



Dyna

ISSN: 0012-7353

dyna@unalmed.edu.co

Universidad Nacional de Colombia  
Colombia

GIL, EDWIN; CASTRILLÓN, ELKIN

Eliminación de "inconsistencias" observadas en el diseño de secciones t de hormigón estructural  
sometidas a flexión última

Dyna, vol. 74, núm. 151, marzo, 2007, pp. 5-14

Universidad Nacional de Colombia  
Medellín, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=49615102>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en [redalyc.org](http://redalyc.org)

 redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# **ELIMINACIÓN DE “INCONSISTENCIAS” OBSERVADAS EN EL DISEÑO DE SECCIONES T DE HORMIGÓN ESTRUCTURAL SOMETIDAS A FLEXIÓN ÚLTIMA**

## **ELIMINATION OF "INCONSISTENCIES" OBSERVED IN THE DESIGN OF T SECTIONS OF STRUCTURAL CONCRETE SUBMITTED TO ULTIMATE FLEXURE**

**EDWIN GIL**

*Ingeniero Civil, Facultad de Minas, Universidad Nacional, edwin\_gil@hotmail.com*

**ELKIN CASTRILLÓN**

*Ingeniero Civil, Doctor en ingeniería, Profesor Titular*

Recibido para revisar 02 de Septiembre de 2005, aceptado 25 de Abril de 2006, versión final 24 de Octubre de 2006

**RESUMEN:** Para la determinación de la capacidad a flexión de secciones de hormigón se proponen algoritmos diferentes según la forma de la sección. Naaman [5] observa una “inconsistencia” en el diseño de secciones T, proponiendo un ajuste a las expresiones dadas en especificaciones anteriores, que se adopta en algunos códigos de diseño más recientes, determinando variaciones en los resultados, como momentos flectores significativamente menores a los determinados mediante especificaciones anteriores. Resultados que han creado inquietud entre otros autores.

En este trabajo se analiza la “inconsistencia” observada por Naaman [5] y se propone un análisis adimensional general que elimina la “inconsistencia” observada y permite la solución correcta del problema dentro de las especificaciones establecidas.

**PALABRAS CLAVE:** Naaman, Castrillón, Concreto estructural, Sección T, Eje neutro, Distribución equivalente de tensiones, AASHTO LRFD, AASHTO Estándar, NSR 98

**ABSTRACT:** For the determination of the flexure capacity of concrete sections different algorithms according to the section form are set out. Naaman [5] observes an "inconsistency" in the design of T sections, proposes an adjustment to the expressions given in previous specifications, that are adopted in some of the recent design codes, determining variations in the results, such as bending moments significantly smaller than ones obtained with previous specifications. These results have created restlessness among other authors.

In this paper the "inconsistency" observed by Naaman [5] is analyzed and a general adimensional analysis is proposed to eliminates the "observed inconsistency" and find the correct solution of the problem within the established specifications.

**KEY WORDS:** Naaman, Castrillón, structural concrete, T Sections, Eje neutro, Equivalent distribution of stress, AASHTO LRFD, AASHTO Estándar, NSR 98

### **1. INTRODUCCIÓN**

Las especificaciones norteamericanas y colombianas, en el diseño de secciones de hormigón pretensado y no pretensado, sometidas a flexión última, permiten considerar aproximadamente la distribución rectangular de

las tensiones sobre el hormigón a compresión. Claramente, la compatibilidad de deformaciones requiere el uso de la profundidad real del bloque comprimido como referencia para decidir como será tratada la sección. Naaman [5] llama la atención sobre eventuales inconsistencias en el diseño de secciones T que lo llevan a proponer

sin justificación analítica una corrección o ajuste de las expresiones propuestas en versiones anteriores de las especificaciones. Las expresiones propuestas por Naaman [5] quedan así incorporadas en las especificaciones más recientes para el diseño. Con el tiempo el procedimiento propuesto por Naaman y adoptado fácilmente en las especificaciones ha sido objeto de algunas observaciones por autores que no obtienen los mismos resultados al aplicar las condiciones de equilibrio y compatibilidad. Por ejemplo en el foro abierto: Problemas y soluciones publicado por Seguirant [10], se pregunta y responde por las razones que llevan a determinar por el procedimiento propuesto, momentos flectores resistentes significativamente menores a los determinados con los procedimientos anteriores o por las condiciones de compatibilidad. Esta y otras inquietudes se aclaran por otros autores, Seguirant [10], [11] y por el mismo Naaman [7].

Precisamente para analizar su propuesta en este trabajo se estudia el comportamiento de las secciones T para cargas de diseño. Cuando la resistencia de la sección varía, el eje neutro puede localizarse en la aleta o en el alma dependiendo de factores tales como: dimensiones, cantidad de refuerzo a tracción, resistencia del hormigón y del acero. La estimación de la resistencia nominal a flexión en elementos de hormigón es una rutina de diseño. Sin embargo en el análisis de dichas secciones, Naaman [5] argumenta que existe una “inconsistencia” en la determinación del eje neutro determinado por las especificaciones AASHTO Estándar y por el Código de Construcción del Instituto Americano del Concreto (ACI). Esta “inconsistencia” se da debido a la interpretación del comportamiento de las tensiones a compresión de la sección de hormigón.

Se hace en este trabajo, entonces, claridad en el análisis y evaluación, de la distribución equivalente de tensiones en el hormigón y el respectivo eje neutro, en secciones T de hormigón.

## 2. INCONSISTENCIA OBSERVADA POR NAAMAN

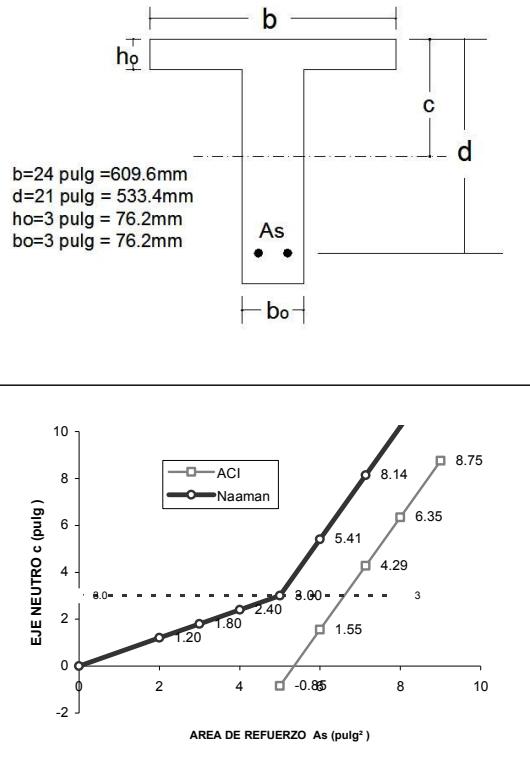
Para la completa determinación del comportamiento de una sección en el estado último a flexión se requiere la ubicación del eje neutro.

Como es de elemental conocimiento, en el análisis del comportamiento último de secciones T de hormigón sometidas a flexión, en general debe considerarse, utilizando los conceptos de Castrillón [3], que la superficie de hormigón comprimida sea rectangular o no. El procedimiento para determinar la correspondiente forma comprimida depende de las condiciones especificadas y de su aplicación. La forma de la superficie comprimida depende naturalmente de la forma de la sección y de la ley del material asumida para el hormigón a compresión. En las prácticas norteamericana y colombiana se ha utilizado la distribución rectangular equivalente de las tensiones de compresión sobre el hormigón, muy conocida también como de Whitney determinada fundamentalmente por la variable  $\beta_1$ , que determina la fracción de la distancia entre el lado más comprimido y el eje neutro sobre la que se asume la distribución rectangular de las tensiones.

El camino para un adecuado diseño es tener precisión en la predicción de la capacidad a flexión de la viga.

La Figura 1 ilustra el análisis, ligeramente modificado, presentado por Naaman [5] para una sección T de geometría y materiales dados. Sobre el eje de abscisas se anota la cantidad de acero,  $A_s$ , y sobre el eje de ordenadas la correspondiente ubicación del eje neutro,  $c$ . Paralelamente al eje de abscisas se indica a trazos una recta correspondiente a la coincidencia del eje neutro y el lado inferior de la aleta,  $c = h_o$ . En la representación de la variación según el código ACI, para la ubicación del eje neutro se observan valores negativos para determinada cantidad de acero, lo que realmente no tiene sentido. A fin de resolver esta “inconsistencia” Naaman [5] propone unas

expresiones con las que se determina la variación indicada, esta sin “inconsistencias”.



**Figura 1.** Ilustración de la inconsistencia.  
**Figure 1.** Illustration of the inconsistency.

Al utilizar esta distribución rectangular de las tensiones de compresión sobre el hormigón de la manera especificada es muy importante considerar que, en general, la forma de la superficie comprimida sobre la que se asumen estas tensiones no depende, solamente de la ubicación del eje neutro, sino de esta y de la altura especificada para la distribución rectangular de las tensiones, tal como está determinada por la variable  $\beta_1$ .

Cuando el eje neutro pasa por la aleta la superficie comprimida siempre es rectangular. En cambio cuando el eje neutro pasa por el alma la superficie comprimida puede ser rectangular o no rectangular. Esta importante observación se debe tener en cuenta al analizar las expresiones anotadas a continuación en algunas de las especificaciones.

Para el caso simple, o de superficie comprimida rectangular, la ubicación del eje neutro se determina, según las especificaciones AASHTO Estándar [2], a partir de la sección del acero,  $A_s$ , la resistencia especificada del acero,  $f_y$ , y la anchura equivalente o efectiva de la sección,  $b$ , mediante la expresión

$$c = \frac{A_s f_y}{0.85 b \beta_1} \quad (1)$$

En cambio cuando la sección se comporta, según Naaman, como T, el valor de  $c$  dado por el código ACI es

$$c = \frac{A_s f_y - 0.85 f_c (b - b_o) h_o}{0.85 f_c b_o \beta_1} \quad (2)$$

Es precisamente con esta expresión que se determina la variación según el ACI y los valores negativos indicados en la Figura 1. Entonces para eliminar las “inconsistencias” Naaman [5] propone, sin mayor análisis, la expresión

$$c = \frac{A_s f_y - 0.85 \beta_1 f_c (b - b_o) h_o}{0.85 f_c b_o \beta_1}, \quad (3)$$

en la que se adiciona el factor  $\beta_1$  en el segundo término del numerador de la expresión, con la que se obtiene la variación resaltada con su nombre en la misma Figura, con la que eventualmente se eliminan los valores negativos y las “inconsistencias”. De esta manera se obtiene, por ser  $\beta_1 < 1$ , un valor mayor de  $c$ . Esta modificación a la ecuación solo es aplicable al análisis de secciones T, para valores de  $c > h_o$ , asumiendo que la sección empieza su comportamiento como T cuando  $c$  excede  $h_o$ .

Esto ocurre debido a que se dan diferencias en la interpretación de la distribución equivalente de tensiones de compresión en el análisis de la sección estructural. Así queda entonces introducida esta nueva ecuación en los códigos de diseño como AASHTO LRFD [1].

La inclusión del factor  $\beta_1$ , al estado de compresión resultante equivalente del bloque de tensiones, se da entonces para la transición entre superficie comprimida rectangular y superficie comprimida no rectangular, en el momento que  $c$  excede  $h_o$ .

Las diferencias anotadas en la introducción para la determinación de los momentos flectores entre procedimientos de diseño, se centran en la interpretación de la forma de la superficie comprimida, y en la profundidad límite de la misma, dada para el inicio del comportamiento de la sección como T, establecida por el bloque comprimido de tensiones a, o la profundidad del eje neutro c según su interpretación.

En los artículos 5.7.3.2.2 y 5.7.3.2.3 de las especificaciones AASHTO LRFD [1], se establece que c, debe estar dentro de la porción de las aletas para que el comportamiento de la sección sea considerado como el de una sección rectangular. Por otro lado las especificaciones AASHTO Estándar [2], sólo requieren que a, esté dentro de la aleta y c, puede estar o no estar dentro de ella para ser considerado el mismo comportamiento.

Esta filosofía de trabajo no solo incrementa la profundidad del eje neutro para la sección, reduciendo la capacidad a flexión de esta, sino también diferencia la consideración y diseño de la sección como rectangular para especificaciones AASHTO Estándar y no para AASHTO LRFD.

Por tales razones se dan entonces diferencias en el cálculo y resultados de los esfuerzos de flexión.

La expresión para el cálculo de la profundidad del eje neutro c, para el comportamiento como sección T, adoptado para AASHTO LRFD es entonces igual al mostrado en la expresión (3), en la cual se ve la inclusión del factor  $\beta_1$  al numerador, dado para resolver la “inconsistencia” mencionada anteriormente para el cálculo del eje neutro.

### 3. ANÁLISIS SEGÚN EL CONCEPTO UNIFICADO DE CASTRILLÓN

#### 3.1 Presentación

Mediante el concepto unificado presentado por Castrillón [3] se puede observar que las eventuales inconsistencias observadas solo se deben a la aplicación incorrecta de las

especificaciones y se puede obtener una solución correcta, simple y general del problema.

Castrillón [3] presenta algoritmos adimensionales generales para secciones T – y rectangulares-, mediante los que se puede establecer de manera simple la forma de la superficie comprimida, ubicar, si se desea, el eje neutro y determinar el momento nominal resistente.

Se explica de una forma general que no existe inconsistencia alguna en la determinación del eje neutro, solo es cuestión de la interpretación de la zona comprimida del bloque equivalente de tensiones de compresión para el hormigón.

#### 3.2 Algoritmo para acero en cedencia

Para aplicación general del algoritmo, tanto para superficies comprimidas rectangulares como no rectangulares, se definen por Castrillón [3] factores de forma adimensionales  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ ,  $F_4$ , y  $F_5$ , según la geometría de la sección, tal como los utiliza Gil [4]. En este análisis el factor más importante es la relación entre la altura de la aleta y la altura efectiva de la sección  $F_3 = h_0/d$ .

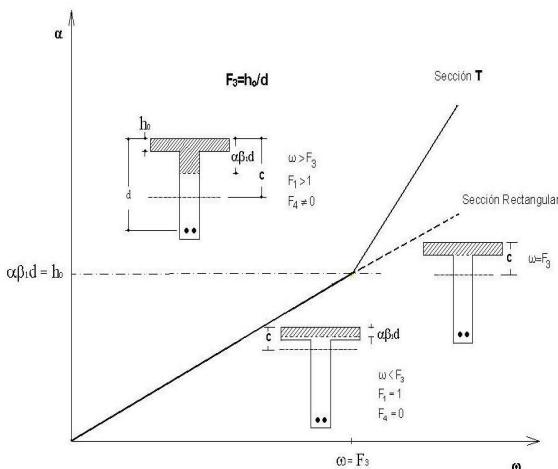
De la condición de equilibrio de las fuerzas normales sobre la sección, Castrillón [3], obtiene la relación general entre la cuantía mecánica,  $\omega$  y la forma de la superficie comprimida, mediante la variable adimensional  $\alpha$  que multiplicada por la altura efectiva de la sección, d, permite ubicar el eje neutro, c.

$$\omega = \frac{\alpha\beta_1 + F_4}{F_1} \quad (4)$$

O despejada para la ubicación del eje neutro se obtiene

$$\alpha = \frac{\omega F_1 - F_4}{\beta_1} \quad (5)$$

La relación entre estas variables se representa de manera general en la Figura 2, en la que se indican los dos intervalos característicos para superficie comprimida rectangular,  $\omega \leq F_3$ , y superficie comprimida no rectangular,  $\omega > F_3$ .



**Figura 2.** Ubicación del eje neutro en relación con la cuantía mecánica.

**Figure 2.** Location of the neutral axis in relation to the mechanical quantity.

En ambos intervalos de la Figura la relación es lineal, continua aunque con diferentes pendientes y obviamente se satisface la condición  $\alpha\beta_1=0$  para  $\omega=0$ .

Para todo el rango de valores de  $\omega$  no corresponden valores negativos de  $\alpha$  como los determinados originalmente por Naaman [5]. En el intervalo superior la pendiente de la recta es mayor que en el intervalo inferior como se desprende de la sustitución de los factores de forma adimensionales en cada caso. También se indica, a trazos, como continuación de la recta en el intervalo inferior la variación que se obtiene en secciones rectangulares de anchura  $b$ .

Mediante las sustituciones correspondientes para el intervalo inferior, estas relaciones se pueden transformar fácilmente hasta obtener la expresión dimensional (1) y, en la misma forma, para el intervalo superior,  $a>h_0$  la expresión dimensional (2). Nuevamente se insiste aquí, en que al aplicar las especificaciones, no es la ubicación del eje neutro la determinante de la forma de la superficie comprimida,

tal como lo hace Naaman [5] al detectar inconsistencias, sino la altura sobre la que se asume la distribución rectangular de las tensiones.

Se ve que no hay necesidad de introducir ningún factor adimensional como  $\beta_1$ , para ajustar resultados y lograr que se dé continuidad en la determinación del eje neutro y su correspondiente ilustración gráfica.

De esta manera se observa fácilmente que no hay tal “inconsistencia”, sino que Naaman [5] no considera que al variar la cantidad de acero, la forma de la superficie comprimida también varía, y esta se debe considerar apropiadamente. De la condición de equilibrio de momentos se obtiene la relación entre la cuantía mecánica  $\omega$ , y el momento reducido  $m$ , tal como están definidos en la Figura siguiente

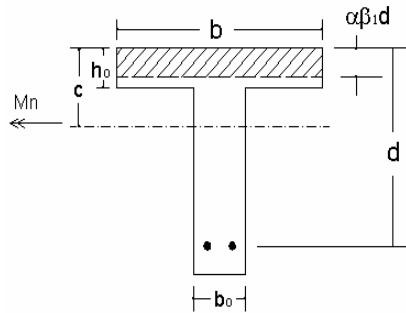
$$\omega = \frac{1 + F_1 - \sqrt{1 - 2(F_1 m - F_4(1.0 - 0.5F_3))}}{F_1} \quad (6)$$

$$m = (1 - 0.5\omega F_1)\omega + F_4(\omega - 0.5F_3) \quad (7)$$

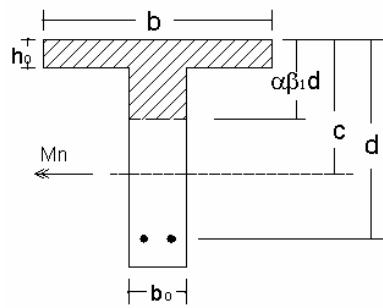
Mediante estas expresiones sustituyendo correctamente las variables se pueden determinar ya sea la cuantía mecánica correspondiente a un momento reducido o el momento reducido correspondiente a una cuantía mecánica, sin tener que determinar la ubicación del eje neutro. Por esta razón se puede considerar la ubicación del eje neutro más bien como problema académico, cuando no se deben determinar las deformaciones en el acero. Los valores correctos de los factores de forma dependen de la relación entre la cuantía mecánica  $\omega$  y el factor  $F_3$ .

### 3.3 Determinación de la forma de la superficie comprimida

Se puede observar que la superficie comprimida es rectangular si el producto  $\alpha\beta_1$  es menor o igual que la relación  $h_0/d = F_3$ .



Superficie comprimida rectangular SCR.



Superficie comprimida no rectangular SCNR.

**Figura 3.** Relación entre la cuantía mecánica y la forma de la superficie comprimida

**Figure 3.** Relation between the mechanical quantity and the geometry of the compressed surface.

$$f_{cu} = 0.85 f_c \quad (8)$$

$$R = b d f_{cu} \quad (9)$$

$$S = \frac{R}{f_y} \quad (10)$$

$$m = \frac{M_n}{Rd} \quad (11)$$

$$\omega = \frac{A_s}{S} \quad (12)$$

$$\alpha = \frac{\omega}{\beta_1} \quad (13)$$

$$\omega \leq F_3 = \frac{h_o}{d} \quad (14)$$

$$\omega > F_3 = \frac{h_o}{d} \quad (15)$$

$$\alpha = \frac{\omega F_1 - F_4}{\beta_1} \quad (16)$$

Las anteriores expresiones son también aplicables a las secciones con pretensado, considerando las limitaciones del caso para su aplicación en estado último, en el que se permite usar la misma aproximación de distribución rectangular para la sección

## 4. APLICACIÓN DEL ALGORITMO

### 4.1 Presentación

La determinación de los momentos últimos o nominales de una sección, es un elemento básico en el diseño a flexión. Para su determinación se requiere, según Naaman [5], ubicar el eje neutro a partir de las condiciones de equilibrio y considerando las hipótesis establecidas en las especificaciones, por ejemplo, NSR-98 [9], C-A.4.

### 4.2 Ejemplo inicial de Naaman

Definición de factores de forma y materiales. Para la sección inicialmente analizada por Naaman [5] se tiene:

**Tabla 1.** Parámetros de la sección inicial de análisis.

**Table 1.** Parameters of the initial analysis, section

MATERIALES		GEOMETRIA	
$f_y$ (ksi)	60	$b$ (pulg)	24
$f_c$ (ksi)	7	$b_0$ (pulg)	6
$f_{cu}$ (ksi)	5.95	$h_o$ (pulg)	3
$\beta_1$	0.7	$d$ (pulg)	21
		$h$ (pulg)	24

$$F_3 = \frac{h_o}{d} = \frac{3}{21} = 0.143$$

Factores de forma SCR.  $\omega \leq F_3$

Factores de forma SCNR.  $\omega > F_3$

**Tabla 2.** Coeficientes adimensionales para SCR y SCNR

**Table 2.** Adimensional coefficients for SCR and SCNR

	SCR	SCNR
$F_1$	1	4
$F_4$	0	0.4283
$F_3 = h_o/d$	0.143	0.143

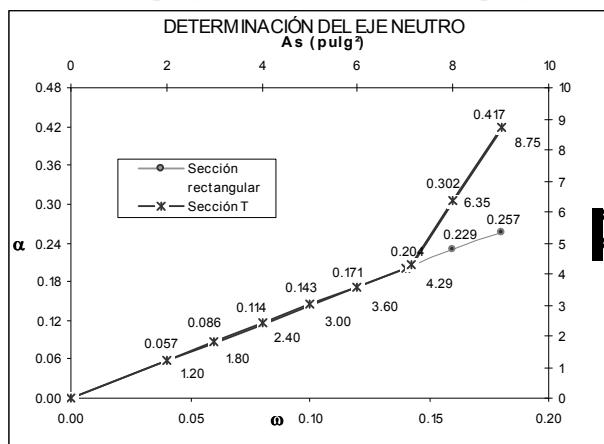
En la Tabla siguiente se anotan los valores obtenidos al evaluar el ejemplo inicial de Naaman [5] mediante el algoritmo de Castrillón [3]. En la evaluación se consideran los límites de las superficies comprimidas rectangular y no rectangular para el valor  $\omega = F_3 = 0.143$

**Tabla 3.** Coeficientes adimensionales para la Figura 4.

**Table 3.** Adimensional coefficients for the Figure 4.

$A_s$ (pulg $^2$ )	$\omega$	$\alpha$	$C=\alpha d$ (pulg)
0	0.000	0.000	0.00
2	0.040	0.057	1.20
3	0.060	0.086	1.80
4	0.080	0.114	2.40
5	0.100	0.143	3.00
6	0.120	0.171	3.60
7.14	<b>0.143</b>	<b>0.204</b>	<b>4.29</b>
8	0.160	0.302	6.35
9	0.180	0.417	8.75

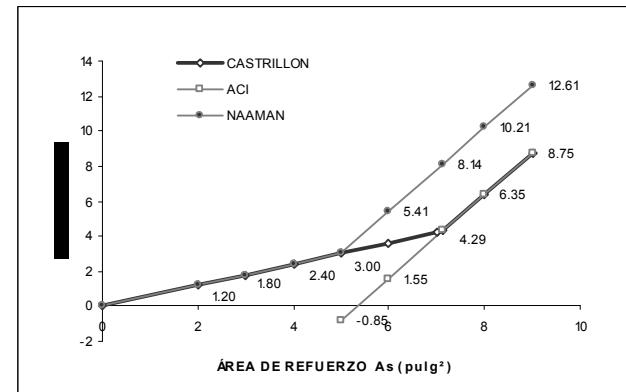
La representación gráfica de estos resultados se muestra en la siguiente Figura. Sobre el eje de ordenadas izquierdo y el eje de abscisas inferior están anotados respectivamente los valores adimensionales de  $\alpha$  y  $\omega$  sobre el eje de ordenadas derecho y el eje de abscisas superior se anotan respectivamente la ubicación del eje neutro – en pulg – y el área de acero - en pulg $^2$  -.



**Figura 4.** Eje neutro a partir del algoritmo de Castrillón [3]. Ejemplo inicial de Naaman.

**Figure 4.** Neutral axis from Castrillón's algorithm [3]. Naaman's initial example.

Esta gráfica se superpone en la Figura siguiente con los valores obtenidos por Naaman [5] según el ACI y propuestos por él mismo para resolver la “inconsistencia”.



**Figura 5.** Superposición de “inconsistencia” y solución

**Figure 5.** Overlapping of "inconsistency" and solution

#### 4.3 Análisis para el caso de pretensazo

A continuación se aplica el concepto unificado de Castrillón [3] también a secciones pretensadas, aunque este no sea el objeto del presente trabajo, solo se hace como presentación de la aplicación del algoritmo ya mencionado y como aporte a la eliminación de la “inconsistencia”, mostrando su fácil aplicación en este caso, mediante el ejemplo propuesto por Seguirant [10]. Aquí se consideran los mismos materiales, la misma forma de la sección T y solo se varía el número de torones o sea la cantidad de acero. Como tensiones en el acero se consideran las determinadas por Seguirant [10] según las expresiones especificadas,  $f_{ps}$ , que no se presentan aquí, y de manera aproximada, para la expresión:

$$f_{py} = 0.90 f_{pu}$$

$$b = 72 \text{ pulg}$$

$$h_o = 6 \text{ pulg}$$

$$h = 65 \text{ pulg}$$

$$d = 62 \text{ pulg}$$

$$A_s = 0.153 \text{ pulg}^2 \text{ (dado para cada torón de } \frac{1}{2} \text{ pulg)}$$

$$\omega < h_o/d = F_3 = 0.0967$$

$$R = 26.5 \times 10^3 \text{ (Ksi*pulg}^2\text{)}$$

$$f_{pu} = 270 \text{ Ksi}$$

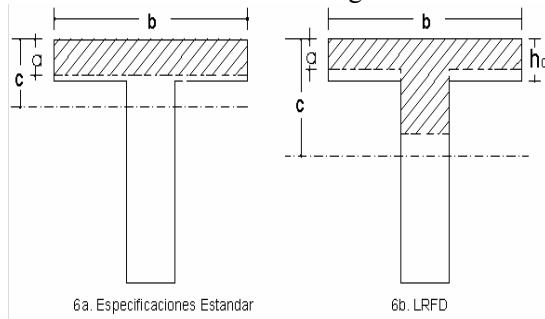
**Tabla 4.** Resultados para el caso del pretensado por medio de Castrillón [3]

**Table 4.** Results for the case of the pretensioned by means of Castrillón [3]

	As con 62 torones (=9.486pulg <sup>2</sup> )	As con 70 torones (=10.71pulg <sup>2</sup> )	
	$f_{py} = 0.9 f_{pu}$	$f_{py} = f_{ps}$	$f_{py} = 0.9f_{pu}$
$f_{py}$ (Ksi)	243	261.16	243
$\omega$	0.087	0.093	0.098
$\alpha$	0.12	0.13	0.16
$a$ (pulg)	5.38	5.78	6.90
$c$ (pulg)	7.69	8.26	9.86
$M$	0.083	0.089	0.093
$M_n$ (Kips-pulg)	136.7	146.4	153.4
Forma de la superficie	SCR	SCR	SCNR
	SCNR	SCNR	SCNR

Al obtener mediante la recomendación anotada en las especificaciones,  $f_{py}=0.9f_{pu}$ , tensiones menores en el acero se determinan momentos nominales menores de la sección, lo que confirma precisamente su propósito conservador. A continuación se presenta un análisis para ilustrar las diferencias dadas para las dos expresiones propuestas.

EJEMPLO 1: Determinar la capacidad a flexión de la sección mostrada en la Figura 6.



**Figura 6.** Especificaciones AASHTO Estándar versus Especificaciones AASHTO LRFD presentado por Seguirant [10].

**Figure 6.** AASHTO Standard Specifications vs AASHTO LRFD Specifications presented by Seguirant [10].

**Tabla 5.** Resultados obtenidos por Seguirant [10]

**Table 5.** Results obtained by Seguirant [10]

	As con 62 torones =9.486 pulg <sup>2</sup>	As con 70 torones =10.71 pulg <sup>2</sup>	
	AASHTO Estándar	AASHTO LRFD	AASHTO Estándar
$f_{py} = f_{ps}$	-	$f_{py} = f_{ps}$	$f_{py} = f_{ps}$
$f_{py}$ (Ksi)	261.15	-	260
$a$ (pulg)	5.78	17.46	-
$c$ (pulg)	8.26	24.94	-
$M_n$ (Kips-pulg)	146.28	130.51	162.98
Superficie Sobre reforzada?	SCR	SCR	SCNR
	No	No	No
			Si

En los resultados anteriores se observa que prácticamente coinciden los resultados, tal como se resalta en las dos tablas, para la misma tensión de acero  $f_{ps}$  determinados según Castrillón [3] y según las especificaciones AASHTO Estándar en el ejemplo mostrado por Seguirant [10] quien solo presenta el valor del momento nominal a flexión para el caso con 70 torones.

Comparando las capacidades a flexión del ejemplo, por medio de los correspondientes momentos nominales, la capacidad de la sección obtenida por las especificaciones AASHTO LRFD es 89% de la capacidad obtenida por las especificaciones AASHTO Estándar, con lo que estaría subestimando la sección respecto a su capacidad.

La expresión (13) es aplicada hasta  $\beta_1 c = h_o = a$ , punto en el que la expresión (13) = (16), así la fuerza de compresión en la transición de la superficie comprimida no será diferente al considerar cualquiera de los dos casos, como en la propuesta por Naaman [5]. Esta es una observación de autores como Seguirant [11] quien solo lo comenta en su artículo, mas no lo comprueba.

La transición de la superficie comprimida en el momento en que  $c > h_o$  implica que toda la profundidad de la aleta no esté comprimida, debido a que la superficie equivalente de compresión está dada por  $a = \beta_1 c$ ; lo que no ocurre con los algoritmos de Castrillón [3] en las que claramente se puede ver que las expresiones consideran la totalidad de la aleta comprimida en el momento en que se genera la transición de SCR a SCNR.

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Aún sin la presentación y aplicación del concepto unificado propuesto por Castrillón [3], se puede observar que la propuesta de Naaman para la ubicación del eje neutro no tiene justificación. Naaman no hubiera observado inconsistencia alguna, si en vez de establecer los criterios a partir de la ubicación del eje neutro  $c$ , los hubiese establecido a partir de la altura de la superficie comprimida,  $a$ , como lo han hecho algunos autores, p.e. Nilson [8].

Mediante la aplicación del concepto unificado de Castrillón [3], gracias a su presentación adimensional se obtiene más generalidad, tanto para secciones no pretensadas como pretensadas.

Respecto al carácter casi dogmático, con el que algunos consideran las especificaciones, aquí se llama la atención sobre la forma, poco injustificada y precipitada, como se establecen algunas veces, como en este caso, aun en Norteamérica.

Aunque aquí se recomienda la aplicación general del concepto unificado de Castrillón [3], no solo por su adimensionalidad y generalidad, tras los análisis presentados se considera que las expresiones dimensionales - (1) y (3) - del código AASHTO LRFD para la ubicación del eje neutro, deben ser reemplazadas por las ecuaciones mencionadas anteriormente (1) y (2).

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] AASHTO: AASHTO LRFD Bridge Construction Specification. 2. Ed. American

Association of State Highway and Transportation Officials, Washington DC, USA, 1998.

- [2] AASHTO: AASHTO Standard Specifications for Highway Bridges. 16. Ed. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington DC, USA 1996

[3] CASTRILLÓN Elkin: Concepto unificado en el tratamiento de secciones I, T y rectangulares de hormigón no pretensado y pretensado sometidas a flexión última. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2001.

- [4] GIL EDWIN: Eliminación de "inconsistencias" observadas en el diseño de secciones T de hormigón estructural sometidas a flexión última. Trabajo dirigido de grado, Escuela de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2005.

[3] NAAMAN ANTOINE: Unified Design Recommendations for Reinforced, Prestressed, and Partially Prestressed Concrete Bending and Compression Members. Appendix B, p. 209-210. ACI Structural Journal / Marzo –Abril 1992

- [6] NAAMAN ANTOINE: open forum, problems and solutions. Reader Comments on: Effective Compressions Depth of T-Sections at Nominal Flexural Strength. PCI JOURNAL Vol 47 #3, Mayo-Junio 2002, p. 107-111

[7] NAAMAN ANTOINE: open forum, problems and solutions. Rectangular Stress Block and T-Section Behaviour. PCI JOURNAL, Vol 47#5, Septiembre –Octubre 2002, p. 106-112

- [8] NILSON ARTHUR H: Diseño de estructuras de concreto. 12. Ed. McGraw Hill, Santafé de Bogotá, Colombia, 1999.

[9] NSR 98: Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente. Ley 400 de 1997. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica.

[10] SEGUIRANT STEPHEN: open forum problems and solutions. Effective compression Depth of T-Sections at Nominal Flexural Strength. PCI JOURNAL Vol 47 #1, Enero-Febrero 2002, p 100-105

[11] SEGUIRANT STEPHEN: open forum, problems and solutions, author's closure. Reader Comments on: Effective Compressions Depth of T-Sections at Nominal Flexural Strength. PCI JOURNAL Vol 47 #3, Mayo-Junio 2002, p. 112-113.

## ANEXO

### CONVENCIONES UTILIZADAS EN LOS ALGORITMOS

#### MATERIALES

##### Tensiones

- $f'_c$ : resistencia especificada del hormigón
  - $f'_{cu}$ : resistencia especificada a compresión del hormigón
  - $f_y$ : tensión de cedencia especificada del acero no pretensado
  - $f_{py}$ : tensión de cedencia especificada del acero pretensado
  - $f_{ps}$ : tensión en el acero pretensado
  - $f_{pu}$ : tensión última especificada del acero pretensado
- Deformaciones
- $\epsilon_{eu}$ : deformación límite especificada en el hormigón comprimido
  - $\epsilon_y$ : deformación del acero en límite elástico
  - $\epsilon_s$ : deformaciones en el acero no pretensado a tracción

#### GEOMETRÍA

- b**: anchura total de la sección
- $b_o$ : anchura del alma (ACI 318, NSR-98:  $b_w$ )
- $b_A$ : variable auxiliar ( $b$  para superficie comprimida rectangular,  $b_o$  para superficie comprimida no rectangular)
- $h_o$ : altura de la aleta
- $d$ : distancia de la resultante a tracción al lado más comprimido
- $d'$ : distancia del acero a compresión al lado más comprimido
- $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5$ : factores de forma adimensionales

#### VARIABLES DEPENDIENTES DE LA GEOMETRÍA Y LOS MATERIALES

- R**: resultante a compresión sobre la sección (unidades de fuerza)
- S**: equivalente de R en acero (unidades de superficie)
- ÁREAS DE ACERO
- $A_S$ : área de acero no pretensado a tracción
- $A'_S$ : área de acero no pretensado a compresión
- MOMENTO FLECTOR
- $M_n$ : momento nominal
- CUANTÍA MECANICA
- $\alpha$ : cuantía correspondiente a la resultante
- MOMENTO REDUCIDO
- $m$ : momento reducido
- UBICACIÓN DEL EJE NEUTRO
- $\alpha$ : variable adimensional para ubicar el eje neutro
- OTRAS VARIABLES

- $\beta_1$** : variable adimensional para determinar la distribución rectangular de tensiones sobre el hormigón