



El Hombre y la Máquina

ISSN: 0121-0777

maquina@uao.edu.co

Universidad Autónoma de Occidente

Colombia

Pincay G., Néstor A.

Optimización con el criterio de mínima generación de entropía de un ciclo Brayton no endorreversible  
con recuperación externa

El Hombre y la Máquina, núm. 34, enero-junio, 2010, pp. 42-55

Universidad Autónoma de Occidente

Cali, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=47817108005>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# Optimización con el criterio de mínima generación de entropía de un ciclo Brayton no endorreversible con recuperación externa

NÉSTOR A. PINCAY G.\*



## Resumen

Con el fin de poder diseñar mejores y más eficientes sistemas, el presente artículo hace una contribución al desarrollo del ciclo Brayton con múltiples irreversibilidades internas y externas, con recuperación externa de energía empleando la termodinámica de tiempo finito y específicamente optimizando el desempeño con el criterio de mínima generación de entropía; el modelo propuesto cuenta con la novedad de dos intercambiadores de calor externos al ciclo, que actúan como recuperadores de energía, uno en la línea de alta HRX, el cual recupera la energía que no fue aprovechada por el fluido de trabajo en el intercambiador HHE o fuente; y el otro en la línea de baja LRX, recuperando la energía que el fluido de trabajo pierde en el sumidero o intercambiador CHE. Dicha energía recuperada

\* Ms.C en Ingeniería, profesor del Departamento de Energética y Mecánica de la Universidad Autónoma de Occidente. napincay@uao.edu.co

Fecha de recepción: Junio 10 de 2009

Fecha de aceptación: Febrero 16 de 2010

es aprovechada por un fluido incompresible, que para el presente artículo se ha tomado como agua y se considera como flujo para proceso. En el análisis del ciclo se han tenido en cuenta irreversibilidades como caídas de presión en tuberías e intercambiadores de calor, diferencias finitas de temperatura y conductancia finita de transferencia de calor ( $U \cdot A$ ) lo que constituye un aporte al conocimiento en este campo.

Las variables del sistema susceptibles de optimizar fueron relación de presiones del compresor, capacitancia térmica del fluido de trabajo y del fluido de baja temperatura, la razón de calores específicos del fluido de trabajo, la distribución de conductancia térmica total de los intercambiadores propios del ciclo, como los intercambiadores de calor que actúan como recuperadores. La parte numérica se procesó empleando el TOOLBOX de optimización del programa de MATLAB.

**Palabras clave:** Entropía, Ciclo Brayton, Optimización termodinámica, Turbina de gas.

#### Abstract

In order to be able to design better and more efficient systems, this article contributes to the development of the Brayton cycle including multiple internal and external irreversibilities, with external energy recovery using finite-time thermodynamics and especially optimizing the performance with the criterion of minimal entropy generated. The model proposed counts on the innovation of two heat exchangers external to the cycle, that act as energy recovery devices, one in the line of high HRX, which recovers the energy that was not

well-spent by the fluid used in the exchanger HHE or source; and the other one in the line of low LRX, recovering the energy the fluid loses in the draining well or CHE exchanger. This energy recovered is properly used by an incompressible fluid, that, for this article, it has been taken as water and is it considered as flow in the process. Irreversibilities such as pressure drops within piping and heat exchangers, finite differences of temperature and finite conductance of heat transfer ( $U \cdot A$ ) have been taken into account in the cycle analysis, which contributes to the knowledge in this field.

The variables of the system susceptible for optimizing were: compressor pressures relation, thermal capacitance of fluid used and the low-temperature fluid, ratio of specific heats of the fluid used, the distribution of total thermal conductance of the exchangers belonging to the cycle, such as the exchangers that work as recovery system. The numerical part was processed using the TOOLBOX of optimization of the program MATLAB.

**Key words:** Entropy, Brayton Cycle, Thermodynamic optimization, gas turbine.

## 1. Antecedentes del ciclo Brayton mediante termodinámica de tiempo finito.

El ciclo Brayton estándar ha sido utilizado como modelo para estudiar el ciclo de turbina de gas. Este ciclo proporciona predicciones de funcionamiento reversible (no se genera entropía), no realistas. Para que no se genere entropía, además de las condiciones necesarias para el ciclo ideal, se requiere que la

transferencia de calor ocurra con diferencia infinitesimal de temperaturas. Esto sucede cuando los intercambiadores de calor son de contraflujo y, la fuente y el sumidero de calor tienen temperatura variable. Esto último es llamado capacitancia térmica finita de las corrientes (Bejan, 1997).

También se requiere que la capacitancia térmica de los fluidos de trabajo, caliente y frío sean iguales (Bejan, 1997). La capacitancia térmica  $C$ , de un flujo es el producto del flujo másico y el poder calorífico a presión constante, es decir:  $C = \dot{m} \cdot Cp$ .

Varios investigadores como Aragón, Chen, Cheng, Salamon, Bejan, Blank, entre otros, han estudiado el ciclo Brayton, considerando algunos aspectos prácticos y reales, tales como mínima generación de entropía, potencia, densidad de potencia, optimización ecológica, máxima eficiencia exergética, presentando algunas variaciones en los modelos.

Bejan (1988) consideró un ciclo Brayton ideal cerrado con irreversibilidades externas solamente (endorreversible) que opera entre un depósito caliente infinito y un depósito frío, también infinito, y mostró que, al exigir que sea mínima la generación de entropía, la eficiencia con estas restricciones corresponde a la eficiencia de Curzon – Ahlborn (1975) (eficiencia que maximiza el trabajo)  $\eta = \eta_{ca} = 1 - \left(\frac{T_c}{T_h}\right)^{0.5}$  y el tamaño para los intercambiadores de calor de alta (caliente) y baja (frío) debe ser la misma.

Wu (1991) analizó un ciclo Brayton cerrado no-isoentrópico, sin irreversibilidades externas, y encontró que la eficiencia que maximiza el trabajo corresponde también a una eficiencia tipo Curzon-Ahlborn. Anteriormente Leff (1974) consi-

deró el ciclo Brayton totalmente reversible (sin caída de presión, con intercambiadores de área infinita y con procesos de compresión y expansión isoentrópicos, y obtuvo la eficiencia de Curzon-Ahlborn. Posteriormente, Sahin *et al.* (1995) determinaron la eficiencia que maximiza la densidad de potencia. Estos últimos trabajos se enfocan en la parte interna del ciclo y no consideran irreversibilidades del cambio de calor entre el ciclo y los depósitos de temperatura.

Uno de los investigadores en la optimización de ciclos Brayton ha sido Bejan quien ha trabajado con irreversibilidades externas, posteriormente Swanson (1991) optimizó un ciclo con depósitos externos de temperaturas constantes e internamente acoplando un ciclo de Carnot reversible y las irreversibilidades internas las involucra con base en un factor que hace que la desigualdad de Clausius se convierta en una igualdad.

Radcenco (1998) optimizó la potencia de un ciclo Brayton cerrado regenerativo cuya fuente de calor es la radiación solar. Incluyó en su análisis las irreversibilidades de transferencia de calor (consideró los intercambiadores de calor con tamaño finito), caída de presión en las tuberías y expansión y compresión no isoentrópicas.

Woodward (1995) investigó un ciclo Brayton endorreversible optimizando la eficiencia exergética y encontró que cuando solo parte del aire comprimido hace combustión, el óptimo ocurre a la razón de presiones máxima posible.

Cheng y Chen (1997-1998) llevaron a cabo la optimización numérica de la potencia para un ciclo Brayton no endorreversible con irreversibilidades externas e internas, en la turbina y compresor, unidos a depósitos térmicos con temperatu-

ras constantes, encontrando que la razón óptima entre la conductancia térmica del intercambiador de alta temperatura y la conductancia térmica total es menor que 0.5. Cheng *et al.* (1997,1998,1999) trabajaron sobre la optimización ecológica, de un ciclo Brayton cerrado no regenerativo con pérdidas de calor, depósitos térmicos de temperatura constante y compresión y expansión no isoentrópicas. Blank (1999) optimizó la potencia para un ciclo Brayton abierto con fuente de calor de temperatura variable, incluyendo en su análisis las mismas condiciones de Radcenco (1998). Blank (1999) vio la importancia de minimizar la generación de entropía y lo hizo indirectamente mediante la maximización de potencia; Chen *et al.* (2001a, 2001b) hicieron la optimización numérica para la densidad de potencia y las dimensiones de los intercambiadores de calor para un ciclo Brayton endorreversible.

En estos últimos trabajos, exceptuando el de Blank (1999), se utilizó en la optimización, la propuesta de Andresen y Gordon (1992): para la operación de los intercambiadores en los lados frío y caliente, la utilización de un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso representa la solución óptima.

Aragón-González *et al.* (2002) hacen un análisis de un ciclo Brayton con irreversibilidades internas y externas. Las internas provienen de los procesos de compresión y de expansión y las irreversibilidades externas de la transferencia de calor modeladas con base en intercambiadores de contraflujo. La optimización se realiza con respecto a la razón de presiones y al inventario total del número de unidades de transferencia de calor.

Sandoval (2005) empleó la termodinámica de tiempo finito para modelar, evaluar y optimizar, con

los criterios de mínima generación de entropía y eficiencia exergética, el desempeño de un ciclo Brayton cerrado regenerativo no endorreversible. Este ciclo está unido a reservorios con capacitancia térmica finita. El modelo tiene en cuenta irreversibilidades de transferencia de calor, caídas de presión en tuberías e intercambiadores de calor, de compresión – expansión, y de pérdidas de calor hacia el ambiente; considerando los fluidos como gases ideales con calores específicos constantes.

Herrera *et al.* (2006) modelaron un ciclo Brayton regenerativo irreversible, acoplado a reservorios de temperatura variable, con pérdidas de calor al medio ambiente, turbina y compresores irreversibles, caída de presión a través de la tubería, con descarga al medio ambiente de la corriente de alta. El tamaño de los intercambiadores de calor y la caída de presión admisible fueron empleadas como restricciones de diseño de la planta, y las funciones objetivo fueron la potencia neta y la tasa de generación de entropía. Este artículo presenta parte de los resultados obtenidos por Sandoval (2005).

Entre las principales conclusiones de Herrera *et al.* (2006) se muestra que los parámetros susceptibles de optimización de las funciones objetivo son  $r_{pc}$ ,  $u_{HHE}$ ,  $u_{CHE}$ ,  $C_w$  y  $k_w$ . Los valores críticos de los parámetros fueron obtenidos para un caso típico, usando el recurso del número de capacitancia  $C_H / (U.A)_{ot}$  como variable. En términos de mínima tasa de generación de entropía cualquier incremento del recurso del número de capacitancia es siempre negativo y la planta reduce la generación de entropía solamente cuando está totalmente parada. Los autores establecieron la distribución óptima de los intercambiadores de calor, para las dos funciones obje-

tivo; máxima potencia y mínima generación de entropía, dependiendo del recurso del número de capacitancia. También encontraron que más allá del recurso del número de capacitancia crítico, no se justifica invertir en un regenerador; para valores altos del recurso del número de capacitancia, existe una distribución óptima constante. Ellos observaron el efecto sobre el trabajo óptimo de las capacitancias térmicas del fluido de alta y del fluido de baja.

Con el fin de poder diseñar mejores y más eficientes sistemas la presente tesis pretende hacer una contribución al desarrollo de los ciclos Brayton, empleando la termodinámica de tiempo finito y específicamente optimizando el desempeño con el criterio de mínima generación de entropía; el modelo propuesto cuenta con la novedad de dos intercambiadores de calor externos al ciclo, que actúan como recuperadores de energía, uno en la línea de alta HRX, el cual recupera la energía que no fue aprovechada por el fluido de trabajo en el intercambiador HHE o fuente; y el otro en la línea de baja LRX, recupera la energía que el fluido de trabajo pierde en el sumidero o intercambiador CHE. Dicha energía recuperada es aprovechada por un fluido incompresible, que para el presente trabajo se ha tomado como agua y se considera como flujo para proceso. En el análisis de los recuperadores de energía se han tenido en cuenta irreversibilidades como caídas de presión, diferencias finitas de temperatura y conductancia finita de transferencia de calor ( $U \cdot A$ ) lo que constituye un aporte al conocimiento en este campo, tal como se indicó en la introducción y se presenta en la Figura 1.

## 2. Descripción del modelo

El esquema y ciclo se representan en las Figuras 1 y 2; respec-

tivamente, el cual está compuesto por seis intercambiadores de calor de contraflujo distribuidos así: el intercambiador de alta temperatura HHE (fuente - fluido de trabajo) que suministra un flujo de calor  $\dot{Q}_{HHE}$  (Hot Side Heat Exchanger) al fluido de trabajo; intercambiador de calor HRX (fluido de alta - fluido de proceso) que modela el aprovechamiento para proceso externo  $\dot{Q}_{HRX}$  (High Temperature Recovery Exchanger) de la parte de energía no aprovechada en HHE por el fluido de trabajo. El regenerador recupera parte de la energía del fluido de trabajo que sale de la turbina a una tasa  $\dot{Q}_R$  (Fluido de trabajo - fluido de trabajo); intercambiador de calor de baja CHE al sumidero (fluido de trabajo - fluido de baja) donde el fluido de trabajo pierde energía a una tasa de  $\dot{Q}_{CHE}$  (Cold Side Heat Exchanger). El intercambiador de calor LRX (flujo de baja - flujo de proceso) que modela la fracción de energía del fluido saliente para aprovechamiento en proceso externo  $\dot{Q}_{LRX}$  (Low Temperature Recovery Exchanger). En el presente trabajo se asume que las irreversibilidades debido a la pérdida de transferencia de calor en equipos que no sean intercambiadores de calor (turbina, bombas, compresores y tuberías), se representan con el intercambiador HLX (fuente - medio ambiente) con una tasa  $\dot{Q}_{HLX}$  (Heat Leak exchanger). El ciclo considera una turbina con eficiencia isoentrópica  $\eta_T$ , un compresor principal con eficiencia isoentrópica  $\eta_C$ , un compresor de alta temperatura  $C_H$  con eficiencia  $\eta_{CH}$ , un compresor de baja temperatura  $C_L$  con eficiencia  $\eta_{CL}$ , una bomba de alta, para proceso ( $B_H$ ) que alimenta al intercambiador HRX con una eficiencia  $\eta_{BH}$ , una bomba de baja, para proceso ( $B_L$ ) que alimenta el intercambiador LRX con una eficiencia  $\eta_{BL}$ . El fluido de trabajo con capacitancia térmica  $C_w = (\dot{m} \cdot Cp)_w$ , la corriente de

alta temperatura con capacitancia térmica  $C_H = (\dot{m} \cdot Cp)_H$ , que hace las veces de fuente de calor, la corriente de baja temperatura con capacitancia térmica  $C_L = (\dot{m} \cdot Cp)_L$  que actúa como sumidero. El agua de proceso que se considera una sustancia incompresible con capacitancia térmica  $C_{PH} = (\dot{m} \cdot Cp)_{PH}$  para la línea de alta y  $C_{PL} = (\dot{m} \cdot Cp)_{PL}$  para la línea de baja. Los alrededores se asumen con temperatura  $T_0$ .

La Figura 1 muestra los componentes del ciclo Brayton con recuperación externa y la Figura 2 revela el diagrama T-S del esquema representado en la Figura 1. La Figura 3 enseña el diagrama T-S del fluido de proceso, que recupera la energía en el intercambiador de alta HRX y de baja LRX.

Los intercambiadores de calor se consideran de tamaño finito, con una conductancia térmica  $(UA)_i$ , donde  $i$  es el intercambiador de calor particular,  $U$  es el coeficiente global de transferencia de calor y  $A$  es el área de transferencia.

Las caídas de presión del fluido de trabajo debido a la fricción en las tuberías e intercambiadores de calor, HHE y CHE son respectivamente,  $\Delta P_h$  y  $\Delta P_l$ .

La Figura 2 muestra el diagrama T-S del ciclo modelado en la Figura 1, correspondiente al ciclo Brayton cerrado con regeneración y recuperación de energía externa; donde  $\Delta P_{HRX}$  y  $\Delta P_{LRX}$  representan las caídas de presión en los recuperadores de alta y baja respectivamente.

Los procesos que presenta el ciclo son:

Para el fluido de trabajo

- 1' - 2 compresión adiabática irreversible, desde la presión de baja ( $P_l - \Delta P_l$ ) hasta la presión de alta  $P_h$ ..
- 2 - 3 calentamiento del fluido de trabajo a presión constante

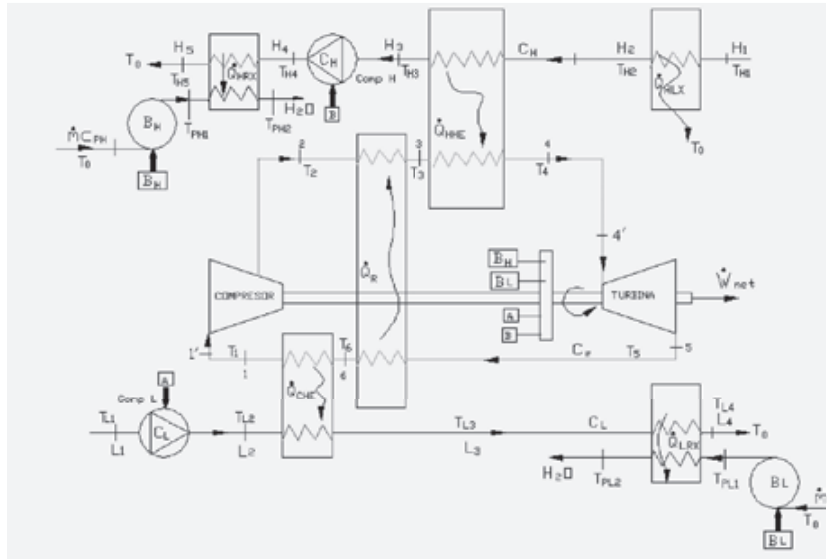


Figura 1. Componentes del ciclo Brayton regenerativo, no endorreversible con recuperación externa.

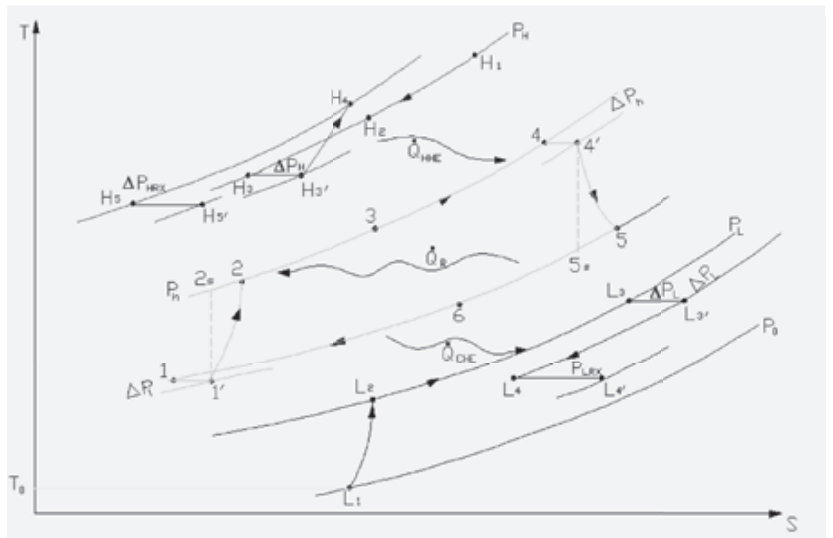


Figura 2. Diagrama T-S del ciclo Brayton regenerativo, no endorreversible con recuperación externa.

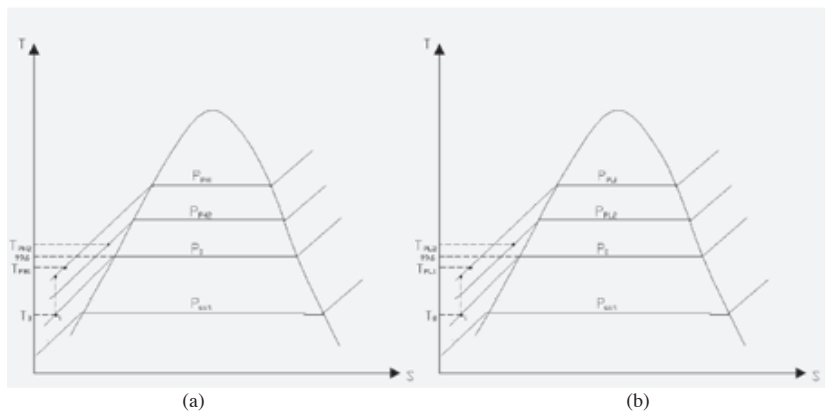


Figura 3. Diagrama T-S del fluido de proceso en el recuperador de alta HRX (a) y de baja LRX (b).

- en el regenerador debido a la transferencia  $\dot{Q}_R$
- 3 – 4 calentamiento del fluido de trabajo a presión constante (fuente) en el intercambiador de calor de alta temperatura a una tasa  $\dot{Q}_{HHE}$
  - 4 – 4' caída de presión isoentálpica adiabática  $\Delta P_h$  antes de la turbina, desde la presión de salida del compresor  $P_h$  hasta la presión de entrada a la turbina ( $P_h - \Delta P_h$ ).
  - 4' – 5 expansión adiabática irreversible en la turbina desde ( $P_h - \Delta P_h$ ) hasta la presión  $P_l$ .
  - 5 – 6 enfriamiento a presión constante, el fluido de trabajo entrega calor a una tasa  $\dot{Q}_R$  en el regenerador.
  - 6 – 1 enfriamiento del fluido de trabajo a presión constante en el intercambiador de calor de baja temperatura (sumidero), siendo  $\dot{Q}_{CHE}$  el calor transferido.
  - 1 – 1' caída de presión  $\Delta P_l$  isoentálpica adiabática antes del compresor, desde la presión de salida de la turbina  $P_l$  hasta la presión de entrada en el compresor  $P_l - \Delta P_l$ .

La corriente de la fuente entra a una temperatura de alta  $T_{H1}$ , presenta los procesos (ver Figuras 1 y 2).

- ( $H_1 - H_2$ ) Enfriamiento isobárico a una tasa  $\dot{Q}_{HLX}$  por las irreversibilidades de los diferentes dispositivos.
- ( $H_2 - H_3$ ) Enfriamiento isobárico a una tasa  $\dot{Q}_{HHE}$ .
- ( $H_3 - H_{3'}$ ) Caída de presión isoentálpica adiabática  $\Delta P_H$  debido a la fricción en la tubería y los intercambiadores de calor.
- ( $H_{3'} - H_4$ ) Compresión adiabática  $\Delta P_H$  en el compresor de alta  $C_H$ .

- ( $H_4 - H_5$ ) Enfriamiento a una tasa  $\dot{Q}_{HRX}$ , hasta  $T_{H5}$ .

La corriente del sumidero entra con temperatura  $T_{L1}$  y presenta los procesos:

- ( $L_1 - L_2$ ) Elevación compresión adiabática  $\Delta P_L$  en el compresor  $C_L$ .
- ( $L_2 - L_3$ ) suministro de calor isobarico a una tasa  $\dot{Q}_{CHE}$ .
- ( $L_3 - L_{3'}$ ) Caída de presión isoentálpica adiabática  $\Delta P_L$  debido a la fricción en la tubería e intercambiadores de calor.
- ( $L_{3'} - L_4$ ) Enfriamiento a una tasa  $\dot{Q}_{LRX}$ , hasta  $T_{L4}$ .

El agua de proceso se tratará como una sustancia incompresible la cual es bombeada para entrar al intercambiador de calor HRX en la zona de alta, de igual forma en la zona de baja para ingresar al intercambiador LRX; para garantizar esto, se debe considerar como restricción que la temperatura  $T_{PH2} \leq T_{sat}$  para la presión  $P_{PH2}$ ; lo mismo sucede con la temperatura  $T_{PL2} \leq T_{sat}$  para la presión  $P_{PL2}$ . (Véase la Figura 1).

Todos los componentes del ciclo (intercambiadores de calor, compresores, bombas y turbina) operan en estado permanente. Los fluidos de trabajo (w), de alta (H) y de baja (L) son tratados como gases ideales con calores específicos constantes. Los fluidos de proceso se asumen como agua y se tratan como una sustancia incompresible, y los cambios de energía cinética y potencial se consideran despreciables.

Como se muestra en la Figura 2, las caídas de presión experimentadas por el fluido de trabajo  $\Delta P_h$  y  $\Delta P_l$  son tratadas como expansiones isoentálpicas antes de la turbina y el compresor respectivamente [Bejan (1988)]; de igual forma las irreversibilidades  $\Delta P_H$  correspondientes a la caída de presión en la corriente

caliente (alta temperatura),  $\Delta P_L$  a la caída de presión de las corrientes frías (baja temperatura),  $\Delta P_{HRX}$  y  $\Delta P_{LRX}$  representan las caídas de presión en los intercambiadores *HRX* y *LRX* respectivamente.

Las capacitancias térmicas del flujo de trabajo  $C_w = (\dot{m} \cdot Cp)_w$ , la corriente de alta temperatura (fuente)  $C_H = (\dot{m} \cdot Cp)_H$ , la corriente de baja temperatura  $C_L = (\dot{m} \cdot Cp)_L$ , que actúa como sumidero, y los fluidos de proceso de alta  $C_{PH} = (\dot{m} \cdot Cp)_{PH}$ , y de baja  $C_{PL} = (\dot{m} \cdot Cp)_{PL}$  se consideran finitas; por lo tanto, las temperaturas  $T_H, T_L, T_{PL}$  y  $T_{PH}$  son variables [Sandoval (2005)].

La conductancia térmica  $U \cdot A$  finita, es un indicativo del tamaño del intercambiador (área) y está relacionada con la efectividad ( $\epsilon$ ) del intercambiador como se detallará más adelante.

Teniendo claro tanto las irreversibilidades del ciclo como la descripción del modelo, se hace necesario relacionar matemáticamente su comportamiento mediante las relaciones fundamentales.

### 3. Tasa de generación de entropía

La tasa de generación de entropía,  $\dot{S}_{gen}$  es la sumatoria de la tasa de generación de entropía de cada uno de los componentes o procesos (mostrados en las Figuras 1 y 2) que produce entropía:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{gen} = & \dot{S}_{gen,C} + \dot{S}_{gen,T} + \dot{S}_{gen,HHE} \\ & + \dot{S}_{gen,R} + \dot{S}_{gen,CHE} + \dot{S}_{gen,\Delta Ph} \\ & + \dot{S}_{gen,\Delta Pl} + \dot{S}_{gen,CH} + \dot{S}_{gen,CL} \\ & + \dot{S}_{gen,HRX} + \dot{S}_{gen,LRX} + \dot{S}_{gen,HLX} \\ & + \dot{S}_{gen,BH} + \dot{S}_{gen,BL} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Las ecuaciones de  $\dot{S}_{gen,C}, \dot{S}_{gen,T}, \dot{S}_{gen,HHE}, \dot{S}_{gen,R}, \dot{S}_{gen,CHE}, \dot{S}_{gen,\Delta Ph}, \dot{S}_{gen,\Delta Pl}, \dot{S}_{gen,CH}, \dot{S}_{gen,CL}, \dot{S}_{gen,HLX}$ , fueron tomadas del trabajo desarrollado por Herrera *et al.*, y se reproducen a continuación.

$\dot{S}_{gen,C} = C_w \ln \left[ \frac{y_C + \eta_C - 1}{\eta_C \cdot y_C} \right]$	Entropía generada en el compresor. (3.1)
$S_{gen,T} = C_w \cdot \ln \left[ \eta_T + \frac{y_C}{D} (1 - \eta_T) \right]$	Entropía generada en la turbina. (3.2)
$\dot{S}_{gen,HHE} = C_w \cdot \ln \left[ \frac{T_4}{T_3} \right] + C_H \cdot \left\{ -\ln \left[ \frac{T_{H2}}{T_{H3}} \right] + \ln \left[ \left[ 1 - \frac{\Delta P_H}{P_H} \right]^{-\gamma_H} \right] \right\}$	Entropía generada en el intercambiador HHE. (3.3)
$\dot{S}_{gen,R} = C_w \cdot \ln \left[ \frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{T_6}{T_5} \right]$	Entropía generada en el regenerador. (3.4)
$\dot{S}_{gen,CHE} = C_L \cdot \left\{ -\ln \left[ \frac{T_{L3}}{T_{L2}} \right] + \ln \left[ \left[ 1 - \frac{\Delta P_L}{P_L} \right]^{-\gamma_L} \right] \right\} - C_w \cdot \ln \left[ \frac{T_6}{T_1} \right]$	Entropía generada en el intercambiador CHE. (3.5)
$\dot{S}_{gen,\Delta Ph} = C_w \cdot \ln \left[ \left[ 1 - \frac{\Delta P_h}{P_h} \right]^{-\gamma_w} \right]$	Entropía generada por la caída de presión entre la salida del compresor y la entrada a la turbina. (3.6)
$\dot{S}_{gen,\Delta Pl} = C_w \cdot \ln \left[ \left[ 1 - \frac{\Delta P_l}{P_l} \right]^{-\gamma_w} \right]$	Entropía generada por la caída de presión entre la salida de la turbina y la entrada al compresor. (3.7)
$\dot{S}_{gen,CH} = C_H \cdot \ln \left[ \frac{(1 - \Delta P_H / P_H)^{-\gamma_H} + \eta_{CH} - 1}{\eta_{CH} (1 - \Delta P_H / P_H)^{-\gamma_H}} \right]$	Entropía generada por el compresor de alta. (3.8)
$\dot{S}_{gen,CL} = C_L \cdot \ln \left[ \frac{(1 - \Delta P_L / P_L)^{-\gamma_L} + \eta_{CL} - 1}{\eta_{CL} (1 - \Delta P_L / P_L)^{-\gamma_L}} \right]$	Entropía generada por el compresor de baja. (3.9)
$\dot{S}_{gen,HLX} = C_H \cdot \left[ \frac{(T_{H1} - T_{H2})}{T_0} - \ln \frac{T_{H1}}{T_{H2}} \right]$	Entropía generada en el intercambiador HLX. (3.10)

Las siguientes ecuaciones corresponden a las novedades propias de este trabajo y se refieren a la recuperación de energía en los intercambiadores *HRX*, *LRX* y bombas *BH* y *BL*, no tenidas en cuenta por Herrera *et al.* (2006).

$\dot{S}_{gen,HRX} = C_H \cdot \left[ \ln \left[ \frac{T_{H5}}{T_{H4}} \right] - \left[ 1 - \frac{\Delta P_{HRX}}{P_{H4}} \right] \right] + C \cdot \ln \left[ \frac{T_{PH2}}{T_{PH1}} \right]$	Entropía generada por el intercambiador HRX. (3.11)
$\dot{S}_{gen,LRX} = C_L \cdot \left[ \ln \left[ \frac{T_{L4}}{T_{L3}} \right] - \left[ 1 - \frac{\Delta P_{LRX}}{P_{L3}} \right] \right] + C \cdot \ln \left[ \frac{T_{PL2}}{T_{PL1}} \right]$	Entropía generada por el intercambiador LRX. (3.12)
$\dot{S}_{gen,BH} = C \cdot \ln \left[ \frac{v(P_{PH1} - P_0)}{\eta_{BH} C T_0} + \frac{1}{C} \right]$	Entropía generada por la bomba de alta. (3.13)
$\dot{S}_{gen,BL} = C \cdot \ln \left[ \frac{v(P_{PL1} - P_0)}{\eta_{BL} C T_0} + \frac{1}{C} \right]$	Entropía generada por la bomba de baja (3.14)

Usando las ecuaciones anteriores, reemplazándolas en la función objetivo (Mínima generación de entropía), puede expresarse en términos de los parámetros de diseño.

$$\dot{S}_{gen} = \dot{S}_{gen}(\eta_C, \eta_T, \eta_{CH}, \eta_{CL}, \eta_{BH}, \eta_{BL}, C_W, C_H, C_L, C, r_{PC}, r_{BH}, r_{BL}, v, x, k_H, k_L, k_W, k_p, \Delta P_H, P_H, \Delta P_L, P_L, P_0, \alpha, \alpha_{HR}, X, \alpha_{LRX}, \Delta P_{admis}, \varepsilon_{HHE}, \varepsilon_{CHE}, \varepsilon_R, \varepsilon_{HRX}, \varepsilon_{LRX}, u_{HHE}, u_{CHE}, u_{HRX}, u_{LRX}, (U \cdot A)_{TOT}, T_0, \Delta P_{admis HRX}, \Delta P_{admis LRX}) \quad (3.15)$$

Los términos correspondientes a las restricciones que aparecen en la ecuación (3.15) se detallarán en el siguiente numeral; allí se presentan los valores de los parámetros de diseño y las restricciones del modelo, su relación con las ecuaciones fundamentales descritas anteriormente y la función objetivo (EGM) desarrollada en este trabajo.

#### 4. Caracterización de los parámetros

La caracterización de los parámetros consiste en poder determinar el efecto que tiene cada uno de los parámetros en la función objetivo y de esta manera revelar qué parámetros tienen influencia monótona, es decir no optimizables, y cuáles una influencia no monótona, o sea optimizables.

Según Sandoval (2005) una vez determinados los parámetros optimizables y teniendo en cuenta las restricciones, se hará la optimización simultánea de estos parámetros, pues no es correcto optimizar un parámetro a la vez ya que los resultados ocultan información sobre el verdadero óptimo.

La Tabla 1 muestra los valores de los parámetros de diseño empleados en la caracterización. Estos valores fueron tomados de Sandoval (2005) y Herrera *et al* (2006).

#### 5. Resultados de la optimización

En el presente numeral se muestran los resultados y se hace un análisis del desempeño del ciclo en la optimización de la función objetivo: mínima generación de entropía.

En la Figura 4 la zona sombreada corresponde a una zona de operación real, enmarcada por la curva inferior que representa la mínima generación de entropía y la curva superior que indica la máxima generación de entropía, tomada con pérdidas de  $X = 0$  en el intercambiador de calor  $HLX$ .

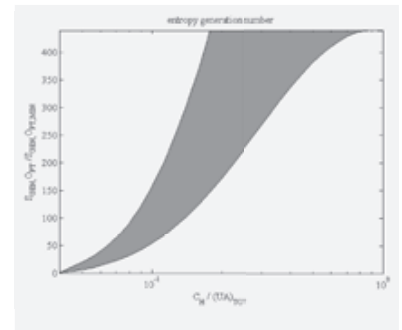


Figura 4. Curva de mínima generación de entropía.

Tabla 1. Valores de los parámetros de diseño empleados en la caracterización.

$(U \cdot A)_{total} = 1$	$\div = 0$	$C_p \text{ agua} = 4.18 \text{ KJ} / \text{Kg} \cdot \text{K}$	$T_0 = 300 \text{ K}$
$T_{Ll} = 300$	$\tau = 4$	$\Delta P_{HRX} = 5 \text{ KPa}$	$\Delta P_{LRX} = 3 \text{ KPa}$
$P_l = 100 \text{ KPa}$	$\Delta P_L = 4 \text{ KPa}$	$K_H = K_L = 1.4$	$\eta_T = 0.95$
$\eta_C = 0.90$	$\eta_{CH} = \eta_{CL} = 0.90$	$\eta_{BH} \quad \eta_{BL} = 0.85$	$P_l = 100 \text{ KPa}$
$\Delta P_l = 20 \text{ KPa}$	$\Delta P_{admis} = 60 \text{ KPa}$	$T_{H1} = 1200 \text{ }^\circ\text{K}$	$\alpha = 0.75$
$P_H = 100 \text{ KPa}$	$\Delta P_H = 5 \text{ KPa}$	$(U \cdot A)_{total, recuper} = 1$	

La máxima generación de entropía se determinó con base en la restricción, donde se asignaron valores del recuperador  $HRX$  entre 0.1 a 1.0

Esta gráfica representa un aporte importante al diseño termodinámico de plantas, desde el punto de vista de mínima generación de entropía, cuando el diseñador fija su valor de  $C_H$ , como variable de decisión le permite identificar la relación entre la variable en mención y la función objetivo y la optimización genera los valores del conjunto optimizante, es decir el conjunto de variables que adquieren su valor óptimo para el valor de la variable de control determinada, que para el presente trabajo son  $[u_{HHE}, u_{CHE}, u_{HRX}, u_{LRX}, C_W, C_L, K_W, r_{PC}]$ , como se verá más adelante, obteniendo así automáticamente el dimensionamiento de la planta según el criterio de mínima generación de entropía.

Si el diseñador opera con valores diferentes del conjunto optimizante, indicando que se encuentra en la zona sombreada, muestra que no trabaja a mínima generación de entropía.

Obsérvese que la curva de generación de entropía es función monotonica creciente, lo que indica que a mayores valores de  $C_H$ , mayor generación de entropía, presentándose el valor más bajo en el origen, lo que indica que la mínima generación de entropía ocurre cuando planta no está operando.

En la Figura 5 se muestra el efecto del tamaño de los intercambiadores de calor  $u_{HHE}$  y  $u_{CHE}$  respectivamente, con respecto al recurso del número de capacitancia  $C_H$ .

Se observa que tiene efecto monotónico con respecto al recurso del número de capacitancia  $C_H$ , presentándose una relación muy estrecha

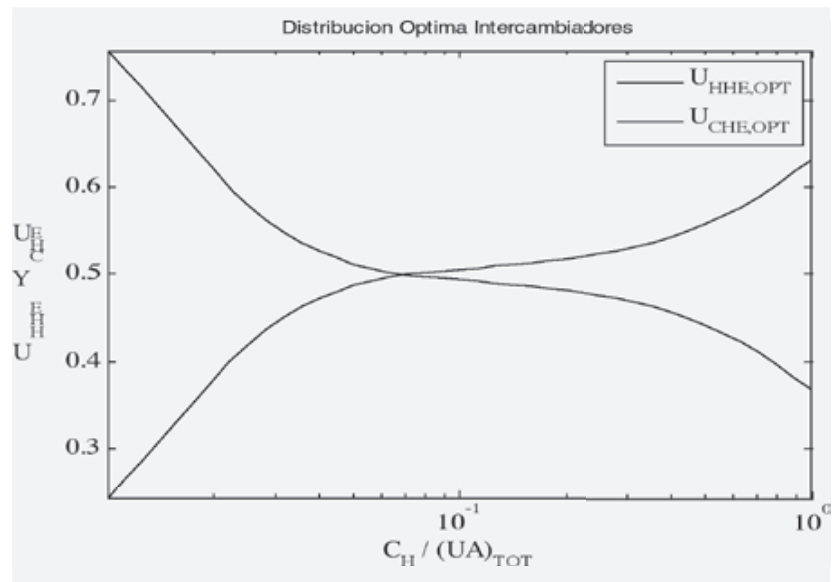


Figura 5. Distribución de tamaño intercambiadores fuente  $HHE$  y sumidero  $CHE$ .

con la generación de entropía. En la Figura 5 si aumenta  $C_H$  disminuye el tamaño del intercambiador fuente  $HHE$ , alcanzando un valor máximo de 0.75; caso contrario ocurre con el intercambiador sumidero  $CHE$ , si aumenta,  $C_H$  aumenta el tamaño alcanzando un valor mínimo de 0.25, cumpliendo la restricción ya que el tamaño del regenerador es cero como se sustentará más adelante.

Lo anterior corrobora que para que el ciclo sea posible la generación de entropía debe ser mayor que cero y existen los valores máximos y mínimos de los intercambiadores de calor. Por debajo de estos valores el sistema no puede operar; lo cual indica que los intercambiadores pueden distribuirse para que la función objetivo alcance un valor óptimo.

De la Figura 5 se observa que existe un punto crítico, es decir donde se cortan las dos curvas dando un valor exactamente igual de 0.5 para los dos intercambiadores, lo cual cumple con lo demostrado por Bejan (1988).

Sandoval (2005) reveló que los incrementos del tamaño de los

intercambiadores fuente y sumidero siempre son deseables, pues aumentan la potencia y la eficiencia, mientras disminuyen la generación de entropía.

La Figura 6 muestra que para los valores dados a los parámetros no se justifica el regenerador, podríamos decir que la mínima generación de entropía se puede lograr con tamaños de intercambiadores de fuente grandes y tamaños de sumideros pequeños, o dos intercambiadores del mismo tamaño; de esta manera se comprueba la restricción presentada a continuación.

Se puede expresar la conductancia térmica del regenerador en función de  $u_{HHE}$ ,  $u_{CHE}$  y  $(U \cdot A)_{total}$ , así:

$$\begin{aligned} (U \cdot A)_R &= (U \cdot A)_{total} - (U \cdot A)_{HHE} - (U \cdot A)_{CHE} \\ (U \cdot A)_R &= (U \cdot A)_{total} - (U \cdot A)_{total} u_{HHE} - (U \cdot A)_{total} u_{CHE} \\ (U \cdot A)_R &= (U \cdot A)_{total} [1 - u_{HHE} - u_{CHE}] \quad (5,1) \end{aligned}$$

La restricción del término entre corchetes es  $u_{HHE} + u_{CHE} \leq 1$ , y en el caso de que sea igual a 1 indica que no hay regenerador ya que su conductancia térmica será cero.

De igual forma se hace con los intercambiadores de calor de recuperación externa

$$\begin{aligned} (U \cdot A)_{HRX} + (U \cdot A)_{LRX} &= (U \cdot A)_{total, recuper} \\ (U \cdot A)_{total} u_{HRX} + (U \cdot A)_{total} u_{LRX} &= (U \cdot A)_{total, recuper} \\ u_{HRX} + u_{LRX} &= 1 \end{aligned} \quad (5,2)$$

Se deben determinar los valores óptimos de  $u_{HHE, opt}$ ,  $u_{CHE, opt}$ ,  $u_{HRX, opt}$ ,  $u_{LRX, opt}$  para la función objetivo.

El empleo del regenerador está muy ligado a la relación de

presiones del compresor, ya que si esta es elevada puede ocurrir que se eleve la temperatura a la salida del compresor, pero la temperatura a la salida de la turbina sea inferior y el regenerador actúa en sentido contrario, lo que produce un efecto nocivo, al partir del principio de transferencia de mayor temperatura a menor temperatura.

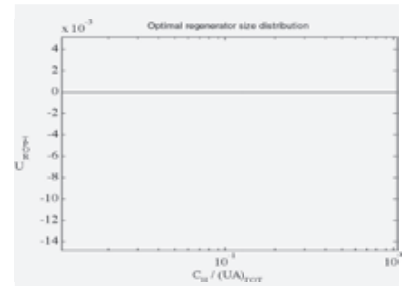


Figura 6. Distribución del tamaño intercambiador regenerador.

En la Figura 7 se muestra la efectividad de los intercambiadores HRX y LRX, los cuales modelan la recuperación de la energía en las corrientes de alta y baja, respectivamente.

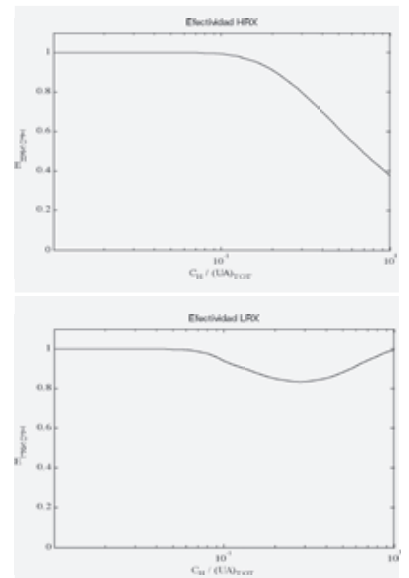


Figura 7. Efecto de la efectividad del intercambiador HRX y LRX.

Se observa que la efectividad, entendida como la relación entre la energía aprovechada y la energía suministrada puede alcanzar valores muy cercanos a la unidad; esto se

debe a que estos intercambiadores recuperadores están situados de tal forma que no interfieren en el intercambio de calor de las corrientes de alta y/o baja y el fluido de trabajo; podría pensarse que es tan bajo el  $C_H$ , que no alcanza a suministrar energía al ciclo para producir potencia y toda la energía es aprovechada en los recuperadores, disminuyendo la generación de entropía, ya que dicha energía se está aprovechando en proceso. Ahora bien si el  $C_H$  es muy grande la efectividad decrece en ambos casos, pudiéndose establecer una relación estrecha entre el tamaño de los intercambiadores, la efectividad y  $C_H$  como se aprecia en las Figuras 7 y 8.

De acuerdo con la restricción (5.2) se puede analizar que si aumenta  $u_{HRX}$  debe disminuir  $u_{LRX}$  y el primero aumenta en la medida que aumenta  $C_H$ , pero se vio que para valores altos de  $C_H$  la efectividad disminuye, por lo tanto se puede visualizar que el punto medio puede ser un óptimo, confirmando de esta manera lo enunciado por Bejan (1988).

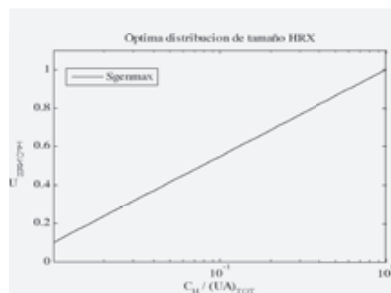


Figura 8. Distribución del recuperador de alta.

La Figura 9 muestra el efecto de la capacitancia térmica del fluido de trabajo y la capacitancia térmica del fluido de baja con respecto a la capacitancia del fluido fuente. Se observa que es posible optimizar la función objetivo respecto a la capacitancia térmica del fluido de trabajo y del fluido sumidero, esto indica que si se incrementa  $C_H$ , se incrementa  $C_W$ , y  $C_L$ , hasta un punto máximo, más allá de este punto

aumentan las irreversibilidades del sistema y por lo tanto la generación de entropía, debido a que se presenta un desbalanceo entre los flujos de las diferentes corrientes y como consecuencia genera un tamaño de los intercambiadores que producen transferencia de calor con considerables diferencias de temperaturas entre las corrientes, esto se puede regular con la relación entre las temperaturas del ciclo  $t$ .

$$t = \frac{T_{H1}}{T_{L1}} \Rightarrow T_{H1} = t \cdot T_{L1}$$

Un menor desbalanceo genera menos entropía Bejan (1977)

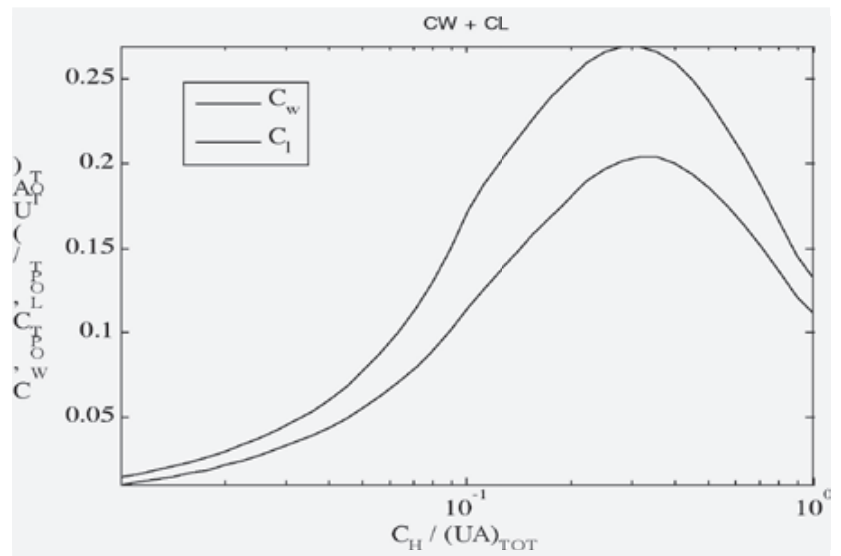


Figura 9. Capacitancia térmica del fluido de trabajo y de baja.

En la Figura 10 se muestra el efecto de  $k_w$ , entendida como la relación o cociente de los calores específicos del fluido de trabajo a presión y a volumen. Se observa una gran sensibilidad de  $k_w$  ante la variación de  $C_H$ , y de acuerdo con la curva se muestra que  $k_w$  es optimizable, esto indica que puede seleccionarse el gas más adecuado para emplearse como fluido de trabajo; oscilando sus valores entre 1.08 y 1.18. Entre los fluidos de trabajo se encuentran Dióxido de Carbono  $CO_2$ , Etano  $C_2H_6$ , Etileno  $C_2H_4$ , Metano  $CH_4$ , y Propano  $C_3H_8$ .

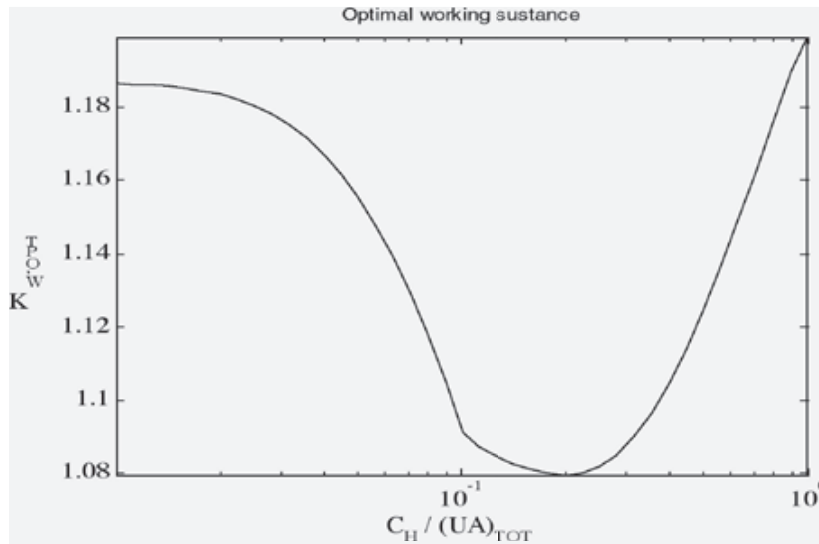


Figura 10. Relación óptima de los calores específicos del fluido de trabajo.

La Figura 11 muestra la relación óptima de presiones del compresor; esta variable revela que no es sensible al recurso del número de capacitancia, y mantiene su valor constante en 40.

Sandoval (2005) demostró que cuando no se restringe el tipo de gas a usar como fluido de trabajo ( $k_w$  optimizable), la razón de presiones óptima del compresor,  $r_{PC, opt} = r_{PC, max} = 40$ . Este comportamiento se relaciona con la variación de  $k_w$ , cuando se define la sustancia y se fija un valor de  $k_w$  los resultados son diferentes.

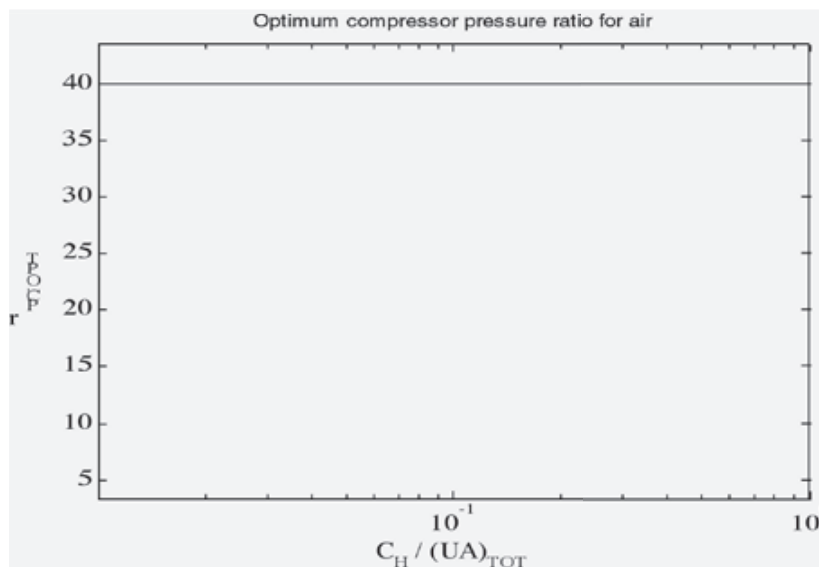


Figura 11. Razón óptima de presiones del compresor.

## 6. Conclusiones

Se modeló el ciclo Brayton con múltiples irreversibilidades internas y externas que incluyeron recuperadores externos de energía para complementar las propuestas anteriores de ciclos Brayton.

Se obtuvo la curva de mínima generación de entropía para la variable de decisión  $C_H$  que indica la energía suministrada a la planta y es una variable común de manejo típico en diseño.

Las variables del sistema susceptibles de optimizar fueron  $u_{HHE}, u_{CHE}, u_{HRX}, u_{LRX}, C_w, C_L, k$  y se presentan sus figuras en función de la variable de decisión  $C_H$ .

Con las figuras de las variables es posible definir completamente la configuración física de la planta para que ofrezca mínima generación de entropía.

Diseñar a mínima generación de entropía significa minimizar las irreversibilidades, lo cual se puede reconocer como un criterio ecológico.

El modelo mejora el anterior de Herrera *et al.*, desde el punto, porque se aproxima más a la realidad. ⚙

## 7. Bibliografía

1. Andresen B. and Gordon J.M., 1992. Optimal heating and cooling strategies for heat exchangers design, J. Appl. Physics., 71, 76-79.
2. Aragón-González G., Canales-Palma A. León-Galicia. 2002. Dimensión de los intercambiadores de calor y trabajo óptimo de un ciclo Brayton irreversible. SOMIM, 359-365.
3. Aragón-González G., Canales-Palma A. León-Galicia. 2000. Maximum irreversible work and efficiency in power cycles, J. Physics D: Appl. Phys., 33, 1403-10.
4. Bejan A. 1982. Entropy generation through Heat and Fluid Flow. Wiley, New York.

5. Bejan A. 1988 *Advanced Engineering Thermodynamics*. 2 Edition. John Wiley & Sons, New York.
6. Bejan, A., 1996. *Entropy generation minimization*, CRC Press, Boca Raton FL.
7. Bejan, A., Tsatsaronis, G., Mora, M., 1996. *Thermal Design & Optimization*. Wiley, New York.
8. Bejan, A. 1994 *Power Generation and refrigeration models with heat transfer irreversibilities*. J. Heat Transfer Soc. Japan, 33, 68-75
9. Bejan, A., 1996. *Entropy generation minimization: The new thermodynamics of finite-size devices and finite-time processes*. J. Appl. Phys., 79, 1191-1218.
10. Blank D. A. 1999. *Analysis of a combined law power-optimized open joule-Brayton heat-engine cycle with a finite interactive heat source*. Journal of physics D: Applied physics, 32, 769-776
11. Cengel Y. A., and Boles M. A., 2002. *Thermodynamics, an engineering approach*. Mc Graw Hill, New York.
12. Curzon F. L., and Ahlborn B. 1975 *Efficiency of a Carnot engine at maximum power output*. American Journal of Physics, 43, 22-24
13. Chen L., Zheng J., Sun F., and Wu C., 2001. *Optimum distribution of heat exchangers inventory for power density optimization of an endoreversible closed Brayton cycle*. J. phys. D: Appl. phys., 34, 422-427.
14. Chen L., Zheng J., Sun F., and Wu C., 2001. *Power density analysis and optimization of a regenerated closed variable-temperature heat reservoir Brayton cycle*. Journal of physics D: Applied physics, 34, 1727-1739.
15. Cheng C. Y. and Chen C. K. 1977. *Power optimization of an irreversible Brayton heat engine*. Energy Sources. 19 (5) 461-474.
16. Cheng C. Y. and Chen C.K. 1998. *Efficiency optimizations of an irreversible Brayton heat engine*. Trans. ASME, J. Energy resour. Technol., 120, 143-198.
17. Cheng C. Y. and Chen C.K. 1996. *Power optimization of an endoreversible regenerative Brayton cycle*. Energy, The Int. J., 21, 241-247.
18. Cheng C. Y. And Chen C. K. 1999. *Ecological optimization of an irreversible Brayton heat engine*. J. Phys. D: Appl. Phys., 32, 350-357.
19. Cheng C. Y. And Chen C. K. 1997. *The ecological optimization of an irreversible Carnot heat engine*. Journal of physics D: Applied physics, 30, 1602-1609.
20. Herrera, Sandoval and Rosillo 2006 *Power and entropy generation of an extended irreversible Brayton cycle: optima parameters and performance*. Journal of Physics.
21. Leff H. S. 1978. *Thermal efficiency at maximum work output: New results for old heat engines*. Am. J. phys., 55, 602-610.
22. Radcenco V., Apostol V., and Feidt M. 1998. *Optimization of a Brayton-Joule engine subject to mass transfer limitations due to pressure losses*. Oil & Gas Science and Technology, Vol. 53 N° 01, 103-110.
23. Sahin B., Kodal A., and Yavuz H. 1995. *Efficiency of a joule-Brayton engine at maximum power density*. Journal of Physics D: Applied Physics, 28, 1309-1313.
24. Sandoval Jairo, 2005. *Optimización de entropía generada y eficiencia exergética en un ciclo Brayton no endorreversible*. Tesis Dpto. Ciencias Térmicas, Universidad Del Valle.
25. Swanson L. W. 1991. *Thermodynamics optimization of irreversible power cycles with constant external reservoir temperatures*. ASME J. of Eng for gas turbines power 113 (4) 505-510.
26. Verhas, j., De Vos, A., 1997. *How endoreversible thermodynamics relates to Onsager's nonequilibrium thermodynamics*. J. Applied Physical. 40-42.
27. Velasco S., Roc j. M. M., Medina A., White J. A., and Calvo Hernandez A. 2000. *Optimization of heat engines including the saving of natural resources and the reduction of thermal pollution*. Journal of Physics D: Applied Physics, 33, 355-359.
28. Woodward J. b. 1995. *Optimal second-law efficiency for a Brayton cycle with an internal heat source*. ASME Trans. J. Energy Res. Tech, 117, 343-348.
29. Wu and R.L.Kiang. 1991. *Power performance of nonisentropic Brayton cycle*. Trans. ASME, J. Engng Gas Turbines Power, 113 (4), 501-50