



Revista Mexicana de Física

ISSN: 0035-001X

rmf@ciencias.unam.mx

Sociedad Mexicana de Física A.C.

México

Manzur, A.

Cuando la fuerza de fricción estática se convierte en fuerza de fricción cinética y viceversa

Revista Mexicana de Física, vol. 54, núm. 1, junio, 2008, pp. 51-54

Sociedad Mexicana de Física A.C.

Distrito Federal, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=57028301008>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# Cuando la fuerza de fricción estática se convierte en fuerza de fricción cinética y viceversa

A. Manzur

*Departamento de Física, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa,  
Apartado Postal 55-534, 09340 México, D.F., México,  
e-mail: amg@xanum.uam.mx*

Recibido el 3 de julio de 2007; aceptado el 18 de septiembre de 2007

Se presenta un experimento de demostración que ilustra el comportamiento de las fuerzas de fricción estática y de fricción cinética en el movimiento de deslizamiento de un cuerpo rígido. También se ilustra que estas fuerzas no son constantes, en general. Los objetivos se logran con una barra o un objeto que tenga una parte recta, como una escoba. La barra en posición horizontal se coloca sobre cada dedo índice de ambas manos; los dedos son deslizados hasta que se juntan debajo del centro de masas de la barra o se separan hasta que uno de ellos llega a un extremo de la barra. Cuando los dedos se acercan, la barra desliza alternadamente sobre un solo dedo; en cambio, cuando se separan, el deslizamiento de la barra no cambia de dedo.

**Descriptores:** Experimentos de demostración; métodos de enseñanza; centro de masas; fuerza de fricción.

The demonstration experiment here presented illustrates the behavior of static and kinetic friction forces on the sliding motion of a rigid body. It is also illustrated that these forces are not constant, in general. The objectives are satisfactorily gotten using a bar or an object which has a straight part, as a broom. The bar is placed horizontally on the index fingers; the fingers are sliced until they meet beneath the center of mass or they separate until one of them reach one end of the bar. When the fingers are brought together the bar slides alternately over only one finger; however, when they are separated, the sliding motion of the bar is produced without the alternation.

**Keywords:** Demonstration experiments; teaching methods; center of mass; friction force.

PACS: 01.50.My; 01.40.gb

## 1. Introducción

En un curso de física es difícil obtener un panorama completo de los temas sólo a través de los libros de texto o de las pláticas de pizarrón; se requiere un contacto directo con los fenómenos y para ello se realizan experimentos. Sin embargo, debido a las limitaciones de tiempo, usualmente es pequeño el número de experimentos que se realizan en el laboratorio y surge la necesidad de realizar experimentos de demostración en la clase de teoría (también son llamados “experimentos de cátedra” o simplemente “demostraciones”). El propósito de una demostración es hacer resaltar un concepto físico y dejar en los estudiantes una impresión, tan memorable como sea posible, de cómo se aplica algún principio físico para explicar el fenómeno observado[1,2]. Además, en algunos casos no se cuenta con laboratorios disponibles y ésta es la única oportunidad que se tiene para mostrar que la física es una ciencia natural y que cada teoría debe basarse en las respuestas que la naturaleza proporciona a las preguntas formuladas adecuadamente a través de los experimentos.

Tres importantes ventajas que se obtienen con una demostración son: comunicación entre el profesor y los estudiantes, ilustración de conceptos físicos bien definidos y motivación para estudiar un fenómeno. La característica principal que debe tener una demostración es que exhiba o revele la física involucrada de la manera más simple posible. También debe tener preferentemente las características siguientes: cualitativa, bajo costo, diseño sencillo, seguridad (evitar materiales peligrosos), tamaño compacto y duración corta. En el caso par-

ticular de algunos temas de mecánica clásica no se requieren dispositivos especiales, se pueden hacer buenas demostraciones con objetos sencillos, tales como un palo, un yoyo o una rueda de bicicleta.

Todos estamos familiarizados con la fuerza de fricción, una de las más importantes en la naturaleza. Cuando dos cuerpos sólidos están en contacto existe una fuerza de contacto que los mantiene así. Esta fuerza tiene dos componentes: una que es perpendicular a las superficies en contacto, llamada fuerza normal, y una componente que es tangente a las superficies, llamada fuerza de fricción. Si ambos cuerpos permanecen estáticos, se habla de fuerza de fricción estática; pero si existe movimiento relativo de un cuerpo respecto al otro, se habla de fuerza de fricción cinética. Sin embargo, en los libros de texto no se discute su comportamiento; particularmente el cambio de la magnitud de estas fuerzas.

Aquí se presenta una situación en la cual la fuerza de fricción estática se convierte en fuerza de fricción cinética y viceversa. Además, permite ilustrar los conceptos involucrados sin necesidad de construir un dispositivo especial. Con el fin de dirigir la atención en el propósito de la demostración[2], aquí se le presenta en forma de un problema, el cual se resuelve experimental y teóricamente.

## 2. Problema

Una barra uniforme se mantiene en posición horizontal sobre los dedos índices de ambas manos. Los dedos se deslizan debajo de la barra, se acercan entre sí hasta que se juntan.

¿Dónde se juntan? ¿Qué sucede si ahora los dedos se colocan cerca de la posición donde se juntaron y luego se deslizan, pero separándolos? Realizar el experimento, pero en lugar de la barra usar un objeto similar, por ejemplo un bastón, un taco de billar, una escoba.

### 3. Objetivos

- Mostrar cómo determinar el centro de masas (CM) de un objeto que tenga una parte recta, como una escoba o un bastón.
- Mostrar el cambio de la fuerza de fricción estática a fuerza de fricción cinética y viceversa.
- Mostrar que las componentes de la fuerza de contacto (fricción y normal) no son constantes en general.

### 4. Descripción experimental

El experimento se realiza con una barra uniforme, como una regla o un palo. Primero se experimenta colocando los dedos cerca de los extremos de la barra y equidistantes de su centro, después se repite colocándolos en posiciones arbitrarias. Siempre se obtiene el mismo resultado: al deslizar los dedos hasta que se junten, la barra permanece en equilibrio. Prime-ro se desliza el dedo que está más alejado del centro, llega a una posición en que su deslizamiento se detiene, en ese momento el segundo dedo empieza a deslizarse hasta que a su vez se detiene y empieza a deslizarse el que primero lo hacía, y así sucesivamente. El movimiento de deslizamiento se alterna varias veces sobre cada dedo hasta que, finalmente, los dedos se juntan debajo de la posición del CM.

Al realizar el experimento, pero separando los dedos a partir de posiciones arbitrarias, solamente se desliza el dedo que está más alejado del centro, no es posible deslizar el otro.

Ahora el ejercicio se repite, pero en lugar de la barra se usa, por ejemplo, una regla T (regla de dibujo), un bastón, un taco de billar, una escoba o un cepillo de barrer. El resultado siempre es el mismo: cuando se juntan los dedos el cuerpo continúa en equilibrio horizontal, pues se juntan debajo del CM.

### 5. Descripción teórica

Estamos interesados en analizar las fuerzas que actúan sobre el objeto y demostrar que los dedos se juntan debajo del centro de masas (CM). El cálculo se simplifica si se considera una barra uniforme colocada sobre dos soportes deslizables de sección transversal circular (dedos), como lo ilustra la parte (a) de la Fig. 1.

Las fuerzas que actúan sobre la barra están ilustradas en la Fig. 1b. El peso actúa sobre el centro de masas; la fuerza de contacto entre la barra y cada soporte tiene dos componentes: la fuerza normal ( $N$ ) y la de fricción ( $f$ ). El cálculo se

realizará suponiendo que un soporte está colocado en la posición  $y$  mientras que el otro lo está en  $x$ , ambas posiciones son medidas a partir del centro de la barra y varían entre 0 y  $L/2$ . La condición de equilibrio mecánico en la dirección horizontal exige que tanto la suma de torcas respecto a cualquier punto como la suma de fuerzas deben ser nulas. Tomando como punto de referencia el centro de masas, esta condición para las torcas se expresa como

$$N_Iy = N_Dx, \quad (1)$$

y para las fuerzas verticales como

$$N_I + N_D = mg. \quad (2)$$

Las Ecs. (1) y (2) representan un sistema con dos incógnitas: las dos fuerzas normales. Resolviendo este sistema se obtiene

$$N_I = \frac{mgx}{x+y}, \quad (3)$$

$$N_D = \frac{mgy}{x+y}. \quad (4)$$

Las dos fuerzas normales dependen de la posición de ambos soportes; por tanto, las fuerzas de fricción también. Cuando inicialmente ambos dedos equidistan del centro de masas, entonces sucede que  $N_I = N_D$  siempre, como también lo predice la Ec. (1). En principio, al deslizar los dedos, ambos se deben mover simultáneamente hasta encontrarse debajo del CM, aunque sea difícil de lograr. En cambio, la situación es diferente si los dedos no están colocados inicialmente en forma simétrica respecto al centro.

Suponga que las magnitudes de  $x$  y de  $y$  son diferentes. Si  $x < y$ , como en la Fig. 1b, entonces en las expresiones (3) y (4) se ve que  $N_I < N_D$ . En general, la magnitud de la fuerza de fricción estática  $f_E$  y la magnitud de la fuerza normal cumplen con la relación  $f_E \leq \mu_E N$ , donde  $\mu_E$  es el coeficiente de fricción estática entre los cuerpos en contacto. En cambio, las magnitudes de la fuerza de fricción cinética  $f_C$  y de la fuerza normal están relacionadas por  $f_C = \mu_C N$ , donde  $\mu_C$  es el coeficiente de fricción cinética. Ambos coeficientes de fricción son constantes y dependen de la naturaleza de los materiales de que estén hechos los dos cuerpos en contacto y de las condiciones de acabado de las superficies (es decir, de

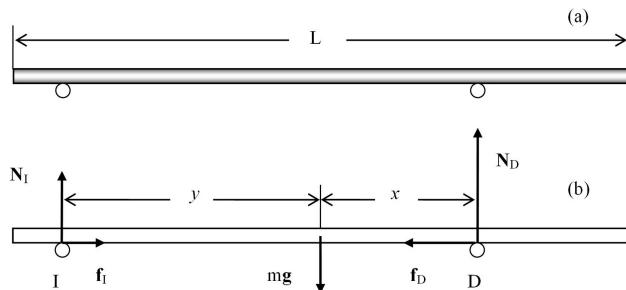


FIGURA 1. (a) La barra uniforme en posición horizontal descansa sobre dos soportes. (b) Las fuerzas que actúan sobre la barra son su peso en el CM y las fuerzas de contacto en cada soporte.

qué tan pulidas estén). En general, sucede que  $\mu_C < \mu_E$ . Estas fuerzas de fricción dependen de la posición de los dedos, a través de las fuerzas normales.

Para deslizar los dedos que soportan a la barra, reduciendo la distancia que los separa, es necesario aplicar una fuerza para vencer la fuerza de fricción estática. Justo en el instante cuando se va a producir el deslizamiento, el valor más grande de la fuerza de fricción estática es  $f_E = \mu_E N$ . Como en la configuración inicial de la Fig. 1b se cumple que  $N_I < N_D$ , entonces la fuerza de fricción que primero se vence es la del primer soporte, el que está más alejado del CM. Es el soporte I el que empieza a moverse, el soporte D permanece fijo. Cuando ya existe el deslizamiento sobre I, la fuerza de fricción que actúa es la fuerza de fricción cinética; su magnitud es  $f_{IC} = \mu_C N_I$ ; al inicio del deslizamiento esta fuerza es menor que la fuerza de fricción estática, pues  $\mu_C < \mu_E$ . De esta manera el dedo más cercano al centro de masas no se deslizará por debajo de la barra; el único dedo que se mueve es el que está más alejado de este punto. Conforme el dedo móvil se acerca al centro, la fuerza de fricción va aumentando, pues la fuerza normal también va aumentando. Eventualmente la fuerza de fricción sobre el dedo en movimiento es igual a la que actúa sobre el que permanece fijo a pesar de la diferencia en los coeficientes de fricción. Cuando el dedo en movimiento resulta estar más cercano al CM que el otro, el deslizamiento en ese dedo se detiene y empieza a producirse sobre el otro dedo; esto ocurre cuando la fuerza de fricción cinética del soporte izquierdo es igual a la fuerza de fricción estática del soporte derecho. Al permitir que los dedos se acerquen entre sí, el deslizamiento ocurre alternadamente sobre el izquierdo y el derecho hasta que se juntan.

Puede verse con más detalle lo que el párrafo anterior dice. Inicialmente  $N_I < N_D$  (ver la Fig. 1b). Por tanto, el deslizamiento empieza en el dedo I. Este dedo I se mantiene en movimiento no solo hasta  $y = x$ , sino que continúa hasta una posición  $y_1 < x$  donde la fuerza de fricción cinética en I es igual a la fuerza de fricción estática en D. Expresando matemáticamente lo recién mencionado, durante el deslizamiento sobre I, y D permaneciendo quieto, se tiene que

$$f_{IC} = \mu_C N_I = \mu_C mg \frac{x}{x+y} \quad (5)$$

$$f_{DE} = \mu_E N_D = \mu_E mg \frac{y}{x+y} \quad (6)$$

Nótese que ambas fuerzas de fricción dependen de la posición de cada dedo. Por tanto, al cambiar la posición de un dedo, también cambia la magnitud de estas fuerzas. Igualando estas dos expresiones para cuando el dedo I está en la nueva posición  $y_1$  (*i.e.* en  $y = y_1$ ) y el dedo D aun no se mueve, se obtiene

$$\mu_C x = \mu_E y_1,$$

de donde se obtiene lo que ya se sabe respecto a la relación de los coeficientes,

$$\frac{x}{y_1} = \frac{\mu_E}{\mu_C} > 1. \quad (7)$$

En este instante la barra deja de deslizarse sobre el dedo I y empieza a hacerlo sobre el dedo D. Aquí la fuerza de fricción  $f_{DE}$  adquiere su nuevo valor  $f_{DC} < f_{DE}$ , de tal manera que en  $y_1$  la fuerza de fricción  $f_{IC}$  empieza a exceder a la fuerza de fricción en D; es decir, I se detiene y  $f_{IC}$  cambia a  $f_{IE}$ . A partir de aquí el proceso anterior se lleva a cabo en el otro dedo. Ahora el dedo D se desliza hasta una nueva posición  $x_1 < y_1$  donde se detiene y el dedo I empieza a deslizarse. Al aplicar otra vez el razonamiento que condujo a la relación (7), se obtiene que  $(y_1/x_1 = \mu_E/\mu_C) > 1$ . Midiendo estas posiciones se puede conocer numéricamente el cociente de los coeficientes de fricción estática y cinética.

El proceso descrito durante el primer deslizamiento se visualiza mejor gráficamente. Para ello se fija la posición del soporte D, por ejemplo en  $x = 0.3$ , el coeficiente de fricción cinética se supone igual al 90 % del coeficiente de fricción estática,  $\mu_C = 0.9\mu_E$ . La forma en que cambian las magnitudes de las fuerzas de fricción, al mover el soporte I hacia el centro, se obtiene al trazar las curvas representadas por las relaciones (5) y (6) como función de  $y$ ; se efectúa en unidades de  $\mu_E mg$  y haciendo  $L = 1$ . La Fig. 2 muestran estas curvas, donde se ve que la fuerza de fricción cinética del soporte izquierdo,  $f_{IC}$ , es creciente mientras que la fuerza de fricción estática del soporte derecho,  $f_{DE}$ , es decreciente;  $f_{IC}$  es menor que  $f_{DE}$  hasta cuando  $y_1 = 0.27$  donde son iguales, después  $f_{IC}$  es mayor que  $f_{DE}$ .

Deslizamientos como éste se alternan en los dedos varias veces hasta que se juntan. Como cada vez se mueve un solo dedo, el que está más alejado del CM, y la distancia deslizada cada vez es menor, al final ambos dedos se encuentran. Que la barra permanezca en equilibrio horizontal cuando los dedos se encuentran quiere decir que éstos se juntan debajo del CM, pues un cuerpo permanece en equilibrio si la línea vertical trazada a través de su CM no se sale de los límites de la base en que se apoya.

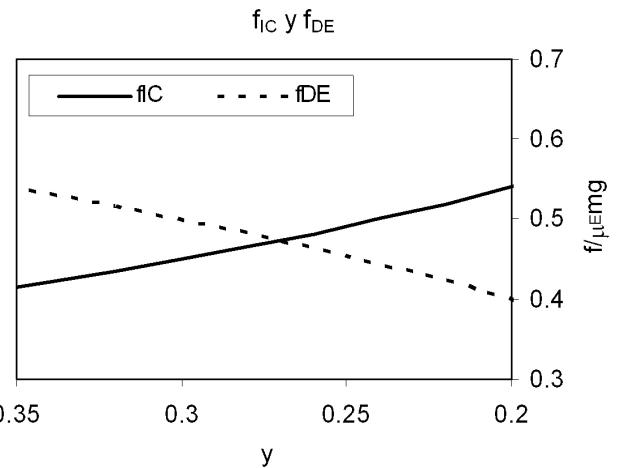


FIGURA 2. Curvas de las fuerzas de fricción en el primer deslizamiento, en unidades de  $\mu_E mg$ , para cuando el dedo D está en  $x = 0.3$ . La distancia  $y$  representa la posición del dedo I medida desde el CM.

### 5.1. Proceso inverso

Ahora los dedos inicialmente en cualquier posición son deslizados de tal manera que se separan. En este caso, como en el anterior, el dedo que empieza a deslizarse es el que está más alejado del CM, pues la fuerza normal en esa posición es más pequeña que la otra fuerza normal. Al ir aumentando la distancia que lo separa del CM, la fuerza normal va disminuyendo en magnitud y, por tanto, también la fuerza de fricción cinética. A diferencia del caso en que los dedos se acercan, ahora el movimiento de deslizamiento solamente se produce sobre un dedo.

## 6. Observaciones finales

Para la buena realización de este experimento conviene escoger objetos lisos, como los aquí mencionados. La posición del

CM de la barra puede ser cambiada si en un extremo se coloca (o cuelga) un objeto. Evitar cuerpos con irregularidades (protuberancias o nudos) como los tiene una vara de bambú o de caña de azúcar.

El problema aquí presentado es discutido parcialmente en la literatura. En las Refs. 3 y 4 se presenta en forma cualitativa usando argumentos físicos, mientras que en las Refs. 5 y 6 se discute también matemáticamente. En ellas se menciona el caso cuando los dedos se acercan entre sí, pero no cuando se separan.

Este experimento de demostración es apropiado para realizarse en el salón de clase del curso de mecánica que se imparte en el primer año de la licenciatura en física o de licenciaturas afines, también puede adaptarse a cursos de física en los niveles medio y medio superior. Complementar la enseñanza de la física con experimentos de demostración ayuda considerablemente a su comprensión.

1. H.F. Meiners, *Ed. Physics Demonstration Experiments* (Ronald, New York, 1970).
2. A. Manzur Guzmán, *Experimentos de Demostración para Física I y Física II* (Universidad Autónoma Metropolitana, México, 1992).
3. Y. Perelman, *Física Recreativa, Libro 2* (Mir, Moscú, 1971) p. 52.
4. J. Walker, *The flying circus of physics*, 2<sup>nd</sup> ed. (John Wiley and Sons, Hoboken, NJ, 2007) p. 77.
5. A. Sommerfeld, *Mechanics* (Academic Press, New York, 1970) Sec. 14-2, p. 83.
6. R. Ehrlich, *Turning the World Inside Out and 174 other simple physics demonstrations* (Princeton University Press, Princeton, NJ, 1990) p. 49.