Resúmenes de Artículos, Proyectos y Tesis

Matemáticas: Enseñanza Universitaria, vol. XI, núm. 1-2, diciembre, 2003, pp. 129-134
Escuela Regional de Matemáticas
Cali, Colombia

Resúmenes de Artículos, Proyectos y Tesis

La revista Matematicas: Enseñanza Universitaria aspira a dar una visión de la investigación que se realiza en Colombia o por colombianos residentes en el exterior, en las áreas de las matemáticas, su historia y sus problemas educativos. Con este fin se publicarán en esta sección resúmenes de artículos investigativos en estas áreas, recientemente publicados o próximos a publicarse, al igual que resúmenes de proyectos de investigación en marcha y de tesis de grado escritas en los posgrados existentes en el país, que sean presentados a la Revista. Utilizaremos la clasificación de los abstracts de la American Mathematical Society (AMS). En el número de clasificación de cada resumen, el primer grupo de dígitos indica el año, el segundo el número del tema según la clasificación de la AMS y el último el número de recepción del resumen en la sección correspondiente. Las letras A, P o T al final se refieren a artículo, proyecto o tesis. La expresión *Copias disponibles*, al final de un resumen, indica que usted puede conseguir copias del artículo o proyecto escribiéndole al autor.

---

13. ANILLOS Y ÁLGEBRAS CONMUTATIVOS

01-13-3 T

Título: Acerca de ideales primitivos de algunas clases especiales de anillos
Autor: Iván Darío Núñez Orozco
Director: Margarita María Toro V.
Institución: Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
Fecha de aprobación: 2001
Resumen: Introducimos los conceptos de ideal primo e ideal primitivo, caracterizándolos de diversas maneras y estableciendo relaciones entre ellos. Se utilizan técnicas topológicas y algebraicas similares a las que se usan en anillos conmutativos. Se estudia la construcción de los anillos extensión de Ore. Además, si K es un campo y A es una K-álgebra que es también una clase particular de extensión de Ore, se presenta la prueba de la equivalencia, sobre ideales primos, de las condiciones siguientes:

1. P es un ideal primitivo.
2. El centro del anillo de fracciones $Q(A/P)$ es una extensión algebraica de K.
3. P es un G-ideal; esto es, la intersección de los ideales primos que contienen estrictamente a P no es P.

28. MEDIDA E INTEGRACIÓN
01-28-4 T
Título: Una introducción a la teoría de integración de funciones con los valores en espacios de Banach
Autor: Elkin Darío Cárdenas Díaz
Director: Jorge Mejía Laverde
Institución: Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
Fecha de aprobación: Septiembre 2001

Resumen: Muchos problemas en ecuaciones diferenciales de evolución, pueden ser escritos en forma de problemas de Cauchy para ecuaciones diferenciales ordinarias en espacios de Banach, en los cuales la solución es un punto fijo de cierto operador que contiene una integral de Bochner. En el presente trabajo se construye la integral de Bochner, partiendo de la integral para funciones simples, hasta caracterizar de manera precisa la clase de las funciones de Bochner integrales cuando el espacio de Banach es separable. Una vez construida la integral de Bochner se describen sus principales propiedades, en particular, las relacionadas con los procesos de paso al límite bajo el signo integral (Teorema de convergencia dominada y lema de Fatou) y las relacionadas con el cálculo de la integral en espacios productos mediante integrales iteradas (generalización del Teorema de Fubini)

28. MEDIDA E INTEGRACIÓN
01-28-5 T
Título: Teorema de la divergencia para campos de variación acotada en $\mathbb{R}^2$
Autor: Eliecer G. Campo V.
Director: Pedro Isaza
Institución: Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
Fecha de aprobación: Septiembre 2001

Resumen: El teorema fundamental del cálculo en su versión más clásica establece que si $F : [\,a, b\,] \to \mathbb{R}$ es continuamente diferenciable entonces $\int_a^b F'(x)dx = F(b) - F(a)$. Usando la teoría de la medida, la hipótesis de diferenciabilidad para F puede ser debilitada de tal modo que si F es una función de variación acotada y continua en a y b, entonces existe una medida μ tal que $\mu([a, b]) = F(b) - F(a)$. En caso de que F sea absolutamente continua, entonces $\mu([a, b])$ se puede escribir en la forma $\int_a^b F'(x)dx$.
En dimensiones mayores que 1 el teorema fundamental toma la forma del teorema de la divergencia, que afirma que $F = (F_1...., F_n)$ es un campo vectorial continuamente diferenciable en $\mathbb{R}^n$ y Ω es un abierto con frontera $\partial\Omega$ es igual a la integral del divergente de $F, \nabla \cdot F$, en Ω. Esto es :

$$\int_{\partial\Omega} F \cdot \overrightarrow{ds} = \int_{\Omega} \nabla \cdot F dv$$

En muchas aplicaciones físicas como la de un campo eléctrico producido por cargas puntuales, el campo no es una función C^1 definida en todo el espacio.
El propósito de este trabajo es demostrar una versión del teorema de la divergencia (teorema 2.4) y su corolario, análogo al resultado unidimensional arriba descrito para un campo F de variación acotada.
Se usa el Teorema de Representación de Riesz para asociar al campo una medida μ y por simplicidad consideramos sólo el caso en que la religión Ω es un rectángulo de $\mathbb{R}^2$.

35. ECUACIONES DIF. EN DERIVADAS PARCIALES
01-35-21 T
Título: Problema de Cauchy para la ecuación de Korteweg-de Vries (KdV) en espacios de baja regularidad
Autor: Juan Carlos Cordero Ceballos
Director: Pedro Isaza J. y Jorge Mejía L.
Institución: Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
Fecha de aprobación: Diciembre 2001

Resumen: En este trabajo se demuestra que el problema de Cauchy para la ecuación de Korteweg-de Vries está localmente bien propuesto para datos iniciales u_0 en el espacio de Sobolev $H^s(\mathbb{R})$, siempre que $s > -\frac{3}{4}$. Es decir, se prueba que dicho problema tiene solución local en el tiempo, ésta es única y depende continuamente del dato inicial u_0. Este resultado fue obtenido por Kenig, Ponce y Vega en [Ke-Po-Ve2], y aquí se presenta una demostración más simplificada, en la que la solución se obtiene considerando una modificación adecuada del operador integral asociado al problema.

35. ECUACIONES DIF. EN DERIVADAS PARCIALES
01-35-22 T
Título: El Teorema del paso de la montaña: Aplicación y Generalización
Autor: Carlos Augusto Vélez López
Director: Jorge Cossio B.
Institución: Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
Fecha de aprobación: Diciembre 2001

Resumen: En este trabajo se estudia el Teorema del paso de la montaña. En el capítulo I se usa dicho teorema para probar la existencia de soluciones clásicas de un signo de un problema de Dirichlet sublineal. En el capítulo II se estudia una generalización del teorema del paso de la montaña que, además de garantizar la existencia de puntos críticos de minimax de funcionales definidos en espacios de Banach, caracteriza el comportamiento del funcional alrededor de dichos puntos.

35. ECUACIONES DIF. EN DERIVADAS PARCIALES
01-35-23 T
Título: El Teorema de Lax-Milgram y aplicaciones a ecuaciones diferenciales
Autor: Alex Manuel Montes Padilla
Director: Jorge Cossio B.
Institución: Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
Fecha de aprobación: Septiembre 2001

Resumen: En este trabajo se muestra cómo se pueden usar resultados abstractos del análisis funcional en la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias. Inicialmente se estudian los teoremas de Stampacchia y Lax-Milgram, los cuales constituyen una herramienta útil y sencilla para resolver ecuaciones diferenciales. Posteriormente se estudian los espacios de Sobolev, esenciales para establecer el concepto de solución débil de una ecuación diferencial. Y finalmente se consideran algunas aplicaciones de los teoremas mencionados a ecuaciones diferenciales. Se estudia el problema de Dirichlet en dimensión $n = 1$ (homogéneo, no homogéneo, con condiciones mixtas, etc) y el problema de Sturm-Liouville.

46. ANÁLISIS FUNCIONAL
03-46-6 T
Título: Una clase de funciones convexas acotadas
Autor: Lorena Patricia Cruz Mercado
Director: Diego Mejía Duque
Institución: Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
Fecha de aprobación: Marzo 2003

Resumen: En este trabajo se inicia la investigación de una nueva clase de funciones univalentes convexas acotadas. Esta clase resulta de extender al caso hiperbólico una caracterización de las funciones univalentes esféricamente convexas obtenidas por D. Mejía y Ch. Pommerenke. Específicamente, definimos de la clase $\Im$ de funciones conformes $f : \mathbb{D} \to \mathbb{D}$, normalizadas con $f(0) = 0$, y con la propiedad de que las funciones $g_w(z) = f(z)/(1 - \bar{w}f(z))$ son euclidianamente convexas para todo $w \in \overline{f(D)}$.Se obtuvieron caracterizaciones analíticas y geométricas así como algunos teoremas de crecimiento y distorsión para estas funciones. Adicionalmente, se demuestra que la clase de funciones univalentes h-k-convexas con $k \geq 2$ está contenida propiamente en dicha clase y $k = 2$ es el mínimo valor de k para el cual esta afirmación es cierta.

46. ANÁLISIS FUNCIONAL
03-46-7 A
Título: Local techniques in the study of operators and tensornorms defined by

sequence space
Investigador(es): P. Gómez Palacio, J. A. López Molina y M. J. Rivera
Institución: Universidad EAFIT (Colombia)y Universidad Politécnica de Valencia, (España)

Resumen: En este artículo caracterizamos los ideales de operadores minimal y maximal asociados a una amplia clase de norma tensorial obtenidas a partir de un espacio de Banach de sucesiones. Nuestros resultados son extensiones de los resultados clásicos acerca de las normas tensoriales de Saphar, una idea iniciada muchos años atras por De Grande-De Kimpe y Harksen. Sin embargo, hasta ahora esta idea no ha ido más allá de un simple, aunque general, ejemplo de normas tensoriales. Probablemente esto es debido a que el estudio de operadores relacionados naturalmente con normas tensoriales clásicas es dominado por las propiedades especiales de los espacios $L_p(\mu)$ y en consecuencia la parte crucial de la solución del problema queda escondida en estas propiedades. El interés principal de éste artículo es descubrir el papel clave que juega la estructura local de los espacios involucrados en ésta clase de problemas generales.

65. ANÁLISIS NUMÉRICO

01-65-4 T
Título: Métodos iterativos basados en subespacio de Krylov
Autor: Ramiro Miguel Acevedo M.
Director: Carlos Enrique Mejía S.
Institución: Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
Fecha de aprobación: Julio 2001

Resumen: En este trabajo nos acercamos a la computación científica por medio de la consideración de los siguientes aspectos: Obtención de sistemas lineales por la discretización de ecuaciones diferenciales, enunciado general de métodos de Krylov y consideración de dos de estos métodos para la solución de ecuaciones lineales. Los dos métodos de Krylov elegidos sirven para la solución del problema $Ax = b$. El primero, Gradiente Conjugado, se usa cuando A es simétrica definida positiva (sdp) y el segundo, GMRES (Generalized Minimum Residual), se usa cuando no se sabe si A es sdp.

68. CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

01-68-3 T
Título: Algoritmos evolutivos y una aplicación en álgebra
Autor: Julio César Morales Cuervo
Director: Juan Diego Vélez Caicedo
Institución: Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
Fecha de aprobación: Diciembre 2001

Resumen: Se presenta un bosquejo de los métodos y procedimientos propios de la teoría general de los algoritmos genéticos, se explican las principales ideas empleadas hasta ahora para resolver el cubo de Rubik, y se aplican estrategias evolutivas para encontrar jugadas que permitan llevar el cubo de Rubik desde cualquier posición arbitraria hasta la posición inicial, también llamada posición fundamental. El algoritmo para resolver el cubo de Rubik está programado en DFW5 (Derive for windows).

90. INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES
01-69-2 T
Título: Series de tiempo no lineales
Autor: Fredy Ocaris Pérez Ramírez
Director: Hermilson Velásquez Ceballos
Institución: Universidad Eafit, Medellín
Fecha de aprobación: 2001
Resumen: En este trabajo se estudian los modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva, como son los modelos ARCH y GARCH. Además, se dan las propiedades estadísticas de estos modelos. También se estudian los modelos TAR Y SETAR y sus propiedades básicas. La atención se concentra sobre modelos que implican solamente dos regímenes. El modelo TAR asume que el régimen que ocurre en un tiempo t puede ser determinado por una variable umbral observable, para un valor de la variable umbral, el cual se denota como c. Un caso especial surge cuando la variable umbral se toma como un valor rezagado de su misma serie de tiempo, es decir, para un cierto entero $d > 0$. Como en este caso, el régimen es determinado por su misma serie de tiempo, el modelo que resulta se llama un modelo SETAR. El modelo SETAR de dos regímenes es de la forma $y_t = (\phi_{0,1} + \phi_{1,1} y_{t-1})(1 - I[y_{t-1} > c]) + (\phi_{0,2} + \phi_{1,2} y_{t-1}) I[y_{t-1} > c] + \varepsilon_t$ donde $I(A)$ es una función indicadora con $I(A) = 1$ si el evento A ocurre y $I(A) = 0$ en cualquier otro caso. En la práctica, la variable umbral no se conoce, y una pregunta importante es cómo determinarla. Dicha pregunta se responde en nuestro trabajo.