



Profesorado. Revista de Currículum y  
Formación de Profesorado

ISSN: 1138-414X

mgallego@ugr.es

Universidad de Granada

España

Caraballo, Rosa M.; Rico, Luis; Lupiáñez, José L.  
Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: el caso de las matemáticas  
Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado, vol. 17, núm. 2, mayo-agosto, 2013,  
pp. 225-241  
Universidad de Granada  
Granada, España

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56729526014>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica  
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto



VOL. 17, Nº 2 (mayo-agosto 2013)

ISSN 1138-414X (edición papel)

ISSN 1989-639X (edición electrónica)

Fecha de recepción 11/05/2013

Fecha de aceptación 19/07/2013

## COLABORACIONES

# CAMBIOS CONCEPTUALES EN EL MARCO TEÓRICO COMPETENCIAL DE PISA: EL CASO DE LAS MATEMÁTICAS

*Conceptual changes within the theoretical framework of PISA: the case of Mathematics*



*Rosa M. Caraballo, Luis Rico y José L. Lupiáñez*  
*Universidad de Granada*

E-mail: [caraba@correo.ugr.es](mailto:caraba@correo.ugr.es), [lrico@ugr.es](mailto:lrico@ugr.es), [lupi@ugr.es](mailto:lupi@ugr.es)

### Resumen:

*Sintetizamos una investigación en curso en la que se analizan y comparan los fundamentos y supuestos teóricos que conforman el marco del proyecto PISA en 2003 y 2012 en el área de matemáticas. La investigación contrasta los diferentes dominios teóricos de ambos marcos. En este documento ejemplificamos dicho análisis mediante una selección de categorías de las nociones de alfabetización matemática, el contexto en el que se encuadra un problema, los contenidos matemáticos y las capacidades matemáticas fundamentales. Concluimos que el marco 2012 organiza los distintos dominios de la evaluación en una estructura integral y coherente. Se manifiesta una mayor precisión conceptual y terminológica, una mejora derivada del análisis conceptual sobre las bases teóricas del estudio, y una mayor potencia en las categorías para el análisis didáctico resultante*

**Palabras clave:** *Pruebas de evaluación PISA, Alfabetización matemática, Contexto, Contenido matemático, Competencias, Capacidades matemáticas fundamentales*

**Abstract:**

*We summarize an ongoing research in which the foundations and theoretical assumptions that form the framework of the PISA project in 2003 and 2012 in the area of mathematics are analyzed and compared. The research contrasts the different theoretical domains of both frameworks. This summary illustrates such analysis through a selection of the categories of the notions of mathematical literacy, context, mathematical content, and fundamental mathematical capabilities. We conclude the 2012 framework organizes the different domains of assessment in a comprehensive and coherent structure. It reveals greater conceptual and terminological accuracy, improvement for the conceptual analysis on the study theoretical basis, and more powerful categories for the resulting didactical analysis*

**Key words:** *PISA assessment tests, Mathematical literacy, Context, Mathematical content, Competencies, Fundamental mathematical capabilities*

## 1. Introducción

En marzo de 2012 se realizó la quinta aplicación de las pruebas de evaluación del proyecto PISA de la OECD en la cual participaron cerca de 65 países alrededor del mundo. En el año 1997 la *Organization for Economic Co-operation and Development* (OCDE por sus siglas en español) estableció el *Programme for International Student Assessment* (PISA), un estudio internacional de evaluación del rendimiento de los jóvenes de 15 años. Este estudio cumple el propósito de determinar el grado de competencia— lectora, matemática y científica— que los alumnos en este grupo de edad han adquirido para resolver situaciones de la vida cotidiana. Como uno de sus objetivos principales, la OCDE pretende establecer indicadores de calidad para determinar de qué manera los sistemas educativos alcanzan ese nivel de formación (Rico, 2007). PISA se considera el programa internacional más completo y riguroso para evaluar el desempeño de los estudiantes y para obtener información relacionada con el alumnado, las familias y las instituciones que permite explicar las diferencias en tal desempeño (Schleicher, 2006, p. 31).

La característica distintiva de PISA es que, contrario a estudios similares, no evalúa específicamente los currículos escolares. Sus pruebas son diseñadas para evaluar en qué medida los alumnos de 15 años están capacitados para aplicar sus conocimientos a situaciones reales y preparados para participar plenamente en la sociedad a la cual pertenecen. Generalmente, estos estudiantes se encuentran cerca del final de la educación obligatoria y en el umbral de la vida adulta. En esta etapa se enfrentan a la decisión de continuar una formación más avanzada o de incorporarse a la fuerza laboral. La dificultad para identificar suficientes puntos comunes entre los países participantes como para establecer comparaciones de los resultados constituye la razón principal para considerar una edad biológica y no un grado académico (De Lange, 2006).

A partir del año 2000, el estudio PISA se realiza cada tres años a un grupo de estudiantes en las tres materias básicas mencionadas, enfatizando cada aplicación en una de ellas. Al igual que en 2003, el área de las matemáticas constituyó el dominio principal de aplicación de 2012. El carácter diacrónico de PISA permite a los países participantes observar las tendencias en el desempeño de los alumnos con un enfoque comparativo. De esta manera, PISA contribuye a que los países participantes dispongan de resultados que les permitan establecer y fundamentar políticas educativas. Mesa, Gómez y Ui Hock (2013) destacan el papel importante que desempeñan los estudios internacionales como PISA en el diseño, la implementación y el logro curriculares. Estos autores identifican como causa de preocupación la ausencia de esfuerzos conjuntos para determinar la influencia de estos estudios a nivel del aula (p. 890).

## 2. PISA en el sistema educativo español

Desde la primera aplicación de PISA en el año 2000, España ha participado en las cinco evaluaciones que se han llevado a cabo hasta el momento. Los resultados de España en la prueba de matemáticas– y en las otras áreas– han estado consistentemente por debajo de la media de la OCDE y de muchos países de Europa. Estos resultados han generado un debate mediático interesante que ha destacado aspectos negativos y positivos del proyecto. Vélaz (2006, p. 14) sostiene que lo trascendente de los estudios internacionales es destacar las “lecciones de fondo” que permiten identificar los elementos del estudio que contribuirán a tomar decisiones orientadas a mejorar la educación. La autora expone que la utilidad de los resultados de PISA descansa en su poder para demandar, de todos los involucrados– administraciones públicas, centros escolares, profesorado, familias, el sistema educativo formal y la sociedad en su conjunto– un compromiso con esa meta. Es decir, es imperativo tomar acción. Lo procedente es realizar un análisis crítico a fin de “entender y explicar por qué no son satisfactorios los resultados españoles y encauzar el debate hacia la adopción de medidas radicales, urgentes y oportunas que mejoren el currículo y la formación del profesorado de matemáticas” (Rico, 2011, p. 10).

Debido a que las competencias desempeñan un papel predominante en la caracterización de las expectativas de aprendizaje, los resultados obtenidos por los estudiantes españoles en las pruebas PISA de 2003 y de 2006 repercutieron en las nuevas orientaciones curriculares. De esta manera, la Ley Orgánica 2/2006, del 3 de mayo de Educación (LOE), con base en las ideas de aprendizaje permanente y de desarrollo de las competencias básicas, introduce dos novedades: la noción de competencia como parte integral del currículo en todos los niveles educativos y la realización de evaluaciones de diagnóstico (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006). El encuadre propuesto por el Instituto de Evaluación (2009) para estas evaluaciones, referido a las competencias básicas desde las enseñanzas mínimas, destacó, entre otros, el marco de evaluación de las pruebas PISA como punto de partida para la evaluación de la competencia matemática.

El sistema estatal de indicadores de la educación establece la importancia de las evaluaciones PISA en el sistema educativo español y su conexión con las pruebas de diagnóstico (Instituto de Evaluación, 2011). En dicho sistema el indicador de resultados R2.2: Competencia básica en matemáticas en Segundo Curso de Educación Secundaria Obligatoria, se establece por medio de las pruebas diagnósticas. Específicamente, *los resultados globales alcanzados en la Competencia matemática por el alumnado de segundo curso de Educación Secundaria Obligatoria en la Evaluación general de diagnóstico 2010* (p. 72). El indicador de resultados R3.2: Competencia clave a los 15 años en matemáticas, se determina por los resultados de las pruebas internacionales del estudio PISA. Específicamente, *los niveles de rendimiento alcanzados en Matemáticas por los jóvenes de 15 años en el estudio PISA 2009 y porcentaje de alumnos en cada uno de los niveles, definidos en una escala de referencia (media 500 puntos y desviación típica 100 puntos) y separados entre sí por los puntos de corte fijados* (p. 92).

Nuestro interés en las pruebas PISA, singularmente las de evaluación en matemáticas, radica en que estas y las pruebas de diagnóstico, orientadas a la mejora de la calidad del sistema educativo español, forman parte del mismo proceso y de un mismo sistema de valoración. Esta idea es sintetizada por Rico (2011) cuando señala que “*la vinculación de la*

*evaluación PISA y los indicadores de calidad del sistema educativo español se sustenta en la noción de competencia como concepto central"* (p. 3).

### 3. Pertinencia y objetivo de este trabajo

España y otros países han implementado reformas curriculares que comparten la perspectiva de que los papeles que desempeñan los profesores y los alumnos, demandan cambios significativos. Los bajos resultados alcanzados por los alumnos españoles en las evaluaciones PISA han suscitado preocupación social y profesional que, a su vez, han orientado las reformas curriculares. Estos resultados inducen a cuestionar la calidad del sistema en su conjunto y cuán efectivas han sido las prácticas curriculares, de enseñanza y de evaluación en la sala de clases. Planteamos aquí la interrogante: ¿Cómo reformar las matemáticas en el aula a partir de las evaluaciones PISA?

Mejorar la calidad del sistema educativo exige la participación y el compromiso de todos los agentes e instituciones involucrados. No obstante, son los profesores quienes proveen la enseñanza de excelencia necesaria para lograrlo (OECD, 2011, p.8). Los resultados del aprendizaje escolar son un reflejo de lo que ocurre en el aula. Por lo tanto, solo las reformas implementadas con éxito en la sala de clases pueden ser efectivas. Los profesores juegan un papel determinante como agentes del cambio educativo y su compromiso con el desarrollo e implementación de la reforma es crucial (*Ibid*, p. 51). La fuerte influencia que PISA ejerce sobre las políticas educativas exige que los profesores se interesen en este estudio y sean capaces de discutir y usar los resultados a la luz de los métodos, las presunciones, fortalezas y debilidades, posibilidades y limitaciones del proyecto (Sjøberg, 2007, p.2).

Shiel, Perkins, Close y Oldham (2007) afirman que PISA provee un marco diferente para la enseñanza de las matemáticas que merece ser examinado con profundidad. La introducción de la competencia matemática como cambio curricular demanda que los profesores interpreten y comprendan la naturaleza y el propósito de esta noción. Esta acción, como respuesta a las directrices curriculares, conducirá al desarrollo de prácticas docentes orientadas a manejar la enseñanza, el desarrollo y la evaluación de esta competencia. Como gestor del proceso de enseñanza, el profesor pone en juego sus conocimientos para desarrollar, promover y estimular en sus alumnos competencias matemáticas específicas relevantes como pensar, razonar, resolver problemas y comunicar. Conocer el marco de la evaluación PISA, alineado con las evaluaciones de diagnóstico y con el currículo en conjunto, permitirá a los profesores adaptar sus métodos y prácticas de enseñanza al logro de esta finalidad.

El objetivo de este trabajo es describir los cambios introducidos en la evaluación más reciente de las pruebas PISA. En la caracterización de las evaluaciones matemáticas PISA se distinguen tres tipos de variables: de tarea, de sujeto y de desempeño (OCDE, 2004). Las variables de tarea delimitan el diseño de los ítems; las variables de sujeto describen las condiciones y requisitos generales del estudio y satisfacen los criterios de representatividad de las muestras; las variables de desempeño permiten controlar empíricamente la idoneidad de los instrumentos de evaluación (Caraballo, 2010). Por el interés que entrañan para el diseño de tareas en el aula, centramos nuestro análisis en las variables de tarea.

Para satisfacer el principio fundamental de alfabetización matemática, los instrumentos de evaluación de las pruebas PISA consideran tres dimensiones o variables de

tarea: el contenido matemático al que se ajustan las tareas, las situaciones o contextos que enmarcan el problema y las capacidades matemáticas fundamentales que potencialmente se activarán para relacionar la tarea con el mundo real. En el marco de la evaluación de 2012 se han introducido algunos cambios que describimos en este documento.

A continuación presentamos una síntesis de los cambios en la definición de alfabetización matemática como dominio principal evaluado y de una selección de categorías de las dimensiones contexto, contenido y capacidades matemáticas fundamentales.

#### 4. Alfabetización Matemática

Esta noción es central en el proyecto PISA. Ella expresa la finalidad formativa de la educación matemática y establece el dominio central de evaluación del proyecto en el área de matemáticas. Messner (2009) resalta la importancia de este dominio cuando señala que “la formación matemática consiste en emplear, en las situaciones más diversas, las formas del pensamiento matemático como ‘herramienta’, como una especie de lenguaje universalmente aplicable” (p. 3). La Tabla 1 muestra algunos cambios en su enunciado entre la propuesta de 2003 y la de 2012.

Tabla 1. Alfabetización matemática en PISA 2003 y PISA 2012

PISA 2003	PISA 2012
<i>La alfabetización matemática es la capacidad de un individuo para identificar y comprender el papel que juegan las matemáticas en el mundo, para realizar juicios bien fundados y para usar e involucrarse con las matemáticas para satisfacer las necesidades de su vida como un ciudadano reflexivo, constructivo y consciente (OECD 2003, p. 24).</i>	<i>La alfabetización matemática es la capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonar matemáticamente y el usar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas para describir, explicar, y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que juegan las matemáticas en el mundo y a realizar los juicios bien fundados y las decisiones que necesitan los ciudadanos reflexivos, constructivos y comprometidos (OECD 2013, p. 4)</i>

Al comparar ambas definiciones apreciamos la mayor riqueza conceptual y descriptiva del enunciado de 2012. La primera definición emplea cuatro descriptores mientras que la segunda utiliza el doble; solo coinciden en el último de ellos que es el mismo en ambos casos. Al analizar los descriptores que conforman la definición de alfabetización matemática en los marcos de PISA 2003 y 2012, observamos tanto diferencias como similitudes. La definición 2003 era imprecisa en términos de los procesos implícitos en el dominio. Los procesos *formular, utilizar e interpretar* son ahora parte de la definición. Estos procesos enfatizan el ciclo de la modelización y destacan la idea de acción y la solución activa de problemas. Puede apreciarse en el fragmento siguiente<sup>1</sup> que estos procesos figuran de la misma manera en la conceptualización del ciclo de la matematización en el marco de 2003 aunque no en la definición del dominio:

<sup>1</sup>Este y todos los textos citados son una traducción de su versión original en inglés.

*Una capacidad crucial implícita en la noción de alfabetización matemática es la habilidad del alumno para analizar, razonar y comunicar ideas efectivamente cuando formula, resuelve e interpreta soluciones a problemas matemáticos en una variedad de situaciones o contextos (OECD 2003, p. 25).*

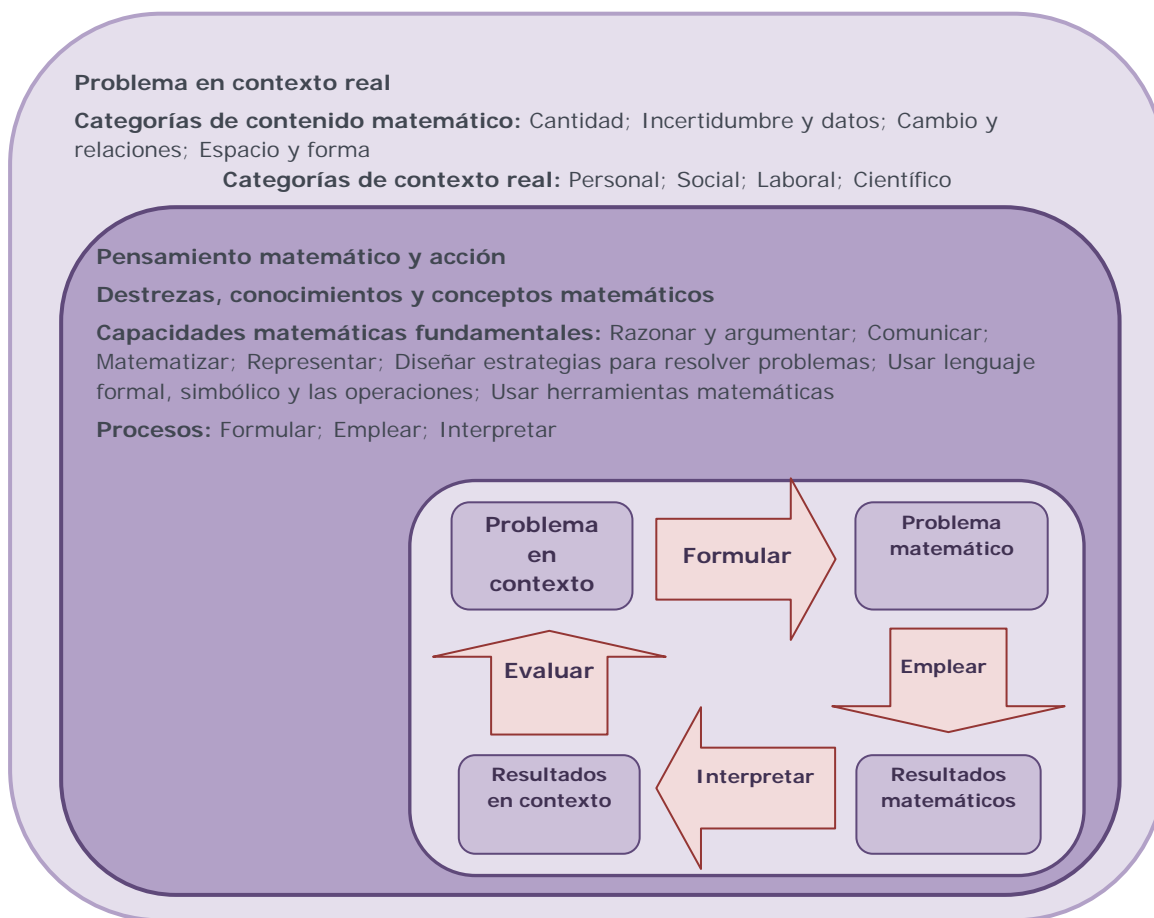
Como una variable empírica, el componente de proceso en el marco 2003 está representado por las competencias matemáticas específicas y por los tres grupos de competencias: reproducción, conexión y reflexión. Estos grupos de competencias describen las demandas cognitivas implícitas en las competencias específicas. Las competencias que el alumno pone en juego para resolver un problema estarán relacionadas con la naturaleza del problema y se reflejarán en la solución hallada.

La definición del 2012 también hace alusión explícita a la importancia de formular, utilizar e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Aunque el contexto es una variable destacada en el marco 2003, ésta no forma parte expresa de la definición de alfabetización matemática. Incluidos en los procesos fundamentales de la definición 2012 figuran el razonar matemáticamente y el uso de conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas cuyo propósito es describir, explicar, y predecir fenómenos. Se subraya así la importancia de razonar y de usar los elementos matemáticos que el alumno ha adquirido y tiene a su haber para trabajar con los fenómenos. La alusión a los fenómenos completa la incorporación de los tres componentes fundamentales de la alfabetización matemática a la definición: procesos, contexto y contenido, lo cual sitúa esta conceptualización dentro de un modelo funcional de aprendizaje matemático. La referencia que se hace a las herramientas matemáticas en la definición de alfabetización matemática resulta particularmente apropiada: la evaluación matemática por ordenador es un área de innovación dentro de la evaluación PISA 2012 y se ofrece como una opción a los países participantes.

Globalmente, la definición de alfabetización matemática que presenta el marco 2012 es más completa que la que presenta el marco 2003. La nueva definición destaca de forma más detallada los procesos involucrados en la resolución de problemas en contextos diversos, la atención a los fenómenos y el uso de herramientas matemáticas. Esta definición proporciona una estructura útil y significativa para organizar aquellos procesos matemáticos que describen lo que hace un individuo para conectar el contexto de un problema con las matemáticas involucradas y, por ende, resolver el problema. En síntesis, es una definición más clara, específica y explicativa del proceso de resolución de problemas, presentando una caracterización más comprensiva del mismo.

La Figura 1 resume la noción de alfabetización matemática en la práctica.

Figura 1. Modelo práctico de alfabetización matemática (OECD 2013, p. 26)



## 5. Contextos

El contexto en el que se sitúa un problema matemático sigue jugando un papel importante en la solución de problemas del mundo real. La definición de alfabetización matemática de 2012 incluye y destaca el contexto como parte integral del proceso de resolución. El marco 2003 también destaca la importancia de esta variable contexto en la resolución de problemas, si bien no de manera explícita en la definición de alfabetización matemática. En ambos casos, se trata de un dominio central que permite distinguir tareas y evaluar la capacidad de los escolares para aplicar las matemáticas en una amplia variedad de situaciones. El marco PISA 2012 ha hecho más claras y explícitas las matemáticas que se consideran relevantes para los alumnos de 15 años. Para lograrlo, se ha asegurado que los ítems desarrollados se encuadren en contextos significativos y auténticos (OECD 2013, p. 24).

La *alfabetización matemática*, según lo define PISA, es un constructo que enfatiza la necesidad de desarrollar en los estudiantes la capacidad para usar las matemáticas en contexto. La referencia a *una variedad de contextos* en la definición de la alfabetización matemática pretende establecer una conexión con los contextos específicos descritos en el marco. Aisladamente, los contextos no representan gran importancia pero las cuatro categorías seleccionadas reflejan una amplia gama de situaciones mediante las cuales los individuos pueden enfrentar oportunidades matemáticas. Un aspecto central en la

preparación de los jóvenes para desempeñarse en la sociedad moderna es su capacidad para comprender las matemáticas puesto que una proporción cada vez más alta de problemas y situaciones de la vida diaria, incluyendo las profesionales, requieren algún nivel de comprensión, herramientas y razonamiento matemático. En general, es sencillo constatar que las categorías de contexto han experimentado algunos cambios. En 2003 las categorías son: *personal, educativa o laboral, pública* y científica. En 2012, se enuncian como: *personal, laboral, social* y científica. Más allá de los cambios nominales, estas nuevas categorías se han caracterizado con diferentes énfasis. La Tabla 2 contrasta la concepción del *contexto personal* en ambos marcos.

Tabla 2. *El contexto Personal en PISA 2003 y en PISA 2012*

PISA 2003	PISA 2012
Este contexto es común verlo ya que es muy cercano al estudiante y tomado de su vida diaria. Se presume que tal contexto será de relevancia directa e inmediata para muchos alumnos de 15 años (OCDE, 2003).	<i>Problemas clasificados en la categoría de contexto personal se enfocan en actividades propias, de su familia o sus pares. Este tipo de contextos que pueden considerarse personales incluyen (pero no están limitados a) aquellos que involucran la preparación de alimentos, las compras, los juegos, salud personal, transportación personal, deportes, viajes, itinerarios personales y finanzas personales (OECD 2013, p. 4).</i>

La denominación de la categoría se ha conservado de 2003 a 2012. Aunque el concepto de contexto personal es básicamente el mismo en ambos marcos, en 2012 se especifica que las situaciones diarias pueden provenir del sujeto mismo, de su familia o de su grupo de pares. En el marco 2003 se señalaba que el contexto personal tiene relevancia directa e inmediata para los alumnos de 15 años enfatizando en la cercanía de estas situaciones para los alumnos. Como descriptores del contexto personal en 2003 figuran: Cercano, vida diaria, y relevancia directa e inmediata. Estos tres descriptores son ambiguos pues pudieran usarse para describir igualmente situaciones en otros contextos. Por ejemplo, situaciones en el entorno escolar son asimismo, *cercanas* al estudiante, tomadas de la *vida diaria* y de *relevancia directa e inmediata* para él. Tales características podrían servir igualmente para describir un amplio abanico de posibles situaciones.

Los tres descriptores del contexto personal en 2003 se han concretado igualmente en tres pero distintos en 2012: actividades propias, actividades de familia y actividades del grupo de pares. Se les ha proporcionado claridad y concreción, pues con tales características se determina con mayor facilidad qué tipo de situaciones se clasificarían en la categoría personal. En 2012 se provee una lista de ejemplos de situaciones que pueden clasificarse en este contexto, algo que no incluyó el marco 2003. Si analizamos las situaciones ejemplificadas en el marco 2012 con los descriptores del marco 2003, observamos que en mayor o menor grado son cercanas al estudiante pero no todas surgen en su vida diaria o tienen para él relevancia directa e inmediata. Así, podemos decir que los juegos, por ejemplo, se ajustan a los descriptores de la categoría en 2003; no así los viajes, que pueden considerarse cercanos al estudiante pero no son propios de su vida diaria y pudieran no tener para él relevancia directa e inmediata. Este sencillo análisis demuestra la imprecisión de los descriptores de la categoría en el marco 2003.

Otra categoría que se ha modificado conceptualmente es el contexto *Público* de 2003 denominado en 2012 como contexto *Social*. (Tabla 3).

*Tabla 3. El contexto Público en PISA 2003 y el contexto Social en PISA 2012*

PISA 2003	PISA 2012
Contextos <i>Públicos</i> son aquellas situaciones que se experimentan en las interacciones diarias con el mundo exterior (OCDE, 2003).	<i>Problemas clasificados en la categoría de contexto social se enfocan en la comunidad propia (ya sea local, nacional o global)- pueden involucrar (pero no están limitadas a) cosas como los sistemas de votación, el transporte público, el gobierno, las políticas públicas, la demografía, la publicidad, las estadísticas nacionales y la economía. Aunque los individuos se involucran en estas cuestiones de una manera personal, en la categoría de contexto social el foco de los problemas es en la perspectiva de comunidad (OECD 2013, p.37).</i>

El contexto *Público* se ha renomado como contexto *Social*. Mientras que en 2003 el contexto *Público* hacía referencia a situaciones enfrentadas en la interacción diaria del alumno con el mundo exterior, en 2012 el contexto *Social* enfoca los problemas desde una perspectiva comunitaria. La descripción que se hace de la categoría en el marco 2003 es muy escueta y poco específica; consta de una sola línea y solo menciona las interacciones del individuo con el mundo exterior. En 2012 se indica que las situaciones que tienen perspectiva de comunidad se clasifican dentro de esta categoría, proporcionando a la categoría un carácter más cercano al desempeño de los estudiantes dentro de su entorno. Se señala que, pese a la cercanía del alumno con estas situaciones, se distinguen de las situaciones claramente personales descritas en la categoría *Personal*. El marco 2012 incluye ejemplos de posibles situaciones que se clasificarían dentro de la categoría. Incluye (pero no se limita a) los sistemas de votación, el transporte público, el gobierno, las políticas públicas, la demografía, la publicidad, las estadísticas nacionales y la economía. Aunque los individuos se involucran en estas cuestiones de una manera personal, el foco de los problemas es en la perspectiva de comunidad.

## 6. Contenidos

Fiel a la tradición de PISA, el contenido en el marco de la evaluación de 2012 refleja y responde a los fenómenos de donde surgen los problemas situados en la vida real. Puesto que la meta de PISA es evaluar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas reales, su estrategia ha sido definir el rango de contenidos que serán evaluados usando un enfoque fenomenológico para describir los conceptos, ideas y estructuras matemáticas.

Debido a que los currículos de matemáticas son típicamente diseñados para equipar a los estudiantes de conocimientos y destrezas que atienden los mismos fenómenos matemáticos, el resultado es que la variedad de contenidos que surgen de esta organización del programa está estrechamente alineado con el que tradicionalmente se encuentra en los currículos nacionales de matemáticas. Quiere decir que el contenido se describe en relación a los fenómenos y el tipo de problemas para los cuales fueron creados. Por ejemplo, fenómenos matemáticos tales como la incertidumbre y el cambio son la base de muchas situaciones que ocurren comúnmente, y se han desarrollado herramientas y estrategias matemáticas para

analizar este tipo de situaciones. Con este enfoque se asegura que el foco de la evaluación es consistente con la definición del dominio. Al mismo tiempo, cubre una gama amplia de contenido que incluye lo que típicamente se encuentra en otras evaluaciones de matemáticas y en los currículos de matemáticas nacionales.

El primer cambio que destacamos entre ambos marcos es en la designación del componente. En 2003 se denominaba *ideas principales* al conjunto de categorías de contenido (cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre) mientras que en 2012 se llaman de manera más directa y explícita, *categorías de contenido matemático* (cantidad, espacio y forma, incertidumbre y datos, cambio y relaciones). La conceptualización del contenido en el marco 2012 se distingue por descripciones más detalladas, por considerar el proceso de la modelización en cada categoría y por incorporar de manera implícita la definición de la alfabetización matemática. En general, se observa una orientación mayor hacia los aspectos procedimentales de las categorías que a los aspectos conceptuales propios de estas. Tres de las cuatro categorías de contenido conservaron su nombre; solo la categoría *Incertidumbre* de 2003 se modificó a *Incertidumbre y datos* en 2012. Este cambio de nombre conlleva únicamente una descripción más clara de la categoría y no un cambio fundamental en su caracterización.

La Tabla 4 resume los cambios en la categoría de *Cantidad*.

Tabla 4. El contenido Cantidad en PISA 2003 y en PISA 2012

PISA 2003	PISA 2012
<p><i>Se enfoca en la necesidad de cuantificar para organizar el mundo. Aspectos importantes para la cuantificación incluyen la comprensión del tamaño relativo, el reconocimiento de patrones numéricos y el uso de los números para representar cantidades y atributos cuantificables de objetos del mundo real (conteos y medidas). Además, la cantidad trata con el procesamiento y la comprensión de los números que son representados de varias maneras. Un aspecto importante del trabajo con la cantidad es el razonamiento cuantitativo. Componentes esenciales del razonamiento cuantitativo son el sentido numérico, la representación de números de maneras diferentes, comprender el significado de las operaciones, tener una idea de la magnitud de los números, los cálculos matemáticamente elegantes, la aritmética mental y las estimaciones (OECD 2003, p. 36).</i></p>	<p><i>La noción de cantidad puede ser el aspecto matemático más dominante y esencial para involucrarse con y funcionar en el mundo. Incorpora la cuantificación de los atributos de los objetos, las relaciones, las situaciones y las entidades en el mundo, comprendiendo varias representaciones de esas cuantificaciones y juzgando las interpretaciones y los argumentos basados en la cantidad. Involucrarse con la cuantificación del mundo incluye comprender las medidas, los conteos, las magnitudes, las unidades, los indicadores, el tamaño relativo, las tendencias numéricas y los patrones. Aspectos del razonamiento cuantitativo- tales como el sentido numérico, las representaciones múltiples de los números, la elegancia en los cálculos, los cálculos mentales, la estimación, y la evaluación de la razonabilidad de los resultados- son la esencia de la alfabetización matemática relativos a la cantidad.</i></p> <p><i>La cuantificación es un método primario para describir y medir un conjunto amplio de atributos de los aspectos del mundo. Permite la modelización de situaciones, examinar el cambio y las relaciones, describir y manipular el espacio y la forma, organizar e interpretar los datos, y medir y evaluar la incertidumbre. Por lo tanto, la alfabetización matemática en el área de la Cantidad aplica el conocimiento de los números y las operaciones de los números en una variedad de entornos (OECD, 2013, p. 34-35).</i></p>

En resumen, los descriptores de la cantidad en 2012 no solo se han ampliado en número sino que se han enriquecido en conceptualización con respecto al marco 2003. Se observa una concentración notable de los descriptores que aportan al sentido del significado matemático de la cantidad. Un detalle interesante de este marco es la inclusión de las otras

tres categorías de contenido en la descripción de la cantidad. También se distingue este marco por incluir procesos y acciones como descriptores de la cantidad. La descripción de la categoría resalta la evaluación opcional por ordenador incluida en 2012 para facilitar las tareas de cuantificación. No obstante, destaca que, de ninguna manera, las herramientas tecnológicas reemplazan el conocimiento profundo de las matemáticas que debe tener un individuo alfabetizado matemáticamente.

Como se indicara antes, la categoría *Incertidumbre* en 2003 se modificó a *Incertidumbre y datos* en 2012; es la única categoría que experimentó un cambio nominal de 2003 a 2012 (Tabla 5).

*Tabla 5. El contenido Incertidumbre en PISA 2003 y el contenido Incertidumbre y datos en PISA 2012*

PISA 2003	PISA 2012
<p><i>La actual "sociedad de la información" ofrece una abundancia de información, presentada frecuentemente como exacta, científica y con cierto grado de certeza. No obstante, en la vida diaria somos confrontados con resultados eleccionarios inciertos, puentes que colapsan, caídas de mercados de valores, pronósticos del tiempo poco confiables, predicciones pobres sobre el crecimiento poblacional, modelos económicos que no se alinean, y muchas otras demostraciones de la incertidumbre en nuestro mundo. Se pretende que la incertidumbre sugiera dos temas relacionados: datos y azar. Estos fenómenos son respectivamente el sujeto del estudio matemático de la estadística y la probabilidad. Recomendaciones relativamente recientes respecto al currículo escolar son unánimes al sugerir que la estadística y la probabilidad deben ocupar un lugar mucho más prominente que en el pasado (Committee of Inquiry into the Teaching of mathematics in Schools, 1982; LOGSE, 1990; MSEB, 1990; NCTM, 1989; NCTM, 2000). Los conceptos y las actividades matemáticamente específicos que son importantes en esta área son la recopilación de datos, el análisis y la presentación o visualización de los datos, la probabilidad y la inferencia. (OECD 2003, p. 37).</i></p>	<p><i>En ciencias, tecnología y la vida diaria, está implícita la incertidumbre. La incertidumbre, es por lo tanto, un fenómeno central del análisis matemático de muchas situaciones problemas y la teoría de estadísticas y probabilidad; las técnicas de descripción y representación de datos se han establecido para lidiar con ella.</i></p> <p><i>La categoría de Incertidumbre y datos incluye reconocer el lugar de los procesos de variación, tener un sentido de la cuantificación de esa variación, reconocer la incertidumbre y el error en las mediciones y conocer acerca del cambio. Incluye también la formación, interpretación y la evaluación de conclusiones derivadas de situaciones donde es central la incertidumbre. La presentación y la interpretación de datos son conceptos clave en esta categoría (Moore, 1997). Existe incertidumbre en las predicciones científicas, los resultados de las encuestas, los pronósticos del tiempo, y los modelos económicos. Existe variación en los procesos manufactureros, los resultados de las pruebas, y los hallazgos de las encuestas, y el cambio es fundamental para muchas actividades recreativas que los individuos disfrutan. Las áreas curriculares tradicionales de estadísticas y probabilidad proveen medios formales para describir, modelizar e interpretar ciertos tipos de fenómenos inciertos y para hacer inferencias. Además, el conocimiento de los números y aspectos del algebra tales como las gráficas y las representaciones simbólicas contribuyen a facilitar el involucrarse en los problemas en esta categoría de contenido.</i></p> <p><i>El foco en la interpretación y la presentación de datos es un aspecto importante de la Incertidumbre y datos. (OECD 2013, p. 35).</i></p>

Observamos que en 2003 se pone de relieve que la información disponible muchas veces resulta incierta o inexacta como justificación del estudio de la incertidumbre a través de los datos y el azar. Se indica que son fenómenos propios de las áreas de estadística y probabilidad. En el marco 2012, de partida, se reconoce la existencia de la incertidumbre en muchas áreas de la vida diaria, que es un fenómeno central del análisis matemático, la estadística y la probabilidad. Estas dos áreas matemáticas proveen los medios formales para describir, modelizar e interpretar fenómenos asociados a la incertidumbre y para hacer inferencias. Igual que en las dos categorías de contenido anteriores, se destaca en el contenido de *Incertidumbre y datos* la presencia de la modelización.

De 2003 a 2012 se perdió la referencia al azar, la inferencia, y la recopilación, el análisis y la visualización de los datos para enfocarse en la interpretación y la presentación de datos como aspecto importante de la *Incertidumbre y datos*. Aspectos no mencionados en el marco 2003 son la variación y el cambio y el papel que juega su cuantificación en la descripción de la categoría. A esto se añade el proceso de formular, interpretar y evaluar conclusiones derivadas de situaciones de incertidumbre.

En resumen, observamos algunos cambios en la conceptualización que se hace del contenido en 2012 con respecto al 2003. El primero de ellos es el cambio en la designación del componente: de ideas principales en 2003 a contenido matemático en 2012. Se distingue el contenido en 2012 por descripciones más específicas, por considerar el proceso de la modelización en cada categoría y por incorporar, de manera implícita, los procesos y el pensamiento, y la acción matemática, elementos clave de la definición de alfabetización matemática propuesta. Podemos señalar asimismo una orientación marcada hacia los aspectos procedimentales de las categorías más que a los aspectos conceptuales propios de estas así como un énfasis directo al sentido como la mayor aportación al significado matemático de las categorías.

Otros aspectos que caracterizan la conceptualización de los contenidos matemáticos en 2012 son la inclusión de las demás categorías en la caracterización de cada una de ellas reforzando de esta manera el concepto de PISA de que las categorías se intersecan y complementan entre sí y, de otra parte, la importancia otorgada a la evaluación opcional por ordenador incorporada ese año.

## 7. Competencias Matemáticas/Capacidades Matemáticas Fundamentales

Otro de los dominios básicos del marco teórico del proyecto PISA se centra en los procesos cognitivos que los escolares deben poner en juego para resolver problemas. Estos procesos expresan el aprendizaje que deberían promover los diferentes programas educativos para formar matemáticamente a los escolares. El marco 2012 reformula las ocho *competencias* originales de 2003 y las condensa en siete *capacidades matemáticas fundamentales*. Así destacamos primero el cambio producido en la denominación de estos procesos (competencias y capacidades fundamentales). Aunque la idea que sostienen tiene los mismos fundamentos, se observan algunas diferencias entre ambos marcos. En términos de su conceptualización, las capacidades matemáticas fundamentales del marco 2012 presentan, en mayor o menor medida, modificaciones respecto a sus contrapartes del marco 2003. De 2003 a 2012 algunas competencias experimentaron un cambio nominal y en el número de sus descriptores como apreciamos en la Tabla 6.

Tabla 6. Competencias matemáticas 2003 y Capacidades matemáticas fundamentales 2012

Competencias matemáticas 2003	Capacidades matemáticas fundamentales 2012	Descriptores		Sentido del cambio
		2003	2012	
Pensar y razonar/ Argumentar	Razonar y argumentar	7	3	Disminución
Modelizar	Matematizar	8	3	Disminución

Tabla 6. Competencias matemáticas 2003 y Capacidades matemáticas fundamentales 2012

Competencias matemáticas 2003	Capacidades matemáticas fundamentales 2012	Descriptor		Sentido del cambio
		2003	2012	
Plantear y resolver problemas	Elaborar estrategias para resolver problemas	3	3	Equivalencia
Representar	Representar	8	7	Equivalencia
Comunicar	Comunicar	2	9	Aumento
Usar lenguaje formal, técnico, simbólico y las operaciones	Usar lenguaje formal, técnico, simbólico y las operaciones	8	6	Aumento
Usar ayudas y herramientas	Usar herramientas matemáticas	2	4	Aumento

Para ejemplificar algunos cambios tanto nominales como conceptuales, presentamos en la Tabla 7 el caso de dos de las competencias matemáticas del marco 2003 que se reformularon y sintetizaron en una sola capacidad matemática fundamental en 2012: *Pensar y razonar* y *Argumentar* y *Razonar y argumentar*.

Tabla 7. “Pensar y razonar” y “Argumentar” (2003) y “Razonar y argumentar” (2012)

PISA 2003	PISA 2012
<p><b>Pensar y razonar</b></p> <p><i>Involucra formular preguntas características de las matemáticas (“¿Existe...?”, “Si es así, ¿cuántos?”, “¿Cómo hallamos...?”; conocer el tipo de respuestas que las matemáticas ofrecen a tales preguntas; distinguir entre diferentes clase de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionadas); y comprender y manejar la extensión y los límites de determinados conceptos matemáticos (OECD, 2003, p. 40).</i></p> <p><b>Argumentar</b></p> <p><i>Involucra conocer lo que son pruebas matemáticas y cómo difieren de otros tipos de razonamiento matemático; seguir y evaluar cadenas de argumentos matemáticos de distintos tipos; poseer intuición para la heurística (“¿Qué puede (o no puede) pasar y por qué?”); y crear y expresar argumentos matemáticos (OECD 2003, p.40).</i></p>	<p><b>Razonar y argumentar</b></p> <p><i>Una habilidad matemática que se activa a lo largo de las distintas etapas y actividades asociadas a la alfabetización matemática se conoce como razonamiento y argumentación. Esta capacidad involucra procesos de pensamiento lógicamente arraigados que exploran y vinculan los elementos de un problema para hacer inferencias a partir de ellos, comprobar la justificación provista, o proporcionar una justificación de las declaraciones o de las soluciones a los problemas (OECD 2013, p.30).</i></p>

La competencia matemática fundamental *Razonar y argumentar* de 2012 resulta de la consolidación y síntesis de las competencias *Pensar y razonar* y *Argumentar* de 2003. En las descripciones de ambos marcos se observan más diferencias que similitudes. Las

especificaciones de ambas competencias en 2003 son más puntuales y ofrecen orientaciones más limitadas respecto a lo que caracteriza el dominio de cada una de ellas. En la competencia *Pensar y razonar* se reconocen y expresan 4 descriptores: Plantear preguntas matemáticas características, conocer las respuestas correspondientes, distinguir entre diferentes tipos de enunciados, comprender y manejar conceptos matemáticos. Ninguno de estos descriptores se menciona en la descripción del marco 2012. En la competencia *Argumentar* se enuncian 4 descriptores: Conocer las demostraciones matemáticas y cómo distinguir las de otros razonamientos matemáticos, seguir y evaluar cadenas de argumentos, poseer intuición para la heurística, y crear y expresar argumentos matemáticos. Reconocemos en el segundo de ellos el origen de la competencia *Argumentar* en 2012. Es decir, de 8 descriptores entre las dos competencias del marco 2003, sólo se mantiene uno de ellos para la competencia resultante en el marco 2012. En éste, la descripción de la capacidad de *Razonar y argumentar* comienza afirmando que esta capacidad se activa a lo largo de las distintas etapas y actividades asociadas a la alfabetización matemática lo cual le imparte carácter de transversalidad. Luego, destaca que mediante la activación de procesos conocidos, el resolutor debe explorar y vincular los elementos de un problema para hacer inferencias y justificar las soluciones que encuentre. Esta descripción es más concreta, utiliza términos más precisos y se ajusta de manera más estrecha con la definición de la alfabetización matemática y la resolución de problemas.

En resumen, la nueva propuesta ha ganado en precisión y se han abandonado expresiones genéricas tales como formular, conocer y comprender que no están acompañadas por indicadores concisos y rigurosos. Para ello la atención se centra en el antiguo descriptor: “seguir y evaluar cadenas de argumentos”, y se desglosa en tres distintos. No obstante, los aspectos de argumentación y demostración han quedado totalmente desdibujados.

Otro cambio notable en la conceptualización de las competencias matemáticas consiste en la transformación de la competencia *Modelizar* de 2003 a *Matematizar* en 2012 (Tabla 8).

*Tabla 8. La competencia Modelizar de 2003 y la capacidad Matematizar de 2012*

PISA 2003	PISA 2012
<i>Involucra estructurar el campo o la situación a ser modelada, traducir la realidad a estructuras matemáticas; interpretar modelos matemáticos en términos de la realidad; trabajar con un modelo matemático; validar un modelo; reflexionar, analizar y proveer una crítica a un modelo y sus resultados; comunicar acerca del modelo y sus resultados (incluyendo las limitaciones de tales resultados); y observar y controlar el proceso de modelización (OECD 2003, p.40).</i>	<i>La alfabetización matemática puede implicar la transformación de un problema definido en el mundo real de una forma estrictamente matemática (que puede incluir la estructuración, conceptualización, hacer suposiciones y/o la formulación de un modelo), o interpretar o evaluar un resultado matemático o un modelo matemático en relación con el problema original. El término matematizar se utiliza para describir las actividades matemáticas fundamentales involucradas (OECD 2013, p.30).</i>

La modificación de la competencia *Modelizar* de 2003 a la capacidad matemática fundamental *Matematizar* en 2012 es un cambio relevante. En el marco 2003 se denominaba matematizar a la “*estrategia que usan los matemáticos para hacer matemáticas*” (OECD, 2003, p. 27) y se explicaba en cinco pasos: identificar un problema de la vida real, organizarlo en términos matemáticos, transformarlo en un problema matemático, resolver el problema y reflexionar en la solución hallada. En 2003 se caracterizaba esta capacidad como la manera

en que las personas en el mundo laboral y los ciudadanos reflexivos usan las matemáticas para involucrarse cabalmente con el mundo en que viven. Se consideraba la matematización medular e imperativa como meta educativa de todos los estudiantes. En la caracterización de la capacidad de *Matematización* en 2012 identificamos básicamente las descripciones que se hacían del proceso en 2003: transformar un problema del mundo real a una forma estrictamente matemática; e interpretar o evaluar el resultado en términos del problema original. Además, la modelización forma parte de esta caracterización cuando se apunta a la estructuración, conceptualización, hacer suposiciones y/o la formulación de un modelo dentro de este proceso. El último enunciado destaca la importancia de la matematización en las actividades matemáticas fundamentales involucradas.

Por otro lado, el ciclo de la modelización, tal y como se comprendía en 2003, continúa siendo un aspecto clave en el marco 2012 y se usa para definir los procesos matemáticos en los que se involucran los estudiantes durante la resolución de problemas. En 2012 se ha producido un cambio sobre la conceptualización de esta capacidad ya que ahora el énfasis se pone en aspectos cognitivos, vinculados estrictamente con el aprendizaje de las matemáticas y no en la consideración teórica de las fases establecidas para entender y articular el procedimiento de modelización. Componentes esenciales de la modelización son los tres procesos— formular, utilizar e interpretar— que forman parte integral de la definición de alfabetización matemática en 2012 (OECD, 2013). Los descriptores utilizados en el marco 2003 fueron 8; los correspondientes a esta capacidad para el marco 2012 han sido 3.

En síntesis, los cambios introducidos en la caracterización de las capacidades matemáticas fundamentales en el marco de PISA 2012 representan una conceptualización orientada a los procesos fundamentales de *formular*, *utilizar* e *interpretar* que forman parte de la definición de la alfabetización matemática y se consideran inherentes a ésta en la práctica. De crucial importancia se destaca en el marco la necesidad de que el individuo que se enfrenta a un problema contextualizado aplique pensamiento y acción al reto que le supone. Para lograrlo extraerá y se apoyará en los conceptos, conocimientos y destrezas que conoce y ha adquirido y se involucrará en una serie de acciones sucesivas y simultáneas que le conducirán a la solución buscada. Es a estas acciones que PISA 2012 ha denominado capacidades matemáticas fundamentales. Se destaca que estas siete capacidades matemáticas fundamentales subyacen los tres procesos esenciales de la alfabetización matemática: *formular* situaciones matemáticamente; *utilizar* conceptos, hechos, procedimientos y razonamiento matemático; e *interpretar*, aplicar y evaluar resultados matemáticos. Asimismo, subyacen la alfabetización matemática en la práctica y guardan una relación directa con la adquisición del dominio a lo largo de la vida. A mayor alfabetización matemática alcanza el individuo, más poder adquiere para usar y aplicar las capacidades matemáticas fundamentales (OECD, 2013). La descripción de cada una de las capacidades matemáticas fundamentales se organiza alrededor de la definición de la alfabetización matemática lo cual demuestra la estructura coherente del marco.

## 8. Comentario final

El nuevo marco para la evaluación matemática del modelo PISA ofrece continuidad al marco anterior. De esta manera se facilita la medición de tendencias entre un marco y otro. Al mismo tiempo, atiende aspectos que han sido fuertemente criticados impartiendo claridad y simplificación y destacando el papel preponderante que juegan las matemáticas (Stacey, 2012). El marco 2012 organiza los distintos dominios de la evaluación en una estructura

integral y coherente. La comparación entre las nociones centrales y entre las categorías manejadas en los marcos teóricos de PISA para 2003 y 2012, ponen de manifiesto una mayor precisión conceptual y terminológica, un avance y profundización derivados de la necesidad de interpretar con mayor rigor y precisión los resultados de las evaluaciones. Los cambios muestran una mejora derivada del análisis conceptual sobre las bases teóricas del estudio y una mayor potencia en las categorías para el análisis didáctico resultante. Algunos de los hallazgos que se obtengan al poner en juego las nuevas categorías deberán mostrar la profundidad, riqueza y poder explicativo de las nociones modificadas de 2003, o bien directamente introducidas en el marco 2012.

### Referencias bibliográficas

- Caraballo, R.M. (2010). *Análisis de los ítems de las pruebas de evaluación de diagnóstico en competencia matemática para el segundo curso de la Educación Secundaria Obligatoria en España, 2008-2009: un estudio exploratorio*. (Trabajo de fin de máster sin publicar. Universidad de Granada, España.
- De Lange, J. (2006). Mathematical Literacy for Living from OECD-PISA Perspective. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*, 25, 13-35.
- Instituto de Evaluación (2009). *Evaluación General de Diagnóstico 2009: Marco de la Evaluación*. Madrid: Ministerio de Educación.
- Instituto de Evaluación (2011). *Sistema estatal de indicadores de la educación*. Madrid: Ministerio de Educación. Disponible en:
- <http://www.mecd.gob.es/dctm/ievaluacion/indicadores-educativos/seie-2011.pdf?documentId=0901e72b810b3cc3>
- Mesa, V. M., Gómez, P. & Cheah, U.H. (2013). Influence of international studies of student achievement on mathematics teaching and learning. En K. C., C. Keitel, A. Bishop, F. Leung y J. Kilpatrick (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 861-900). Dordrecht, Holanda: Kluwer.
- Messner, R. (2009) PISA y la formación general. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 13(2), 1-12. Disponible en <http://www.ugr.es/~recfpro/rev132ART2.pdf>
- Ministerio de Educación y Ciencia (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *BOE*, 106, 17158-17207.
- OECD (2003). *PISA 2003 Assessment Framework*. OECD Publishing <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2003/pisa2003assessmentframeworkmathematicsreadingscienceandproblemsolvingknowledgeandskills-publications2003.htm>
- OECD (2004). *Learning for Tomorrow's World: First Results from PISA 2003*. OECD Publishing. [www.oecd.org](http://www.oecd.org)
- OECD (2011) *Building a High-Quality Teaching Profession: Lessons from A round the World*. OECD Publishing.
- OECD (2013), *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.

- Rico, L. (2011). El estudio PISA y la evaluación de la competencia matemática. *Matemática*, 7(1), 1-12.
- Shiel, G., Perkins, R., Close, S. & Oldman, E. (2007). *PISA Mathematics: A Teacher's Guide*. Dublin; Stationery Office. Disponible en [http://www.sdpi.ie/inspectorate/insp\\_pisa\\_maths\\_teach\\_guide.pdf](http://www.sdpi.ie/inspectorate/insp_pisa_maths_teach_guide.pdf)
- Schleicher, A. (2006). Fundamentos y cuestiones políticas subyacentes al desarrollo de PISA. *Revista de Educación*, (Extraordinario), 21-43.
- Sjøberg, S.(2007). PISA and "Real Life Challenges": Mission Impossible? En S. T. Hopmann, G. Brinek & M. Retzl (Eds.), *PISA According to PISA* (pp. 203-214), Wien: LIT VERLAG GmbH & Co.
- Stacey, K. (2012). The international assessment of mathematical literacy: PISA 2012 framework and items. Comunicación presentada al *12<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education*. Seúl, Korea, 8-15 Julio. Disponible en [http://www.icme12.org/upload/submission/2001\\_F.pdf](http://www.icme12.org/upload/submission/2001_F.pdf)
- Vélaz, C. (2006). Presentación. Una visión integral de las evaluaciones del PISA (OCDE) con especial atención a la participación en España. *Revista de Educación*, (Extraordinario), 13-18.

### *Reconocimiento*

Este trabajo ha sido realizado con ayuda del Grupo Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico (FQM-193) del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación (PAIDI).