.

$$-I_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{FF_t}{(1+TIR)^t} = 0 \tag{2}$$

La **Tasa Interna de Retorno Modificada (TIRM)** cambia el supuesto de reinversión de la TIR, permitiendo que los fondos se apliquen al costo del capital del proyecto o tasas de reinversión proyectadas. La regla de aceptación, coherente con el criterio de decisión del VAN, es *TIRM* > *k* (o *TIRM* ≥ *k* según corresponda). Existen dos alternativas de cálculo para la TIRM de acuerdo a cómo sea el tratamiento de los flujos de fondos negativos intermedios, como se indica en las Ecuaciones 3 y 4.

$$FF_0 = \frac{\sum_{t=1}^{n} FF_{(+)t} * (1+k)^{n-t} + \sum_{t=1}^{n} FF_{(-)t} * (1+k)^{n-t}}{(1+TIRM)^n} \qquad (3)$$

O bien:

$$\sum_{t=1}^{n} \frac{FF_{(-)t}}{(1+k)^t} = \frac{\sum_{t=1}^{n} FF_{(+)t} * (1+k)^{n-t}}{(1+TIRM)^n} \qquad (4)$$

Cuando el flujo de fondos es convencional, cualquiera de las dos expresiones puede re-expresarse como la Ecuación 5.

$$TIRM = \sqrt[n]{\frac{\sum_{t=1}^{n} FF_t * (1+k)^{n-t}}{I_0}} - 1 \qquad (5)$$

El **Índice de Rentabilidad (IR)**, también conocido como Tasa de Rentabilidad Financiera o Relación Costo-Beneficio, expresa cuántas unidades monetarias en términos netos rinde el proyecto por unidad monetaria invertida. Se calcula como la razón entre el VAN y la inversión inicial, según la Ecuación 6.

$$IR = \frac{-I_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{FF_t}{(1+k)^t}}{I_0} \qquad (6)$$

Por último, el **Período de Recupero Descontado (PRD)** indica, en unidades temporales, el tiempo en que se recupera la inversión de recursos demandada por el proyecto en cuestión, teniendo en cuenta el valor tiempo del dinero de los flujos de fondos. El procedimiento general para su cálculo consiste en sumar los flujos de fondos operativos actualizados hasta el momento temporal (PRD) en que dicha sumatoria iguala el valor actual de la inversión. En ciertos casos, cuando los flujos de fondos son constantes en el tiempo, el criterio se puede calcular como se indica en la Ecuación 7. El PRD es una herramienta sumamente útil para casos en que existe una elevada incertidumbre y el objetivo se centra en minimizar la exposición al riesgo. En estos casos, la regla de selección permite aceptar aquellos proyectos en los que el recupero del capital invertido se da en un período menor de tiempo.

$$PR_d = \frac{I}{\sum_{t=1}^{n} \frac{FF_t}{(1+k)^t}} \tag{7}$$

Al momento de analizar los proyectos con incertidumbre, se utilizan números borrosos en la determinación de los flujos de fondos, los tipos de interés y el valor terminal. En todos los casos se modela la incertidumbre a través de números triangulares borrosos (NTB).

Uno de los puntos controvertidos en la estimación de los criterios de evaluación de proyectos, bajo la metodología de la matemática borrosa, son los cálculos de la TIR y la TIRM. Algunos autores, como Buckley (1987) y más recientemente, Kahraman, Ruan y Tolga (2002), argumentan que no puede definirse una TIR borrosa, ya que siguiendo las Ecuaciones 2 y 3, el cálculo de la TIR (y la TIRM) requiere de igualar el VAN a cero. Según estos autores, el cero es un número nítido (*crisp*), mientras el VAN en este contexto es un concepto borroso, por lo cual la igualdad sería imposible. En este trabajo empleamos una interpretación alternativa de la TIR y la TIRM borrosas, empleando la representación mediante alfa-cortes propuesta por Buckley (1992) y Terceño, De Andrés, Barberá y Lorenzana (2003). Por lo tanto, se asume que los flujos de fondos futuros han sido estimados mediante números borrosos, y si la TIR (y la TIRM) del proyecto son continuamente crecientes con respecto a los flujos de fondos, entonces ambas tasas pueden obtenerse mediante los alfa-cortes correspondientes (se puede ver un ejemplo de cálculo en el Anexo).

El trabajo está estructurado del siguiente modo:

El apartado 2. trata sobre proyectos de inversión con flujos de fondos convencionales. Son aquellos que generan un desembolso inicial y flujos de fondos positivos posteriores. El VAN de estos proyectos es monótonamente decreciente con respecto al costo de capital.

El ítem 3. trata acerca de los proyectos de inversión con flujos de fondos no convencionales. En ellos se incurre en una inversión inicial, y los flujos de fondos posteriores son algunos positivos y otros negativos, porque existen inversiones posteriores. Un ejemplo de esto es la introducción de un producto en diferentes etapas de expansión geográfica. La diferencia con los convencionales es que hay más de un cambio de signo en los flujos de fondos. La particularidad de este caso es que el VAN no se comporta monótonamente con respecto al costo de capital

Finalmente, en las sección 5. se exponen las conclusiones.

2. PROYECTO DE INVERSIÓN CON FLUJOS DE FONDOS CONVENCIONALES

Supónganse un proyecto de inversión cuyos flujos de fondos poseen las siguientes características: la inversión inicial de $35.000 en el año 0 (hoy) es conocida con certeza[1], y los flujos de cada año y costo de capital se describen como números borrosos triangulares, con los valores pesimista, más probable y optimista según se muestran en la Tabla 1.

Período	Flujos de fondos			Costo de capital		
Año 0		-35.000			-	
Año 1	6.000	8.000	9.000	0,10	0,11	0,14
Año 2	11.000	14.000	16.000	0,09	0,13	0,15
Año 3	14.000	15.000	17.000	0,10	0,14	0,17
Año 4	15.000	17.000	19.000	0,11	0,15	0,18

Tabla 1. Datos del proyecto de inversión con flujos de fondos convencionales

A fines de poder emplear la TIR y la TIRM como criterios de decisión, es necesario plantear una única tasa de costo de capital con la cual sean comparables. Denominamos a esta tasa Costo de capital Anual Equivalente (CAE), calculada como la tasa de actualización que brinda el mismo VAN que las tasas definidas para cada año en la Tabla 1. Para cada nivel de presunción se presentan en la Tabla 2 los intervalos de confianza para el VAN, IR y PRD, mientras que los resultados para la TIR, la TIRM y CAE se muestran en la Tabla 3 (se presenta un ejemplo de la metodología de cálculo en el Anexo). Se observa que a medida que se incrementa la incertidumbre, aumentan las posibilidades de resultados tanto en un sentido (obtener un menor resultado) como en otro (obtener un mayor resultado). Esto puede observarse en la Figura

[1] Esta situación es la más frecuente, ya que la inversión inicial generalmente se encuentra próxima al momento de evaluación. Por este motivo, en la evaluación tradicional de proyectos de inversión, la inversión inicial no se pondera por el factor de actualización, el cual capta tanto el valor de dinero en el tiempo como el riesgo del proyecto.

1, donde se representa el valor actual neto del proyecto de inversión para cada nivel de presunción o α-corte.

α-cortes	VAN		IR		PRD	
0	-3931,61	12394,13	-0,1123	0,3541	3,0450	No hay
0,1	-3155,39	11526,04	-0,0902	0,3293	3,0918	No hay
0,2	-2371,30	10669,21	-0,0678	0,3048	3,1402	No hay
0,3	-1579,24	9823,44	-0,0451	0,2807	3,1903	No hay
0,4	-779,11	8988,55	-0,0223	0,2568	3,2422	No hay
0,5	29,19	8164,34	0,0008	0,2333	3,2959	3,9969
0,6	845,79	7350,63	0,0242	0,2100	3,3515	3,9108
0,7	1670,78	6547,24	0,0477	0,1871	3,4090	3,8275
0,8	2504,27	5753,99	0,0716	0,1644	3,4685	3,7471
0,9	3346,39	4970,71	0,0956	0,1420	3,5302	3,6693
1	4197,24	4197,24	0,1199	0,1199	3,5940	3,5940

Tabla 2. Estimación de los intervalos del VAN, IR y PRD para distintos α-cortes

α-cortes	TIR		TIRM		CAE	
0	10,36%	23,46%	10,38%	21,17%	9,79%	15,34%
0,1	11,09%	22,89%	11,01%	20,71%	10,08%	15,07%
0,2	11,83%	22,32%	11,63%	20,25%	10,36%	14,80%
0,3	12,56%	21,75%	12,25%	19,79%	10,65%	14,53%
0,4	13,29%	21,17%	12,87%	19,33%	10,93%	14,26%
0,5	14,02%	20,59%	13,48%	18,86%	11,22%	13,99%
0,6	14,75%	20,01%	14,09%	18,39%	11,50%	13,72%
0,7	15,48%	19,42%	14,69%	17,92%	11,79%	13,45%
0,8	16,20%	18,83%	15,30%	17,45%	12,07%	13,18%
0,9	16,93%	18,24%	15,90%	16,97%	12,35%	12,91%
1	17,65%	17,65%	16,49%	16,49%	12,63%	12,63%

Tabla 3. Estimación de los intervalos de la TIR, la TIRM y CAE para distintos α-cortes

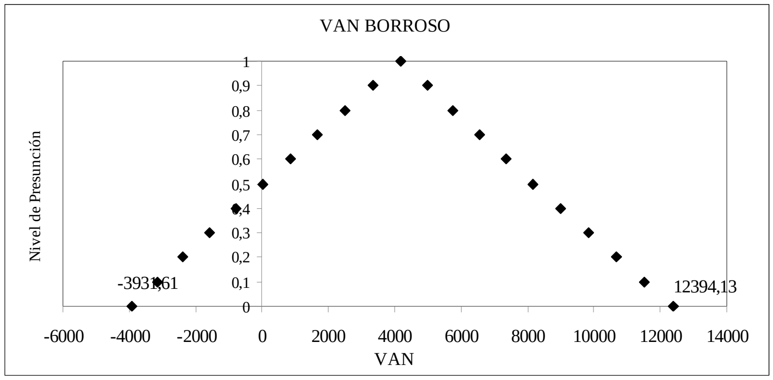

Figura 1. Representación gráfica del VAN en términos de NTB

Si calculamos el índice de consentimiento, como otro criterio de decisión, que se determina dividiendo el área de la figura que se encuentra en el primer cuadrante y el área que representa el número borroso triangular, obtenemos un índice de consentimiento de **0,8835.** Se puede concluir entonces que dado que la posibilidad de obtener resultados positivos es de 0,8835, la inversión es conveniente desde el punto de vista económico.

La Figura 2 muestra en un mismo gráfico el NTB para la TIR y el NTB para el costo anual equivalente. Para el nivel de presunción o α-corte igual a 1, el valor de la TIR es mayor al costo anual equivalente, con lo cual el proyecto sería rentable. Este resultado hubiera sido obtenido si sólo hubiéramos trabajado con el valor más probable en cuanto a flujo de fondos y tasa de interés.

Para este proyecto si comparamos el límite inferior del intervalo de confianza para la TIR con un nivel α-corte de 0,3 que es 12,53%, con el límite superior del intervalo de confianza para el Costo anual equivalente presentado en la Tabla 3, que arroja un valor de 14,53% para el mismo nivel de presunción, por lo cual el proyecto no sería rentable, dado que se observa en la Tabla 2 que el VAN es negativo. Esta situación se revierte a partir de un nivel de α-corte igual a 0,5, donde el valor del límite inferior de la tasa interna de retorno es 14,02% y el valor del costo del capital es de 13,99%, con lo cual el proyecto es rentable.

Como conclusión para este proyecto, según los criterios analizados para la selección de proyectos de inversión, cuando el nivel de presunción o α-corte sea de al menos 0,5, el proyecto generará resultados positivos.

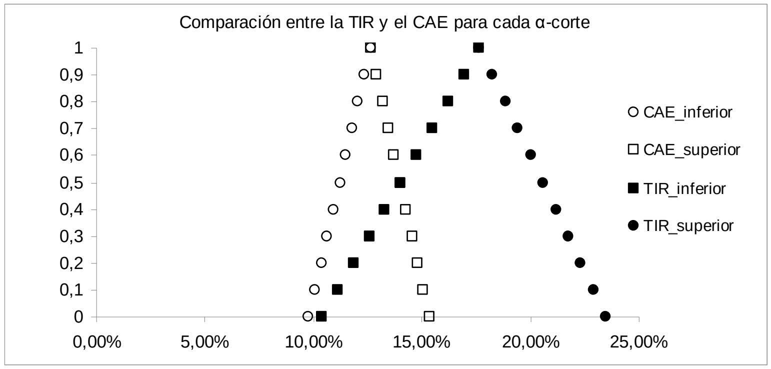

Figura 2. Comparación entre el NTB para la TIR y el NTB para el CAE

3. PROYECTOS DE INVERSIÓN CON FLUJOS DE FONDOS NO CONVENCIONALES

Supóngase un flujo de fondos de un proyecto de inversión con las siguientes características: inversión inicial de $28.000 en el año 0 (hoy). Los flujos de fondos futuros no se conocen con certeza, si bien se sabe que los dos últimos años se requerirá de desembolsos a fines de terminar con el proyecto. Este suele ser el caso de actividades cuyo cierre implica la recuperación del entorno ecológico a un estado similar al preexistente. Los valores pesimista, más probable y optimista de los flujos de cada año son: Año 1: (40.000; 55.000; 60.000); Año 2: (31.000; 38.000; 40.000); Año 3: (-15.500; -12.000; -10.500); Año 4: (-37.000; -30.000; -22.000).

3.1. Creencias constantes sobre el costo de capital anual

En primer lugar se analiza el caso en el cual el costo de capital también se modela como número borroso, si bien las creencias sobre sus valores no varían en el tiempo. Los valores optimista, más probable y pesimista del costo de capital para cada año son: Año 1 a 4: (0,15; 0,18; 0,22).

Para cada nivel de presunción (α-cortes), operando con los flujos de fondos correspondientes al límite inferior con las tasas del límite superior, y viceversa, se obtienen los intervalos para el VAN presentados en la Tabla 4.

α-cortes	VAN	
0	$ 376,90	$ 34.937,20
0,1	$ 2.538,40	$ 33.693,80
0,2	$ 4.724,00	$ 32.464,70
0,3	$ 6.934,00	$ 31.249,90
0,4	$ 9.168,90	$ 30.048,90
0,5	$ 11.429,00	$ 28.861,70
0,6	$ 13.714,90	$ 27.688,00
0,7	$ 16.026,80	$ 26.527,50
0,8	$ 18.365,40	$ 25.380,20
0,9	$ 20.730,90	$ 24.245,70
1	$ 23.123,90	$ 23.123,90

Tabla 4. Intervalos del VAN

Estos resultados indican que se trata, en principio, de un proyecto rentable, ya que para cualquier α-corte el VAN constituye un valor positivo. Sin embargo, al tratarse de un proyecto de inversión con flujos de fondos no convencionales, el VAN no necesariamente posee una relación monótona decreciente con respecto al costo de capital.

La evaluación de este proyecto requiere de un análisis del perfil del VAN para distintas tasas de costo de capital, por ejemplo, considerando el α-corte cero para los flujos de fondos del límite inferior, se obtienen los resultados presentados en la Tabla 5.

Tasa	VAN (α = 0)	Tasa	VAN (α = 0)
0%	**$ -9.500,00**	30%	$ 1.102,62
10%	**$ -2.933,41**	40%	$ 1.107,66
15%	**$ -1.123,31**	50%	$ 543,21
19,7%	$ 0,00	57%	$ 0,00
20%	$ 47,84	60%	$ -320,56
25%	$ 748,80	70%	$ -1.284,42

Tabla 5. Comportamiento del perfil del VAN para el α-corte = 0

Gráficamente, para los distintos α-cortes del límite inferior el flujo de fondos se presenta en la Figura 3. Puede observarse que, dada la naturaleza de los flujos de fondos, existen dos raíces del perfil del VAN para cada α-corte.

Por otra parte, los flujos de fondos del límite superior pueden tratarse para este ejemplo como flujos convencionales, como se observa en la Figura 4.

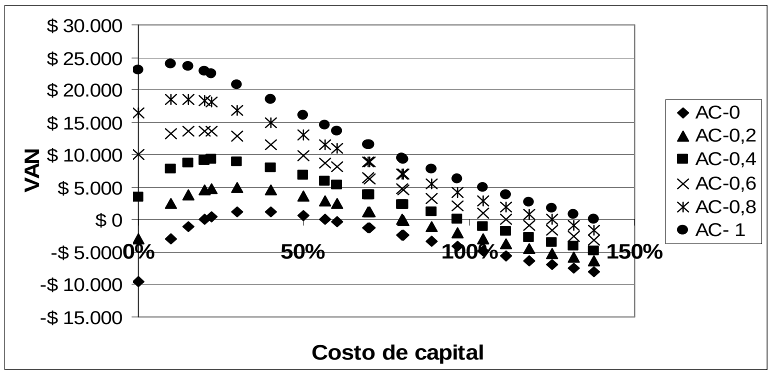

Figura 3. Perfil del VAN para los flujos de fondos del límite inferior

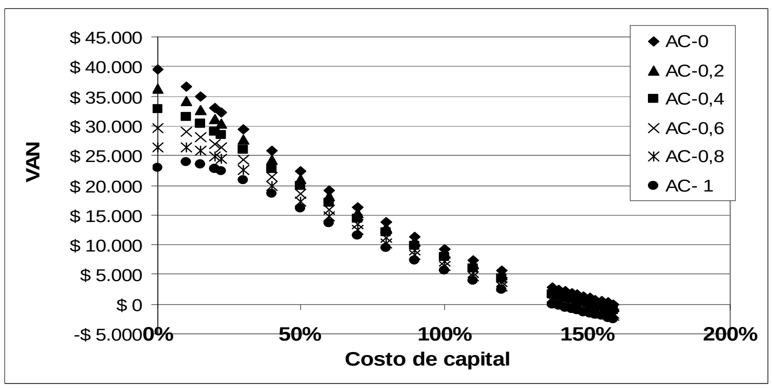

Figura 4. Perfil del VAN para los flujos de fondos del límite superior

Una forma de ampliar el análisis del comportamiento del VAN es calcular la TIR de los flujos de fondos para cada α-corte. En particular, para los flujos de fondos del límite inferior existen las TIR que se presentan en la Tabla 6.

α-cortes	TIR 1	TIR 2
0	19,7%	56,5%
0,1	10,7%	69,6%
0,2	4,5%	79,7%
0,3	-0,3%	88,5%
0,4	-4,4%	96,6%

Tabla 6. TIR múltiples del límite inferior del flujo de fondos

A partir del α-corte 0,3, la primera raíz del polinomio del VAN es un valor negativo, por lo que no tiene interpretación como TIR. En cambio, para los primeros tres α-cortes existen dos raíces positivas, situación que se conoce como TIR múltiples. Si bien el significado económico de la TIR como tasa de rentabilidad en estos casos es discutible, prefiriéndose la TIRM como medida de rentabilidad, a fines de presentar los intervalos de la TIR para los distintos α-cortes interesa la TIR mayor. Esto se fundamenta en la comparación de los distintos intervalos en la toma de decisiones, donde el criterio de decisión operativo consiste en considerar rentable un proyecto con TIR superior a su costo de capital[2]. Sin embargo, esto no garantiza una regla de decisión que siempre cree valor. Al igual que para la primera estimación realizada del intervalo del VAN, el intervalo de la TIR no presenta la información en forma completa: para un α-corte de 0, comparar la TIR con un costo de capital posible del rango de 15% a 19,7% indicaría en principio que el proyecto tiene un VAN positivo, mientras que puede observarse en la Tabla 5 que no es así.

¿Cómo debe entonces presentarse el intervalo del VAN en este caso? Debe considerarse para cada α-corte, el comportamiento del VAN para el intervalo de costo de capital aplicable, como se muestra en las Tablas 7 y 8. De esta forma, se identifican los intervalos aplicables de VAN para cada α-corte (se señalan con sombreado los valores modificados con respecto a la primera estimación, que corresponden a los alfa-cortes de 0 a 0,5). Las diferencias con el límite mínimo del intervalo estimado de la primera forma varían significativamente, incluyendo un cambio a VAN negativo (Figura 5). Una forma alternativa de presentar el intervalo de VAN para los distintos niveles de presunción es representarlo gráficamente, como se muestra en las Figuras 6 a 8.

[2] Esta relación tiene sentido si para el punto k=TIR, la derivada del VAN con respecto al costo de capital es negativa. Esta situación se presenta en la segunda TIR.

α-cortes	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Tasa	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)
15%	**-1123**										
15,3%	-1037	**1.415,00**									
15,6%	-953,00	1.487,00	**3.927,00**								
15,9%	-871,00	1.557,00	3.985,00	**6.413,00**							
16,2%	-791,23	1.625,09	4.041,42	6.457,75	**8.874,07**						
16,5%	-713,61	1.691,07	4.095,74	6.500,42	8.905,10	**11.309,77**					
16,8%	-638,07	1.755,07	4.148,20	6.541,33	8.934,47	11.327,60	13.720,73				
17,10%	-564,57	1.817,13	4.198,82	6.580,52	8.962,21	11.343,90	13.725,60	16.107,29			
17,40%	-493,07	1.877,29	4.247,65	6.618,00	8.988,36	11.358,72	13.729,08	16.099,43	18.469,79		
17,70%	-423,54	1.935,58	4.294,71	6.653,83	9.012,95	11.372,07	13.731,20	16.090,32	18.449,44	20.808,57	
18,00%	-355,94	1.992,04	4.340,03	6.688,02	9.036,01	11.384,00	13.731,99	16.079,98	18.427,96	20.775,95	**23.123,94**
18,40%	-268,76	2.064,54	4.397,83	6.731,13	9.064,43	11.397,72	13.731,02	16.064,32	18.397,61	**20.730,91**	
18,80%	-184,87	2.133,91	4.452,69	6.771,46	9.090,24	11.409,02	13.727,80	16.046,58	**18.365,36**		
19,20%	-104,19	2.200,24	4.504,67	6.809,10	9.113,53	11.417,96	13.722,39	**16.026,82**			
19,60%	-26,65	2.263,60	4.553,85	6.844,10	9.134,35	11.424,60	**13.714,85**				
20,00%	47,84	2.324,07	4.600,31	6.876,54	9.152,78	11.429,01					
20,40%	119,34	2.381,72	4.644,10	6.906,48	9.168,87						
20,80%	187,93	2.436,61	4.685,30	6.933,99							
21,20%	253,67	2.488,82	4.723,97								
21,60%	316,64	2.538,41									
22,00%	376,90										

Tabla 7. VAN para los flujos de fondos del límite inferior

α-cortes	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Tasa	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)	VAN($)
15,00%	**34.937,17**										
15,30%	34.828,38	**33.693,77**									
15,60%	34.719,28	33.592,01	**32.464,74**								
15,90%	34.609,88	33.489,87	32.369,87	**31.249,87**							
16,20%	34.500,19	33.387,37	32.274,56	31.161,74	**30.048,92**						
16,50%	34.390,23	33.284,52	32.178,82	31.073,11	29.967,40	**28.861,69**					
16,80%	34.280,01	33.181,34	32.082,66	30.983,99	29.885,31	28.786,64	**27.687,96**				
17,10%	34.169,56	33.077,84	31.986,12	30.894,40	29.802,68	28.710,96	27.619,25	**26.527,53**			
17,40%	34.058,87	32.974,03	31.889,20	30.804,36	29.719,52	28.634,69	27.549,85	26.465,02	**25.380,18**		
17,70%	33.947,96	32.869,94	31.791,91	30.713,88	29.635,85	28.557,83	27.479,80	26.401,77	25.323,74	**24.245,72**	
18,00%	33.836,86	32.765,56	31.694,27	30.622,98	29.551,69	28.480,40	27.409,11	26.337,82	25.266,52	24.195,23	**23.123,94**
18,40%	33.688,42	32.626,00	31.563,57	30.501,15	29.438,73	28.376,31	27.313,89	26.251,47	25.189,05	24.126,63	
18,80%	33.539,67	32.485,99	31.432,32	30.378,64	29.324,96	28.271,29	27.217,61	26.163,94	25.110,26		
19,20%	33.390,63	32.345,58	31.300,53	30.255,48	29.210,42	28.165,37	27.120,32	26.075,27			
19,60%	33.241,34	32.204,79	31.168,24	30.131,70	29.095,15	28.058,60	27.022,05				
20,00%	33.091,82	32.063,66	31.035,49	30.007,33	28.979,17	27.951,00					
20,40%	32.942,10	31.922,20	30.902,31	29.882,41	28.862,52						
20,80%	32.792,19	31.780,45	30.768,71	29.756,97							
21,20%	32.642,13	31.638,43	30.634,74								
21,60%	32.491,93	31.496,17									
22,00%	32.341,62										

Tabla 8. VAN para los flujos de fondos del límite superior

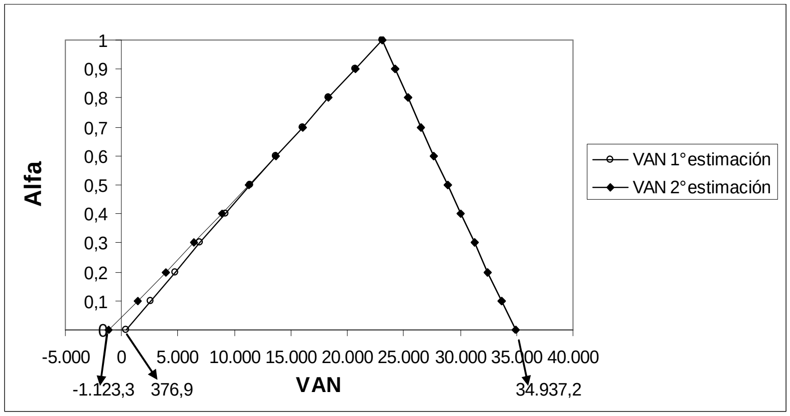

Figura 5. El VAN como número borroso triangular. Caso de creencias constantes sobre el costo de capital

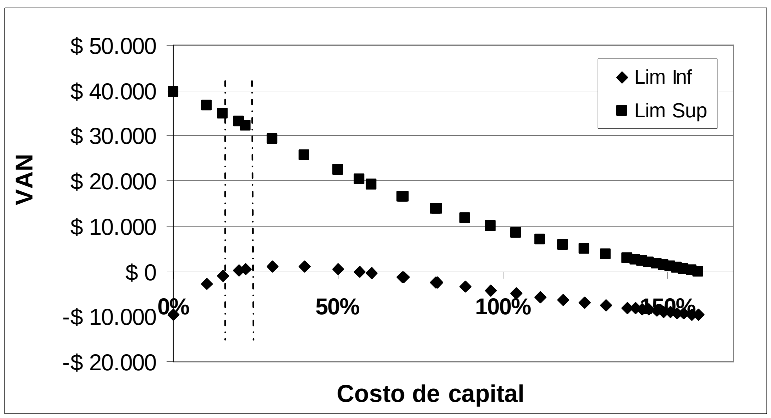

Figura 6. Intervalo del VAN para α=0[3]

[3] Las líneas punteadas indican el rango relevante de costo de capital para el α-corte.

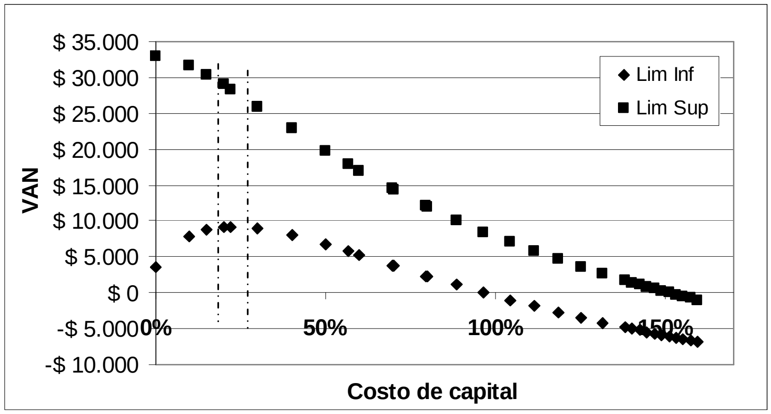

Figura 7. Intervalo del VAN para α=0,4

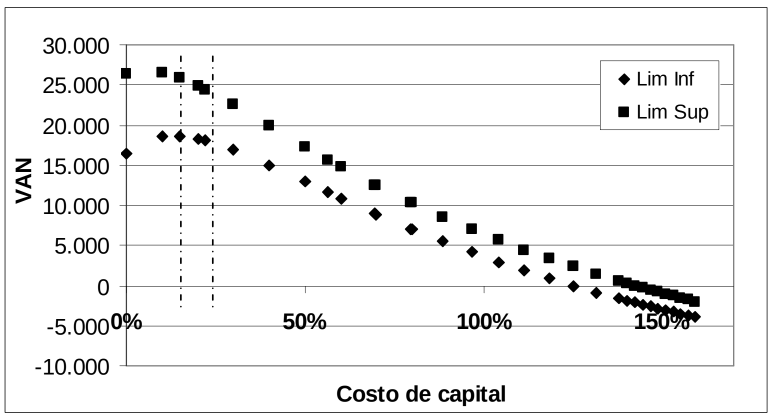

Figura 8. Intervalo del VAN para α=0, 8

Con respecto al cálculo del intervalo de la TIRM, se debe tener precaución al elegir el costo de capital aplicable, el cual debe coincidir con la tasa empleada para el cálculo del VAN. De esta forma se garantiza consistencia entre ambos métodos. En particular para este ejemplo, para el límite inferior de la TIRM en los α-cortes 0 a 0,5 se emplea el costo de capital límite inferior correspondiente. Obsérvese que para α-cero, límite inferior, se tiene TIRM<costo de capital (14,45%<15%), lo cual es consistente con el VAN negativo para esa combinación. La interpretación gráfica de la TIRM se presenta en la

Figura 9, donde el límite superior de la TIRM se compara con el límite inferior del costo de capital. Se observa que la TIRM supera al costo de capital en todos los casos, lo cual se corresponde con el límite superior del VAN. En cambio, para el límite inferior de la TIRM se presenta una particularidad: guardando consistencia con el VAN, se emplea el costo de capital límite inferior para los α-cortes 0 a 0,5; mientras que para los α-cortes superiores se emplea el costo de capital límite superior. Esto provoca la discontinuidad observada en la Figura 9 entre los α-cortes 0,5 y 0,6. Para el nivel de presunción α=0, se observa que la TIRM es inferior al costo de capital, en concordancia con el VAN negativo para ese caso.

α-cortes	TIR		TIRM		CAE	
0	**56,5%**	159,3%	**14,45%**	32,00%	0,150	0,220
0,1	**69,6%**	157,2%	**15,99%**	31,74%	0,153	0,216
0,2	**79,7%**	155,1%	**17,52%**	31,48%	0,156	0,212
0,3	88,5%	153,1%	**19,05%**	31,23%	0,159	0,208
0,4	96,6%	150,9%	**20,57%**	30,98%	0,162	0,204
0,5	104,2%	148,8%	**22,09%**	30,74%	0,165	0,200
0,6	111,4%	146,7%	26,83%	30,51%	0,168	0,196
0,7	118,3%	144,5%	27,54%	30,28%	0,171	0,192
0,8	125,0%	142,3%	28,24%	30,05%	0,174	0,188
0,9	131,5%	140,2%	28,93%	29,83%	0,177	0,184
1	137,9%	137,9%	29,61%	29,61%	0,180	0,180

Tabla 9. Intervalos de la TIR, la TIRM y CAE

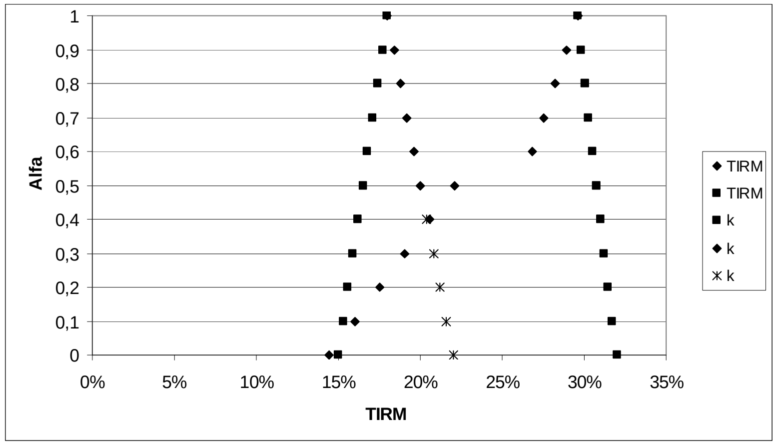

Figura 9. La TIRM y el costo de capital como números borrosos triangulares

El IR, definido como el ratio de VAN a inversión inicial, no presenta conflictos para el caso de flujos no convencionales, siempre que se calcule sobre los límites correctos del VAN (Tabla 10).

Finalmente, se presenta el Período de Recupero Descontado expresado en días para la definición *tradicional* de plazo en el cual se recupera la inversión inicial (Tabla 10). Resulta llamativo la existencia de un período de recupero de 196 días para el límite inferior del α-corte cero, cuando se ha concluido que en ese caso el VAN es cero. Esto se debe a una limitación intrínseca a esta definición de Período de Recupero, que no considera los flujos de fondos posteriores al recupero, los cuales, en este caso, son inversiones[4]. Este problema del Período de Recupero puede evitarse definiéndolo como el plazo en el cual se recupera la inversión total a valores actuales, para lo cual se obtiene un período de recupero *ajustado* para proyectos no convencionales, expresado en días (Tabla 10).

---

[4] Lo que está indicando el Período de Recupero es que conviene "abandonar" el proyecto a fines del Año 2, asumiendo que no existe necesidad de incurrir en los desembolsos posteriores. En este ejemplo consideramos que la desinversión de los últimos 2 años es inevitable para cerrar el proyecto.

α-cortes	IR		PRD (tradicional)		PRD (ajustado)	
0	-0,04	-0,04	196	259	332	no hay
0,1	0,05	0,05	198	284	338	708
0,2	0,14	0,14	200	275	345	671
0,3	0,23	0,23	202	266	351	635
0,4	0,32	0,32	205	258	358	601
0,5	0,40	0,40	207	251	364	568
0,6	0,49	0,49	209	249	375	527
0,7	0,57	0,57	212	241	386	498
0,8	0,66	0,66	214	233	397	472
0,9	0,74	0,74	217	226	409	446
1	0,83	0,83	219	219	421	421

Tabla 10. Intervalos para el IR y el PRD, tradicional y ajustado

3.2. Creencias cambiantes sobre el costo de capital anual

Supóngase ahora que para cada año se consideran los siguientes valores (optimista, más probable, pesimista) para el costo de capital: Año 1: (0,15; 0,18; 0,22); Año 2: (0,16; 0,20; 0,22); Año 3: (0,16; 0,20; 0,25); Año 4: (0,15; 0,18; 0,23). Análogamente con el caso anterior, el cálculo del VAN considerando los flujos de fondos inferiores actualizados con los costos de capital superiores arroja intervalos erróneos. En la primera parte de la Tabla 11 se muestra el intervalo del VAN para los distintos α-cortes, calculado al emplear el costo de capital límite inferior para actualizar los flujos de fondos límite superior, y viceversa. La segunda parte muestra el resultado de actualizar los flujos de fondos límite superior con el costo de capital límite superior, y viceversa. Los verdaderos límites del intervalo del VAN estarán conformados por el mínimo de los límites mínimos y el máximo de los límites máximos (Tabla 12). Como puede observarse, el límite inferior del VAN para los α-cortes 0 a 0,7 se obtiene al emplear el costo de capital mínimo. El proyecto tiene VAN menor a cero en el α-corte de 0. Esta situación se representa gráficamente en la Figura 10.

α-cortes	Con k máx.	Con k mín.	Con k mín.	Con k máx.
	Límite inferior	Límite superior	Límite inferior	Límite superior
0	1.115,1	**35.010,9**	**-787,3**	32.797,5
0,1	3.245,3	**33.784,2**	**1.761,9**	31.933,8
0,2	5.396,8	**32.573,4**	**4.281,3**	31.054,5
0,3	7.570,2	**31.378,0**	**6.771,4**	30.159,5
0,4	9.765,6	**30.197,9**	**9.232,7**	29.248,3
0,5	11.983,4	**29.032,7**	**11.665,7**	28.320,7
0,6	14.224,1	**27.882,2**	**14.070,9**	27.376,2
0,7	16.487,9	**26.746,2**	**16.448,7**	26.414,4
0,8	**18.775,2**	**25.624,3**	18.799,5	25.435,1
0,9	**21.086,5**	**24.516,3**	21.123,8	24.437,7
1	**23.422,0**	**23.422,0**	23.422,0	23.422,0

Tabla 11. Combinaciones posibles de los límites del VAN

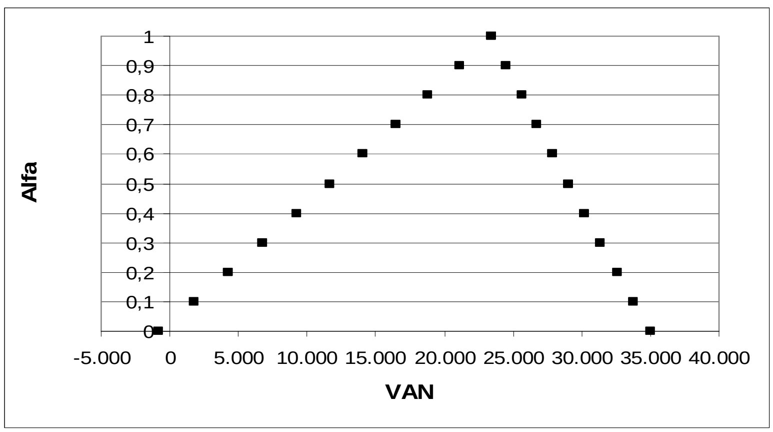

Figura 10. El VAN como número borroso triangular. Caso de creencias cambiantes sobre el costo de capital

α-cortes	VAN Límite superior		TIRM Límite superior	
0	**-787,3**	35.010,9	15,11%	32,70%
0,1	**1.761,9**	33.784,2	16,72%	23,74%
0,2	**4.281,3**	32.573,4	18,32%	23,29%
0,3	**6.771,4**	31.378,0	19,92%	22,85%
0,4	**9.232,7**	30.197,9	21,52%	22,41%
0,5	**11.665,7**	29.032,7	23,10%	21,97%
0,6	**14.070,9**	27.882,2	24,69%	21,54%
0,7	**16.448,7**	26.746,2	26,27%	21,11%
0,8	18.775,2	25.624,3	29,63%	20,68%
0,9	21.086,5	24.516,3	30,32%	20,25%
1	23.422,0	23.422,0	30,99%	19,82%

Tabla 12. Intervalos del VAN y la TIRM

Como se trata de los mismos flujos de fondos que en el caso anterior, la TIR se comporta de igual forma (existen TIR múltiples) y toma los mismos valores. Para el caso de la TIRM, respetando la consistencia de tasas empleadas para el VAN, se obtiene la información presentada en la Tabla 12.

Sin embargo, la dificultad en este caso es que no puede calcularse un costo de capital anual equivalente con el cual comparar la TIRM, para todos los α-cortes. Como esta tasa se calcula como la tasa que iguala el flujo de fondos al VAN, es simplemente la TIR del flujo de fondos (años 0 a 4), y como flujo del año cero se toma la inversión inicial con el VAN correspondiente deducido de la misma. Siendo estos flujos no convencionales, para algunos casos no existe esa TIR, mientras que para otros hay más de una, como puede verse en la Tabla 13. Esta problemática nace de una limitación propia de la TIR y no de su aplicación en el campo de la matemática borrosa.

α-cortes	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	**TIR 1**	**TIR 2**
0	-27.212,7	40.000	31.000	-15.500	-37.000	**16,22%**	**64,7%**
0,1	-29.761,9	41.500	31.700	-15.150	-36.300	**16,83%**	**53,5%**
0,2	-32.281,3	43.000	32.400	-14.800	-35.600	**17,61%**	**43,7%**
0,3	-34.771,4	44.500	33.100	-14.450	-34.900	**18,80%**	**34,6%**
0,4	-37.232,7	46.000	33.800	-14.100	-34.200	No existe	No existe
0,5	-39.665,7	47.500	34.500	-13.750	-33.500	No existe	No existe
0,6	-42.070,9	49.000	35.200	-13.400	-32.800	No existe	No existe
0,7	-44.448,7	50.500	35.900	-13.050	-32.100	No existe	No existe
0,8	-46.775,2	52.000	36.600	-12.700	-31.400	No existe	No existe
0,9	-49.086,5	53.500	37.300	-12.350	-30.700	**14,51%**	**7,1%**
1	-51.422,0	55.000	38.000	-12.000	-30.000	**15,80%**	**15,8%**

Tabla 13. Costo anual equivalente para el flujo de fondos límite inferior

α-cortes	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	**TIR**
0	-63.010,9	60.000	40.000	-10.500	-22.000	**14,80%**
0,1	-61.784,2	59.500	39.800	-10.650	-22.800	**15,03%**
0,2	-60.573,4	59.000	39.600	-10.800	-23.600	**15,25%**
0,3	-59.378,0	58.500	39.400	-10.950	-24.400	**15,46%**
0,4	-58.197,9	58.000	39.200	-11.100	-25.200	**15,65%**
0,5	-57.032,7	57.500	39.000	-11.250	-26.000	**15,81%**
0,6	-55.882,2	57.000	38.800	-11.400	-26.800	**15,93%**
0,7	-54.746,2	56.500	38.600	-11.550	-27.600	**16,02%**
0,8	-53.624,3	56.000	38.400	-11.700	-28.400	**16,05%**
0,9	-52.516,3	55.500	38.200	-11.850	-29.200	***15,99%***
1	-51.422,0	55.000	38.000	-12.000	-30.000	**15,80%**

Tabla 14. Costo anual equivalente para el flujo de fondos límite superior

De las Tablas 13 y 14 se desprende otra particularidad de este caso: para el α-corte 0,9, el costo equivalente del flujo de fondos inferior (14,51%) resulta inferior al costo del flujo de fondos superior (15,99%). Este análisis permite concluir que existen limitaciones al uso de la TIR y la TIRM en un contexto de flujos de fondos no convencionales con creencias cambiantes sobre el costo de capital.

4. CONCLUSIONES

El análisis borroso brinda información adicional a la evaluación tradicional de proyectos, la cual únicamente arrojaría los resultados correspondientes al nivel de presunción 1, el escenario más probable. La utilización de números inciertos permite ampliar la información contenida en las conclusiones que arrojan herramientas como VAN, TIR, TIRM, IR o PRD. Sin embargo, se debe reflexionar acerca de las consideraciones especiales y de las limitaciones que tiene este análisis:

Respecto al Valor Actual Neto (VAN): el VAN de una alternativa de inversión con flujos convencionales utilizando números borrosos se obtiene al actualizar para cada nivel de α-corte los flujos de fondos del límite superior del intervalo con las tasas de interés correspondientes al límite inferior e igualándolo a la inversión inicial. El hecho de que sea positivo nos permite concluir en este caso que la inversión es rentable. El VAN de estos proyectos es monótonamente decreciente con respecto al costo de capital. Por otro parte, en la evaluación de un proyecto de inversión con flujos de fondos no convencionales debe tenerse en cuenta que la relación del VAN con el costo de capital no es monótona decreciente, sino que pueden aparecer puntos de inflexión. Por tal motivo, es necesario especial cuidado al identificar los límites del VAN, evaluando las distintas combinaciones de extremos de flujos de fondos y costo de capital, a fines de identificar adecuadamente el intervalo.

Respecto a la Tasa Interna de Retorno (TIR): el principal problema que presenta cuando se trabaja con lógica borrosa es con qué compararla para poder determinar un criterio de decisión. Al respecto, se ha determinado un costo anual equivalente que representa el costo de capital de un proyecto alternativo. En el caso de un proyecto de inversión con flujos de fondos convencionales, la TIR es otro instrumento que permite concluir si el proyecto es rentable o no, considerando en tal caso que un proyecto será rentable si la TIR para un nivel α-corte límite superior es mayor al Costo Anual Equivalente límite inferior. En este caso el VAN y la TIR conducen a las mismas conclusiones. En los proyectos no convencionales, tanto bajo la lógica tradicional como la borrosa, el empleo de la TIR como criterio de decisión está limitado por la existencia matemática de múltiples tasas identificables como TIR, pero sin sentido económico real. Por otra parte, surge una limitación cuando existen creencias cambiantes del costo de capital, ya que por la misma naturaleza de los flujos de fondos, no siempre podrá estimarse un costo de capital anual equivalente con el cual comparar la TIR.

Respecto a la Tasa Interna de Retorno Modificada (TIRM): frente a proyectos de inversión evaluados bajo lógica borrosa, se presenta un "dilema" en el cálculo de la TIRM para que mantenga la consistencia con el criterio de decisión del VAN: los flujos del límite inferior del intervalo deben capitalizarse al tipo de interés correspondiente al límite superior, a pesar de que la manera inversa arrojaría un intervalo más amplio. Esto justamente se promueve para mantener la consistencia entre ambas herramientas. Ante la existencia de múltiples TIR, o incluso la inexistencia de la misma en proyectos no convencionales, la TIRM surge como un criterio que permite evaluar la rentabilidad del proyecto en estos casos. A fines de guardar consistencia con el criterio VAN, es importante emplear en su cálculo el mismo costo de capital que se utilizó para calcular el VAN de cada α-corte. Sin embargo, surge nuevamente la limitación del cálculo del CAE cuando existen creencias cambiantes del costo de capital.

Respecto al Índice de Rentabilidad (IR): el IR no requiere de consideraciones especiales. Una vez que se ha estimado el VAN borroso, sólo debe dividírselo por una constante que es el flujo inicial, normalmente conocido con certeza. Por supuesto, su criterio de decisión es consistente con el del VAN.

Respecto al Período de Recupero Descontado (PRD): el PRD para el caso de proyectos de inversión con flujos convencionales expresa el tiempo en que se recupera la inversión. En este caso para un nivel de presunción igual a 1, el PRD es menor a la vida del proyecto, con lo cual se concluye que la inversión inicial se recupera antes de la finalización del mismo. Finalmente, en el caso de proyectos no convencionales, el PRD presenta una limitación inherente a su definición: no considera todos los flujos de fondos del proyecto, sino únicamente los necesarios para el recupero de la inversión inicial. Por ende se puede obtener un período de recupero atractivo para un proyecto que presenta fuertes inversiones sobre el final de su vida. En estos casos existe la alternativa de recalcular el PRD considerando el valor actual de todas las inversiones necesarias durante la vida del proyecto. Se debe recordar que este método es empleado en forma complementaria en la evaluación de proyectos, debido a su naturaleza de considerar únicamente la velocidad en el recupero de la inversión inicial.

ANEXO

A continuación se expone, a modo ejemplificativo, el cálculo para los límites inferior y superior del intervalo con α-corte=0 de las herramientas de evaluación de proyectos (VAN, TIR, TIRM, IR, PRD) para el caso 1, sobre una inversión con flujos de fondos convencionales. Los resultados obtenidos son los presentados en las Tablas 2 y 3 de la primera sección del trabajo.

VAN

Límite inferior del intervalo, α-corte=0:

$$VAN = -35000 + \frac{6000}{(1+0{,}14)} + \frac{11000}{(1+0{,}14)*(1+0{,}15)} + \frac{14000}{(1+0{,}14)*(1+0{,}15)*(1+0{,}17)} + \frac{15000}{(1+0{,}14)*(1+0{,}15)*(1+0{,}17)*(1+0{,}18)} = -3931{,}61$$

Límite superior del intervalo, α-corte=0:

$$VAN = -35000 + \frac{9000}{(1+0{,}10)} + \frac{16000}{(1+0{,}10)*(1+0{,}09)} + \frac{17000}{(1+0{,}10)*(1+0{,}09)*(1+0{,}10)} + \frac{19000}{(1+0{,}10)*(1+0{,}09)*(1+0{,}10)*(1+0{,}11)} = 12394{,}13$$

TIR

La TIR borrosa sigue el intervalo [TIR_1, TIR_2], donde TIR_1 se obtiene a partir de los flujos de fondos del límite inferior del intervalo y TIR_2 se calcula al emplear los flujos de fondos del límite superior, como se muestra a continuación.

Límite inferior del intervalo, α-corte=0

$$-35000 + \frac{6000}{(1+TIR)} + \frac{11000}{(1+TIR)^2} + \frac{14000}{(1+TIR)^3} + \frac{15000}{(1+TIR)^4} = 0 \rightarrow TIR = 10{,}36\%$$

Límite superior del intervalo, α-corte=0:

$$-35000+\frac{9000}{(1+TIR)}+\frac{16000}{(1+TIR)^2}+\frac{17000}{(1+TIR)^3}+\frac{19000}{(1+TIR)^4}=\ 0\ \rightarrow TIR=23{,}46\%$$

Como en el ejemplo de flujos de fondos convencionales la inversión inicial es conocida con certeza, y se cumple que los flujos de fondos se modelan tal que el valor pesimista es estrictamente menor al valor más probable, el cual a su vez es estrictamente menor que el valor optimista, existe una solución para este problema en todos sus α-cortes. Sin embargo, como muestran Moriñigo y Eriz (2007), si no se cumplen estas condiciones, puede no existir una solución borrosa al cálculo de la TIR empleando esta metodología.

TIRM

La TIRM se estima siguiendo el mismo procedimiento descrito para la TIR.

Límite inferior del intervalo, α-corte=0:

$$TIRM = \left[\frac{6000*(1+0{,}09)*(1+0{,}10)*(1+0{,}11)+\ 11000*(1+0{,}10)*(1+0{,}11)+\ 14000*(1+0{,}11)+15000}{35000}\right]^{1/4} - 1 = 10{,}38\%$$

Límite superior del intervalo, α-corte=0:

$$TIRM = \left[\frac{9000*(1+0{,}15)*(1+0{,}17)*(1+0{,}18)+\ 16000*(1+0{,}17)*(1+0{,}18)+\ 17000*(1+0{,}18)+19000}{35000}\right]^{1/4} - 1 = 21{,}17\%$$

IR

Límite inferior del intervalo, α-corte=0:

$$IR = \frac{-3931,61}{35000} = -0,1123$$

Límite superior del intervalo, α-corte=0:

$$IR = \frac{12394,13}{35000} = 0,3541$$

PRD

Límite inferior del intervalo, α-corte=0:

Para el cálculo del período de recupero descontado, en primera instancia, se calcula el VAN con los flujos de fondos anteriores los que logran que VAN sea mayor a cero. En este caso, se consideran los flujos de fondos de los 3 primeros años:

$$VAN = -35000 + \frac{6000}{(1+0,14)} + \frac{11000}{(1+0,14)*(1+0,15)} + \frac{14000}{(1+0,14)*(1+0,15)*(1+0,17)} = -584,20$$

Luego de 3 años, son necesarios $584,20 adicionales para alcanzar VAN=0. Entonces, se calcula qué proporción representa este monto en el flujo de fondos del cuarto año, actualizado al momento cero. Luego, el Período de Recupero Descontado, expresado en cantidad de años, es la sumatoria de los 3 años más esta proporción (3 años y 17 días).

$$\frac{584,20}{12978,30} = 0,045 \rightarrow PRD = 3 + 0,045 = 3,045$$

Límite superior del intervalo, α-corte=0:

El VAN considerando todos los flujos de fondos en este caso aún es negativo (ver el cálculo del límite inferior del VAN presentado anteriormente), por lo que no existe Período de Recupero Descontado para el límite superior del intervalo.

BIBLIOGRAFÍA

Buckley, J. J. (1987). "The fuzzy mathematics of finance". *Fuzzy Sets and Systems* 21: pp. 257-273.

Buckley, J. J. (1992). "Solving fuzzy equations in economics and finance". *Fuzzy Sets and Systems* 48: pp. 289-296.

González, S.; Flores, B.; Chagolla, M.; Flores, J. (2006). *La distancia de Hamming y Euclides como elementos estratégicos en las contrataciones empresariales en la incertidumbre*. Ed. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México

González, F.; Terceño, A.; Flores, B.; Díaz, R. (2005). *Decisiones empresariales en la incertidumbre. Casos de aplicación*. Ed. Universidad Michoacana San Nicolás de Hidalgo. Morelia, México.

Kahraman, C.; Ruan, D.; Tolga, E. (2002). "Capital budgeting techniques using discounted fuzzy versus probabilistic cash flows". *Information Sciences 142.* pp. 57-76.

Knight, F. H. (1921). "Risk, Uncertainty, and Profit". *Hart, Schaffner, and Marx Prize Essays*, Nº 31. Boston and New York: Houghton Mifflin.

Lazzari, L.; Machado, E.; Perez, R. (1998). *Teoría de la decisión fuzzy*. Ediciones Macchi.

Moriñigo, M. S.; Eriz, M. (2007). "Resolución de equivalencias financieras mediante ecuaciones con coeficientes borrosos". *Cuadernos del CIMBAGE 9*: pp. 37-57.

Ross, S.; Westerfield, R.; Jaffe, J. (2005). *Finanzas Corporativas*. Editorial McGraw Hill.

Sapag Chain, N. (2001). *Evaluación de Proyectos de Inversión en la Empresa*. Editorial Prentice Hall.

Terceño, A.; Barberá, M.G.; Laumann, Y. (2003). "La formalización del análisis económico-empresarial en un ambiente incierto". *IX Jornadas de Epistemología de las Ciencias Económicas*. Buenos Aires, Argentina.

Terceño, A.; de Andrés, J.; Barberá, M.G.; Lorenzana, T. (2003). "Using fuzzy set theory to analyse investments and select portfolios of tangible investments in uncertain environments". *The International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-based Systems*, Vol 11, pp. 263-281.