UZURIAGA L., VIVIAN LIBETH; MARTÍNEZ A., ALEJANDRO; ARIAS M., JHON JAIRO
ALGUNOS MEDIOS QUE CONTRIBUYEN A MEJORAR EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA LINEAL
Scientia Et Technica, vol. XIV, núm. 38, junio, 2008, pp. 341-346
Universidad Tecnológica de Pereira
Pereira, Colombia

# ALGUNOS MEDIOS QUE CONTRIBUYEN A MEJORAR EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA LINEAL

## Some ways that contribute for improving learning of algebra linear

**RESUMEN**
Este documento contiene algunas de las estrategias metodológicas que se han venido implementando en la enseñanza de algunos cursos de álgebra lineal con los estudiantes de ingeniería de la Universidad Tecnológica de Pereira, las cuales corresponden a resultados parciales del proyecto de investigación "***Estudios metodológicos para contribuir a mejorar el proceso de enseñanza_aprendizaje del Álgebra Lineal, incorporando las TIC***"

**PALABRAS CLAVES:** álgebra lineal, diagnóstico, enseñanza_aprendizaje, estrategias, guía, taller, pre_clase.

**ABSTRACT**
*This document contains some of the methodological strategies that have been implemented in teaching some courses linear algebra with engineering students from the Universidad Tecnológica de Pereira, which correspond to partial results of the research project "Estudios metodológicos para contribuir a mejorar el proceso de enseñanza_aprendizaje del Álgebra Lineal, incorporando las TIC*"

**KEYWORDS:** *diagnosis, guides, linear algebra, pre_class, strategies, teaching-learning, workshop.*

**VIVIAN LIBETH UZURIAGA L.**
Licenciada en educación, Ph. D.
Profesora Titular
Universidad Tecnológica de Pereira
vuzuriaga@utp.edu.co

**ALEJANDRO MARTÍNEZ A.**
Licenciado en educación
Profesor Asistente
Universidad Tecnológica de Pereira
amartinez@utp.edu.co

**JHON JAIRO ARIAS M.**
Economista Industrial, M. Sc.
Profesor Asistente
Universidad Tecnológica de Pereira
jhonja@utp.edu.co

### 1. INTRODUCCIÓN

Teniendo en cuenta la problemática que reviste al proceso de enseñanza_aprendizaje del álgebra lineal, se vienen desarrollando y experimentando dentro de la investigación "***Estudios metodológicos para contribuir a mejorar el proceso de enseñanza_aprendizaje del Álgebra Lineal, incorporando las TIC***" actividades tales como el diagnóstico de conducta de entrada, talleres pre_clase y talleres guía de clase que le han permitido al estudiante leer antes de llegar a clase, estar atento en el desarrollo de la misma, consultar al profesor, pasar de ser un estudiante pasivo a ser activo, iniciarse en la investigación, hacerse partícipe de su aprendizaje, mantener la motivación durante el desarrollo de las clases y durante el curso, avanzar a su propio ritmo, sin perder el objetivo de la asignatura. Todo lo anterior, conlleva a una enseñanza diferenciada, más no discriminatoria.

### 2. CONTENIDO

Investigaciones anteriores han permitido identificar las siguientes causas como las más frecuentes que interfieren en el proceso de aprendizaje del álgebra lineal en los estudiantes de ingeniería de la Universidad Tecnológica de Pereira, causas que se han clasificado en cuatro grupos, a saber: las que permite la legislación vigente, las que son inherentes tanto al estudiante como al profesor y la falta de interdisciplinariedad[1].

Teniendo presente las causas anteriores como uno de los obstáculos que interfieren en el aprendizaje, se han venido diseñando algunas estrategias como las mencionadas anteriormente que han contribuido a mejorar en los alumnos el aprendizaje del curso y que se convierten en un modelo de estudio para el resto de su carrera.

#### 2.1 El diagnóstico de conducta de entrada

Es un diagnóstico de tipo instrumental con el cual se recopila la información requerida para identificar los conocimientos, habilidades y actitudes previas con que cuentan los estudiantes al iniciar el curso, lo que permite transformar, modificar o replantear el objetivo. Cabe resaltar que el propósito del diagnóstico es de contenido y no para evaluar el desarrollo del estudiante como personalidad[2].

[1] Uzuriaga López Vivian Libeth. Tesis doctoral: Una propuesta de enseñanza del álgebra lineal para los estudiantes de ingeniería de la Universidad Tecnológica de Pereira. La Habana Cuba, diciembre de 2006.
[2] Idem. Capítulo 3, Pág. 65

Fecha de Recepción: 25 de Enero de 2008
Fecha de Aceptación: 20 de Marzo de 2008

Asimismo, los resultados del diagnóstico sirven para caracterizar al estudiante, al grupo y reorientar el proceso de enseñanza. Al estudiante le permite valorar sus fallas, debilidades y fortalezas acerca de los temas requeridos para afrontar la asignatura. Al profesor le ofrece la oportunidad de rediseñar estrategias y forma de orientar el curso y el grupo, de acuerdo con las actitudes que tengan los estudiantes hacia la matemática y a los resultados obtenidos en cuanto a conocimientos y habilidades.

La caracterización que se realiza a los estudiantes no es con el propósito de etiquetarlos o discriminarlos, sino para proporcionarles una enseñanza diferenciada con actividades complementarias que le permitan tener las condiciones para el desarrollo del curso.

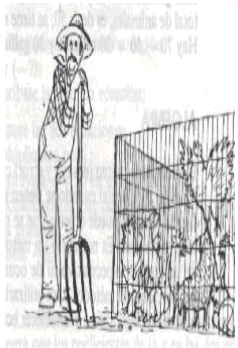
La tabla siguiente contiene un ejemplo de un examen conducta de entrada y se le ha adicionado una columna en la cual se resaltan los conceptos que se evalúan en cada pregunta o el propósito de la misma.

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA**
**FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS**
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

**OBJETIVO:** Diagnosticar los conocimientos previos que tiene el estudiante para cursar la asignatura Álgebra Lineal.

**DIRIGIDO A:** Estudiantes de ingeniería de la Universidad Tecnológica de Pereira que cursarán la asignatura Álgebra Lineal.

NOMBRE: ______________________ CÓDIGO: ______

| **Responda cada una de las siguientes preguntas, argumentado claramente sus respuestas** | **Conceptos** |
|---|---|
| 1) Dada la ecuación $M = \frac{AB - C \div D}{F}$, marque con una **X** la ó las respuestas correctas:<br>☐ $M = \frac{AB - C}{DF}$ ☐ $M = \frac{ABD - C}{DF}$<br>☐ $C = \frac{AB - MF}{D}$ ☐ $M = 5$ si $B = 0$, $C = -5$, $D = 1 = F$ | Manejo algebraico y evaluación de expresiones algebraicas |
| 2) Juan y Tatiana son estudiantes de la UTP y deciden ir a cine. Tatiana desea saber cuanto dinero tiene Juan, para lo cual Juan le responde: si tuviera \$12.000 más de lo que tengo y después duplicara esa cantidad, tendría \$60.000 más de lo que tengo. ¿Ya sabes cuánto dinero hay en mi bolsillo? | Modelado de ecuaciones lineales |
| 3) Cuál es su respuesta para la adivinanza del granjero<br><br>**La adivinanza del granjero**<br>Tengo una colección de gallinas y de conejos. Estos animales tienen 50 cabezas y 140 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos tengo?[3] | Modelo de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas |
| 4) Dada la ecuación $-3x + 2y = 18$. Agregue otra ecuación en cada caso de tal manera que se cumpla:<br>a. La gráfica de las dos ecuaciones se cortan en un único punto.<br>b. La gráfica de las dos ecuaciones **NO** se cortan<br>c. La gráfica de las dos ecuaciones se cortan en infinitos puntos<br>Haga la gráfica de las ecuaciones para cada caso. | Conceptos relativos a la línea recta. Pendiente, paralelismo perpendicularidad.<br>Abstracción y creatividad en las respuestas |
| 5) Juan Pérez es un estudiante de La Universidad, se encuentra cursando 3er semestre. El ha probado varias formas de estudio y de seleccionar a sus profesores.<br>**Marca con una X las situaciones en las cuales te identificas con Juan.**<br>☐ Juan no puede resolver los ejercicios de los exámenes a menos que el profesor los haya resuelto previamente en clase o haya hecho unos totalmente parecidos.<br>☐ Juan después de cada clase se va a repasar lo visto e intenta resolver ejercicios adicionales del libro o sugeridos por el profesor<br>☐ Juan tuvo una discusión con su profesor porque él le hace preguntas y le sugiere ejercicios que lo obligan a pensar, a realizar actividades adicionales o a investigar.<br>☐ Juan sólo estudia para los exámenes<br>☐ Juan está convencido que el profesor debe explicar todo | Actitud del estudiante frente al estudio, su compromiso y responsabilidad<br>Las respuestas permiten caracterizar al estudiante en cuanto a la disposición que tiene de progresar, mejorar y madurar como |

[3] Fleming Walter. Varberg Dale. Álgebra y trigonometria con geometria analítica. Prentice Hall. 1991. Pág 119.

| | | |
|---|---|---|
| | A Juan no le gusta trabajar en grupo. | estudiante que avanza hacia la independencia. |
| | A Juan le gustan los profesores que tienen fama que todo el mundo les gana porque es muy fácil y no hay que esforzarse mucho. Estudio lo del cuaderno y ya. | |
| | A Juan no le gusta que le dejen tareas, talleres o ejercicios | |
| | Juan afirma que lo que el profesor no hizo en clase no se puede evaluar | |
| | A Juan le gusta participar en clase | |
| | A Juan le gusta leer con anterioridad lo que va a ver en clase. | |
| 6) Responda las siguientes preguntas:<br>a. Considera que tiene vacíos para afrontar el curso. **SI** ☐ **NO** ☐<br>Porque ________________________<br>¿En cuáles temas? _________________<br>b. Le gustan las clases de Matemáticas<br>**SI** ☐ **NO** ☐ Porque _________<br>c. Considera que aprender Matemáticas es difícil. **SI** ☐ **NO** ☐<br>Porque _________________________ | | Valorar la actitud del estudiante frente a la matemática |

Tabla 1. Ejemplo de examen conducta de entrada

### 2.2 Taller pre_clase

Es un taller que se entrega al alumno antes de iniciar cada capítulo o tema y es desarrollado, presentado y sustentado en pequeños grupos al finalizar el contenido correspondiente, promoviendo el trabajo colaborativo y en equipo.

Los talleres contienen diferentes actividades que le permiten al estudiante generalizar, clasificar, particularizar, realizar lecturas de estudio, proponer ejemplos, hacer contextualizaciones, familiarizarse con los conceptos, leyes, propiedades y regularidades del tema. En consecuencia, con el taller se brinda la oportunidad a que el alumno se interese por el curso, se inquiete por investigar, consultar, leer, revisar, debatir, caracterizar, resumir y demostrar.

En el desarrollo del taller cada alumno avanza a su propio ritmo, ya que contiene los conceptos esenciales que debe alcanzar en el tema y él lo puede ir haciendo en la medida en que avanzan las clases.

Los talleres pre_clase constan de 5 secciones: ejercicios que requieren de los conceptos del tema a desarrollar para su modelado o solución, conceptualizaciones, ejemplificaciones, generalizaciones, preguntas para decidir su valor de verdad, con las cuales se verifican los conceptos vistos, ejercicios de tipo algorítmico y por último aplicaciones que permiten contextualizar el tema al cual hace referencia el taller.

Así por ejemplo, en la siguiente tabla aparecen algunas preguntas de un ejemplo de taller pre_clase para el tema ***Vectores***.

| **Secciones del taller** | **Algunos Ejemplos** |
|---|---|
| Situación que permite llevar al estudiante a las operaciones de los vectores | Un fabricante produce cuatro artículos. Su demanda está dada por el vector $d=(30,\ 60,\ 40,\ 10)$ y el precio por unidad que recibe el fabricante está dado por el vector $p=\begin{pmatrix}\$20\\ \$50\\ \$100\\ \$25\end{pmatrix}$.¿Cuánto dinero recibirá el fabricante? |
| Conceptualizaciones, ejemplificaciones, generalizaciones | 1. Describa un procedimiento algebraico y geométrico para sumar y restar vectores en el plano y en el espacio.<br>2. Defina y de un ejemplo de vector unitario en $R^n$. Ejemplifique la definición para $n=2,\ n=3$. Dibuje los vectores.<br>3. Defina distancia entre dos puntos y norma de un vector de $R^n$. Ejemplifique para $n=2,\ n=3$. Dibuje los vectores.<br>4. Enuncie y demuestre las propiedades que satisface el producto escalar de vectores de $R^n$. |
| Decidir el valor de verdad | **Responda verdadero ó falso a las siguientes afirmaciones. Justifique cada una de sus respuestas**<br>1. Sean $X, Y \in R^n$. Si $X \cdot Y = 0$, entonces por lo menos uno de los vectores es el vector nulo.<br>2. Sean $U, V, W \in R^2$. Siempre existen escalares $\lambda, \beta$ tal que $W=\lambda U+\beta V$ |

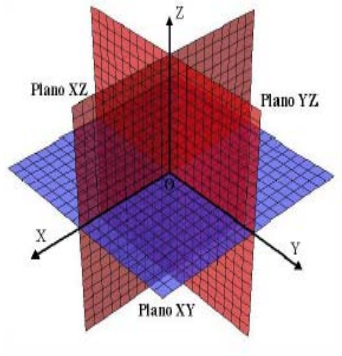
| | |
|---|---|
| Decidir el valor de verdad | 3. Si $U \times V = 0$ entonces al menos uno de los vectores es el vector nulo. |
| Ejercicios algorítmicos | 1. Hallar la longitud y dirección de los siguientes vectores: $V=(0,\ b)$, $b \in R$, $V=(1,\ 0)$ $V=(0,\ 1)$.<br>2. Encuentre el valor de $\beta$, si existe, que permita que los puntos $P=(-5,\ 0)$ y $Q=(\beta,\ 4)$ se encuentren a 10 unidades de distancia.<br>3. Determine el signo de cada uno de los ejes según los octantes<br><br>*Planos coordenados y octantes*<br>4. Determine en qué octantes pueden estar situados los puntos $P\ (x,\ y,\ z)$ cuyas coordenadas satisfacen las siguientes condiciones:<br>a) $x-y=0$ b) $x\,y\,z>0$<br>5. Sean $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ dos vectores que forman un ángulo $\varphi = \frac{2\pi}{3}$. Si $\lvert\mathbf{a}\rvert=3$ y $\lvert\mathbf{b}\rvert=4$. Calcular: $(3\mathbf{a}-2\mathbf{b})\cdot(\mathbf{a}+2\mathbf{b})$<br>6. Los vectores $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ son perpendiculares entre sí y el vector $\mathbf{c}$ forma con ellos ángulos iguales a $\frac{\pi}{3}$. Si $\lvert\mathbf{a}\rvert=3$, $\lvert\mathbf{b}\rvert=5$, y $\lvert\mathbf{c}\rvert=8$. Calcular: $\lvert\mathbf{a}+2\mathbf{b}-3\mathbf{c}\rvert^2$ |
| Contextualizaciones o Aplicaciones | Una empresa de artículos deportivos tiene dos fábricas y en cada una se ensamblan bicicletas de montaña fabricada en aluminio y titanio. La primera planta produce 150 bicicletas de aluminio y 15 de titanio por día. La segunda 220 y 20, respectivamente. Si $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix}150\\15\end{pmatrix}$ y $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix}220\\20\end{pmatrix}$. Calcule e interprete el significado de las siguientes expresiones[4]:<br>a) $\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2$ b) $\mathbf{v}_2-\mathbf{v}_1$<br>c) $10\mathbf{v}_1$ d) $a\mathbf{v}_1+b\mathbf{v}_2$<br>e) ¿Cuántos días debe trabajar cada fábrica para que la empresa entregue 2600 bicicletas de aluminio y 250 de titanio? |

Tabla 2. Ejemplo de taller pre_clase

### 2.3 Talleres guía de clase

Estos talleres se entregan al iniciar cada clase y en general contienen actividades, ejemplos, ejercicios o parte de la teoría que se desarrollará durante la sesión. Las actividades propuestas en las guías brindan al estudiante la posibilidad de leer, interpretar, conjeturar, identificar hipótesis y tesis en los teoremas, proponer ejemplos y contraejemplos, usar la teoría para resolver los diferentes ejercicios. Además, se promueve el trabajo colaborativo y en equipo, la participación del alumno en la clase permitiéndole salir de la pasividad que caracteriza a un estudiante en una clase tradicional. Asimismo los alumnos mantienen el interés durante la clase ya que de antemano conocen lo que se desarrollará y pueden trabajar a su propio ritmo dependiendo del conocimiento que tengan acerca del tema.

La siguiente tabla contiene un ejemplo de un taller guía de clase para el inicio del tema ***determinantes***

| **Ilustrando o ejemplificando <u>(NO DEMOSTRANDO)</u> propiedades de los determinantes** |
|---|
| 1) El determinante de $A=\begin{bmatrix}8&5&3\\0&4&7\\0&0&-6\end{bmatrix}$ es: _____<br>2) El determinante de $A=\begin{bmatrix}-3&0\\5&7\end{bmatrix}$ es: ______<br>En cada caso ***¿Qué clase de matriz es*** $A$?<br>**<u>Teorema 1.</u>** Sea $A=(a_{ij})_{n\times n}$ una matriz triangular, entonces $\det(A)=$ ____________ |
| 3) Considere las matrices $A=\begin{bmatrix}4&3\\-2&-5\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1&3\\-2&-6\end{bmatrix}$ |

[4] Nakos George. Joyner David. Álgebra Lineal con aplicaciones. International Thomson Editores. Ejemplo 10, Pág. 73

| |
|---|
| (a) $\det(A)=$ _____ ¿ $A$ es invertible? ____________<br>(b) $\det(B)=$ _____ ¿ $B$ es invertible? ____________<br><br>¿Exista alguna relación entre el determinante de una matriz con el hecho que la matriz tenga inversa?<br>**Teorema 2.** $A=(a_{ij})_{n\times n}$ es una matriz invertible si y sólo si $\det(A)$ ___________ |
| 4) Considere las matrices $A=\begin{bmatrix}4 & 3\\ -2 & -5\end{bmatrix}$ y $B=\begin{bmatrix}5 & 4\\ 7 & 7\end{bmatrix}$.<br>Calcular: $AB$, $\lvert A\rvert$, $\lvert B\rvert$, $\lvert AB\rvert$, $A^{-1}$, $\lvert A^{-1}\rvert$, $B^{-1}$, $\lvert B^{-1}\rvert$<br>(a) ¿Cómo es $\lvert AB\rvert$ comparado con $\lvert A\rvert\ \lvert B\rvert$ ?<br>(b) ¿Cómo es $\lvert A\rvert$ comparado con $\lvert A^{-1}\rvert$ ?<br><br>**Teorema 3.** Sean $A$ y $B$ dos matrices de tamaño $n\times n$. Entonces $\det(AB)=$ ___<br>1. Responda verdadero ó falso en las siguientes afirmaciones, Justifique su respuesta<br>(a) $\det(AB)=\det(BA)$<br>(b) $\det(A+B)=\det(A)+\det(B)$<br>(c) $\det(A^{-1})=(\det A)^{-1}$<br>2. Encuentre el valor de $k$ para que $A=\begin{bmatrix}k & -3\\ 4 & 1-k\end{bmatrix}$ sea singular |

Tabla 3. Ejemplo de taller guía de clase

### 2.4 Otras experiencias

En el segundo semestre de 2007, en el curso de Matemáticas IV (Ecuaciones Diferenciales Ordinarias) que se orienta en la Universidad Tecnológica de Pereira, se empezaron a implementar guías de clase para dos grupos que estaban a cargo del profesor Alejandro Martínez, motivadas por los excelentes resultados obtenidos en los curso de Álgebra Lineal en los cuales se han implementado las estrategias metodológicas descritas en este artículo.

Estas guías constan de los siguientes apartados: objetivos y actividades a realizar.

- *Objetivos*: lo que se pretende lograr en la clase.
- *Actividades*: modelamiento si el tema así lo amerita, preguntas para verificar lo leído y ejercicios de tipo tanto algorítmico como de manejo conceptual.

Al igual que con los curso de álgebra lineal, las guías se entregaban con suficiente anticipación para que los estudiantes realizaran la lectura de un texto guía o sugerido y se apropiaran de los conceptos requeridos para su desarrollo en la clase con la orientación del profesor.

Estas guías se encuentran en etapa de diseño y experimentación para después hacer las correcciones y ajustes para un mejor aprovechamiento. Sin embargo, se observó en los estudiantes un mayor interés por el curso, se fomentó el trabajo en equipo o colaborativo, una mayor asistencia a las horas de consulta y los resultados en la evaluación fueron mejores.

La siguiente tabla contiene un ejemplo de guía de clase para el inicio del curso.

| **Objetivos:**<br>a) Presentar algunos modelos matemáticos que conducen a ecuaciones diferenciales<br>b) Introducir los conceptos y terminología requerida para abordar el curso | |
|---|---|
| Lecturas de preparación para la clase | Leer del texto guía "Ecuaciones diferenciales, o enfoque al modelado" las páginas 1 a la 11. |
| Modelación matemática | Plantear un modelo matemático para cada situación<br>1. Un cable flexible homogéneo está suspendido por sus dos extremos. Hallar la ecuación de la curva cuya forma va a tomar el cable bajo su propio peso.<br>2. Un depósito semiesférico de radio $R$ se encuentra lleno de agua. En el fondo hay un agujero de radio $r<R$. Calcule la altura $h$ en cualquier instante $t$ y determine el tiempo que tardará en vaciarse. |
| Manejo conceptual | I. Responda las siguientes preguntas, de acuerdo a lo leído<br>1. ¿Qué es una ecuación diferencial?. De ejemplos<br>2. ¿Cómo se clasifican las ecuaciones diferenciales?<br>3. ¿Qué es una solución de una ecuación diferencial y qué tipo de soluciones hay?<br>4. ¿Cómo se clasifican las ecuaciones diferenciales?<br>5. ¿Qué es un problema de valor inicial (PVI). De ejemplos.<br>6. ¿Cuáles son las condiciones o hipótesis que se deben cumplir o verificar para que un PVI tenga una única solución.<br><br>II. Determine si el teorema de existencia y unicidad garantiza que el PVI dado tenga solución única<br>a) $y'=xy^2$, $y(0)=2$ b) $y'=\sqrt{\dfrac{x}{y}}$, $y(1)=0$ |

| | |
|---|---|
| Ejercicios algorítmicos | 1. Clasifique las siguientes ecuaciones. En cada caso, identifique la(s) variable(s) independientes y la variable dependiente<br>a) $(xy')^2 + 2(k - xy)y' + y^2 = 0$<br>b) $(2x + y)\,dx + x\,dy = 0$<br>c) $x^3 y''' - 3x^2 y'' + xy' + 2y = \ln x$<br>d) $\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} = e^{kt}$<br>e) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{dy^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$<br>2. Determine si la función o relación es solución de la ecuación diferencial respectiva<br>a) $y = \int_1^x \frac{e^{-t}}{t^2}dt,\ x > 0;\ xy'' + (x+2)y' = 0$ .<br>b) $x(t) = e^t \operatorname{sen} 2t;\ \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + 5x = 0$<br>c) $y = e^{-x}\ln x;\ xy'' + (1+2x)y' + (1+x)y = 0$ |

Tabla 4. Ejemplo de guía de clase Ecuaciones Diferenciales

## 3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

a) Las estrategias metodológicas empleadas generaron un cambio positivo en los estudiantes como: mejor actitud y compromiso frente al curso, ser activos en la formulación de preguntas, aumentó su participación y aprendieron a ver el error como una oportunidad de aprendizaje y no como una situación de fracaso.

b) Algunas de las actividades de los talleres les permitió a los estudiantes iniciarse en pequeñas investigaciones, a asignarle un valor al curso por los aportes que éste hace a su formación al poderse modelar aplicaciones de ingeniería o de otras materias de matemáticas y no simplemente a verla como un curso más sin importancia dentro de su pensum académico; además, contribuyeron al desarrollo y madurez del pensamiento en ellos, lo cual se evidenció en su forma de preguntar y de responder las preguntas realizadas tanto en clase como en exámenes.

c) La mayoría de los estudiantes se mantuvieron en el curso hasta el final, se mejoró la asistencia a las asesorías y la espontaneidad en su participación.

Se recomienda desarrollar e implementar estrategias metodológicas similares a las expuestas en los otros cursos de matemáticas con el propósito de llevar al alumno a avanzar hacia la independencia, autorregulación, hacerse partícipe de su aprendizaje, a trabajar en grupo, entre otros y no perder el estado activo que se ha logrado en el curso de álgebra lineal.

## N. BIBLIOGRAFÍA

[1] Fleming Walter. Varberg Dale. Álgebra y trigonometria com geometria analítica. Prentice Hall. 1991. Pág 119.

[2] González Agudelo Elvia María. La investigación formativa o acerca del desarrollo de competencias científicas en la educación superior. I Encuentro internacional de Educación Superior: Formación por competencias. Medellín, Junio de 2005.

[3] Kolman Bernard. Álgebra Lineal con aplicaciones y Matlab. Editorial Prentice Hall. Sexta edición, 1999.

[4] Llivina Lavigne Miguel Jorge. Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos. Tesis doctoral, Cuba 1999.

[5] Llivina Lavigne Miguel Jorge. La capacidad para resolver problemas matemáticos vista con un enfoque personológico. Edición Víctor Barros Argote, 2000.

[6] Martínez Alejandro y otros. Ecuaciones diferenciales, un enfoque al modelado. Impreso por Postergraph. 2007

[7] Nakos George, Joyner David. Álgebra Lineal con aplicaciones. Internacional Thomson Editores. 2001.

[8] Silvestre Oramas Margarita, Zilberstein Toruncha José. Hacia una didáctica desarrolladora. Editorial Pueblo y Educación, 2002.

[9] Torres Fernández Paúl y otros. Tendencias Iberoamericana en la educación matemática. Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona”. Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas – Computación, 1998.

[10] Uzuriaga López Vivian Libeth, Arias Mendoza Jhon Jairo. Una mirada al Álgebra Lineal. Revista Scientia et Técnica Año XII, No. 30. 2006.

[11] Uzuriaga López Vivian Libeth y otros. Dificultades que aparecen en el proceso enseñaza_aprendizaje de la matemática al pasar del bachillerato a la universidad. Revista Scientia et Técnica Año XII, No. 32. 2006.

[12] Uzuriaga López Vivian Libeth. Una propuesta de enseñanza del Álgebra Lineal para los estudiantes de ingeniería de la Universidad Tecnológica de Pereira. Tesis doctoral. La Habana Cuba, 2006.