Solanas, Antoni; Salafranca, Lluis; Guardia, Joan
Analisis estadistico de diseños conductuales: estadistico BN
Psicothema, vol. 4, núm. 1, 1992, pp. 253-259
Universidad de Oviedo
Oviedo, España

ANALISIS ESTADISTICO DE DISEÑOS CONDUCTUALES: ESTADISTICO β_n

Antoni SOLANAS, Lluis SALAFRANCA y Joan GUARDIA
Departamento de Metodología de las Ciencias del Comportamiento
Facultad de Psicología. Universidad de Barcelona

RESUMEN

Las técnicas estadísticas se han ido incorporando progresivamente al análisis de datos procedentes de diseños conductuales. En algunos casos, se han ideado pruebas especialmente desarrolladas para los mencionados diseños. Algunas características, en especial dentro de la investigación aplicada, imposibilitan la realización de análisis estadísticos, como la escasa disponibilidad de datos, en ocasiones justificada por razones éticas. En el presente artículo se expone y justifica una técnica, denominada *Estadístico* β_n, ideada para el análisis de datos procedentes de diseños conductuales A-B con una única observación en la fase A.
Palabras clave: Estadístico β_n,, Diseños N = 1, Análisis estadístico.

ABSTRACT

Statistical analysis of behaviorae desings: β_n, *Statistic.* The statistical techniques were progressively incorporated in the analysis of data proceeding from behavior designs. In some cases specially conceived tests were developed for the designs in question. Characteristics such as the scarcity of data, especially within the applied investigation, make statistical analysis impossible, justified on ocasions for ethical reasons. This article lays out and justifies a technique, titled β_n, *statistic*, designed for the analysis of data from behavior designs A-B with a single observation in the A phase.
Key words: Statistic test β_n,, Designs N = 1, Statistical analysis.

En el ámbito de los estudios conductuales, la inspección visual constituye la estrategia de análisis utilizada con mayor profusión para determinar la efectividad de los tratamientos, pero la denominada *inferencia visual* no está libre de serios inconvenientes (Baer, 1977; Ballard, 1983; Jones y Cols., 1978; Wfampold y Furlong, 1981). Parece poco cuestionable la escasa sensibilidad del análisis visual frente al estadístico, justificándose la mínima utilización de la segunda estrategia en el incumplimiento de los supuesto por ésta requeridos. La presencia de autocorrelación en las series analizadas cuestiona el análisis de estos datos mediante t-test, ANOVA, etc..., opinión ampliamente compartida (Hartman, 1974; Crosbie, 1987;

Psicothema, 1992, vol. 4, nº 1, pp. 253–259
ISSN 0214 - 9915 CODEN PSOTEG

Marascuilo y Busk, 1988). Las críticas se hacen extensivas a las modificaciones sobre las técnicas clásicas introducidas por Shine y Bower (1971) y Gentile y Cols. (1972), quiénes intentaron adecuar las pruebas habituales a las peculiaridades metodológicas propias de los diseños conductuales. Ante la problemática expuesta, ha sido creciente el interés por incorporar el análisis estadístico en la determinación de los efectos experimentales en diseños de caso único, obviando la estadística paramétrica, y presentando alternativas a la inferencia visual. Las técnicas a las cuales nos referimos, en términos generales, permiten liberarnos de los restrictivos supuestos requeridos por las pruebas pramétricas. Entre estas estrategias de análisis se hallan el *Estadístico* R_n (Revusky, 1967), la técnica *Split-middle* (White, 1974), *Pruebas de aleatorización* (Edgington, 1967; 1980a; 1980b), etc.

En ocasiones no es posible aplicar las anteriores técnicas no paramétricas para analizar datos procedentes de diseños conductuales, pues en todas ellas son necesarias, al menos, dos observaciones en la fase de línea base (fase A). En el campo clínico no siempre es factible poseer más de una observación el la fase A, posiblemente por la necesaria rapidez de la intervención; mientras en la investigación aplicada, razones éticas pueden aducirse para realizar un único registro antes de la intervención. En este artículo nos referimos a una técnicas, que hemos denominado *Estadístico* $\beta_{n'}$, desarrollada para aquellos diseños A–B (Fase A: línea base; Fase B: tratamiento) con un único dato en la fase A. No discutimos la inadecuación metodológica de los diseños A–B, máxime cuando sólo se dispone de una única observación en la fase de pre–tratamiento; pero hemos considerado necesaria la existencia de una técnica estadística que permita analizar este tipo de diseños. Con posterioridad mencionaremos los restrictivos supuestos que subyacen en la prueba *Estadístico* $\beta_{n'}$.

ANALISIS DE INCREMENTOS–DECREMENTOS: ESTADISTICO $\beta_{n'}$.

Sea ξ una variable aleatoria discreta, siendo su distribución U(O,K), donde K es un entero positivo. Suponiendo la experiencia aleatoria consistente en realizar dos extracciones consecutivas no exhaustivas sobre el conjunto de valores de la variable aleatoria, definamos Θ_{sup} como

$$\Theta_{sup} = \text{Prob}\,(x_{i+1} > x_i)$$

donde x simboliza cualquiera de los valores posibles de la variable aleatoria, notando el subíndice el orden de la extracción. En la anterior expresión puede comprobarse que Θ_{sup} corresponde a la probabilidad de, dadas dos extracciones consecutivas, la segunda sea mayor que la primera. Para determinar esta probabilidad, consideramos ordenados los valores de la variable aleatoria ξ. Así, el conjunto de valores posibles de la variable aleatoria estará formado por

$$\{x_{(1)},\ x_{(2)},\ \ldots,\ x_{(k+1)}\}$$

existiendo K+1 valores posibles, por lo que determinaremos Θ_{sup} mediante

$$\Theta_{sup} = \sum_{j=1}^{j=k+1} \text{Prob}\,\{\xi = x : x > x_{(j)}\}$$

expresión que, desarrollada, puede mostrarse en la forma

$$\Theta_{sup} = \text{Prob}\,(x > X_{(1)}) + \text{Prob}\,(x > x_{(2)} \\ + \ldots + \text{Prob}\,(x > x_{(k+1)})$$

por lo tanto,

$$\Theta_{sup} = k/(k+1)^2 + (k-1)/(k+1)^2 + \ldots + 0/(k+1)^2$$

pudiéndose disponer en la forma,

$$\Theta_{sup} = \frac{\left[((k+1) - 1) + ((k+1) - 2) + \ldots + 1\right]}{(k+1)^2}$$

pero es factible obtener una expresión simplificada de la anterior

$$\Theta_{sup} = \frac{1/2 - 1}{[2\,(k+1)]}$$

Es importante notar, que cuando $K \rightarrow \infty$, $\Theta_{sup} \rightarrow 1/2$. Se desprende de este punto que, aunque la variable sea discreta, si el número de valores posibles es suficientemente elevado, podría considerarse que $\Theta_{sup} = 1/2$, como aproximación. Este último punto resulta extremadamente útil en aquellos casos en que se desconozca K. Enmarcándolo dentro de la investigación conductual, podemos realizar la suposición mencionada, si desconocemos el *techo de respuestas*. En adelante, nuestro desarrollo mantendrá este supuesto (aunque no es estrictamente necesario), considerando que en la mayoría de las investigaciones se desconoce la máxima frecuencia posible de la conducta considerada, suponiendo que exista tal cota.

Podría haberse realizado el desarrollo anterior para determinar Θ_{inf}, definido como,

$$\Theta_{inf} = \text{Prob}\,(x_{i+1} < x_i)$$

y, realizando una demostración similar, se puede determinar que $\Theta_{inf} = 1/2$, cuando $k \rightarrow \infty$.

Considerando la aproximación propuesta, puede suponerse $\Theta_{eq} = 0$, donde Θ_{eq} corresponde a

$$\Theta_{eq} = \text{Prob}\,(x_{i+1} = x_i)$$

Un razonamiento similar, pero referido a la diferencia entre los valores obtenidos en extracciones sucesivas, nos permite establecer

$$\delta_{sup} = \text{Prob}\,(x_{i+1} - x_i > 0) = 1/2$$

$$\delta_{inf} = \text{Prob}\,(x_{i+1} - x_i < 0) = 1/2$$

$$\delta_{eq} = \text{Prob}\,(x_{i+1} - x_i = 0) = 0$$

Así, dado un conjunto de n realizaciones del proceso, sobre el cual suponemos que $\Theta_{inf} = \Theta_{sup} = 1/2$, es posible contrastar tanto H_0: $\Theta_{sup} = 1/2$ como H_0 : $\Theta_{inf} = 1/2$, según esperemos que el tratamiento incremente o decremente la conducta, respectivamente. Para ello nos referimos al *Estadistico* β_n. definido como

$$\hat{\beta}_n = \sum_{i=1}^{i=n-1} \lambda_i$$

donde λ_i es una variable dicotómica cuyos valores dependen de la n–1 diferencias entre pares de datos secuenciales. Pero, puesto que en una determinada realización del proceso, el valor obtenido del *Estadístico* β_n, puede fluctuar, β^*_n, notará el cálculo del mencionado estadístico sobre una realización del proceso.

Es importante advertir que, en el análisis de diseños conductuales A–B con una sola observación en la fase de pre–tratamiento, se contrasta la posibilidad de que todos los datos hayan sido generados por un proceso donde la probabilidad de obtener un incremento o un decremento, dadas dos observaciones consecutivas, es igual a 1/2. Este punto, a nivel de análisis, supone considerar la totalidad de los datos de ambas fases conjuntamente.

La transformación de la serie original de datos en secuencia de unos y ceros (dicotomización) atiende a criterios diferenciales según se plantee la denominada *hipótesis incremental* (H_1: $\Theta_{sup} > 1/2$) o la *hipótesis decremental* (H_1: $\Theta_{inf} > 1/2$) como alternativa. En el primero de los casos la transformación se realiza considerando las siguientes reglas

$$\text{si } x_{i+1} - x_i > 0 \Rightarrow \lambda_i = 1$$
$$\text{si } x_{i+1} - x_i \leq 0 \Rightarrow \lambda_i = 0$$

Si la H_1: $\Theta_{inf} > 1/2$, la transformación se realizará atendiendo a las siguientes reglas

$$\text{si } x_{i+1} - x_i < 0 \Rightarrow \lambda_i = 1$$
$$\text{si } x_{i+1} - x_i \geq 0 \Rightarrow \lambda_i = 0$$

Puesto que el *Estadístico* β_n posee distribución binominal Bi(n–1,1/2), $\beta_n = (n-1)/2$, o sea, el número de incrementos o decrementos esperados en las n realizaciones del proceso bajo el supuesto de probabilidad incremental o decremental establecido en H_o; este hecho permite considerar β_n una estimación de β_n. Es posible obtener la probabilidad asociada (grado de significación) del estadístico, obtenido sobre una realización del proceso, mediante

$$\text{Prob}\,(\hat{\beta}_n \geq \hat{\beta}_n^*) = \sum_{i=\hat{\beta}_n^*}^{i=n-1} \begin{bmatrix} n-1 \\ i \end{bmatrix} . (1/2)^{n-1}$$

A nivel diferenciador, introducimos la notación $\beta^*_{n(inf)}$ y $\beta^*_{n(sup)}$ para referirnos a las hipótesis decremental e incremental, respectivamente. Hecha esta consideración, es interesante notar que, dada una determinada realización del proceso,

$$\text{Prob}\ \hat{\beta}_{n(inf)} + \hat{\beta}^*_{n(sup)} + \hat{\beta}^*_{n(eq)} = n-1$$

donde $\beta^*_{n(eq)}$ simboliza el número de pares de datos sucesivos en que $x_{i+1} = x_i$. Nótese que este último estadístico, aunque introducido, no es significado.

Un ejemplo de utilización de la técnica

En la figura 1 se muestra un hipotético registro del número de respuestas producidas durante la sesión experimental. Nótese que se trata de un diseño conductual A–B con una sola observación en la fase A. Puede suponerse que el tratamiento consiste en suprimir el reforzador, esperándose un descenso en nivel conductual como consecuencia del proceso de extinción.

En este caso, interesa la H_1 decremental, como cabe esperar del mencionado proceso de extinción. A partir de la serie original de datos, obtenemos la *serie transformada,* que en este caso concreto es

$$\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 1,\ \lambda_3 = 1,\ \lambda_4 = 1,\ \lambda_5 = 0,\ \lambda_\sigma = 1 \text{ y } \lambda_7 = 1$$

Por tanto, $\beta^*_{n(inf)} = 6$ y, en consecuencia,

$$\text{Prob}\,(\hat{\beta}_{n(inf)} \geq 6) = \sum_{i=\sigma}^{i=7} \begin{bmatrix} 7 \\ i \end{bmatrix} . (1/2)^7 = 0{,}0625$$

Como puede observarse, la probabilidad de cometer un *Error Tipo I* es 0,0625, si se rechaza la H_o. Estos resultados aconsejan refutar la *hipótesis nula,* implicando que el tratamiento disminuye el nivel conductual.

Comentarios finales

El *Estadístico* β_n requiere un mínimo de seis observaciones, considerando el conjunto de datos de las dos fases, para obtener un

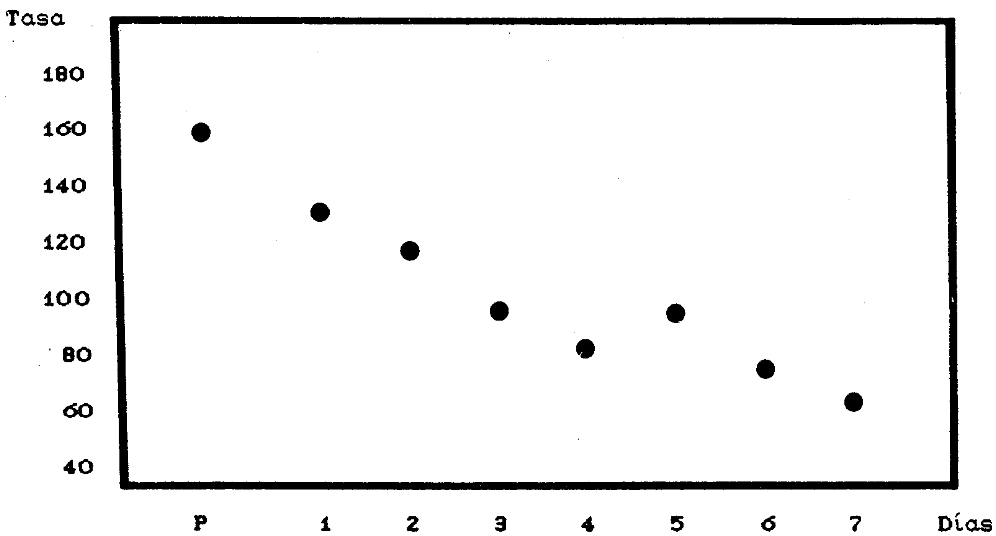

Figura 1: Tasa de conducta (número de presiones de palanca por hora), donde P simboliza el pre–tratamiento.

nivel de significación igual o menor a 0.05, si la prueba se plantea como unilateral. Esta característica, a nuestro juicio, supone un aspecto destacable de la mencionada técnica, puesto que no requiere de un número elevado de observaciones, como ya indicamos, poco factibles en la investigación aplicada. En la Tabla I puede hallarse el nivel de significación aproximado para distinto número de datos.

La técnica *Estadístico* β_n impone el supuesto de inexistencia de tendencia en la fase A. No pudiéndose obtener información sobre este hecho, cabe considerar este punto como uno des los más cuestionables de la prueba. Obviamente, si se sospecha que la observación realizada en la fase A corresponde a un proceso con tendencia, máxime si éste coincide con la dirección del efecto del tratamiento, no debe utilizarse la técnica. Es, por tanto, importante, previamente a utilizar la técnica *Estadístico* β_n, obtener información, aun por medios indirectos, sobre la existencia o no de tendencia en la conducta objeto de análisis. Esta información, aunque subjetiva, permitirá decidir en que medida puede ser asumido el mencionado supuesto; pero, indiscutiblemente, en este punto reside un problema irresoluble, máxime cuando con una única observación en la fase A no es factible estudiar la tendencia.

Otro supuesto relevante se refiere a la ausencia de dependencia serial entre las observaciones, pues este hecho estaría en contradicción con la condición de independencia requerida para significar el estadístico. En este caso el supuesto puede estudiarse mediante el análisis de la autocorrelación de la

n	≤ 0,05	≤ 0,01	≤ 0,001	≤ 0,0001
6	5	—	—	—
7	6	—	—	—
8	7	7	—	—
9	7	8	—	—
10	8	9	—	—
11	9	10	10	—
12	9	10	11	—
13	10	11	12	—
14	10	12	13	—
15	11	12	13	14
16	12	13	14	15
17	12	14	15	16
18	13	14	16	17
19	13	15	16	17
20	14	15	17	18
21	15	16	18	19

Tabla I: Valores de β_n y su grado de significación aproximado (según algunos valores notables de probabilidad de Error Tipo I). En la primera columna se recoge el total de las observaciones (Fases A y B).

serie, conjuntamente entre ambas fases, siendo únicamente admisible la inexistencia de dependencia serial.

Es preciso mencionar que la técnica resulta ineficaz para detectar efectos de tratamientos que se traducen en un cambio abrupto de nivel. Esta posibilidad, aunque factible, no es habitual a tenor de los conocimientos que disponemos sobre los cambios producidos a nivel conductual, donde tanto el proceso de adquisición como extinción de conductas se caracterizas por su carácter progresivo. De hecho, la técnica presentada en este artículo no analiza la magnitud del cambio, diferenciándose en este punto respecto a las pruebas más habituales; por contra, detecta una estructura incremental o decremental en la serie de datos.

Por otro lado, la presencia de *efectos suelo o techo*, en concreto en virtud de la transformación a variable dicotómica realizada puede inflar la probabilidad asociada al *Error Tipo I* en forma totalmente artificiosa. Este problema es difícilmente resoluble sin introducir consideraciones poco fundamentales en el análisis, aunque es un inconveniente vinculado a cualquier técnica estadística.

Hemos supuesto que el proceso está caracterizado por una distribución uniforme, simplemente porque implica un mínimo requisito sobre la distribución de la variable, pero no es la única posibilidad. En general, cualquier función de distribución con función de probabilidad continua y simétrica implica que, dadas dos extracciones consecutivas e independientes, la probabilidad $\Theta_{sup} = \Theta_{inf} = 1/2$.

Las diferentes observaciones deben realizarse a intervalos regulares de tiempo, condición requerida, no tanto por los fundamentos de la técnica de análisis, sino como requisito metodológico. Por otro lado, recomendamos fijar antes de la realización del experimento el número máximo de observaciones realizadas en la fase de tratamiento, no considerándose oportuno prolongar las mismas *a posteriori*. Es pertinente fijar un número máximo de observaciones que nos permita obtener niveles de significación suficientemente pequeños.

La técnica *Estadistico*β_n es menos sensible que las pruebas paramétricas, aunque este argumento no puede considerarse una crítica a la mencionada estrategia de análisis. Especialmente ideada para diseños conductuales con una sola observación en la fase A, supone una alternativa de análisis frente a la imposibilidad de recurrir a las técnicas habituales. Además, puedes considerarse un complemento analítico respecto de las técnicas que estudian la magnitud del cambio, pues proporciona un análisis de la estructura incremental–decremental de la serie.

REFERENCIAS

Baer, D.M. (1977). Perhaps it would be better not to know everything. *Journal of Applied Behavior Analysis,* 10, 167–172.

Ballard, K.D. (1983). The visual analysis of time series data: Issues affecting the assesment of behavioral interventions. *New Zeland Journal of Psycology,* 12, 69–73.

Crosbie, J. (1987). The inabiliti of the binominal test to control type I error with single–subject data. *Behavioral Assesment,* 9, 141–150.

Edgington, E.S. (1967). Statistical inference N=1 experiments. *The journal of psychology,* 65, 195–199.

Edgington, E.S. (1980a). Random assignment and statistical test for one–subject experiments. *Behavioral Assesment,* 2, 19–28.

Edigington, E.S. (1980b). *Randomization test.* New York: Marcel Dekker.

Gentile, J.R.; Roden, A.H. & Klein, R.D. (1972). An analysis of variance model for the intrasubject replication test. *Journal of Applied Behavior Analysis,* 5, 193–198.

Hartman, D.P. (1974). Forcing square pegs into round holes: Some comments on an analysis–of–variance model for the intrasubject replication design. *Journal of Applied Behavior Analysis,* 7, 635–638.

Jones, R.R.; Weinrott, M.R. & Vaught, R.S. (1978). Effects of serial dependency on the agreement between visual and statistical inference. *Journal of Applied Behavior Analysis,* 11, 277–283.

Marascuilo, L.A. & Busk, P.L. (1988). Combining statistic for multiple–baseline AB and replicated ABAB desings across subjects. *Behavioral Assesment,* 10, 1–28.

Revusky, S.H. (1967). Some statistical treatments compatible with individual organism methodology. *Journal of Experimental Analysis of Behavior,* 19, 319–330.

Shine, L.C. & Bower, S.M. (1971). A one–way analysis of variance for single–subject desings. *Educational and Psychological Measurement,* 31, 105–113.

Wampold, B.E. & Furlong, M.J. (1981). The heuristics of visual inference. *Behavioral Assesment,* 3, 79–92.

White, O.R. (1974). The split–middle: A quickie method of trend stimation. *Experimental Education Unit, Child Development and Mental Retardation Center.* University of Washington, Seattle.