



Revista de Estudios Regionales

ISSN: 0213-7585

rer@uma.es

Universidades Públicas de Andalucía
España

Hernández Pascual, Clemente; Fuentes Pascual, Ramón
Eficiencia y eficacia de los institutos públicos de bachiller de la provincia de Alicante
Revista de Estudios Regionales, núm. 65, enero-abril, 2003, pp. 15-42
Universidades Públicas de Andalucía
Málaga, España

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=75506501>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Eficiencia y eficacia de los institutos públicos de bachiller de la provincia de Alicante

**Clemente Hernández Pascual
Ramón Fuentes Pascual
Universidad de Alicante**

Recibido, Mayo de 2001; Aceptado, Noviembre de 2001.

BIBLID [0213-7525 (2003); 65; 15-42]

PALABRAS CLAVE: Eficiencia, Eficacia, DEA, Influencia conjunta de unidades eficientes.

KEY WORDS: Efficiency, Efficacy, DEA, Joint effect of efficient units

RESUMEN:

En este trabajo se realiza un análisis de la eficiencia y la eficacia de entidades de enseñanza secundaria públicas. Dadas las particularidades inherentes al sector (ausencia de precios de algunos inputs y outputs, dificultad para la especificación de una función de producción educativa genérica, existencia de unidades multiproducto...) se utiliza el Análisis Envolvente de Datos (DEA) como instrumento de cuantificación para extraer conclusiones. Se incluyen tres nuevas modificaciones del modelo tradicional que permiten averiguar la influencia conjunta de las unidades eficientes sobre las ineficientes y supereficientes además de ofrecer la posibilidad de cuantificar los niveles óptimos de variación de las cantidades iniciales de las variables ante cambios en los niveles deseados de los recursos y/o productos.

ABSTRACT

This paper analyses the efficiency and efficacy of public centers of secondary education. Given the especific characteristics of the public education sector (no prices for some inputs or outputs, problems to define a generic production function, multiple-output/multiple-inputs units...) DEA is used for extracting information about the observations and obtaining conclusions. Furthermore, three new DEA approaches are proposed. They allows to compute the combined influence of efficient units over the inefficient and real efficient centers and estimate the optimum variation levels of the original quantity of inputs or outputs when the desired levels of the variables are changed.

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene la finalidad de analizar la eficiencia y la eficacia de una clase de instituciones que poseen carácter público y desarrollan su actividad en el sector docente: los institutos públicos de bachiller.

Las causas que han llevado a realizar esta investigación han sido variadas. En primer lugar, el estudio de la eficiencia de entidades que pertenezcan o dependan de las Administraciones Públicas parece más que justificado¹ en un momento como el actual en el que el peso específico del sector público en la economía de los países trata de reducirse. En segundo lugar, el sector de la educación posee una importancia fundamental en la economía ya que facilita la formación intelectual de la población permitiendo que mejore el nivel de capital humano (Blanco (1997:275) y Homs (1999:167)) y la productividad del factor trabajo (lo cual redunda en una mejora de la competitividad internacional de la economía y el desarrollo económico (Blau (1996:1))). Dentro del contexto económico, también es adecuado incidir en la dinámica de la magnitud de la participación del sector en el nivel de gasto público de las economías desarrolladas y, en particular, en el caso de España, en donde desde los años setenta hasta la actualidad ha duplicado su porcentaje respecto del PIB (Martínez Serrano (1999:347)). En tercer lugar, además de estas consideraciones económicas, el sector de la enseñanza posee otros efectos con necesarias connotaciones sociales tales como el incremento de la libertad individual, la tolerancia o la igualdad de opciones, toda vez que, por un lado, el conocimiento y la capacidad crítica facultan a las personas para discernir entre sofismas encaminados a manipular al individuo y argumentos razonables dirigidos a informarlo y, por otro, la educación facilita el acceso al conocimiento a cualquier componente de la población que desee adquirirlo. Finalmente, en el momento de comenzar este trabajo², no se conocía ninguna investigación realizada en España que hubiera evaluado la eficacia de los centros en cuestión a la vez que su eficiencia.

2. MÉTODO DE MEDICIÓN DE EFICIENCIA

La elección del modo de cuantificación de la eficiencia estuvo condicionada por la opinión de que las relaciones personales en los centros educativos son los ejes fundamentales del proceso docente y los medios materiales y normas institucionales sólo son útiles en tanto que logren motivar el ambiente escolar, la piedra angular de la teoría de las escuelas eficaces, tal y como corroboran autores como Mancebón (1996b:268) y Castejón (1996:93-4). Por tanto, dada la importancia de esas relaciones entre los recursos humanos del ámbito docente de los centros y del modo de organización de los mismos junto con la no existencia de una

1. Autores como Vogelstein (1998) resaltan la constante preocupación de los ciudadanos, educadores y políticos por el aumento persistente de los costes docentes.
2. Aún en el momento actual no se tiene conocimiento de ningún otro trabajo con tal fin.

función de producción educativa genérica (Fuentes (2000b) y Mancebón (1999:139)), es lógico pensar que deba imponerse el análisis de eficiencia de unidades docentes con un elevado grado de homogeneidad.

Desde este punto de vista, la idoneidad de la técnica de Análisis Envolvente de Datos (DEA) parece obvia dada la gran flexibilidad que la caracteriza, puesto que con ella no es necesario ni el conocimiento de la función de producción ni la imposición de relaciones técnicas de producción fijas. Además, se adapta en un nivel aceptable al análisis de eficiencia de las entidades públicas por la posibilidad de incorporar inputs y outputs multidimensionales así como por la no necesidad de introducir información sobre precios. Por otro lado, el requisito de homogeneidad entre las unidades de enseñanza también apunta hacia la elección de DEA en tanto que es una de las premisas que este tipo de modelos precisa para que sus resultados sean válidos³.

DEA es una técnica de medición de la eficiencia basada en la obtención de una frontera de eficiencia a partir del conjunto de observaciones que se considere, sin la estimación de ninguna función de producción, es decir, sin necesidad de conocer ninguna forma de relación funcional entre inputs y outputs⁴. Esta característica apunta en la dirección de que es un método apropiado para el análisis de eficiencia de un sector como el público en el que la dificultad o imposibilidad de conocer los niveles de precios de los factores y/o productos hace que la determinación de una forma funcional sea, cuando menos, complicada⁵. Es en definitiva una alternativa para extraer información de observaciones frente a los métodos paramétricos cuyo objetivo es la obtención de un hiperplano que se ajuste lo mejor posible al conjunto de observaciones. DEA, por el contrario, trata de optimizar la medida de eficiencia de cada unidad analizada para crear así una frontera eficiente basada en el criterio de Pareto (Charnes et alter (1997:4)).

Fundamentalmente, este método sigue los conceptos básicos de Farrell (1957)⁶. No obstante, junto con este autor, hubo otros que proporcionaron también los fun-

3. Un análisis pormenorizado de los motivos aducidos par la elección de DEA como medio de cuantificación de la eficiencia puede consultarse en Mancebón (1996b) o Mancebón (1998).
4. No obstante si parecería necesario realizar algunos supuestos sobre esa relación funcional: convexidad y continuidad. Este hecho contrastaría con la afirmación de Charnes et alter (1997:5) acerca de que DEA no necesita ninguna hipótesis sobre de la forma funcional que relaciona inputs con outputs.
5. No obstante son ya numerosos los trabajos realizados que combinan DEA con métodos paramétricos con el fin de lograr resultados sinérgicos (Cooper y Gallegos (1991), Lovell et al. (1997: 329-52) o Bardhan (1995), por ejemplo).
6. En cualquier caso, no parece que Rhodes (1978) extendiera el concepto y medición de eficiencia de Farrell (1957) al caso de múltiples inputs y outputs tal y como afirman Charnes et alter (1997:4) puesto que Farrell (1957) ya abordó esta cuestión.

damentos necesarios para que DEA pudiera surgir y ser utilizado (Seiford (1996:99)); Charnes y Cooper (1962), Aigner y Chu (1968) y Afriat (1972)⁷.

El modelo básico fue inicialmente propuesto por Rhodes (1978)⁸ y posteriormente publicado por Charnes et al (1978)⁹. La medida de eficiencia que adoptaron relacionó la suma ponderada de inputs con la de outputs de cada unidad de decisión (DMU) y utilizó modelos de optimización lineal para calcular las ponderaciones. En cualquier caso, el modelo original no era lineal, sino que era fraccional (Charnes et al (1978:430)):

$$(M.1)$$

donde:

h_o : función objetivo. Medida de la eficiencia.

Y_{rj} : output r-ésimo de la DMU j-ésima.

X_{ij} : input i-ésimo de la DMU j-ésima.

V_i, U_r : ponderaciones de inputs y outputs respectivamente (soluciones del programa).

Como puede observarse la función objetivo (h_o) es el ratio de eficiencia de la unidad comparada (la o) y su maximización está sujeta a que ningún ratio de eficiencia supere la unidad. Obsérvese que el numerador de h_o es una suma ponderada de outputs y el denominador de inputs, lo cual implica que proporciona una medida de la cantidad de outputs generada por unidad de inputs de las DMUs (lo cual es un mero convencionalismo para evitar que la solución del programa se dispare a infinito –de hecho hay autores que limitan los ratios a un valor de cien en vez de uno– (Boussofiane et al (1991:2) o Dyson et al (1990)). El programa M.1.¹⁰ busca como soluciones los parámetros u y v que hagan que h_o alcance su máximo valor y, a la vez, logren que el ratio de eficiencia de cualquier DMU no supere la unidad.

En cualquier caso, M.1 tan sólo es una versión inicial. La empleada para el análisis empírico en el presente trabajo incorpora modificaciones aparecidas con posterioridad con el objeto de eliminar limitaciones originales¹¹.

3. VARIABLES UTILIZADAS EN EL CÓMPUTO DE LOS RATIOS DE EFICIENCIA

Antes de comenzar con el análisis empírico ha de determinarse la naturaleza y cantidad de las unidades a estudiar y las variables que serán empleadas para ello.

Los institutos que se eligieron para el estudio fueron los centros públicos que impartían bachiller COU durante el curso 97/98 en la provincia de Alicante. Del conjunto de todos ellos fueron examinados 44 centros (86.27 por ciento del total)¹².

Como outputs se escogieron, por un lado, la proporción de estudiantes de cada centro cuya calificación fuese mayor o igual a cinco en el examen de selectividad de junio de 1998 sobre el total de alumnos matriculados en COU y, por otro lado, el cociente de la media de las calificaciones de selectividad de cada centro y la desviación típica de las mismas¹³. Con estos dos outputs, se trató de recoger tanto la capacidad de preparación de cada centro para que sus alumnos superen una prueba homogénea como el nivel alcanzado por los estudiantes. De este modo, una entidad docente con mayor porcentaje de aprobados sobre matriculados y con alumnos con una media mayor y una desviación típica menor en sus calificaciones

7. Si bien no es extraño encontrar la afirmación de que la primera vez que se desarrolló el modelo de análisis DEA fue en el año 1978 por Charnes, Cooper y Rhodes, Seiford (1996:99) y Charnes et al (1997:3) afirman que el origen de esta técnica es debido a Rhodes (1978), el cual la aplicó (en su tesis doctoral dirigida por W.W. Cooper) al análisis de eficiencia del programa de educación *Follow-Through* de las escuelas públicas de los Estados Unidos.
8. Según lo afirmado por Seiford (1996:99).
9. Seiford (1996:101) comenta que la aparición de rumores acerca de la existencia de trabajos con modelos estilo DEA durante los sesenta fueron corroborados por él analizando algunas ponencias del 39º Congreso anual de la asociación de economía agrícola del oeste pero que, en cualquier caso, el modelo permaneció latente hasta Charnes et al (1978).
10. CCR-IR en terminología de Charnes et al (1997:41).
11. En apartados posteriores se explican las modificaciones y sus efectos.
12. No pudo incluirse al 100 por cien de los centros debido a varias razones. Algunos institutos no desearon participar en el estudio, otros no encontraron tiempo para obtener la información pertinente sobre las características socioeconómicas del alumnado y otros tan sólo ofrecieron la posibilidad de que dicha información se captara en momentos como los cambios de clase, el recreo o la salida (en los que la predisposición del alumnado no llegó a ser todo lo adecuada a las necesidades del caso).
13. Estas variables fueron construidas a partir de información facilitada por el Secretariado de Acceso de la Universidad de Alicante y la Consejería de Cultura, Educación y Ciencia de la Comunidad Valenciana.

sería mejor evaluado siempre y cuando los inputs que empleara para ello fuesen iguales o menores.

Como inputs discretionales se eligieron los ingresos totales por alumno de COU¹⁴ y el número de horas de docencia semanales por alumno impartidas en cada uno de los centros¹⁵. Con el primero, se pretendió conocer la disponibilidad de fondos que cada instituto tenía para afrontar la formación de su alumnado de COU y, con el segundo, se persiguió completar la información del primero en tanto que éste no incluía las cantidades destinadas al pago del personal docente.

Por último, los inputs no discretionales se obtuvieron a partir de las respuestas de los alumnos a un cuestionario de 26 preguntas que el equipo directivo de cada centro distribuyó entre su alumnado para que éste, en horario de tutorías, lo contestara. La muestra total de alumnos que respondió alcanzó un 52.1 por cien¹⁶ del total de matriculados al principio del curso. Tras la depuración de los cuestionarios se efectuó la tabulación y cruce de respuestas para la eliminación y filtración de posibles errores. El proceso llevó a la selección dos variables mediante el Análisis Factorial con el objeto de que el poder de discriminación del modelo fuese el mayor posible sin perder información relevante. Las dos variables encontradas fueron definidas, en función de los valores de la matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones factoriales, como factor de nivel socioeconómico y factor de capital humano (debido a la relación del primero con el nivel de renta y educación de los padres y del segundo con el grado de interés de la familia y del propio alumno en continuar sus estudios una vez finalizado el bachiller).

14. Una especificación alternativa del modelo que proporcionó prácticamente los mismos resultados empleó gastos totales en vez de ingresos totales. Se prefirió escoger a los ingresos por mayor coherencia teórica con la función de gestión de cada DMU.
15. Datos obtenidos a partir de información facilitada por la Consejería de Cultura, Educación y Ciencia de la Comunidad Valenciana.
16. Este porcentaje puede achacarse al carácter voluntario de la respuesta, a las bajas experimentadas por los centros a lo largo del curso por parte de alumnos que estiman improbable su aprobado en selectividad y al modo en que en algunos centros se facilitó la posibilidad de contestar - recreos, horas de salida, cambios de clase...-.

**CUADRO 1
ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA DE LAS VARIABLES SELECCIONADAS.**

Factor socio-económico	Factor capital humano	Nº horas clase semanales por alumno de COU	Recursos del centro por alumno de COU (decenas de miles)	Media de los resultados/ desviación típica	Proporción de aprobados en junio sobre el total de matriculados
Desviación típica					
0.343	0.085	0.326	0.841	0.892	0.094
Media	1.485	1.098	1.371	5.151	0.337
Máximo	1.636	2.166	4.693	9.005	0.519
Mínimo	1.315	0.689	0.349	3.619	0.055

Fuente: Elaboración propia.

4. ANÁLISIS DE EFICIENCIA INICIAL

En este punto tercero se exponen los resultados obtenidos al realizar el Análisis Envolvente de Datos utilizando la siguiente versión:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\theta_0, S_{ND-}, S_+, S_{D-}, \lambda}{\text{Max}} \theta_0 + \varepsilon((S_D - / \sigma_D) + \varepsilon'(S_{ND-} / \sigma_{ND}) + (S_+ / \sigma)) \\
 & S.A \\
 & X\lambda + S_{D-} = X\theta_0 \\
 & Y\lambda - S_+ = \theta_0 Y\sigma \\
 & Z\lambda + S_{ND-} = Z\theta_0 \\
 & e\lambda = 1 \\
 & S_{D-}, S_{ND-}, S_+, \lambda \geq 0
 \end{aligned} \tag{M.2}$$

Donde:

X: matriz de inputs discretionales

Y: matriz de outputs

Z: matriz de inputs no discretionales

- λ : vector de parámetros (una de las soluciones del modelo)
- S_{ND} , S_D . y S_u : Variables de holgura de inputs no discrecionales, discrecionales y outputs (también forma parte de las soluciones del modelo)
- ϵ : infinitésimo
- σ : desviaciones típicas de inputs discretos, no discretos y outputs.
- e : vector de unos
- θ_0 : ratio de eficiencia de la unidad evaluada (la última variable que es solución del modelo)

Se prefirió esta versión (BCC¹⁷ orientado al output) con las variaciones de Banker y Morey (1986:517) y de Lovell y Pastor (1995:150) por varias razones. En primer lugar, la consideración de los rendimientos variables a escala (cuarta restricción) fue unida al hecho de ser la variación del modelo más empleada en los estudios mencionados en el epígrafe anterior y, además, porque la diferencia de tamaño existente entre institutos de la muestra¹⁸ podría llevar a problemas en los resultados. La orientación al output del modelo (reflejada en la maximización del parámetro que multiplica al vector de outputs de la unidad evaluada) ha tratado de obedecer a la realidad impuesta a los equipos directivos de los centros puesto que tratan de obtener los máximos resultados con el nivel de presupuesto que se les asigna. Finalmente, las otras variaciones mencionadas se eligieron para lograr una mejor distinción de los valores de holgura de los inputs no discretos (separación de las variables de holgura de los inputs fijos para ser multiplicadas por un infinitésimo diferente - Banker y Morey (1986:517) y eludir complicaciones causadas por las unidades de medida de las variables (variables de holgura divididas por sus desviaciones típicas - Lovell y Pastor (1995:150) -).

Aplicando esta especificación de modelo envolvente a los datos obtenidos para el estudio se obtuvieron los resultados que a continuación se comentan¹⁹ (ver Cuadro 2).

17. Las siglas BCC hacen referencia a las iniciales de los apellidos de los autores (Banker, Charnes y Cooper) que originalmente propusieron el tipo de variación de DEA a la que se hace referencia.
18. Centros como el Instituto Jorge Juan de Alicante sobrepasaban los 1700 alumnos mientras que otros no llegaban a los 200.
19. Se realizaron pruebas alternativas del modelo utilizando como inputs los gastos del centro (exceptuando los de reparación y conservación) en vez de los ingresos por alumno de COU. Dado que, como se razonó anteriormente, parece más sensato trabajar con ingresos que con gastos y siendo, además, los resultados muy similares (coeficiente de correlación de Spearman 0.82) se optó por continuar el estudio con ingresos como inputs.

**CUADRO 2
RESULTADOS DEL MODELO M.2.**

Centro	Ratio de eficiencia	Centro	Ratio de eficiencia
1	1.0102	23	1.0282
2	1.5606	24	1.1526
3	1.1227	25	1
4	1.4423	26	1.0581
5	1.1835	27	1
6	1	28	1
7	1	29	1
8	1.1356	30	1.0287
9	1	31	1.2764
10	1	32	1.4129
11	1.1345	33	1
12	1.4303	34	1.05
13	1.0617	35	1.2525
14	1.083	36	1.0792
15	1.4385	37	1.6835
16	1	38	1.2774
17	1	39	1.7169
18	1.3098	40	1
19	1.2645	41	1.1284
20	1.32	42	1
21	1.0591	43	1
22	1	44	1.2148

Fuente: Elaboración propia.

En el Cuadro anterior se representan los parámetros de eficiencia obtenidos mediante el modelo M.2. Dado que la orientación de éste es al output, el ratio de eficiencia de una unidad eficiente será igual a uno, mientras que el de una ineficiente será mayor. Asimismo, la medida de ineficiencia vendrá dada por la diferencia del parámetro con la unidad.

En función de lo anterior, se identifican 15 unidades eficientes y 29 (el resto) inefficientes, siendo la media de los ratios de eficiencia 1.1572 (lo cual indica un 15.72 por cien de inefficiencia media para el conjunto de los centros analizados). Adicionalmente, se observa que los centros más inefficientes son los números 37 y 39 ya que sus ratios de eficiencia son los más elevados (1.6835 y 1.7169, respectivamente).

5. INFLUENCIA DE LAS UNIDADES EFICIENTES SOBRE LAS INEFICIENTES

Una vez realizada la obtención de los parámetros de eficiencia cabe la posibilidad de llevar a cabo un análisis adicional de las mismas siguiendo el método descrito por Hibiki y Sueyoshi (1999). Éste permite identificar los institutos eficientes que poseen una especial importancia en la catalogación de otras unidades como inefficientes. Asimismo, también facilita la detección o confirmación de DMUs con estructuras similares (Hibiki y Sueyoshi (1999:151)). En definitiva, el propósito sería conocer la/s entidad/es eficiente/s que tendría/n más influencia sobre el resto y aquélla/s que tuviese/n estructuras productivas similares.

La idea básica del método de estos autores consiste en calcular los ratios de eficiencia de cada unidad ineficiente eliminando del programa de cómputo una unidad eficiente cada vez. De este modo, con el cambio de nivel del parámetro de eficiencia, se estaría obteniendo la influencia de la eficiente en la inefficiencia de la analizada.

Como DMUs eficientes no se consideraron las quince encontradas con anterioridad sino las dos (27 y 28) que fueron reconocidas como tales en función de las propuestas de Andersen y Petersen (1993) y Wilson (1995) (APW)²⁰ de supereficiencia.

Con estas premisas los resultados que se obtuvieron fueron los reflejados en el Cuadro 3.

Los resultados de la tabla anterior fueron obtenidos computando programas en los que se eliminaron las unidades 27, 28 y ambas. Como podrá intuirse, los cálculos sólo se limitaron a aquellos centros que en su grupo de referencia tuviesen a alguna de las dos consideradas verdaderamente eficientes puesto que eliminar del programa una entidad eficiente que no forme parte de tal grupo no supone ningún cambio en el ratio de eficiencia.

20. El método de Andersen y Petersen (1993) y Wilson (1995) se basa en el cómputo de los ratios de eficiencia de cada unidad habiendo sido previamente eliminada del conjunto de comparación del análisis.

CUADRO 3
CÁLCULO DE LOS D_{A,B} SEGÚN HIBIKI Y SUEYOSHI Y VARIANTE PARA SINERGIAS

UNIDADES EFICIENTES SEGÚN ANDERSEN-PETERSEN y WILSON							
Matriz de d _{a,b} : ratio resultante de eliminar la unidad b del cómputo de la eficiencia de la a				Matriz de mejoras $D_{a,b} = N_a^* - d_{a,b}$			
	27	28	27 y 28	N [*] _a : Ratio de eficiencia de la unidad a.	27	28	27 y 28
1	1.0047	1.0007	1	1	1.0102	0.0055	0.0095
2	1.5606	1.5606	1.5606	2	1.5606	0	0
3	1.1227	1.1147	1.1147	3	1.1227	0	0.008
4	1.4423	1.4352	1.4352	4	1.4423	0	0.0071
5	1.1835	1.1698	1.1698	5	1.1835	0	0.0137
6	1	1	1	6	1	0	0
7	1	1	1	7	1	0	0
8	1.1356	1.1356	1.1356	8	1.1356	0	0
9	1	1	1	9	1	0	0
10	1	1	1	10	1	0	0
11	1.1345	1.1345	1.1345	11	1.1345	0	0
12	1.4303	1.4197	1.4197	12	1.4303	0	0.0106
13	1.0617	1.0499	1.0499	13	1.0617	0	0.0118
14	1.083	1.0657	1.0657	14	1.083	0	0.0173
15	1.4385	1.4384	1.4384	15	1.4385	0	0.00001
16	1	1	1	16	1	0	0
17	1	1	1	17	1	0	0
18	1.3098	1.2978	1.2978	18	1.3098	0	0.012
19	1.2645	1.2645	1.2645	19	1.2645	0	0
20	1.32	1.3001	1.3001	20	1.32	0	0.0199
21	1.0591	1.0547	1.0547	21	1.0591	0	0.0044
22	1	1	1	22	1	0	0

Continúa...

CUADRO 3
CÁLCULO DE LOS D_{A,B} SEGÚN HIBIKI Y SUEYOSHI Y VARIANTE PARA
SINERGIAS
(Conclusión)

UNIDADES EFICIENTES SEGÚN ANDERSEN-PETERSEN y WILSON							
Matriz de d _{a,b} ; ratio resultante de eliminar la unidad b del cómputo de la eficiencia de la a				Matriz de mejoras $D_{a,b} = N_a^* - d_{a,b}$			
	27	28	27 y 28	N [*] _a ; Ratio de eficiencia de la unidad a.	27	28	27 y 28
23	1.0282	1.0097	1.0097	23	1.0282	0	0.0185
24	1.1526	1.1466	1.1466	24	1.1526	0	0.006
25	1	1	1	25	1	0	0
26	1.0581	1.0581	1.0581	26	1.0581	0	0
29	1	1	1	29	1	0	0
30	1.0287	1.0287	1.0287	30	1.0287	0	0
31	1.2764	1.2764	1.2764	31	1.2764	0	0
32	1.4129	1.4077	1.4077	32	1.4129	0	0.0052
33	1	1	1	33	1	0	0
34	1.05	1.05	1.05	34	1.05	0	0
35	1.2525	1.2525	1.2525	35	1.2525	0	0
36	1.0792	1.0792	1.0792	36	1.0792	0	0
37	1.6835	1.661	1.661	37	1.6835	0	0.0225
38	1.2718	1.2716	1.2697	38	1.2774	0.0056	0.0058 0.0077
39	1.7169	1.7062	1.7062	39	1.7169	0	0.0107
40	1	1	1	40	1	0	0
41	1.1284	1.1192	1.1192	41	1.1284	0	0.0092
42	1	1	1	42	1	0	0
43	1	1	1	43	1	0	0
44	1.2148	1.2148	1.2148	44	1.2148	0	0

Fuente: Elaboración propia.

El Cuadro 3 recogería así las variaciones en los coeficientes que experimentarían los institutos no eficientes como consecuencia de que se suprimiera del análisis a una de las dos unidades supereficientes o a ambas. Como ello hará que necesariamente mejore la evaluación del centro examinado²¹, la diferencia indicará el decremento de N^*_a experimentado como consecuencia de la eliminación de una eficiente y, por tanto, el grado de influencia que ésta posee sobre la evaluación de la ineficiente. Cuantas más unidades queden afectadas por la eliminación de una unidad y mayor sea el nivel de su influencia, más importante será su efecto sobre el conjunto de las ineficientes.

Así, $D_{a,b} = N^*_a - d'_{a,b}$ del Cuadro 3 expresaría la mejora experimentada por cada DMU ineficiente ante la supresión de la unidad/es eficiente/s que forman parte de su grupo de referencia.

Aquella columna de la anterior tabla con más $D_{a,b}$ diferentes de cero indicará la unidad supereficiente que más influye en la determinación de los valores de eficiencia del resto. En efecto, como puede observarse es la unidad 28 seguida por la 27. Así, a pesar de ser la 27 la que presentó un mejor ratio de supereficiencia (0.8145), no es la que más influencia posee en la determinación de los niveles de gestión de otras.

Parece plausible, y casi inmediato, realizar una continuación de la propuesta de Hibiki y Sueyoshi (1999) en el sentido de que se podría completar el análisis calculando los efectos de la omisión de las unidades eficientes por grupos para poder observar los efectos sinérgicos que poseen sobre las no gestionadas bajo criterios tan apropiados.

En este sentido, para el caso particular de este trabajo, se calculó adicionalmente el parámetro de eficiencia de las unidades 1 y 38 eliminando simultáneamente la 27 y la 28, puesto que no existieron más centros cuyos grupos de referencia estuvieran compuestos por más de una unidad realmente eficiente APW²².

Este tipo de efecto se reflejó en la última columna del cuadro 3. En la que se calcularon los valores $D_{1,27y28} = 0.0102$ y $D_{38,27y28} = 0.0077$.

De este modo, la conclusión sería que al considerar el efecto conjunto de los centros 27 y 28 sobre los ineficientes 1 y 38 se observa un incremento de mejora

21. Piénsese que al suprimir del análisis una entidad que participa en el grupo de comparación de otra, se está restringiendo su conjunto de posibilidades y, por tanto, el óptimo (en este caso máximo) tendrá un valor inferior (o sea, la entidad mejora).
22. En el caso de que el grupo de referencia de alguna unidad hubiera estado constituido por alguna otra entidad supereficiente adicional, la propuesta que aquí se hace pasaría por calcular los ratios de eficiencia resultantes de eliminar todos los subgrupos de entidades componentes del grupo de comparación. Por ejemplo, si la unidad 1 hubiera estado también influida por la 6 y ésta hubiera sido también supereficiente, se hubiera calculado el ratio de la 1 suprimiendo la 6, la 27, la 28, la 6 y la 27, la 6 y la 28, la 27 y la 28 y, finalmente, la 6 junto con la 27 y la 28 simultáneamente.

del 1.02 por ciento y del 0.77 por ciento respectivamente. Esto significa que la influencia conjunta de las unidades 27 y 28 es mayor que cualquiera de las que separadamente realizan pero siempre inferior a lo que la suma de ambas podría inducir a pensar.

Este tipo de resultados no contemplados por Hibiki y Sueyoshi (1999) es apropiado para ayudar a dilucidar, no sólo las unidades eficientes más influyentes, sino también qué subconjunto de esas unidades presenta un grado de influencia colectiva mayor y, de este modo, poder lograr más información que influya en la identificación de centros cuya forma de gestión pueda ser tomada como patrón en el momento de decidir establecer pautas de actuación para la mejora de la guía de otras DMUs.

6. INFLUENCIA DE LAS UNIDADES EFICIENTES SOBRE LAS SUPEREFICIENTES

En este epígrafe se presenta un nuevo método de análisis que aporta más información acerca del comportamiento de las unidades estudiadas y que puede ser clasificado como una continuación lógica de la línea de variaciones del Análisis Envolvente de Datos comenzada por Andersen y Petersen (1993).

Estos autores propusieron un procedimiento de jerarquización de las unidades eficientes basado en la eliminación de la unidad eficiente del programa de cálculo de su propio ratio de eficiencia. A continuación, Wilson (1995) añadió la exigencia de que se considerara como disidente a cualquier unidad cuyo nivel de eficiencia resultante tras su evaluación al estilo de Andersen y Petersen se alejara más de un determinado porcentaje de su resultado original. A continuación, Mancebón (1996b) completó el sistema introduciendo la exigencia de que el cómputo se realizará mediante los dos tipos de orientación de los programas (al input y al output) si bien, en todo caso, eliminando la unidad cuya eficiencia se trataba de evaluar. Posteriormente, Hibiki y Sueyoshi (1999) introducen una nueva variante en función de la cual es posible averiguar la influencia que cada unidad eficiente ejerce individualmente sobre aquéllas con un nivel de gestión no adecuado. El procedimiento, tal y como se ha explicado en el apartado anterior, se basó en suprimir una a una las unidades eficientes que pertenecían a los grupos de referencia de las ineficientes y, así, recalcular los parámetros de evaluación de estas últimas unidades. Continuando con la lógica del proceso, en estas páginas se ha proporcionado solución al doble problema planteado por Hibiki y Sueyoshi (1999): lograr extender el análisis de influencia individual de las unidades eficientes a subconjuntos de los grupos

de referencia de cada unidad de decisión (DMU) ineficiente y obtener una interpretación de los resultados²³.

La variante adicional que se propone ahora seguiría dentro de la línea comenzada por Andersen y Petersen (1993) y tendría el objetivo de abundar más en el análisis mediante el cómputo de la influencia que las eficientes pueden tener en la jerarquización de las supereficientes. La idea fundamental se basa en que eliminando del análisis (de modo individual y en subconjuntos) las DMUs que componen los grupos de comparación de las supereficientes es posible observar el efecto que dichas unidades poseen sobre la supereficiente en cuestión.

En el cómputo de los ratios de las unidades supereficientes se generan un grupos de comparación para cada una de estas últimas DMUs, es decir, conjuntos de unidades seleccionadas por DEA cuya combinación lineal cumple las restricciones del programa y es comparada con la evaluada. En el caso particular del análisis realizado en este trabajo se generaron dos de esos grupos: uno para el centro 27 y otro para el 28. Las unidades que compusieron cada uno de ellos vienen reflejadas en el Cuadro 4.

**CUADRO 4
GRUPO DE REFERENCIA DE SUPEREFICIENCIA DE LAS UNIDADES 27 Y
28 Y VALORES DE SUS λ**

	DMU ₂₇	DMU ₂₈
6	—	0.0591
9	—	0.1718
16	0.4410	—
29	0.2431	0.21
33	—	0.2243
40	0.3158	0.2343

Fuente: Elaboración propia.

Como puede observarse, todos los institutos componentes de los *peer groups* del Cuadro 4 fueron evaluados como eficientes mediante la versión del modelo inicialmente empleada. Esto es lógico en tanto que al eliminar cada una de las supereficientes de sus propios programas de análisis, DEA busca otras unidades con las que comparar la evaluada (ya no es posible escoger a ésta porque ha sido suprimida).

23. Ver epígrafe anterior.

En este punto del análisis se vislumbra la posibilidad de suprimir, también, las unidades eficientes componentes de los grupos de comparación de las supereficientes y, así, computar la influencia que estos centros eficientes poseen sobre el cálculo del índice de supereficacia de las DMUs 27 y 28. Los resultados de este proceso se recogen en los Cuadros 5 y 6.

**CUADRO 5
INFLUENCIA DE LOS CENTROS EFICIENTES SOBRE LA UNIDAD 28**

Unidad 28	Coeficientes de supereficacia	Mejoras del nivel de supereficacia
28·28 ²⁴	0.9726	0
28·28·29	0.9554	0.0172
28·28·33	0.9669	0.0057
28·28·40	0.9685	0.0041
28·28·09	0.9477	0.0249
28·28·06	0.9577	0.0149
28·28·29·33	0.9339	0.0387
28·28·29·40	0.9204	0.0522
28·28·29·09	0.9445	0.0281
28·28·29·06	0.9547	0.0179
28·28·33·40	0.9669	0.0057
28·28·33·09	0.9441	0.0285
28·28·33·06	0.9383	0.0343
28·28·40·09	No factible	No factible
28·28·40·06	0.9294	0.0432
28·28·09·06	0.9477	0.0249
28·28·29·33·40	0.9203	0.0523
28·28·29·33·09	0.9208	0.0518
28·28·29·33·06	0.9190	0.0536
28·28·29·40·09	No factible	No factible

Continúa...

24. En esta notación la primera unidad es la analizada y las siguientes son las omitidas. Por ejemplo, 28·28·29 significaría que se analizaría la 28 omitiendo la misma 28 y la 29.

CUADRO 5
INFLUENCIA DE LOS CENTROS EFICIENTES SOBRE LA UNIDAD 28
 (Conclusión)

Unidad 28	Coefficientes de supereficiencia	Mejoras del nivel de supereficiencia
28-28-29-40-06	0.8785	0.0941
28-28-29-09-06	0.9444	0.0282
28-28-33-09-06	0.9374	0.0352
28-28-33-40-09	No factible	No factible
28-28-33-40-06	0.9285	0.0441
28-28-40-09-06	No factible	No factible
28-28-29-33-40-09	No factible	No factible
28-28-29-33-40-06	0.8784	0.0942
28-28-33-40-09-06	No factible	No factible
28-28-29-40-09-06	No factible	No factible
28-28-29-33-09-06	0.9187	0.0539
28-28-29-33-40-09-06	No factible	No factible

Fuente: Elaboración propia.

CUADRO 6
INFLUENCIA DE LOS CENTROS EFICIENTES SOBRE LA UNIDAD 27

Unidad 27	Coefficiente de supereficiencia	Mejoras del nivel de supereficiencia
27-27	0.8415	0
27-27-16	0.8393	0.0022
27-27-29	0.7234	0.1181
27-27-40	0.83	0.0115
27-27-16-29	0.6992	0.1423
27-27-16-40	0.83	0.0115
27-27-29-40	0.6980	0.1435
27-27-16-29-40	0.6980	0.1435

Fuente: Elaboración propia.

En el primero de estos dos últimos Cuadros, el número 5, se presentan las mejoras que el nivel de supereficiencia del centro 28 experimentó al eliminar cual-

quier subconjunto de unidades eficientes que componían su grupo de comparación (en total $\sum_{i=1}^s C_i = 31$). Cada uno de los resultados, por tanto, expresaba una medida de la influencia que la unidad/es suprimida/s ejercía/n sobre el coeficiente de supereficacia de la 28. A mayor nivel de mejora, más influencia tendría/n sobre el instituto 28. Por tanto, aquel subconjunto de unidades que presente un nivel significativamente grande de influencia sería susceptible de ser tomado en cuenta en el momento de establecer pautas de actuación que contribuyeran a mejorar la gestión de centros no eficientes.

Para la unidad 28, en concreto, se puede observar que las unidades 6, 9 y 29 poseen un nivel de influencia significativo de modo individual. No obstante, a nivel conjunto, la mejora máxima se presenta al eliminar simultáneamente las unidades 29, 40 y 6²⁵. En cualquier caso, es remarcable el hecho de que en todas las ocasiones en que las unidades 40 y 9 fueron suprimidas a la vez, DEA no pudo construir una unidad ficticia capaz de cumplir las restricciones impuestas en el programa, con lo cual se convertían en unidades imprescindibles para la catalogación de la 28 como supereficiente.

Asimismo, en el caso de la unidad 27 se comprueba que los centros 29 y 40 representan un papel relevante en la mejora del nivel de su coeficiente.

7. ANÁLISIS DE EFICACIA

En este epígrafe se procederá al cálculo de los ratios de eficacia a partir de los modelos DEA obtenidos introduciendo modificaciones en la propuesta de Bardhan (1995:98). En dicho trabajo, el autor realizó la evaluación de la eficiencia y eficacia de 638 centros educativos no universitarios del estado de Texas en EEUU. Al proceder al análisis de eficacia restringió el conjunto de unidades analizadas al grupo de las robustamente eficientes en función del criterio de Thomas (1990), es decir, a aquellas DMUs que siendo eficientes aparecían frecuentemente en el conjunto de referencia de otras unidades no eficientes²⁶. La versión DEA empleada con este tipo de centros fue la siguiente:

- 25. En realidad la máxima se presenta estrictamente con la omisión de 29,33,40 y 6 pero la consideración de la 33 tan sólo incrementa marginalmente el resultado.
- 26. Aunque este criterio de robustez fue empleado por Bardhan (1995: 97), no se considera que sea el más acertado debido a las explicaciones ofrecidas por Ganley y Cubbin (1992:50-1). Para estos autores un elevado número de pertenencias a diferentes grupos de referencia por parte de una misma unidad eficiente tan sólo implica comparabilidad de la misma con un alto número de centros ineficientes y no tiene nada que ver con el nivel de eficiencia de la unidad. En todo caso, guardaría relación con la existencia de una mayor cantidad de unidades ineficientes geométricamente próximas a la ubicación de la eficiente en cuestión.

$$\begin{aligned}
 & \underset{\theta_0, \lambda_j, S_{i-}, S_{r+}}{\text{Min}} \quad \theta_0 - \varepsilon \left(\sum_{i \in D} S_{i-} + \sum_{r=1}^s S_{r+} \right) \\
 & \text{S.A} \\
 & Y_{ro} = \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r+}, \quad \forall r : 1 \dots s \quad \text{M.3} \\
 & \theta_0 X_{io} = \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + S_{i-}, \quad \forall i \in D \\
 & Z_{ko} = \sum_{j=1}^n Z_{kj} \lambda_j + S_{k+}, \quad \forall k \in ND \\
 & b_{ro} \leq S_{r+}, \quad \forall r \in \{1, 2, 6\} \\
 & \lambda_j, S_{i-}, S_{r+}, S_{k+} \geq 0
 \end{aligned}$$

θ_0 : parámetro que mide la eficiencia de la unidad evaluada

λ : ponderaciones obtenidas como solución del programa. Expresan el peso que posee cada DMU dentro del grupo de comparación (*peer group*) de la DMUo.

S_{i-} , S_{r+} y S_{k+} variables de holgura de inputs discretionales, outputs e inputs no discretionales respectivamente.

X_{ij} : cantidad de input discrecional i empleada por la DMU j .

Y_{rj} : cantidad de output r producido por la unidad j .

Z_{kj} : cantidad de input no discrecional k empleada por la DMU j .

Subíndice 0 hace referencia a la unidad evaluada.

ε : infinitésimo.

$b_{ro} = \max \{0, MS_{ro} - Y_{ro}\}$ siendo MS_{ro} el criterio de eficacia elegido en términos de output.

La existencia de unos parámetros de eficacia legalmente establecidos en el estado de Texas, facilitó que Bardhan seleccionara objetivamente unos niveles de output de referencia. Esto no ocurre en el ámbito de la Comunidad Valenciana, por lo que la elección del criterio de eficacia procuró realizarse del modo más neutral posible. En este sentido, pareció que la elección de la media muestral de cada uno de los outputs considerados en el estudio (“Número de aprobados sobre matriculados” e “Inverso del coeficiente de variación”) podría ser lo más fácilmente aceptado ya que, en definitiva, las medias muestran lo que es posible alcanzar, no por unos pocos, sino por la DMU media. Así, restringiendo el cálculo a las unidades que fueron incluidas en el análisis, se predeterminó un valor de referencia de 0.337 para el output “Número de aprobados sobre matriculados” y de 5.038 para “Media de los resultados sobre el nivel de desviación típica”.

Por otro lado, la opinión de limitar el análisis a las robustamente eficientes en el sentido de Thomas (1990) no parecía ser lo más oportuno en coherencia con lo comentado por Ganley y Cubbin (1992:50-1), por lo cual, inicialmente, se pensó en restringir el análisis de eficacia a las unidades supereficientes encontradas en apartados anteriores. No obstante, a pesar de parecer lo más acertado desde un punto de vista teórico, ello limitaba el número de DMUs a dos (la 27 y la 28), no siendo operativa la aplicación de DEA. Por este motivo, finalmente, se optó por implementar el análisis con todas las unidades eficientes (15 en total).

Con las premisas anteriores, añadiendo además las modificaciones de Banker y Morey (1986:51) y Lovell y Pastor (1995:150) ya comentadas en epígrafes precedentes, se procedió al cálculo de los ratios de eficacia en función del programa siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min}_{\theta_0, \lambda, S_{i-}, S_{r+}} \quad \theta_0 - \varepsilon \left(\sum_{i \in D} (S_{i-} / \sigma_i) + \sum_{r=1}^s (S_{r+} / \sigma_r) \right) \\
 & \text{S.A} \\
 & Y_{ro} = \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r+}, \quad \forall r: 1 \dots s \quad (\text{M.4}) \\
 & \theta_0 X_{io} = \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + S_{i-}, \quad \forall i \in D \\
 & Z_{ko} = \sum_{j=1}^n Z_{kj} \lambda_j + S_{k+}, \quad \forall k \in ND \\
 & \varepsilon \lambda = 1 \\
 & b_{ro} \leq S_{r+}, \quad \forall r: 1 \dots s \\
 & \lambda_j, S_{i-}, S_{r+}, S_{k+} \geq 0
 \end{aligned}$$

donde las variables son las mismas que las comentadas antes. La única diferencia con el modelo de Bardhan (1995:98) reside en que en la cuarta restricción se imponen niveles de eficacia para todos los outputs docentes considerados en vez de seleccionar algunos.

Los valores de los ratios para cada unidad docente eficiente sometida a este análisis de eficacia vienen recogidos en el Cuadro 7.

La interpretación del resultado de los ratios vendría dada en función de su valor. Si es mayor que la unidad, como por ejemplo el de la unidad 16 (1.1424), estaría indicando que, en tantos por uno, el mínimo incremento necesario de todos los inputs discretionales para que la mencionada unidad alcanzara los baremos de eficacia en todos los outputs sería: $\theta_{16} - 1$ ($1.1424 - 1 = 0.1424$). Si por el contrario el ratio fuese igual a la unidad (por ejemplo el de la DMU 6) resultaría que el centro educativo en cuestión ya estaría cumpliendo todos los requisitos de eficacia estipu-

lados y, por tanto, no necesitaría ningún incremento de los inputs discretionales para llegar a cumplirlos.

CUADRO 7
RATIOS RESULTANTES DE LA EVALUACIÓN DE LA EFICACIA

UNIDADES	RATIOS DEL MODELO M.4
6	1
7	1.01878
9	1.3637
10	1
16	1.1424
17	1.05814
22	1.1347
25	1.0214
27	1.1079
28	1
29	1.08504
33	1
40	1
42	1.35636
43	1.99012

Fuente: Elaboración propia

En función de lo comentado, sólo cinco centros de educación secundaria eficientes (6, 10, 28, 33 y 40) resultaron ser, además, eficaces en función del criterio establecido. También resultó ser destacable el hecho de que uno de los centros que se evaluaron como superficientes en un epígrafe anterior (el 27 en concreto) no fue clasificado como eficaz puesto que su ratio de eficacia fue superior a la unidad (1.1079).

8. CÓMPUTO DEL MÍNIMO INCREMENTO DE INPUTS NECESARIO PARA AUMENTAR EL OUTPUT

El modelo de Bardhan (1995) da pie a utilizarse como medio de cálculo de los recursos mínimos necesarios para obtener un incremento del output de las unida-

des sometidas a análisis. En concreto, dado que el ratio de eficacia se interpreta como el porcentaje total de inputs necesarios para poder incrementar el output, parece inmediato extender el análisis al caso en el que, en vez de plantear unos niveles mínimos de eficacia que deban cumplir los centros, se propongan unos aumentos porcentuales de los outputs de cada unidad para computar el aumento mínimo necesario de recursos que propiciarían la consecución de esos nuevos niveles de producto.

De este modo, la especificación de los programas que serían utilizados para el cómputo de esos ratios de mejora sería:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\theta_0, \lambda_j, S_{i-}, S_{r+}}{\text{Min}} \quad \theta_0 - \varepsilon \left(\sum_{i \in D} (S_{i-} / \sigma_i) + \sum_{r=1}^s (S_{r+} / \sigma_r) \right) \\
 & \text{S.A} \\
 & Y_{ro} = \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r+}, \quad \forall r : 1 \dots s \\
 & \theta_0 X_{io} = \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + S_{i-}, \quad \forall i \in D \\
 & Z_{ko} = \sum_{j=1}^n Z_{kj} \lambda_j + S_{k+}, \quad \forall k \in ND \\
 & \varepsilon \lambda = 1 \\
 & 0.01 \cdot Y_{ro} \leq S_{r+}, \quad \forall r : 1 \dots s \\
 & \lambda_j, S_{i-}, S_{r+}, S_{k+} \geq 0
 \end{aligned} \tag{M.5}$$

La diferencia de esta especificación con la anterior estriba en que en la quinta restricción se impone que las variables de holgura de cada output sean como mínimo iguales al uno por cien del valor real que la unidad evaluada alcanza en cada uno de los mismos. De este modo, el programa estaría calculando los recursos discrecionales mínimos necesarios para que cada unidad evaluada alcance un nivel en cada uno de sus productos de al menos un uno por cien más.

Utilizando esta especificación se procedió al cálculo de los ratios de mejora con las unidades que resultaron eficientes en un apartado anterior²⁷ y los resultados fueron los ofrecidos en el Cuadro 8.

27. Se emplearon sólo las unidades eficientes porque, desde el punto de vista de la dirección de la administración de fondos de centros públicos, lo interesante sería conocer el incremento mínimo necesario que habría que destinar a centros que funcionaran de modo eficiente. Parece razonable pensar que los que no pudieran tener esta consideración necesitarían mejorar su gestión antes de plantearse la recepción de fondos adicionales para incrementar su output.

CUADRO 8
RESULTADOS DEL CÓMPUTO DE LOS RATIOS DE MEJORA

UNIDADES	RATIOS DE MEJORA DEL MODELO M.5
*6	1.000000
*7	1.000000
*9	1.056270
*10	1.000000
16	1.008390
*17	1.007470
22	1.012790
25	1.009060
27	1.024790
28	1.021540
29	1.028830
*33	1.000000
*40	1.072890
42	1.610050
*43	1.060520

Fuente: Elaboración propia²⁸.

28. La resolución de los programas para las unidades marcadas con * fue meramente aproximativa. Este tipo de cómputos, en caso de no limitarlos a las unidades supereficientes, presenta la peculiaridad de poder ofrecer soluciones solamente aproximativas en tanto que, en las restricciones, se exige que las unidades evaluadas alcancen valores en sus outputs superiores a los que realmente obtuvieron, con lo cual DEA ya no tendrá la oportunidad de ofrecer como solución a la propia unidad analizada. Por el contrario, con el conjunto de las supereficientes, este problema se evita debido a dos motivos que surgen del procedimiento empleado para ser identificadas. Primero, han demostrado que su eficiencia no es debida a ningún tipo de ventaja fuera del alcance del resto de las DMUs , es decir, no son disidentes o *outliers*. Con ello demuestran tener un mejor comportamiento que la demás. Segundo, son institutos que se hallan en un entorno geométrico del espacio input-output cercano al resto. Ello implica que ofrecerán soluciones factibles siempre y cuando no se imponga en las restricciones que las DMUs evaluadas alcancen un output superior más allá del límite escogido para no considerar a una unidad eficiente una *outlier* (en este trabajo fue, como ya se ha comentado, un 20 por ciento). El mismo tipo de razonamiento, pero aplicado al caso de los inputs, se puede utilizar en el caso presentado en el epígrafe referido al cálculo del máximo output obtenible a partir de una disminución de recursos dada.

Como puede observarse todos los ratios son mayores que uno²⁹ indicando que, como los outputs prefijados como meta eran un uno por ciento mayores que los reales, las necesidades de recursos de cada DMU también crecen y lo hacen en un tanto por uno de ($\theta_0 \cdot 1$).

9. CÓMPUTO DEL MÁXIMO OUTPUT OBTENIBLE A PARTIR DE UNA DISMINUCIÓN DE INPUTS DETERMINADA

De modo análogo al procedimiento llevado a cabo en el apartado anterior, sería posible implementar un modelo DEA que, en esta ocasión, computara el máximo output obtenible tras realizar una mínima disminución de inputs determinada.

En este sentido, se plantearía la posibilidad de calcular el mayor nivel de producto obtenible a partir del nivel de recursos que quedaran tras una reducción de un uno por cien. Para este fin, el programa que se empleó fue el siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\theta_0, \lambda, S_{i-}, S_{r+}}{\text{Max}} \quad \phi_0 + \varepsilon \left(\sum_{i \in D} S_{i-} + \sum_{r=1}^s S_{r+} \right) \\
 & \text{S.A} \\
 & \phi_0? Y_{ro} = \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r+}, \quad \forall r: 1 \dots s \\
 & X_{io} = \sum_{j=1}^n X_{rj} \lambda_j + S_{i-}, \quad \forall i \in D \\
 & Z_{ko} = \sum_{j=1}^n Z_{rj} \lambda_j + S_{k+}, \quad \forall k \in ND \\
 & \varepsilon \lambda = 1 \\
 & S_{i-} \leq 0.01 \cdot X_{io}, \quad \forall i \in D \\
 & \lambda_j, S_{i-}, S_{r+}, S_{k+} \geq 0
 \end{aligned} \tag{M.6}$$

En esta última versión ha cambiado la orientación del proceso (al output en vez de al input) y la quinta restricción ahora está referida a disminuciones de inputs en vez de a incrementos de productos³⁰. Los resultados de solucionar este último tipo de programa para cada unidad vienen recogidos en el Cuadro 9.

- 29. Para algunas unidades el coeficiente de mejora obtuvo un valor unitario. Ello podría conducir a la interpretación errónea de que hubiera algunos centros que no requerían recursos adicionales para aumentar su producto en un uno por cien. Lo cierto es que el resultado vendría derivado de la no existencia de solución factible para esos institutos. Ante esa situación, el programa ofrecía soluciones aproximativas que trataban de que el grado de incumplimiento de las restricciones fuese el mínimo posible. En todo caso, si el análisis se hubiera limitado a las DMUs realmente eficientes (supereficientes) no hubiera existido tal problema.
- 30. A pesar de que la mencionada restricción exige que las variables de holgura de los inputs sean mayores o iguales que un determinado nivel (al igual que ocurría en el modelo para la minimización de los recursos en el caso de apartados anteriores):

**CUADRO 9
RATIOS DE MÁXIMO OUTPUT A PARTIR DE UNA MÍNIMA REDUCCIÓN
DE INPUTS**

UNIDADES	RATIOS RESULTANTES DEL MODELO M.6
6	0.98518000
*7	0.00000843
*9	0.00000830
10	0.99200180
*16	0.00000702
17	0.99455800
*22	0.00000656
*25	0.00000714
27	0.96278690
28	0.99212500
*29	0.00000812
*33	0.00000848
*40	0.00000958
*42	0.00000805
*43	0.00000829

Fuente: Elaboración propia³¹.

Como puede observarse, en esta ocasión los ratios son menores que la unidad debido a que ahora expresan la reducción mínima de output que experimentará cada unidad ante el decremento mínimo de recursos. Así, por ejemplo, la unidad

$$S_{i-} \geq 0.01 \cdot X_{io}, \quad \forall i \in D$$

el sentido de la desigualdad es ahora también el mismo debido al signo diferente que afecta a las variables de holgura en las restricciones anteriores del modelo. Las variables de holgura de los outputs se restan del total del producto de las unidades reales y ficticias diferentes a la evaluada:

$$\phi_r \cdot Y_{ro} = \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r+}, \quad \forall r : 1 \dots s$$

mientras que las mismas variables pero referidas a los inputs se suman a las comparadas con la analizada:

$$X_{io} = \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + S_{i-}, \quad \forall i \in D$$

De este modo, las unidades que se comparan con la DMU_o tan sólo deberán presentar un nivel de inputs igual al de la examinada menos el nivel mínimo de su variable de holgura:

$$X_{io} - S_{i-} = \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \quad \forall i \in D$$

31. Los * representan lo mismo que en el cuadro 8.

28 presenta un ratio igual a 0.992125, lo cual implica que ante una reducción de sus inputs discrecionales de 0.01 por uno³², el output del instituto 28 se verá disminuido en $1 - 0.992125 = 0.007875$.

10. CONCLUSIONES

Tras realizar el análisis DEA sobre los centros docentes de bachiller COU de la provincia de Alicante en el año académico 1997/98 se encontraron 15 centros eficientes y 29 inefficientes con un ratio medio de eficiencia de 1.1572 (15.72 por ciento de inefficiencia media), que es un ratio semejante al reflejado en otros estudios de carácter similar para otras provincias.

Mediante el uso de variantes DEA del modelo inicial se identificaron sólo dos centros realmente eficientes o supereficientes. Se computaron los efectos sinérgicos de estas unidades sobre los demás centros, evidenciándose la presencia de efectos comunes de esas unidades sobre el conjunto de las inefficientes que las poseen como parte de su grupo de referencia. También se llevó a cabo el cómputo del mínimo incremento de inputs necesario para aumentar el output y el cómputo del máximo output obtenible a partir de una disminución de inputs determinada, observándose niveles muy similares para las unidades realmente eficientes.

Las conclusiones de la inspección educativa en los centros supereficientes podían ser, pues, válidas para decidir las actuaciones oportunas en el resto de los centros. La investigación corroboró así la utilidad de la técnica DEA para hacer más eficaz el trabajo de la inspección educativa.

Como resultado de todo lo anterior, se estimó oportuno entrevistar personalmente a los equipos directivos de los dos centros supereficientes con el objeto de identificar las actuaciones susceptibles de mejorar el nivel de eficiencia de los restantes. Pudo observarse que la preocupación por atajar problemas de disciplina, la coordinación docente entre los profesores de un mismo seminario, la implicación de los padres en el proceso educativo del discente, el establecimiento de cribas al alumnado a lo largo del bachillerato y la capacidad para mantener las decisiones de las calificaciones de los estudiantes ante las presiones de padres y APAs, eran las variables no identificadas en el modelo DEA que podían explicar el incremento de la eficiencia en los centros educativos.

32. Aunque en el programa se exija que las variables de holgura de los inputs sean al menos mayores que 0.01 y, por tanto, en principio, puedan alcanzarse reducciones mayores de recursos, el hecho de que, con solución factible, el cumplimiento de las restricciones se realiza en términos de igualdades, hace que la restricción inicial finalmente se contemple como un valor prefijado en un uno por cien de reducción de inputs.

BIBLIOGRAFÍA

- AFRIAT, S.N. (1972): "Efficiency estimation of production functions", *International Economic Review*, 13, 3, 568-98.
- AIGNER, D. J. y CHU, S.F. (1968): "On Estimating the Industry Production Function", *American Economic Review*, vol. 58, nº 4, pp. 826-39.
- ANDERSEN, P y PETERSEN, N.C. (1993): "A procedure for ranking efficient units in DEA.", *Management Science*, 39 (10), pp. 1261-1264.
- BANKER, R. y MOREY, R.C. (1986): "Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs", *Operations Research*, vol. 34, nº 4.
- BARDHAN, I.R. (1995): *Data envelopment analysis and frontier regression approaches for evaluating the efficiency of public sector activities: applications to public school education in Texas*. Tesis.
- BLANCO, J. M. (1997): "Comentarios acerca del desajuste educativo en España" *Papeles de Economía Española* , 72, octubre, 275-93.
- BLAU, F. (1996): "Symposium on primary and secondary education", *Education*, Fall, 10,4,3-9, versión electrónica de www.epnet.com/cgi-bin/epwto...0/reccount=6/ft=1/startrec=1/pic=1
- BOUSSOFIANE, A. et alter (1991): "Applied DEA.", *European Journal of Operational Research*, 15 (5), pp. 1-15.
- CASTEJÓN, J.L. (1996): *Determinantes del rendimiento académico de los estudiantes y de los centros educativos: modelos y factores*. ECU.
- COOPER, W.W. y GALLEGOS, A. (1991): "A combined DEA-stochastic frontier approach to Latin American airline efficiency measure evaluations", *Working paper*, Graduate school of business, the University of Texas at Austin, TX.
- CHARNES, A. y COOPER, W.W. (1962): "Programming with Linear Fractional Functionals", *Naval Research Logistics Quaterly*, Vol. 9, pp. 181-6.
- CHARNES, A. et alter (1978): "Measuring the Efficiency of Decision Making Units". *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, pp. 429-444.
- CHARNES, A. et alter (1997): *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, New York, Kluwer Academic Publishers, Second edition.
- DYSON et alter (1990): " A DEA tutorial", WWW.Warwick.ac.uk/~bsrlu/dea/deat/deat1.htm
- FARRELL, M.J. (1957): "The Measurement of Productive Efficiency", *Journal of the Royal Statistical Society, Serie A*, Vol. 3, pp: 253-290.
- FUENTES, R. (2000a): "Eficiencia y eficacia de los centros públicos de educación secundaria" III Encuentro de Economía Aplicada, Valencia.
- FUENTES, R. (2000b): "Análisis de la eficiencia de los institutos públicos de bachiller mediante el Análisis Envolvente de Datos (DEA)" VII Encuentro de Economía Pública, Zaragoza.

- HIBIKI, N. y SUEYOSHI, T. (1999): "DEA sensitivity analysis by changing a reference set: regional contribution to Japanese industrial development", *Omega*, 27, p: 139-53.
- HOMS, O. (1999): "La formación de los trabajadores: ¿A más formación, mayor cualificación?", en Miguélez, F. y Prieto,C. *Las relaciones de empleo en España*, cap III, pp: 167-89.
- LOVELL, C.A.K. et alter (1997): "Stratified Models of Education Production using modified DEA and Regression Analysis.", en Charnes et alter (eds.), *DEA: Theory, Methodology and Applications*, Massachusetts, Kluwer Academic Publishers, pp.329-352.
- LOVELL, C.A.K. y Pastor, J.T. (1995): "Units invariant and traslation invariant DEA models", *Operations Research Letters*, 18, pp. 147-51.
- MANCEBÓN, M.J. (1996a):"Potencialidad de las técnicas no paramétricas como método de mejora de la gestión de los centros escolares públicos. Un ejercicio de aplicación", en Grao, J. e Ipiña, A. *Economía de la educación. Temas de estudio*.
- MANCEBÓN, M.J. (1996b): *Evaluación de la eficiencia de los centros educativos públicos*. Universidad de Zaragoza. Tesis.
- MANCEBÓN, M.J. (1998): "La riqueza de los resultados suministrados por un modelo envolvente de datos: una aplicación al sector de la educación secundaria" *Hacienda Pública Española*, 145, 165-86.
- MANCEBÓN, M.J. (1999): "La función de producción educativa: algunas conclusiones de interés en la especificación de los modelos de evaluación de la eficiencia productiva de los centros escolares" *Revista de Educación*, 318, pp. 113-143.
- MARTÍNEZ SERRANO, J.M. (1999): "Sector público" en García Delgado (Dir.) *Lecciones de Economía Española*, cap. 13, Cívitas.
- PEDRAJA, F. y SALINAS, J. (1996): "Eficiencia del gasto público en educación secundaria: Una aplicación de la técnica DEA", en *Economía de la Educación. Temas de estudio e investigación*. Gobierno del País Vasco.
- SEIFORD, L.M. (1996): "DEA: The Evolution of the State of the Art (1978-1995)." *The Journal of Productivity Analysis*, 7, pp: 99-137.
- VOGELSTEIN, F. (1998): "Paying for college" *US News and World Report*, 9/7/98,vol. 125,nº 9, pp:68-71. Versión electrónica de www.epnet.com/cgi-bin/epwto...0/reccount=6/ft=1/startrec=1/pic=1
- WELCH, A.R. (1998):"The Cult of Efficiency in Education: Comparative Reflections on the Reality and the Retoric", *Comparative Education*, June, 34(2), 157-76.
- WILSON, P.W. (1995):"Detecting Influential observations in DEA", *Journal of Productivity Analysis*, 6, pp:27-45.