



Ingeniería Mecánica. Tecnología y Desarrollo
ISSN: 1665-7381
fjs@servidor.unam.mx
Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica
México

Noh, F.; Xamán, J.; Álvarez, G.; Lira, L.
Solución numérica para el flujo laminar en un canal con expansión brusca
Ingeniería Mecánica. Tecnología y Desarrollo, vol. 1, núm. 5, septiembre, 2004, pp. 175-181
Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica
Distrito Federal, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=76810504>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

Solución numérica para el flujo laminar en un canal con expansión brusca

F. Noh¹, J. Xamán^{1,2}, G. Álvarez¹, L. Lira¹

¹ Departamento de Ingeniería Mecánica-Térmica,

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (**Cenidet**),
Prol. Av. Palmira s/n. Col. Palmira. Cuernavaca, Morelos CP 62490, México.

Tel. and Fax (777) 3-12-76-13, E-mail: gaby@cenidet.edu.mx.

² División de Posgrado e Investigación, Instituto Tecnológico de Querétaro (**ITQ**),
Av. Tecnológico s/n, Col. Centro. Sgo. de Querétaro, Qro. CP 76000, México
Tel. (442) 2-16-35-97, Fax (442) 2-16-99-31, E-mail: xaman9745@hotmail.com.

RESUMEN

En este artículo se presenta la solución numérica para el caso de un flujo laminar en un canal alargado con una expansión brusca en la geometría. Las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía fueron resueltas numéricamente usando la técnica de volumen finito. El acople de las ecuaciones hidrodinámicas fue realizado utilizando el algoritmo SIMPLEC. Para la validación del código numérico desarrollado en lenguaje de programación Fortran, se consideró un caso particular de este problema reportado en la literatura, obteniéndose resultados satisfactorios en la comparación. Una serie de corridas computacionales fueron realizadas variando dos parámetros característicos: la razón de expansión y el número de Reynolds. Como resultado, valores detallados para la posición de re-encuentro y las características fundamentales de la transferencia de calor fueron determinadas (número de Nusselt).

RESUMEN

En este artículo se presenta la solución numérica para el caso de un flujo laminar en un canal alargado con una expansión brusca en la geometría. Las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía fueron resueltas numéricamente usando la técnica de volumen finito. El acople de las ecuaciones hidrodinámicas fue realizado utilizando el algoritmo SIMPLEC. Para la validación del código numérico desarrollado en lenguaje de programación Fortran, se consideró un caso particular de este problema reportado en la literatura, obteniéndose resultados satisfactorios en la comparación. Una serie de corridas computacionales fueron realizadas variando dos parámetros característicos: la razón de expansión y el número de Reynolds. Como resultado, valores detallados para la posición de re-encuentro y las características fundamentales de la transferencia de calor fueron determinadas (número de Nusselt).

NOMENCLATURA

C_f	coeficiente de fricción.
C_p	calor específico [J/kg K].
H	altura del canal a la salida de la expansión [m].
h	altura de expansión del canal (paso o escalón) [m].
Nu	número de Nusselt promedio en la pared caliente.
Nu_x	número de Nusselt local en la pared caliente.
P	presión [Pa].
q_i	flujo de calor [W].
Re	número de Reynolds.
S_ϕ	término fuente de la ecuación generalizada.
T	temperatura [K].
T_c	temperatura del aire a la entrada de la expansión [K].
T_h	temperatura de la pared inferior calentada [K].
t	tiempo [s].
u	componente de velocidad en dirección x [m/s].

u_0	velocidad media en la entrada de expansión [m/s].
v	componente de velocidad en dirección y [m/s].
x_1	posición de re-encuentro del flujo en la pared inferior [m].
x_2	posición de separación de flujo en la pared superior [m].
x_3	posición de re-encuentro del flujo en la pared superior [m].

Griegos

ΔV	incremento de volumen [m^3].
ΔT	diferencia de temperatura [K].
ϕ	variable generalizada.
Γ	propiedad generalizada.
λ	conductividad térmica [W/m K].
μ	viscosidad dinámica [kg/m s].
ρ	densidad [kg/m ³].
τ_{ij}	tensor de esfuerzos [kg/m s].

INTRODUCCIÓN

En muchos flujos de interés, tales como el enfriamiento de dispositivos electrónicos, enfriamiento en alabes de turbinas, cámaras de combustión, sistemas de ductos de aire acondicionado y algunas otros sistemas de intercambiadores de calor que se encuentran en la ingeniería de diseño, el fenómeno de separación del fluido de la corriente principal, debido a una expansión en la geometría física y el subsiguiente punto de re-encuentro, ocurre frecuentemente en este tipo de problemas. La existencia de la separación de flujo y la región de recirculación afectan significativamente el comportamiento de la transferencia de calor en los sistemas, por lo tanto, en la práctica de la ingeniería es esencial entender el mecanismo básico de transferencia de calor en flujos separados.

El fenómeno de separación del fluido es una de las características importantes del flujo en configuraciones geométricas que experimentan cambios bruscos. Esta separación puede entenderse como un desprendimiento del flujo principal del contorno. Empleando una explicación física más adecuada, se puede decir que en dichos flujos se produce una separación de la capa límite como consecuencia de la existencia de gradientes adversos de presión. La separación del flujo da lugar a recirculaciones o zonas de separación que caracterizan el flujo.

Las recirculaciones presentan un punto en el que se produce la separación del flujo de la pared, denominado punto de separación o *detachment point*, y otro en el que el flujo se vuelve a unir a ésta, denominado punto de unión o *reattachment point*. La distancia existente entre estos dos puntos se conoce como longitud de separación o longitud de unión, *separation or reattachment length*. Las posiciones de estos puntos se utilizarán como resultados característicos para diferentes condiciones para realizar la verificación de los resultados obtenidos.

El flujo recirculatorio en un canal rectangular con una expansión brusca en su geometría (*backward-facing step: BFS*) es una de las geometrías fundamentales donde la separación del flujo y su punto de re-encuentro ocurren. Acorde a lo anterior, innumerables estudios se han realizado en relación a esta geometría (Figura 1).

Sparrow y Chuck (1987) presentaron la solución numérica para el problema BFS, la solución fue obtenida con una formulación de línea de corriente-vorticidad con la técnica de diferencias finitas. El flujo fue considerado forzado para un rango del número de Reynolds (Re) de 200 a 1200 (sin efectos de fuerzas de flotación). Otro parámetro que caracterizó el problema que consideraron los autores fue la altura dimensional a la salida del canal alargado o razón de expansión (H/h), la cual fue de 2, 3 y 4. Entre los resultados se encuentran en forma gráfica las líneas de corriente y las isotermas, así como también relaciones para el punto de

re-encuentro del flujo y el número de Nusselt convectivo promedio (Nu) en función del Re y de H/h . Entre las conclusiones se encuentra que el número de Nusselt incrementa con el número de Reynolds y en la región desarrollada es independiente de él.

En 1990 fue presentado por Lin et al., (1990) el primer trabajo numérico para el problema BFS vertical, en el cual se consideró la convección combinada (natural-forzada) para una razón de expansión de 2 y valores para el número de Reynolds menores de 200. La solución fue obtenida por el método de volúmenes finitos usando el algoritmo SIMPLE para el acople de las ecuaciones de conservación de masa y momento. Un año más tarde, los autores, como una extensión al trabajo, publicaron la variante para el BFS, la cual consistió en inclinar el canal. Este último problema fue realizado para investigar la contribución de las componentes de flotación en el comportamiento del flujo. Entre los resultados, fue encontrado que la componente de flotación en dirección horizontal tiene un efecto pequeño sobre los perfiles de velocidad y temperatura, mientras que la componente de flotación vertical tiene influencia significativa en el comportamiento del flujo.

Kondoh et al., (1993) presentaron el estudio numérico para el BFS incluyendo solamente los efectos de convección forzada. Los autores realizan una serie de corridas computacionales, variando tres parámetros característicos que son los que definen el problema: razón de expansión del canal (1.25, 1.5, 1.67 y 2), número de Reynolds (10-500) y el número de Prandtl (Pr : 0-1000). De este estudio se concluyó, que la transferencia de calor local depende fuertemente de estos tres parámetros, el número de Nusselt local máximo no necesariamente se localiza en el punto de re-encuentro del flujo, en contraste a lo que comúnmente se creía, y que, si el número de Prandtl es considerablemente bajo ($Pr \leq 0.001$), el campo de temperaturas es gobernado por pura conducción de calor.

Una solución hidrodinámica para el BFS fue presentada por Barton (1995) con el objetivo de evaluar diferentes esquemas sobre mallas uniformes. La solución fue obtenida por la técnica de volúmenes finitos para una razón de expansión de 2 y número de Reynolds en el intervalo entre 300 y 800. Los resultados fueron comparados con resultados experimentales y otras soluciones numéricas reportadas, encontrándose que para $Re > 500$, el esquema híbrido tiende a fallar a menos que se refine más la malla.

El presente trabajo en régimen laminar, servirá como base para la implementación a futuro del problema BFS en régimen turbulento. Aquí se presentará una extensión al problema BFS donde se realiza un análisis del efecto de la variación de la razón de expansión, expresada por $H/(H-h)$, de 1.25 a 2.5 (cada 0.25) para números de Reynolds de 100 a 500 (cada 100) basados en la altura h (el paso o escalón).

FORMULACIÓN TEÓRICA

Considérese un flujo laminar incompresible en 2-D por convección dentro de un canal rectangular alargado con una expansión brusca de $(H-h)$ a (H) , como se muestra en la Figura 1. El fluido considerado fue aire con propiedades constantes, las cuales fueron evaluadas a una temperatura de referencia $(T_0 = (T_c + T_h)/2)$.

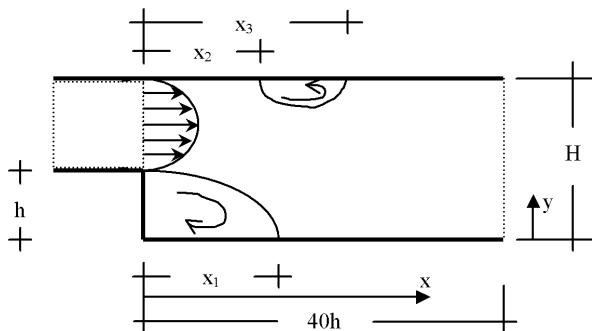


Figura 1. Canal rectangular con regiones de recirculación.

Las ecuaciones gobernantes para el flujo de fluido son las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía, las cuales pueden ser expresadas en notación tensorial como:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i T)}{\partial x_i} = -\frac{1}{C_p} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (3)$$

donde:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

x_i es la coordenada cartesiana en la dirección-i ($x_1=x$, $x_2=y$).

Las condiciones de frontera son de no deslizamiento en las paredes sólidas; perfil parabólico de la velocidad y temperatura constante en la entrada del canal; se considera que el flujo en la salida es completamente desarrollado a

una longitud de 40h, por lo que los gradientes de las variables son nulos; la pared superior y la pared del escalón se mantienen aisladas (adiabáticas) y la pared inferior se mantiene a una temperatura constante.

Matemáticamente esto se expresa como:

(a) A la entrada del flujo, en $x=0$:

$$u = v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{para } 0 \leq y < h$$

$$u = 6u_o \bar{y}(1 - \bar{y}), \quad v = 0, \quad T = T_c \quad \text{para } h \leq y \leq H$$

donde:

$$\bar{y} = \frac{y-h}{h} \quad u_o = \text{velocidad media en } x=0$$

(b) A la salida del flujo, en $x = 40h$:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{para } 0 \leq y \leq H$$

(c) Sobre la pared horizontal inferior, en $y = 0$:

$$u = v = 0, \quad T = T_h \quad \text{para } 0 < x < 40h$$

(d) Sobre la pared horizontal superior, en $y = H$:

$$u = v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{para } 0 < x < 40h$$

Desde el punto de vista de la ingeniería, la característica más importante del flujo es la cantidad de transferencia de calor a través del canal, el cual está representado por el número de Nusselt medio (\bar{Nu}). El número de Nusselt sobre la pared es calculado de $\bar{Nu} = qH/\lambda\Delta q$, donde $q = -\lambda(\partial q/\partial n)_{\text{pared}}$.

PROCEDIMIENTO NUMÉRICO

Las ecuaciones gobernantes fueron discretizadas usando un arreglo de malla desplazada y aplicando la técnica de volumen finito sugerida por Patankar [6].

Las ecuaciones gobernantes en forma general pueden ser expresadas como:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (4)$$

Cuando se integra sobre un volumen de control finito, la ecuación general anterior se convierte en una ecuación algebraica de la siguiente forma:

$$a_p \phi_p^{n+1} = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb}^{n+1} + b^n \quad (5)$$

donde n y nb denota el número de iteración y el coeficiente para los puntos vecinos, respectivamente.

El término fuente está dado por:

$$b^n = \rho_p^n \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \phi_p^n + S_C \Delta x \Delta y \quad (6)$$

Los coeficientes de la sumatoria se calculan, por ejemplo, para el nodo vecino E (este) del volumen de control de la figura 2:

$$a_E = D_e A(|Pe_e|) + \max[-F_e, 0] \quad (7)$$

donde:

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{(\delta x)_e} \Delta y \quad (8)$$

$$F_e = (\rho u)_e \Delta y \quad (9)$$

$$Pe_e = F_e / D_e \quad (10)$$

los cuáles son los flujos difusivos (D) y convectivos (F) en las caras del volumen de control. La razón de los términos convectivos con los difusivos se representa por el número de Peclet, Pe .

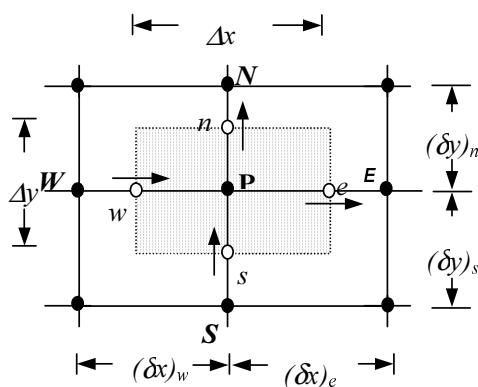


Figura 2. Volumen de control sobre una malla bidimensional.

La función $A(|Pe|)$ depende del esquema de aproximación utilizada para los términos convectivos. En este trabajo se utiliza un esquema híbrido, para el ejemplo se tiene la siguiente relación [6]:

$$A(|Pe|) = \max[0, (1 - 0.5|Pe|)] \quad (11)$$

El acoplamiento entre las ecuaciones gobernantes fue realizado por medio del algoritmo SIMPLEC propuesto por Van Doormal y Raithby [7]. Después de usar la aproximación de volumen finito, se obtiene un sistema de ecuaciones algebraicas, el cual fue resuelto usando el método de línea por línea (LBL). Se introduce bajo-relajación por medio del falso transiente, el cual permite y/o mejora la convergencia. Se logra la convergencia global cuando el balance de masa se verifica para todos los volúmenes de control con una aproximación de 10^{-10} , y cuando los valores residuales de las diferentes ecuaciones son suficientemente bajos (típicamente 10^{-10}). Se sugiere este criterio de convergencia para asegurarse de que las soluciones convergentes son aceptables.

VALIDACIÓN Y VERIFICACIÓN

Para propósitos de validación y verificación, la solución hidrodinámica del BFS fue obtenida para una razón de expansión de dos ($H/h=2$) y un intervalo del número de Reynolds de 100 a 600.

Para la validación, los resultados fueron comparados con los resultados experimentales de Armaly et al., (1983), esta comparación se presenta en la Tabla 1. Como se puede apreciar de la comparación experimental, en general a medida que se incrementa el número de Reynolds las diferencias entre los resultados numéricos y experimentales aumentan. Esto se debe fundamentalmente a que los efectos tridimensionales son más significativos, así como los efectos de transición de régimen laminar a turbulento ($600 < Re < 800$), por lo cual el modelo numérico laminar en 2-D pierde exactitud.

En el caso de verificación de los resultados, estos fueron comparados con las soluciones numéricas de Barton (1995) y de Sánchez Valdez (2001) para el punto de re-encuentro, x_1 , la longitud de separación, x_2 y para el punto de re-encuentro superior, x_3 (Tabla 2a-b). Las comparaciones muestran que las presentes predicciones son cercanas a los resultados reportados en la literatura. En general, se puede decir que los resultados numéricos fueron reproducidos satisfactoriamente.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Figura 3 se presentan los valores para los puntos de re-encuentro adimensionales (x_1/h) en función del Re para diferentes razones de expansión, $r = H/(H-h)$, (1.25-2.5, cada 0.25). En la figura se puede apreciar que conforme aumenta el número de Re para una razón de expansión fija, el valor de x_1/h aumenta. Entonces, se puede asegurar que entre más grande sea el valor del Re , se presentará una zona de recirculación mayor.

Tabla 1. Comparación del punto de re-encuentro, x_1 .

Re	Armaly et al., (1983)	Presente Estudio
100	2.95	2.86 (3.05%)
350	7.60	7.44 (2.11%)
500	10.10	9.44 (6.53%)
600	11.00	10.08 (8.36%)

Nota: Los valores entre paréntesis son las diferencias absolutas en %.

Tabla 2a. Comparación del punto de re-encuentro, x_1 .

Re	Sánchez (2001)	Barton (1995)	Presente estudio
100	2.97 (3.70%)		2.86
300		7.08 (0.85%)	7.02
350	7.65 (2.75%)		7.44
500	9.53 (0.94%)		9.44
600	10.15 (0.69%)	10.32 (2.33)	10.08

Nota: Los valores entre paréntesis son las diferencias absolutas en %.

Tabla 2b. Comparación de los puntos: x_2 y x_3 .

Re=600		
	Barton (1995)	Presente estudio
x_2	8.26	7.98 (3.39%)
x_3	15.65	15.40 (1.60%)

Nota: Los valores entre paréntesis son las diferencias absolutas en %.

Por otro lado, se observa también que para un valor fijo del número de Reynolds, la distancia de re-encuentro desde el escalón aumenta conforme la altura del escalón (h) es más pequeña para una altura del canal fija, H , esta tendencia es físicamente razonable. En la Tabla 3, se presenta el valor de H utilizado en el cálculo numérico y los valores obtenidos de x_1/h para Re de 100, 300 y 500.

El efecto del número de Reynolds sobre los esfuerzos cortantes (τ_w) o el coeficiente de fricción (C_f) es mostrado en la Figura 4 para una razón de expansión de 1.25. El factor de fricción es, $C_f = \tau_w / (\rho u_0^2/2)$, el esfuerzo cortante en la pared caliente es, $\tau_w = \mu \partial u / \partial y|_w$ y u_0 es la velocidad promedio a la entrada de la expansión ($x=0$). El esfuerzo cortante decrece conforme

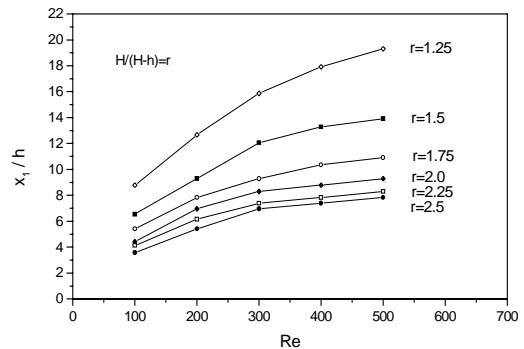


Figura 3. Puntos de re-encuentro en función del Re para diferentes razones de expansión del canal.

el Re se incrementa y alcanza un valor mínimo cerca de la posición de re-encuentro del flujo. En toda la zona de recirculación se tiene un valor negativo para el coeficiente de fricción debido a que los gradientes de velocidad en la pared son negativos, indicando la recirculación del flujo.

Los efectos de la razón de expansión sobre los esfuerzos cortantes es mostrado en la Figura 5 para un Re=500. Se aprecia de la figura que la variación local del esfuerzo sobre la pared caliente presenta cambios ligeramente pequeños para razones de expansión mayores o iguales a dos, nuevamente, esto es debido a que el tamaño de la burbuja de recirculación para $(H/(H-h)) \geq 2$ son similares.

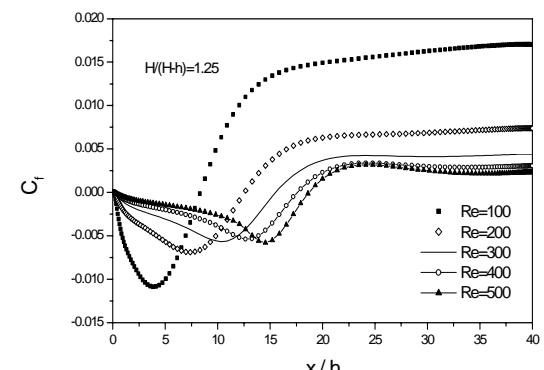


Figura 4. Efectos del Re sobre el esfuerzo cortante en la pared para una razón de expansión de 1.25.

En la Figura 6 se presentan los números de Nusselt local para cada razón de expansión desde 1.25 a 2.5 para todos los Re bajo estudio en este trabajo. En esta figura se aprecia que cada distribución local de Nusselt (Nu_x) inicia con un valor localmente bajo en el pie del escalón (el paso, $x=0$). Entonces, el Nu_x se incrementa de manera monótona y alcanza un valor máximo en una posición cercana al punto de re-encuentro (x_1). Despues del valor máximo, este decrece de manera asintótica hacia un valor constante de flujo completamente desarrollado. Estas características de la distribución del número

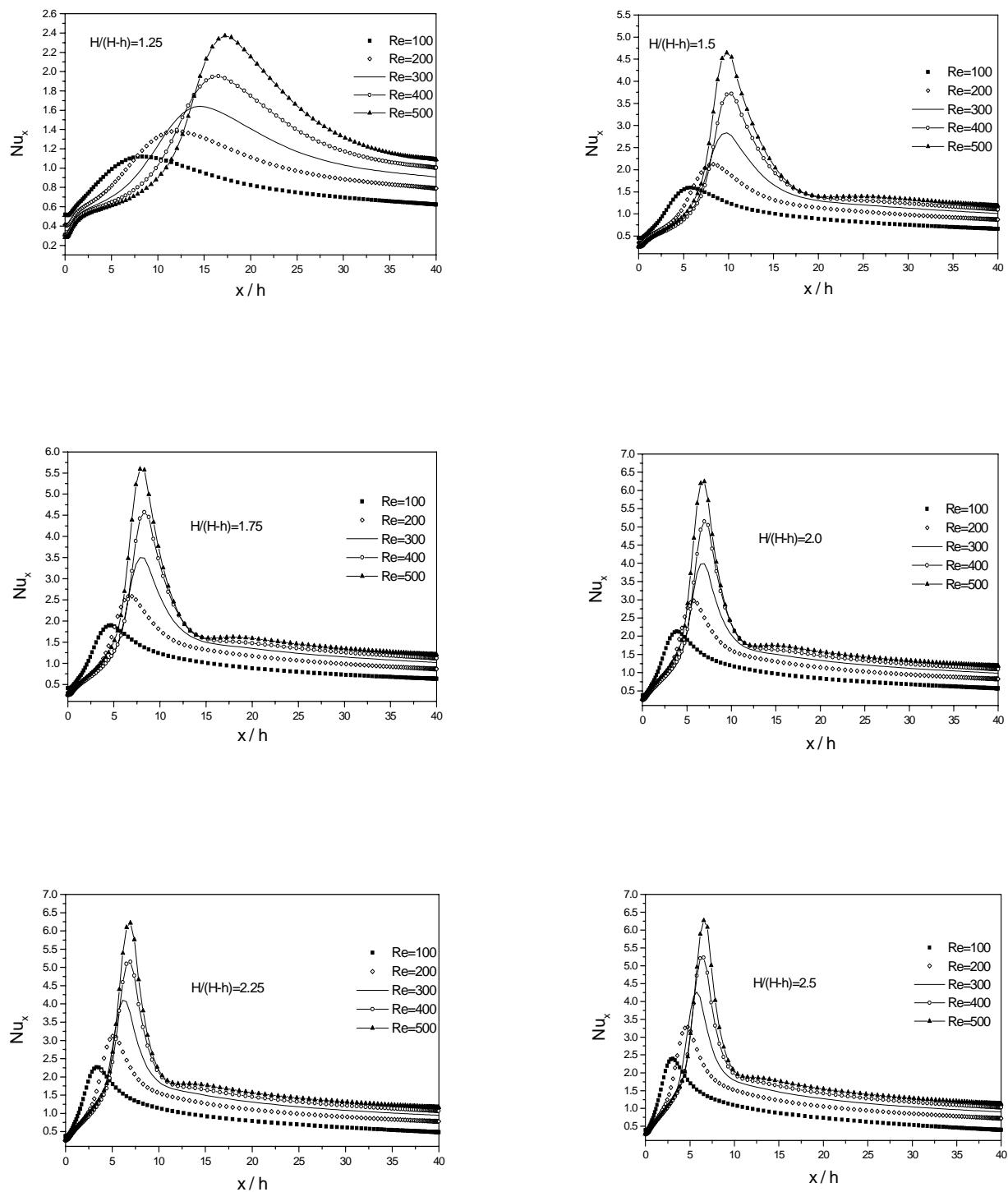


Figura 6. Número de Nusselt local a lo largo de la pared calentada para el intervalo del número de Reynolds de 100 a 500 para cada razón de expansión del canal de 1.25 a 2.5.

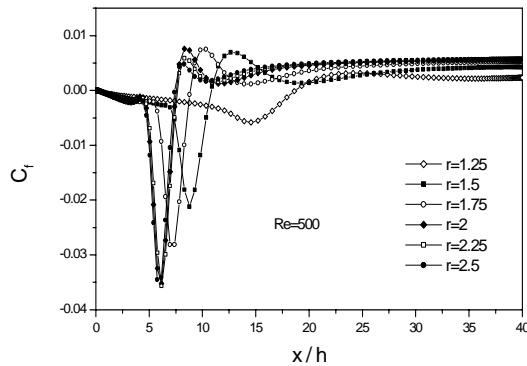


Figura 5. Efectos de la razón de aspecto sobre el esfuerzo cortante en la pared para un $Re=500$.

de Nusselt local refleja la separación, el re-encuentro y el re-desarrollo esperado por el flujo. Se aprecia que entre menor sea el número de Reynolds, más pronto se presenta el valor máximo del Nu_x .

Posteriormente al valor máximo, el valor de Nu_x de flujo desarrollado aparece en distancias más cortas desde el escalón o paso conforme el Re es más pequeño. Esto ocurre, porque en números de Reynolds más bajos, la recirculación de la burbuja es más corta y la capa límite térmica creciente debajo de la burbuja es más rápida. También, en esta figura se puede apreciar que para valores más grandes de razón de expansión, le corresponden valores más grandes de Nu local. Esto se explica por ejemplo: si la altura del escalón es fija (h), significa que la transferencia de calor es mayor para canales de altura más pequeña (H), con esta tendencia el efecto de la transferencia de calor es físicamente aceptable.

En la aplicación de ingeniería es común el uso de valores promedios. En la tabla 4 se presentan los valores de los números de Nusselt promedios para cada número de Reynolds en función de la razón de expansión. En esta tabla, se aprecia que al aumentar el número de Reynolds, el número de Nusselt promedio se incrementa; así también ocurre al aumentar la razón de expansión hasta que el número de Nusselt promedio alcanza un valor máximo aproximadamente para una razón de 2 y después de esta razón de expansión el valor del número de Nusselt promedio disminuye.

Tabla 4. Nusselt promedios en función de r y del Re .

$r = H/(H-h)$	$Re=100$	$Re=200$	$Re=300$	$Re=400$	$Re=500$
1.25	0.819	0.988	1.103	1.208	1.323
1.5	0.937	1.161	1.328	1.496	1.663
1.75	0.963	1.223	1.412	1.587	1.756
2	0.946	1.238	1.445	1.627	1.794
2.25	0.910	1.225	1.435	1.611	1.768
2.5	0.864	1.203	1.421	1.597	1.749

CONCLUSIONES

La transferencia de calor por convección en una geometría rectangular con una expansión brusca fue determinada numéricamente. Las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía para un fluido incompresible (aire) laminar fueron resueltas por el método de volumen finito.

Se realizó un estudio variando dos parámetros característicos del BFS: la razón de expansión, $H/(H-h)$, y el número de Reynolds. Como resultado, se obtuvieron la posición de re-encuentro y los números de Nusselt.

Se observó que la posición de re-encuentro, x_1 , aumenta conforme el número de Re aumenta. El valor de x_1 , también aumenta conforme la altura del escalón (h) disminuye para una altura del canal fija, H .

Finalmente, se encontró que el número de Nusselt promedio aumenta a medida que se incrementa el número de Re y alcanza un valor máximo para una relación aproximada a $H/h = 2$.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Sparrow E., Chuck W., "PC Solutions for Heat Transfer and Fluid Flow Downstream of an Abrupt, Asymmetric Enlargement in a Channel", Numerical Heat Transfer, Vol. 12, Pags. 19-40, 1987.
- [2] Lin J., Armaly B., Chen T., "Mixed Convection in Buoyancy-Assisting, Vertical Backward-Facing Step Flows", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 33, Pags. 2121-2132, 1990.
- [3] Lin J., Armaly B., Chen T., "Mixed Convection Heat Transfer in Inclined Backward-Facing Step Flows", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 34, Pags. 1568-1571, 1991.
- [4] Kondoh H., Nagano Y., Tsuji T., "Computational Study of Laminar Heat Transfer Downstream of a Backward-Facing Step", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, Pags. 577-591, 1993.
- [5] Barton I., "A Numerical Study of Flow Over a Confined Backward-Facing Step", Int. J. Num. Meth. Fluids, Vol. 31, Pags. 653-665, 1995.
- [6] Patankar S., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing, Washington, 1980.
- [7] Van Doormaal J., Raithby G., "Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flow", Numerical Heat Transfer, Vol. 7, Pags. 147-163, 1984.
- [8] Armaly F., Durst F., Pereira J., Schonung B., "Experimental and Theoretical Investigation of Backward-Facing Step Flow", J. Fluid Mech., Vol. 127, Pags. 473-496, 1983.
- [9] Sánchez Valdez Y., "Resolución Numérica de Casos Benchmark de Transferencia de Calor y Dinámica de Fluidos". Reporte de Laboratorio, Universidad Politécnica de Catalunya, Febrero de 2001.