Perfiles educativos
ISSN: 0185-2698
ISSN: 2448-6167
Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación

González Peralta, Angelina Guadalupe; Sánchez Aguilar, Mario

Conocimientos de docentes de primaria en formación respecto a perímetro y área de polígonos

Perfiles educativos, vol. XLII, núm. 169, 2020, Julio-Septiembre, pp. 70-87
Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación

DOI: https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2020.169.59328

# Conocimientos de docentes de primaria en formación respecto a perímetro y área de polígonos

Angelina Guadalupe González Peralta* | Mario Sánchez Aguilar**

El objetivo de la investigación es analizar el conocimiento que docentes de primaria en formación ponen en juego al resolver problemas de perímetro y área de polígonos. Para este propósito, elegimos doce tareas matemáticas: dos vinculadas a conocimientos factuales sobre perímetro y área, cuatro relativas a la comprensión de estos conceptos y seis enfocadas a explorar el uso de procedimientos rutinarios. Junto con el instrumento, diseñamos un código que permitiera realizar una categorización y análisis de las respuestas escritas de los participantes. En este estudio cualitativo participaron 39 estudiantes mexicanos de la licenciatura en Educación Primaria de una escuela Normal. Al analizar las respuestas de los sujetos de estudio identificamos dificultades para proporcionar definiciones formales de los conceptos de perímetro y área, además de que parecen estar más familiarizados con el uso de procedimientos de rutina que con la comprensión de los conceptos.

**Palabras clave**

Matemática educativa
Conocimiento
Conocimiento matemático
Formación inicial de profesores
Educación normalista

*The objective of the investigation is to analyze the knowledge which elementary teacher trainees bring to bear when solving problems of perimeter and area of polygons. For this purpose, we chose twelve mathematical tasks: two involving factual knowledge of perimeter and area, four related to comprehension of those concepts, and six focused on exploring the use of routine procedures. With the instrument, we designed a code with which to classify and analyze participants' written answers. Thirty-nine (39) Mexican undergraduate students in the elementary education program at a teacher training school participated in this qualitative study. On analyzing their answers, we identified difficulties in providing formal definitions of the concepts of perimeter and area, and the subjects appear to have greater familiarity with the use of routine procedures than comprehension of concepts.*

***Keywords***

*Educational mathematics*
*Knowledge*
*Mathematical knowledge*
*Early teacher training*
*Teacher training*

Recepción: 22 de marzo de 2019 | Aceptación: 19 de diciembre de 2019
DOI: https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2020.169.59328

* Profesora de tiempo completo de la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de Baja California. Doctora en matemática educativa. Líneas de investigación: uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas; conocimiento del profesor de matemáticas; aspectos afectivos en el proceso de aprendizaje. Publicaciones recientes: (2017, en coautoría con J.G. Molina y M. Sánchez), "Identificación de estrategias en un juego bipersonal entre estudiantes universitarios", *Educación Matemática*, vol. 29, núm. 2, pp. 187-208. DOI: https://doi.org/10.24844/EM2902.07; (2014, en coautoría con J.G. Molina y M. Sánchez), "La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas", *Educación Matemática*, vol. 26, núm. 3, pp. 109-135. CE: lma.agp@gmail.com

** Profesor del Programa de Matemática Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada (CICATA) del Instituto Politécnico Nacional (IPN) (México). Doctor en Investigación en Didáctica de las Matemáticas. Líneas de investigación: uso de tecnología en el estudio de las matemáticas; estudios sobre el profesor de matemáticas. Publicaciones recientes: (2020), "Replication Studies in Mathematics Education: What kind of questions would be productive to explore?", *International Journal of Science and Mathematics Education*, vol. 18, núm. 1 (suplemento), pp. 37-50. DOI: https://doi.org/10.1007/s10763-020-10069-7; (2020, en coautoría con M. Andrade-Molina y A. Montecino), "Beyond Quality Metrics: Defying journal rankings as the philosopher's stone of mathematics education research", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 103, núm. 3, pp. 359-374. DOI: https://doi.org/10.1007/s10649-020-09932-9. CE: mosanchez@ipn.mx

## Introducción

Shulman (1987) afirma que enseñar empieza con la comprensión del docente de lo que se debe aprender y cómo se va a enseñar. El perfil profesional del licenciado en Educación Primaria en México es complejo, puesto que el docente debe enseñar los contenidos de todas las asignaturas del grado escolar que imparte; es por ello que se considera relevante identificar qué conocimientos matemáticos poseen los docentes en formación de acuerdo con el currículo de educación primaria. En este sentido, Menon (1998) sugiere que los estudios sobre los conocimientos del docente en formación pueden contribuir en el rediseño de los planes de estudio de los programas de formación de profesores de matemáticas.

El objetivo de la investigación que reportamos es analizar el conocimiento que ponen en juego estudiantes de la licenciatura en Educación Primaria de una escuela Normal al resolver problemas de perímetro y área de polígonos. En particular, se analiza el conocimiento factual, la comprensión y el desarrollo de procedimientos rutinarios de 39 docentes en formación que, al momento de llevar a cabo la investigación, se encontraban inscritos en sexto u octavo semestre de la licenciatura en Educación Primaria.

Fennema y Franke (1992) afirman que uno de los factores que más influye en lo que ocurre en el aula y en cómo aprende el alumno es precisamente lo que el docente sabe. Yew *et al.* (2011) señalan que los docentes deben tener un profundo conocimiento de la matemática que pretenden enseñar para que les sea posible organizar la instrucción de manera que los contenidos matemáticos sean comprendidos a profundidad por los estudiantes y que los puedan relacionar con conocimientos previos. Además, Mohr-Schroeder *et al.* (2017) indican que diversas investigaciones revelan correlación entre el conocimiento del profesor y el desempeño de los estudiantes; entre las investigaciones a las que hacen referencia se encuentran las reportadas en Hill *et al.* (2012) y Baumert *et al.* (2010).

Una comprensión limitada de la matemática podría reflejarse en una enseñanza orientada únicamente hacia los conocimientos procedimentales, lo que limitaría las oportunidades de los estudiantes para resolver problemas de mayor alcance (Menon, 1998; Berenson *et al.*, 1997; Baturo y Nason, 1996). Murphy (2012) sugiere que, si el conocimiento del futuro docente es deficiente, es más probable que su método de enseñanza se oriente a la trasmisión de conocimientos.

Reconocemos que el conocimiento matemático por sí solo no garantiza una exitosa práctica docente ni mayor aprovechamiento de los estudiantes de primaria; el conocimiento de la materia es sólo uno de los aspectos a considerar, pues también influye cómo el docente comunica su conocimiento a los estudiantes. Ball *et al.* (2001) indican que no sólo es importante qué saben de matemáticas los profesores, sino también la forma en que lo saben y cómo lo ponen en práctica en el proceso de enseñanza. Sin embargo, sólo cuando el profesor de matemáticas comprende algo suficientemente bien es capaz de enseñar a otros (Yeo, 2008).

Se consideró pertinente elegir perímetro y área como conceptos centrales de la investigación ya que, además de que ambos se estudian en educación básica en México, también son parte del programa de licenciatura en Educación Primaria (SEP, 2011; 2012a). Por otro lado, como señalan Murphy (2012) y Berenson *et al.* (1997), la resolución de ejercicios y problemas de perímetro y área requiere conocimientos matemáticos que pueden ser abordados desde una perspectiva abstracta o desde una visión mucho más concreta.

Además de lo antes expuesto, consideramos necesario estudiar el conocimiento sobre perímetro y área de poblaciones representativas de un contexto particular para posibilitar el diseño de líneas de acción que incidan directamente en los miembros de dicho contexto; así como profundizar en las metodologías empleadas para estudiar el conocimiento de docentes —y docentes en formación, en particular— en los criterios de selección de tareas de perímetro y área y en los indicadores para interpretar las respuestas de los sujetos de estudio. Los docentes en formación desempeñarán un papel fundamental en el desarrollo del conocimiento matemático de los niños, por lo que identificar qué conocimientos poseen, cuáles son sus fortalezas y áreas de oportunidad podría permitir acciones que impacten directamente en su formación inicial.

## Antecedentes

### *Conocimiento del profesor*

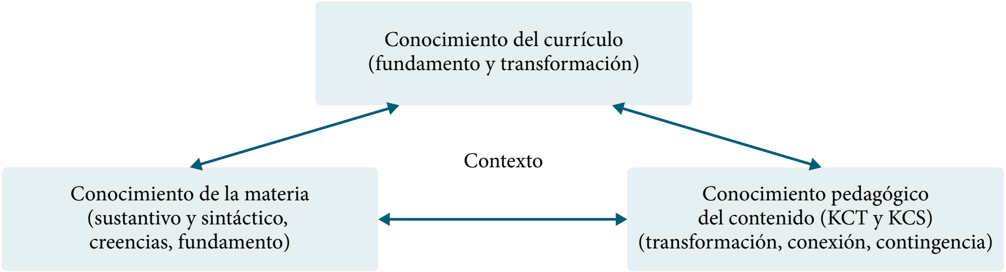
Los trabajos de Shulman (1986; 1987) se han convertido en clásicos en la literatura relativa a los conocimientos del profesor. Shulman (1986) afirma que quien enseña una materia a los niños debe demostrar conocimiento de dicha materia como requisito para enseñarla, y además propone una clasificación del conocimiento del profesor con énfasis en los contenidos. Las tres categorías que sugiere y sus características son:

- *Conocimiento del contenido de la materia (subject matter content knowledge).* Se refiere a la cantidad y organización del conocimiento en la mente del profesor.
- *Conocimiento pedagógico del contenido (pedagogical content knowledge).* Sigue siendo conocimiento del contenido, pero enfocado al conocimiento de la materia para la enseñanza.
- *Conocimiento del currículo (curricular knowledge).* Se refiere al dominio del plan de estudios, la variedad de materiales educativos disponibles en relación con esos programas y las indicaciones para su uso.

Petrou y Goulding (2011) exponen un modelo que no sólo retoma la clasificación de Shulman (1986), sino que incluye aspectos de modelos más recientes (Ball *et al.*, 2008; Fennema y Franke, 1992; Rowland *et al.*, 2003) de manera que hace evidente las similitudes e interacciones entre los conceptos, mantiene una clasificación sencilla y enfatiza la relevancia del contexto. Las autoras señalan que los modelos se han centrado en diferentes aspectos del conocimiento del profesor, pero todos coinciden en la importancia del dominio de los contenidos que serán enseñados; indican, además, que estos modelos parecen haber descuidado un poco la importancia del conocimiento del currículo y lo reconocen como primordial para entender qué necesita saber el profesor de matemáticas. El modelo propuesto por Petrou y Goulding (2011) se muestra en la Fig. 1.

En el centro del modelo se aprecia el *contexto*, que se refiere a la estructura que define los conocimientos fundamentales para la enseñanza de las matemáticas (Fennema y Franke, 1992). De acuerdo con Petrou y Goulding (2011), el contexto incluye el sistema

*Figura 1.* Síntesis de modelos de conocimiento matemático para la enseñanza




*Fuente*: Petrou y Goulding, 2011: 21 (traducción propia).

educativo, los objetivos de la enseñanza de la matemática, el currículo, los materiales didácticos y el sistema de evaluación; también debe considerarse el contexto local, por ejemplo, los recursos materiales, las instalaciones, la ubicación de la escuela, el personal, etc. Al igual que nosotros, Petrou y Goulding (2011) coinciden con Fennema (1992) al indicar que es indispensable conocer el contexto en el que el profesor desarrolla sus actividades para comprender el conocimiento que tiene.

Ruthven (2011) reconoce lo valioso de la comparación realizada por Petrou y Goulding (2011), sin embargo, señala que comparar entre las distintas categorías no es menos problemático que distinguir entre las categorías dentro de cada marco de forma independiente. Silverman y Thompson (2008) sostienen que no existen marcos teóricos para la investigación en la formación de profesores de matemáticas que sean comúnmente aceptados, por ello, las investigaciones sobre profesores de matemáticas en formación o en servicio han emergido de forma relativamente lenta.

### *Conocimiento del profesor sobre perímetro y área*

Los conocimientos de perímetro y área suelen considerarse conocimientos básicos, sin embargo, las investigaciones evidencian que existen dificultades en comprender y diferenciar ambos conceptos. Por ejemplo, Baturo y Nason (1996) analizan el conocimiento que tienen 13 docentes en formación en esta materia. Los autores concluyen que los sujetos del estudio presentan conocimientos y habilidades limitados sobre área; además, señalan que sus conocimientos sobre la matemática y su naturaleza parecen basarse en que: a) las matemáticas son una colección arbitraria de reglas; b) la mayoría de las ideas matemáticas tienen poca o nula relación con objetos reales; y c) el principal propósito de aprender a calcular áreas parece ser el propósito utilitario de determinar el área de figuras regulares.

También respecto al tema de área, Berenson *et al.* (1997) analizan planes de clase de docentes de primaria y secundaria en formación de Estados Unidos, Suecia, Irlanda y los Países Bajos. En el estudio se identifican futuros profesores hábiles para analizar el contenido y vincular ideas al concepto de área, sin embargo, varios sujetos muestran ideas incorrectas o incompletas sobre el concepto e incluso algunos parecen no haber aprendido todos los aspectos del currículo que deben enseñar. Por ejemplo, varios docentes en formación perciben el concepto de área únicamente desde un punto de vista procedimental: al parecer ellos piensan en la noción de área como una definición, como una serie de procedimientos, o como una fórmula.

En la literatura se identifican algunas concepciones erróneas recurrentes. Ma (1999) muestra que algunos docentes consideran que, si el perímetro de una figura aumenta, su área también debe aumentar. Esta suposición ha sido identificada en otros estudios, por ejemplo, al observar las clases impartidas por un profesor principiante de cuarto grado no se identificó evidencia de que reconozca que no hay una relación constante entre el área y el perímetro de una figura, es decir, el profesor no identifica que al disminuir el perímetro de la figura no necesariamente disminuirá el área, y viceversa (Yeo, 2008). D'Amore y Fandiño (2007) profundizan en esta cuestión con docentes y estudiantes de distintos niveles educativos y listan elecciones didácticas que fortalecen esta concepción errónea, por ejemplo, utilizar sólo figuras convexas o figuras estándar, además de que pocas veces se realizan transformaciones o se estudian las relaciones entre perímetro y área de una misma figura.

Así, D'Amore y Fandiño (2007) proponen que el obstáculo no sólo es epistemológico, sino básicamente de naturaleza didáctica. Respecto a esta idea equivocada sobre la relación entre perímetro y área, Livy *et al.* (2012) encuentran que 72 por ciento de los profesores en formación incluidos en uno de sus proyectos indican que, si incrementa el perímetro de un rectángulo, el área también lo hará.

La publicación de Livy *et al.* (2012) reporta resultados de tres proyectos distintos sobre el entendimiento de conceptos de área y perímetro de docentes de primaria en formación. Además de lo señalado en el párrafo anterior, las autoras destacan que la mayoría de estos docentes logran calcular perímetro y área de rectángulos, sin embargo, algunos cometen errores al diferenciar perímetro y área y existe una tendencia a describir el área de acuerdo con su fórmula, y no con su definición. Livy *et al.* (2012) hacen referencia al estudio denominado TEDS-M (Teacher Education and Development Study in Mathematics) y destacan que Tatto *et al.* (2012) indican que, aunque los profesores involucrados en el estudio generalmente son capaces de determinar áreas y perímetros de figuras simples, suelen tener dificultades para responder problemas que relacionan varios conceptos matemáticos o que requieren un razonamiento más complejo.

Para esta investigación consideramos pertinente tomar como punto de partida la síntesis que realizan Petrou y Goulding (2011), ya que conserva los conceptos tradicionales definidos por Shulman e identifica similitudes con modelos de investigaciones más recientes; así, pese a las diferencias que declaran los autores de cada modelo, Petrou y Goulding (2011) evidencian que es posible definir un marco teórico que reconozca la interacción entre las distintas dimensiones, mantenga una clasificación simple que permita reducir la superposición de conceptos, y enfatice la importancia del contexto.

## Marco teórico

De acuerdo con Petrou y Goulding (2011), una tendencia de los modelos del conocimiento del profesor es centrarse en éste de manera individual. Las autoras sugieren que dirigir la atención al sistema educativo de un determinado contexto, y no sólo a un individuo, permitiría identificar cuestiones relativas a las experiencias matemáticas previas de los sujetos y a los recursos disponibles para los profesores; además, esto permitiría identificar áreas de oportunidad en dicho contexto, las cuales podrían repercutir de manera positiva en la formación y capacitación de los docentes.

La investigación que reportamos se centra en el conocimiento de la materia, por esta razón se discute qué se entiende por conocimiento de la materia, a qué se refieren los conceptos de creencias y fundamento, y qué características tiene el conocimiento sustantivo y sintáctico. Posteriormente, se puntualiza cuáles son los aspectos del modelo utilizados en la investigación.

### *Conocimiento de la materia*

Shulman (1986) define el conocimiento del contenido de la materia como la cantidad y organización del conocimiento en la mente del profesor. Por su parte, Fennema y Franke (1992) describen lo que ellos denominan "contenido de matemáticas", e indican que este componente incluye el conocimiento del profesor sobre conceptos, procedimientos y procesos de resolución de problemas dentro de la matemática, así como las interrelaciones entre dichos conceptos, procedimientos y problemas.

En cuanto a las estructuras sintácticas y sustantivas del conocimiento propuestas por Schwab (1978), y destacadas en la síntesis de Petrou y Goulding (2011), Shulman (1986) describe las estructuras sustantivas como la variedad de formas en las que se organizan los conceptos básicos y principios de la disciplina y señala que la estructura sintáctica se refiere al conjunto de reglas para establecer la validez dentro de una disciplina. Con base en el plan de estudios de la licenciatura en Educación Primaria, determinamos que sólo es pertinente analizar las estructuras sustantivas, puesto que el conocimiento sintáctico de la matemática va más allá de las competencias declaradas en el perfil de egreso del docente de primaria en formación.

La síntesis de Petrou y Goulding (2011) también menciona el concepto de creencias. Fennema y Franke (1992) consideran que es imposible separar las creencias del profesor respecto del conocimiento, puesto que las primeras influyen en su percepción de la matemática y en las decisiones que toma en el aula. Para esta investigación es suficiente tener en cuenta que las creencias del docente están estrechamente relacionadas con el conocimiento que posee, sin embargo, si se desea profundizar en este aspecto se sugiere consultar a Thompson (1992), quien presenta una síntesis sobre investigaciones relativas al tema en el caso del profesor de matemáticas y la influencia de dichas creencias en el conocimiento y en la práctica docente, o a Pepin y Roesken-Winter (2015) para una revisión mucho más profunda y actualizada sobre creencias y actitudes en la educación matemática.

Finalmente, el concepto de fundamento se refiere a una de las categorías del cuarteto del conocimiento definido por Rowland *et al.* (2003). Esta categoría consiste en el conocimiento, las creencias y la comprensión adquiridas en la preparación académica. Debido a que la noción de fundamento excede el alcance del objetivo de esta investigación, no se considera dentro del análisis.

Respecto a los medios o metodologías para analizar el conocimiento, Hunt (2003) señala que el conocimiento no puede observarse directamente, pero puede inferirse a través del desempeño en un examen o en algún otro tipo de prueba. Buschang *et al.* (2012) concluyen que ninguna evaluación puede medir el conocimiento del profesor en su totalidad. Pese al abanico de modelos existentes relativos a los conocimientos del profesor, es complicado determinar si el conocimiento que el docente posee es suficiente o no para el nivel educativo en el que se desempeña, es decir, el conocimiento deseable del profesor debe tener como referente el currículo del curso que imparta. Schön (1983: 15, traducción propia) menciona que "a medida que las tareas cambian, también cambiarán las demandas de conocimiento utilizable, y los patrones de tarea y conocimiento serán inherentemente inestables". Así, ante una modificación curricular, los conocimientos matemáticos que el docente requiera pueden ser distintos.

En un esfuerzo por clasificar las habilidades necesarias para enfrentar una tarea matemática, Smith *et al.* (1996) proponen una taxonomía para evaluar el desempeño en tareas matemáticas. Consideramos que el uso de esta taxonomía puede resultar útil para analizar las características del conocimiento de la materia de docentes en formación. Se detalla a continuación.

### *Taxonomía MATH*

La taxonomía propuesta por Smith *et al.* (1996) pretende clasificar tareas matemáticas de acuerdo con la naturaleza de la actividad que se requiere para completar la tarea de forma exitosa. Los autores denominan a esta taxonomía MATH, en referencia a las siglas de *Mathematical Assessment Task Hierarchy*. Las categorías que se incluyen en la taxonomía se muestran en la Tabla 1.

*Tabla 1.* Jerarquía de evaluación de tareas matemáticas

| Grupo A | Grupo B | Grupo C |
|---|---|---|
| Conocimiento factual | Transferencia de información | Justificación e interpretación |
| Comprensión | Aplicación en situaciones nuevas | Implicaciones, conjeturas y comparaciones |
| Uso rutinario de procedimientos | | Evaluación |

*Fuente:* Smith *et al.*, 1996: 67, traducción propia.

Smith *et al.* (1996) puntualizan que la jerarquía no se basa en la dificultad del reactivo, sino en la naturaleza de la actividad que debe realizarse. En esta investigación exploramos las tres categorías del grupo A, mismas que, con base en las características proporcionadas por los autores, se describen a continuación:

*Conocimiento factual.* La dificultad y profundidad del material puede abarcar un amplio rango, desde recordar una fórmula o definición hasta aprender un teorema complejo, pero la única habilidad requerida es recordar información aprendida previamente.

*Comprensión.* Para demostrar comprensión del conocimiento factual, el sujeto debería ser capaz de decidir qué condiciones de una definición simple se satisfacen (se entiende por definición simple, aquélla que se refiere a una cuestión de terminología, y que hace uso de conocimientos o habilidades adquiridos previamente), comprender el significado de los símbolos de una fórmula y mostrar habilidad para sustituir en ella y ser capaz de reconocer ejemplos y contraejemplos.

*Uso rutinario de procedimientos.* Requiere habilidades que van más allá del simple recuerdo fáctico. La característica esencial es que cuando el procedimiento se utiliza correctamente, todos los sujetos que resuelven una tarea mediante dicho procedimiento obtienen el mismo resultado; esto no excluye la posibilidad de que pueda haber más de un procedimiento rutinario aplicable a un problema determinado. Así, decimos que un procedimiento es rutinario cuando el estudiante lo ha interiorizado y es capaz de aplicarlo de forma automática.

## Metodología

La metodología que se utilizó en este estudio es cualitativa. Se centra en el diseño, aplicación, interpretación y análisis de tareas asociadas a perímetro y área de polígonos. El diseño del instrumento se fundamenta en el marco teórico, mismo que se construyó tomando como eje el contexto en el que los sujetos de estudio han construido su conocimiento. Participaron 39 estudiantes normalistas de la ciudad de Ensenada; 25 mujeres y 14 hombres que al momento de realizar la investigación se encontraban inscritos en sexto u octavo semestre de la licenciatura en Educación Primaria. Esta condición fue considerada para asegurar que los estudiantes hubieran tomado el curso "Geometría: su aprendizaje y enseñanza" y que estuvieran próximos a iniciar prácticas de tiempo completo en las escuelas primarias de la localidad.

### *Uso de la taxonomía MATH en el diseño de un instrumento y código de evaluación de tareas matemáticas*

Consideramos que la taxonomía MATH resulta útil en la elaboración de reactivos y tareas matemáticas y facilita el establecimiento de indicadores de logro que contribuyen en la evaluación de actividades matemáticas, en particular, aquéllas vinculadas al conocimiento de la materia. Con el propósito de identificar algunas características del conocimiento de la materia que poseen los docentes en formación que participan en esta investigación, las categorías del grupo A de la taxonomía MATH se utilizaron para el diseño de un instrumento y para la elaboración de un código que permitió clasificar y caracterizar las respuestas de los sujetos de estudio.

Considerar el contexto para el diseño del marco conceptual implicó tomar en cuenta las características del sistema educativo mexicano, los objetivos de la enseñanza en las escuelas normales, los rasgos del perfil de egreso del docente de primaria y el currículo de geometría de la licenciatura en Educación Primaria y de educación básica. Con base en esto, se espera que el docente de primaria en formación posea conocimientos sobre perímetro y área de polígonos regulares e irregulares. Esta investigación se centra en estudiar dicho conocimiento a partir de la manifestación de habilidades asociadas a tres categorías: conocimientos factuales, comprensión y uso de procedimientos rutinarios.

Para la categoría de conocimiento factual, se espera que el docente en formación defina los conceptos de área y perímetro sin ambigüedades y sin omitir sus características; esto es, el sujeto asocia el concepto de perímetro con la longitud del contorno de una figura cerrada, y define el área como la medida de una superficie acotada.

En la categoría de comprensión, la expectativa es que sea capaz de identificar condiciones e implicaciones vinculadas a los conceptos de perímetro y área. Por ejemplo, reconocer el concepto de unidad cuadrada como la unidad para determinar el área de una superficie y representarla como un cuadrado cuyos lados miden una unidad lineal; también se espera que identifique que es posible calcular el área de cualquier figura cerrada de dos dimensiones, sin importar las características del contorno, así como la posibilidad de calcular el área de las caras de una figura tridimensional. En cuanto a perímetro, un par de ejemplos que muestran comprensión del concepto son identificar que disminuir la medida del contorno de un terreno implica disminuir su perímetro y percibir que esta disminución en el perímetro no necesariamente generará una disminución en el área del terreno.

El uso exitoso de procedimientos rutinarios puede identificarse cuando el docente en formación resuelve tareas cuyo planteamiento es cotidiano en los programas de educación básica, por ejemplo, calcular perímetro y área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares de cinco o más lados. Se espera que el futuro docente calcule áreas a partir de retículas, utilizando fórmulas o realizando transformaciones en las figuras.

A partir de esta descripción es posible establecer las expectativas respecto al conocimiento de la materia sobre perímetro y área del docente de primaria en formación. A continuación se presentan detalles sobre el instrumento y la aplicación del mismo.

### *Descripción y aplicación del instrumento*

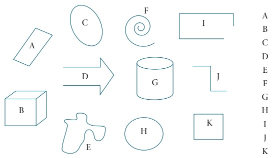
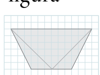
Con base en las explicaciones anteriores, elegimos reactivos considerando su posible contribución para caracterizar el conocimiento sobre perímetro y área de estudiantes de la licenciatura en Educación Primaria. Además de incluir tareas utilizadas en otras investigaciones que estudian el conocimiento de la materia, incorporamos problemas con planteamientos similares a los presentados en libros de texto de educación básica con el propósito de garantizar la cohesión entre el instrumento y el currículo nacional.

El cuestionario presenta 12 tareas: dos referentes a conocimiento factual, cuatro a comprensión y seis a uso rutinario de procedimientos. Las tareas se distribuyen en 10 reactivos. En la Tabla 2 se muestran los 10 reactivos, los objetivos y la categoría a la que pertenecen

*Tabla 2.* Planteamiento, categoría y objetivo de cada reactivo del instrumento

| Reactivos | Categoría de la taxonomía MATH | Objetivo Determinar si el docente en formación: |
|---|---|---|
| 1. Defina el concepto de perímetro | Conocimiento factual | Define apropiadamente el concepto de perímetro |
| 2. Defina el concepto de área | Conocimiento factual | Define apropiadamente el concepto de área |
| 3. Dibuje un polígono de 20 unidades cuadradas. Especifique las dimensiones de sus lados | Comprensión | Posee una idea clara del concepto de unidad cuadrada |

### *Tabla 2.* Planteamiento, categoría y objetivo de cada reactivo del instrumento *(continuación)*

| Reactivos | Categoría de la taxonomía MATH | Objetivo Determinar si el docente en formación: |
|---|---|---|
| 4. En la columna de la derecha, encierre en un círculo todas las letras que correspondan a figuras que sea posible calcular su área  | Comprensión | Identifica las condiciones para calcular el área de una figura |
| 5. Para las tareas 5, 6, 7 y 8, considere un terreno rectangular de 20 metros de largo por 12 de ancho. Si se desea cercar el terreno, ¿qué cantidad de malla se necesita para cercarlo? | Uso rutinario de procedimientos | 1) Relaciona el concepto de perímetro con la medida del contorno de un terreno rectangular; y 2) calcula apropiadamente el perímetro de un rectángulo |
| 6. Determine el área del terreno | Uso rutinario de procedimientos | Calcula correctamente el área de un rectángulo |
| 7. Considere un segundo terreno con menor perímetro. ¿Requerirá menor o mayor cantidad de malla para cercarlo? Explique | Comprensión | Reconoce que disminuir el perímetro es equivalente a disminuir la medida del contorno del terreno |
| 8. ¿El área del terreno con menor perímetro será mayor o menor que la del primer terreno? Explique | Comprensión | Reconoce que al disminuir el perímetro no necesariamente disminuye el área |
| 9. Calcule perímetro y área del hexágono con *apotema y lado*  | Uso rutinario de procedimientos | Calcula correctamente el perímetro de un hexágono |
| | | Calcula correctamente el área de un hexágono |
| 10. Calcule el área de cada uno de los triángulos que se muestran en la figura  | Uso rutinario de procedimientos | Calcula correctamente el área de un triángulo rectángulo basándose en una retícula |
| | | Calcula correctamente el área de triángulos obtusángulos basándose en una retícula |

*Fuente:* elaboración propia.

El cuestionario se aplicó sin previo aviso para evitar que los estudiantes revisaran conceptos o fórmulas minutos antes de la aplicación. Los reactivos se entregaron impresos y se pidió a los docentes en formación que incluyeran procedimientos o justificaciones. Se estableció un máximo de 100 minutos para resolver las tareas de forma individual y, aunque las operaciones necesarias eran sencillas, estaba permitido el uso de calculadora para evitar que errores en las operaciones influyeran en los resultados.

Junto con el instrumento, diseñamos un código que permitiera realizar un análisis de acuerdo con las características de las respuestas. Se elaboró una tabla para cada reactivo, en la que se indica el objetivo de la tarea, la categoría a la cual corresponde de acuerdo con la taxonomía propuesta por Smith *et al.* (1996) y qué respuestas son consideradas correctas, parcialmente correctas o incorrectas. El diseño del código está inspirado en el reportado por Senk *et al.* (2008).

Las respuestas correctas corresponden a códigos que inician con la letra A, las respuestas parcialmente correctas inician con la letra B, las respuestas incorrectas se representan con códigos cuya inicial es X y, en caso de que el estudiante no haya proporcionado respuesta alguna, el código es simplemente N. Por ejemplo, la Tabla 3 corresponde a la tarea de calcular el área de un hexágono regular, planteada en el reactivo 9. En ella se muestran los indicadores para clasificar las respuestas de los sujetos de estudio.

*Tabla 3.* Código de evaluación asociado al cálculo del área de un hexágono regular

| Reactivo 9 (área) | Taxonomía MATH Categoría: uso rutinario de procedimientos | Objetivo: determinar si el futuro docente calcula correctamente el área de un hexágono |
|---|---|---|
| **Respuesta** | **Código de evaluación** | **Características de la respuesta** |
| Correcta | A1 | 93.6 centímetros cuadrados o, simplemente, 93.6 |
| | A2 | La respuesta es 93.6 centímetros, es decir, se omiten las unidades cuadradas |
| Parcialmente correcta | B1 | El procedimiento es correcto, pero comete un error en las operaciones |
| Incorrecta | X1 | Calcula el perímetro en lugar del área |
| | X2 | Utiliza una fórmula incorrecta |
| | X3 | Otra respuesta, no incluida en los códigos anteriores |
| Sin respuesta | N | No proporciona respuesta |

*Fuente:* elaboración propia.

De acuerdo con Petrou y Goulding (2011), los modelos del conocimiento del profesor parecen enfatizar el conocimiento del individuo, sin embargo, resultaría enriquecedor dirigir la atención al análisis de un determinado contexto. En este sentido, los 39 sujetos de estudio son una muestra representativa del contexto de esta investigación, razón por la cual, aunque recuperamos respuestas individuales a las tareas, establecemos conclusiones sobre el conjunto de docentes en formación.

Dado que pretendíamos identificar características del conocimiento que poseen los docentes en formación, al analizar las respuestas de los individuos prestamos especial atención a las semejanzas entre las respuestas de distintos sujetos a un mismo reactivo y planteamos hipótesis sobre las posibles fuentes de error; además, comparamos los hallazgos con lo reportado en la literatura y planteamos conclusiones a partir del objetivo de cada reactivo y la categoría a la que corresponde en la jerarquía de evaluación de tareas propuesta por Smith *et al.* (1996).

## Resultados

En esta sección identificamos características vinculadas a cada categoría y presentamos una breve discusión de las habilidades asociadas al conocimiento factual, la comprensión y el uso rutinario de procedimientos en torno a perímetro y área de polígonos.

### *Categoría: conocimiento factual*

Para caracterizar el conocimiento factual de los docentes en formación que participaron en esta investigación, les solicitamos definir los conceptos de perímetro y área. En el caso de perímetro, sólo diez sujetos proporcionan una definición consistente con el concepto, sin embargo, las respuestas sugieren que tienen una idea de a qué se refiere el concepto, aunque omiten características importantes. Sólo 5 sujetos proporcionaron respuestas que no corresponden al concepto de perímetro, por ejemplo: "medida del espacio que ocupa un cuerpo". El resto de las respuestas se consideraron parcialmente correctas: al buscar similitudes, se encontró que 14 sujetos hacen referencia al perímetro como el resultado de sumar la longitud de los lados de una figura, por ejemplo "es el borde de una figura y la suma de sus lados", "es la suma de los lados de una figura". Esto evidencia que el concepto de perímetro se vincula con el procedimiento para obtenerlo, además de relacionarlo sólo con figuras poligonales.

Al definir el concepto de área ocurre algo similar a lo que sucede con el concepto de perímetro: seis sujetos proporcionan respuestas que pueden asociarse al concepto como la medida de una superficie acotada, por ejemplo "es la medida de la superficie de una figura"; siete más indican que el área es la superficie de la figura, sin mencionar el concepto de medida. La respuesta más popular es aquélla que relaciona el área con el "interior" de una figura; además, tres alumnos definen el área como "el espacio que ocupa una figura".

Algunos otros ejemplos de las definiciones de área que proporcionan los docentes en formación son: "se logra sacar con multiplicación y especifica la capacidad que tiene un cuerpo plano de contener unidades", "unidad o concepto que sirve para medir el interior de una figura", "es toda la parte interior de una figura, todo el espacio que abarca", "el área es la superficie de un polígono", "es la medida interna de una figura", "es la superficie de una figura plana". Las palabras que los sujetos eligen para definir qué es el área sugieren que están más relacionados con los procedimientos o las fórmulas que con la comprensión del concepto. Esta idea parece confirmarse al analizar respuestas a otros reactivos, por ejemplo, 38 de los 39 sujetos de estudio calculan correctamente el área de un terreno rectangular, pero les cuesta trabajo definir con precisión el concepto.

Las definiciones que proporcionan los sujetos de estudio se caracterizan por ser poco precisas, sin embargo, sus respuestas muestran que tienen ideas acertadas sobre los conceptos de perímetro y área. Así, la vaguedad de sus definiciones pudiera atribuirse a un dominio limitado de términos matemáticos que permitan estructurar una definición más precisa, y no a la ignorancia total de qué es el área y qué es el perímetro. En ambos casos, pareciera que la interacción de los sujetos con estos tópicos matemáticos ha sido principalmente procedimental.

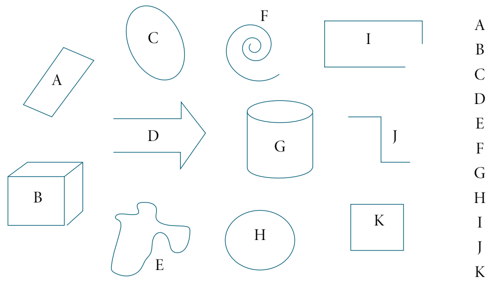
### *Categoría: comprensión*

Para analizar la categoría de comprensión se propusieron cuatro tareas que pretendían determinar si el docente en formación posee una idea clara del concepto de unidad cuadrada, si identifica figuras a las cuales se les puede calcular el área y si reconoce que disminuir el perímetro de un terreno es equivalente a disminuir la medida del contorno sin que esto implique una disminución del área del terreno.

La respuesta de 87 por ciento de los docentes en formación que participan en este estudio sugiere que comprenden el concepto de unidad cuadrada; 34 estudiantes realizan la tarea correctamente y trazan un rectángulo de 20 unidades cuadradas. Dos sujetos trazan un polígono que no tiene área de 20 unidades cuadradas, pero no fue posible identificar la relación del polígono trazado con la tarea solicitada; otro estudiante dibuja un cuadrado de 5 cm de lado, uno más dibuja un prisma rectangular de 20 unidades cúbicas y sólo un sujeto no proporciona respuesta.

En el reactivo 4 (Fig. 2), la selección esperada respecto a las figuras a las que es posible determinar su área eran A, B, C, E, G, H y K, sin

*Figura 2.* Figuras presentadas en el reactivo 4




*Fuente*: elaboración propia.

embargo, de los 39 sujetos de estudio únicamente ocho seleccionaron las siete figuras; siete sólo omitieron la figura E y seis seleccionaron sólo las figuras bidimensionales. Además de lo ya mencionado, algunas cuestiones destacables son:

1. 22 sujetos no seleccionan la figura E. Esto podría atribuirse a que no la identifican como una figura tradicionalmente utilizada en sus clases de geometría; otra posibilidad es que su respuesta esté asociada a cómo calcular el área, es decir, que su respuesta se refiera a que no sabrían cómo determinar el área exacta de la figura al no tener una fórmula asociada. Por ejemplo, el sujeto 32 escribe al lado de la figura E: "es muy difícil".
2. 15 sujetos no seleccionan las figuras tridimensionales B y G y uno más sí selecciona la figura G, pero borra la figura B de su lista; al parecer, los estudiantes asumen que a las figuras tridimensionales sólo puede calculárseles su volumen. Así lo sugieren las notas de tres sujetos que escriben a lado del cubo y el cilindro notas como "volumen" o "el cubo y el cilindro son volumen, no área". Además, el sujeto 1 indica que para las figuras B y G se puede calcular el área de una cara.
3. Nueve sujetos incluyen la figura D o la figura I, sin embargo, nadie selecciona las figuras F o J. Esto podría atribuirse a la similitud que tienen las figuras D e I con figuras utilizadas en la enseñanza de la geometría; además, a diferencia de las figuras F y J, basta un pequeño trazo para convertirlas en un polígono. Es destacable que el sujeto 5 incluso traza una línea en la figura D para cerrarla y entonces la selecciona; también el sujeto 1 señala "creo que no es un polígono, pero por lógica sí se podría".

Las características señaladas en los puntos anteriores sugieren que el abordar el tema de área únicamente con figuras convencionales, como polígonos, o incluso sólo con polígonos regulares produce que los futuros docentes no sepan cómo enfrentarse a figuras no poligonales, irregulares o tridimensionales. Pareciera que las figuras tridimensionales están reservadas para abordarlas únicamente cuando se trata del volumen y que las figuras no poligonales quedan fuera del estudio de la geometría, particularmente del tema de área, por no tener asociada una fórmula o procedimiento convencional.

En cuanto al terreno rectangular de 20 metros de largo por 12 metros de ancho, 37 sujetos proporcionan una breve explicación que evidencia que, si se desea cercar un terreno con menor perímetro, la cantidad de malla requerida para cercarlo será menor; un sujeto indica que será menor, pero no explica por qué; y, finalmente, un estudiante indica que no es posible determinar si se requerirá mayor o menor cantidad de malla, pero no proporciona argumentos que permitan un análisis más detallado.

Al cuestionar si el área del segundo terreno será menor que el área del primero, sólo 11 reconocen que no existe una relación directa entre el área y el perímetro; 24 indican que si el perímetro disminuye el área también lo hará; un alumno menciona que no es posible saber la respuesta pero su argumento es contradictorio, puesto que indica que existe una relación entre perímetro y área; por último, un estudiante establece que el perímetro y el área sí están relacionados aunque no declara si el área será mayor o menor.

A partir del análisis de las respuestas a estas tareas se identifica que los sujetos de estudio comprenden cuestiones como el concepto de unidad cuadrada o el hecho de que disminuir el perímetro de una figura hace referencia a una disminución en la longitud del contorno de dicha figura, sin embargo, se manifiesta una concepción errónea al indicar que si el perímetro disminuye el área también lo hará. Además, se evidencian dificultades para identificar figuras a las cuales se les puede calcular el área; destaca la inclusión de curvas abiertas y la omisión de figuras tridimensionales y figuras de contornos irregulares.

Se estima que, para posibilitar una comprensión más profunda de los conceptos de perímetro y área, es indispensable enfatizar las características de dichos conceptos y cómo se vinculan a otros conceptos matemáticos, además de proponer figuras y tareas que desafíen a los estudiantes y los hagan reflexionar sobre su conocimiento matemático.

### *Categoría: uso de procedimientos rutinarios*

Para analizar el uso de procedimientos rutinarios se solicitó a los estudiantes determinar el perímetro y el área de un rectángulo y de un hexágono regular con dimensiones conocidas; además se pidió que calcularan el área de triángulos a partir de una retícula. Calcular perímetro y área del rectángulo resultó sencillo para los sujetos de estudio y, aunque en la tarea de calcular el perímetro del hexágono se registraron menos aciertos, también es una tarea que resuelven correctamente: se registraron 38 respuestas correctas en el cálculo del perímetro y el área del terreno rectangular, y en el perímetro del hexágono se registraron 32.

Determinar el área del hexágono resultó más desafiante: de los 39 sujetos de estudio, 14 respondieron correctamente, es decir, determinaron que el área del hexágono es 93.6 $cm^2$; tres sujetos más utilizaron un procedimiento correcto, pero cometieron un error en las operaciones; cuatro no proporcionaron respuesta y los 18 restantes utilizaron una fórmula incorrecta para determinar el área del hexágono.

De los 18 estudiantes que utilizaron fórmulas incorrectas, ocho multiplicaron lado por apotema ($l{\cdot}a$), ocho más multiplicaron perímetro por apotema ($p{\cdot}a$), uno propuso multiplicar perímetro por lado y dividir este resultado entre la apotema ($(p{\cdot}l)/a$) y, por último, un estudiante proporcionó dos opciones $p{\cdot}a^2$ y $l{\cdot}a^2$.

El uso de fórmulas equivocadas podría clasificarse en dos posibles situaciones: 1) el sujeto está convencido de que la fórmula es correcta; y 2) el sujeto no está seguro de si la fórmula es la adecuada. En el primer caso, el estudiante actuaría con la certeza de realizar un procedimiento correcto, lo cual propiciaría que no se cuestionara sobre la respuesta obtenida; pero si no estuviera convencido de estar utilizando la fórmula apropiada podría recurrir a procedimientos alternativos, por ejemplo, dividir el hexágono en seis triángulos, calcular el área de uno de ellos y multiplicar por seis. Sin embargo, las respuestas de estos 18 estudiantes no proporcionan evidencia de que hayan experimentado con algún procedimiento alternativo para determinar el área del hexágono. Así, pareciera que su conocimiento sobre el área del hexágono está basado en el desarrollo de un procedimiento rutinario, en este caso, el uso de una fórmula, y no necesariamente en el entendimiento del concepto de área.

De las 17 respuestas con procedimientos correctos, diez estudiantes utilizaron la fórmula $(p \cdot a)/2$, pero los siete restantes utilizaron el procedimiento descrito en el párrafo anterior: dividieron el hexágono en seis triángulos, calcularon el área de cada uno mediante la fórmula $(b \cdot h)/2$ y multiplicaron por el número total de triángulos.

D'Amore y Fandiño (2007) hacen referencia a las aportaciones de Tierney *et al.* (1990) sobre las concepciones que tienen docentes de educación primaria e indican que el área suele ser puesta en relación con las fórmulas que se utilizan para calcularla, más que con un concepto general.

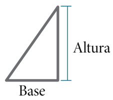
De acuerdo con el contexto de la investigación, determinar áreas a partir de retículas se considera un procedimiento rutinario, puesto que es una tarea que se propone comúnmente en la escuela primaria, sin embargo, se identificaron diferencias significativas en las respuestas al determinar el área de un triángulo rectángulo y el área de un triángulo obtusángulo. Esto evidencia que los sujetos están familiarizados con el procedimiento de determinar áreas a través de una retícula, pero tienen problemas para identificar elementos como base y altura del triángulo. Para el triángulo rectángulo se registran 29 respuestas correctas, cuatro parcialmente correctas, cinco incorrectas y una omisión; para los triángulos obtusángulos se identifican 20 respuestas correctas, 15 incorrectas y cuatro omisiones.

Un aspecto destacable es que de los 19 estudiantes que presentaron errores u omisiones en determinar el área de los triángulos obtusángulos, 13 proporcionaron respuestas correctas o parcialmente correctas en el caso del triángulo rectángulo; esto confirma que, pese a la similitud de los reactivos, resulta más complicado determinar el área del triángulo obtusángulo que la del triángulo rectángulo. Con base en las respuestas analizadas, se consideran dos procedimientos principales para resolver este ejercicio y se asocia un posible desafío a cada uno de ellos.

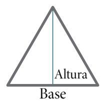
*Procedimiento 1.* El futuro docente desea calcular el área contabilizando el número de cuadrados sombreados en la retícula.
**Desafío:** Contabilizar el número de unidades cuadradas enteras que se encuentran sombreadas. Si el futuro docente desea contabilizar el número de cuadrados sombreados en la figura se enfrentará al desafío de estimar qué fracciones se encuentran sombreadas en todos aquellos cuadrados que no están sombreados en su totalidad. En el triángulo rectángulo, todos los cuadrados se encuentran sombreados a la mitad o totalmente, lo que facilita determinar el área, sin embargo, en el triángulo obtusángulo del área total ($9u^2$) sólo 4 cuadrados están sombreados completamente; además, se tienen 5 mitades, pero el resto de las fracciones son difíciles de determinar con precisión.

*Procedimiento 2.* El futuro docente desea calcular el área a partir del uso de la fórmula $(b \cdot h)/2$.
**Desafío:** identificar la altura del triángulo. En esta situación, si se asume que el docente conoce la fórmula sólo debería sustituir base y altura del triángulo, sin embargo, una posible complicación es determinar la altura, puesto que ésta no coincide con ninguno de los lados, y tampoco puede asociarse a un eje de simetría como en el triángulo rectángulo. Esta posible dificultad podría atribuirse a las características de los triángulos que se proponen usualmente para realizar ejercicios de área, mismas que predisponen a los sujetos no sólo a considerar que un triángulo posee una única base y una única altura, sino que también los lleva a relacionar la altura con:

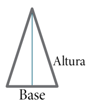
a) Uno de los catetos de un triángulo rectángulo



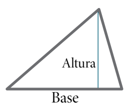

b) Un eje de simetría de un triángulo equilátero




c) El eje de simetría de un triángulo isósceles




d) Un segmento previamente señalado en un triángulo escaleno




Las dificultades identificadas destacan la importancia de variar los ejercicios que se proponen en todos los niveles educativos. Por ejemplo, en los problemas que se planteen a los futuros docentes se sugiere presentar triángulos isósceles, equiláteros y escalenos; rectángulos y oblicuángulos; evidenciar que rotar un polígono no modifica el área, además de enfatizar que cualquiera de los lados puede ser considerado como base del triángulo y que todo triángulo posee tres alturas no necesariamente iguales.

Con base en el análisis de las respuestas a las seis tareas descritas en esta sección, la evidencia sugiere que los sujetos son capaces de desempeñar con éxito tareas que requieren el uso de procedimientos rutinarios, sin embargo, se enfrentan a obstáculos al no recordar fórmulas o no identificar elementos de las figuras que necesitan sustituir en fórmulas conocidas. Una vez más, pareciera que las dificultades al enfrentar las tareas propuestas están sumamente vinculadas a una comprensión deficiente de los conceptos de área y perímetro.

## Discusión

Con base en lo expuesto, los sujetos de estudio enfrentan con mayor éxito tareas que requieren el uso de procedimientos rutinarios y muestran mayores dificultades en recordar los detalles de una definición o en demostrar comprensión de las características y condiciones de un concepto.

Entre los procedimientos rutinarios, aunque pudiera parecer obvio, destaca el cálculo de perímetros y de áreas a través de fórmulas, con la desventaja de que, si el sujeto no recuerda la fórmula, esto podría ser un obstáculo para realizar la tarea, ya que no propone métodos alternativos para determinar el área de la figura.

Los sujetos de estudio resuelven exitosamente aquellas tareas que se relacionan con figuras utilizadas tradicionalmente (por ejemplo, el rectángulo), pero tienen dificultades con figuras de contornos irregulares, tridimensionales, e incluso con algunos polígonos irregulares, aunque, en esencia, la definición, condiciones y procedimientos sean los mismos.

Al analizar el conocimiento factual de los sujetos sobre perímetro y área se identifica que, efectivamente, relacionan el perímetro con el contorno de una figura y el área con la superficie de ésta, sin embargo, omiten características importantes de la definición en ambos casos. Lo anterior parece repercutir en la realización de tareas que implican identificar ciertas condiciones de un concepto, por lo que el desempeño de los docentes en formación en los reactivos relacionados con la comprensión de perímetro y área podría evolucionar a niveles más sofisticados.

## Conclusiones

De acuerdo con la SEP (2012b), se espera que el docente en formación plantee y resuelva problemas en diferentes contextos, demuestre comprensión conceptual y procedimental y aplique habilidades de razonamiento, argumentación y comunicación al trabajar con contenido matemático. En este sentido, en esta investigación se identifica que los sujetos de estudio están más familiarizados con el uso de procedimientos de rutina que con la definición y comprensión de los conceptos asociados a perímetro y área de polígonos. Sobresale el hecho de que, en su mayoría, los argumentos carecen de una estructura lógica que permita reconstruir el proceso por el cual se llega a una solución. Se considera que el conocimiento de la materia de los docentes en formación aún necesita evolucionar para que les sea posible establecer vínculos entre procedimientos, comprensión y conocimientos factuales. Se estima que, al incrementar el dominio y comprensión de conceptos, sus argumentos y justificaciones adquirirán una estructura lógica y organizada.

Respecto a las líneas de investigación y de acción que podrían derivarse de este trabajo, se identifica la necesidad de desarrollar estudios con poblaciones mayores en los cuales se analice a detalle el conocimiento de la materia de los docentes en formación, en particular el conocimiento de la matemática.

Esta investigación refleja que los docentes en formación aún poseen algunas concepciones erróneas o dificultades relacionadas a perímetro y área de polígonos. Se considera prudente realizar estudios que analicen éstos y otros contenidos matemáticos que se abordan en educación básica. Por un lado, resultaría interesante discutir lo vinculado a conocimiento factual, comprensión y uso de procedimientos rutinarios para explorar los fundamentos del conocimiento matemático que poseen los docentes de primaria en formación y, por otra parte, profundizar en aspectos asociados a otros grupos y categorías de la taxonomía MATH, por ejemplo, aspectos vinculados a la transferencia de información y a la aplicación del conocimiento en situaciones nuevas para identificar qué habilidades necesitan desarrollar los sujetos, con el propósito de potenciar el conocimiento de la materia que poseen.

Además de lo ya mencionado, resultaría interesante estudiar los conocimientos matemáticos de otros actores involucrados en la formación de los alumnos de educación básica; por ejemplo, explorar el conocimiento de los padres de familia y otros miembros del hogar sobre los conceptos de perímetro y área y determinar si existe relación entre los conocimientos matemáticos de los padres y el proceso de aprendizaje del niño, como lo sugieren otros estudios (por ejemplo, Knapp *et al.*, 2017).

En un contexto más local, sería pertinente desarrollar investigaciones dentro de las escuelas normales respecto al conocimiento de los docentes en formación o de los formadores de docentes, de forma que cada institución determine fortalezas y áreas de oportunidad de su comunidad y que, de esta forma, puedan desarrollarse planes de acción en los que participen alumnos, personal docente y administrativo.

En cuanto a las líneas de acción, es necesario que desde las escuelas formadoras de docentes se planteen situaciones didácticas que no se enfoquen únicamente en la reproducción de algoritmos o procedimientos rutinarios, sino que enriquezcan el conocimiento factual y potencien la comprensión de los conceptos a través de tareas desafiantes. Otra posibilidad es resolver una misma tarea por métodos distintos que enriquezcan la variedad de estrategias de resolución de problemas de los docentes en formación, así como propiciar actividades en las que el sujeto ponga en práctica habilidades de argumentación oral y escrita. En este sentido, Yew *et al.* (2011) señalan que los docentes deben tener un profundo conocimiento de la matemática que pretenden enseñar para que les sea posible organizar la instrucción de manera que sus estudiantes logren aprender de manera significativa; esto implica comprender los contenidos matemáticos que se abordan, además de relacionarlos con sus conocimientos previos y ser capaces de utilizarlos en situaciones nuevas.

A partir de algunas cuestiones identificadas en esta investigación, al abordar los temas de perímetro y área se sugiere incluir figuras no convencionales o de contornos irregulares en los planteamientos, estudiar cómo varían perímetro y área cuando una figura se transforma o, simplemente, cuando ésta se somete a una rotación. Se estima que enriquecer la variedad de tareas incrementará la comprensión de estos conceptos y posibilitará enfrentarse con éxito a problemas más desafiantes.

Shulman (1987) afirma que enseñar empieza con la comprensión del profesor de lo que se debe aprender y cómo se va a enseñar. Además de esto, se considera importante que se concientice a los docentes en formación sobre sus debilidades para que, así, sean capaces de atenderlas en beneficio de su práctica profesional. Como menciona Menon (1998), una comprensión limitada de la matemática podría orientar la práctica docente a la reproducción de procedimientos sin un análisis más profundo de los conceptos.

## Referencias


Ball, Deborah Loewenger, Sarah Theule Lubienski y Denise Spangler Mewborn (2001), "Research on Teaching Mathematics: The unresolved problem of teachers' mathematical knowledge", en Virginia Richardson (coord.), *Handbook of Research on Teaching*, Washington, American Educational Research Association, pp. 433-456.

Ball, Deborah Loewenger, Mark Hoover Thames y Geoffrey Phelps (2008), "Content Knowledge for Teaching: What makes it special?", *Journal of Teacher Education*, vol. 59, núm. 5, pp. 389-407.

Baturo, Annette y Rod Nason (1996), "Student Teachers' Subject Matter Knowledge within the Domain of Area Measurement", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 31, núm. 3, pp. 235-268.

Baumert, Jürgen, Mareike Kunter, Werner Blum, Martin Brunner, Thamar Voss, Alexander Jordan, Uta Klusmann, Stefan Krauss, Michael Neubrand y Yi-Miau Tsai (2010), "Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress", *American Educational Research Journal*, vol. 47, núm. 1, pp. 133-180.

Berenson, Sarah, Ton Van Der Valk, Elizabeth Oldham, Ulla Runesson, Candida Queiroz Moreira y Harrie Broekman (1997), "An International Study to Investigate Prospective Teachers' Content Knowledge of the Area Concept", *European Journal of Teacher Education*, vol. 20, núm. 2, pp. 137-150.

Buschang, Rebecca E., Gregory K.W.K. Chung, Girlie C. Delacruz y Eva L. Baker (2012), *Validating Measures of Algebra Teacher Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge (CRESST Report 820)*, Los Ángeles, University of California-National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing (CRESST).

D'Amore, Bruno y Martha Isabel Fandiño (2007), "Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes", *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 10, núm. 1, pp. 39-68.

Fennema, Elizabeth y Megan Loef Franke (1992), "Teachers' Knowledge and its Impact", en Douglas A. Grouws (coord.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Nueva York, Macmillan, pp. 147-164.

Gobierno de México-Secretaría de Educación Pública (SEP) (2011), "Plan de Estudios 2011. Educación Básica", en: https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/20177/Plan_de_Estudios_2011_f.pdf (consulta: 18 de marzo de 2019).

Gobierno de México-Secretaría de Educación Pública (SEP) (2012a), "Acuerdo número 649 por el que se establece el Plan de Estudios para la Formación de Maestros de Educación Primaria", en: http://www.dgespe.sep.gob.mx/public/normatividad/acuerdos/acuerdo_649.pdf (consulta: 18 de marzo de 2019).

Gobierno de México-Secretaría de Educación Pública (SEP) (2012b), "Licenciatura en Educación Primaria. Programa del curso Geometría: su aprendizaje y enseñanza", en: http://www.dgespe.sep.gob.mx/public/rc/programas/lepri/geometria_su_aprendizaje_y_ensenanza_lepri.pdf (consulta: 18 de marzo de 2019).

Hill, Heather C., Kristin Umland, Erica Litke y Laura R. Kapitula (2012), "Teacher Quality and Quality Teaching: Examining the relationship of a teacher assessment to practice", *American Journal of Education*, vol. 118, núm. 4, pp. 489-519.

Hunt, Darwin P. (2003), "The Concept of Knowledge and How to Measure it", *Journal of Intellectual Capital*, vol. 4, núm. 1, pp. 100-113.
Knapp, Andrea, Racheal Landers, Senfeng Liang y Vetrece Jefferson (2017), "We All as a Family are Graduating Tonight: A case for mathematical knowledge for parental involvement", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 95, núm. 1, pp. 79-95.
Livy, Sharyn, Tracey Muir y Nicole Maher (2012), "How do they Measure Up? Primary preservice teachers' mathematical knowledge of area and perimeter", *Mathematics Teacher Education and Development*, vol. 14, núm. 2, pp. 91-112.
Ma, Liping (1999), *Knowing and Teaching Elementary Mathematics. Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*, Nueva York, Lawrence Erlbaum Associates.
Menon, Ramakrishnan (1998), "Preservice Teachers' Understanding of Perimeter and Area", *School Science and Mathematics*, vol. 98, núm. 7, pp. 361-368.
Mohr-Schroeder, Margaret, Robert N. Ronau, Susan Peters, Carl W. Lee y William S. Bush (2017), "Predicting Student Achievement Using Measures of Teachers' Knowledge for Teaching Geometry", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 48, núm. 5, pp. 520-566.
Murphy, Carol (2012), "The Role of Subject Knowledge in Primary Prospective Teachers' Approaches to Teaching the Topic of Area", *Journal of Mathematics Teacher Education*, vol. 15, núm. 3, pp. 187-206.
Pepin, Birgit y Bettina Roesken-Winter (coords.) (2015), *From Beliefs to Dynamic Affect Systems in Mathematics Education*, Cham (Suiza), Springer.
Petrou, Marilena y Maria Goulding (2011), "Conceptualising Teachers' Mathematical Knowledge in Teaching", en Tim Rowland y Kenneth Ruthven (coords.), *Mathematical Knowledge in Teaching*, Países Bajos, Springer, pp. 9-25.
Rowland, Tim, Peter Huckstep y Anne Thwaites (2003), "The Knowledge Quartet", en Julian Williams (coord.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, vol. 23, núm. 3, pp. 97-102.
Ruthven, Kenneth (2011), "Conceptualising Mathematical Knowledge in Teaching", en Tim Rowland y Kenneth Ruthven (coords.), *Mathematical Knowledge in Teaching*, Dordrecht, Springer, pp. 83-96.
Schön, Donald A. (1983), *The Reflective Practitioner: How professionals think in action*, Nueva York, Basic Books.
Schwab, Joseph Jackson (1978), *Science, Curriculum and Liberal Education*, Chicago, University of Chicago Press.
Senk, Sharon L., Ray Peck, Kiri Bankov y Maria Teresa Tatto (2008), "Conceptualizing and Measuring Mathematical Knowledge for Teaching: Issues from TEDS-M, an IEA cross-national study", ponencia presentada en el congreso "11th International Congress on Mathematical Education", Monterrey, México, julio de 2008.
Shulman, Lee S. (1986), "Those Who Understand: Knowledge growth in teaching", *Educational Researcher*, vol. 15, núm. 2, pp. 4-14.
Shulman, Lee S. (1987), "Knowledge and Teaching: Foundations of the new reform", *Harvard Educational Review*, vol. 57, núm. 1, pp. 1-22.
Silverman, Jason y Patrick W. Thompson (2008), "Toward a Framework for the Development of Mathematical Knowledge for Teaching", *Journal of Mathematics Teacher Education*, vol. 11, núm. 6, pp. 499-511.
Smith, Geoff, Leigh Wood, Mary Coupland, Brian Stephenson, Kathryn Crawford y Geoff Ball (1996), "Constructing Mathematical Examinations to Assess a Range of Knowledge and Skills", *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, vol. 27, núm. 1, pp. 65-77.
Tatto, Maria Teresa, John Schwille, Sharon L. Senk, Lawrence Ingvarson, Glen Rowley, Ray Peck, Kiril Bankov, Michael Rodriguez y Mark Reckase (2012), *Policy, Practice and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries. Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*, Amsterdam, IEA.
Thompson, Alba G. (1992), "Teachers' Beliefs and Conceptions: A synthesis of the research", en Douglas A. Grouws (coord.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Nueva York, Macmillan, pp. 127-146.
Tierney, Cornelia, Christina Boyd y Gary Davis (1990), "Prospective Primary Teachers' Conceptions of Area", en George Booker, Paul Cobb y Teresa de Mendecuti (coords.), *Proceedings of the 14th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, México, International Group for the Psychology of Mathematics Education, pp. 307-315.
Yeo, Kai Kow Joseph (2008), "Teaching Area and Perimeter: Mathematics-pedagogical-content knowledge-in-action", en Merrilyn Goos, Ray Brown y Katie Makar (coords.), *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Brisbane, Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 621-627.
Yew, Wun Thiam, Sharifah Norul Akmar Syed Zamri y Lim Hooi Lian (2011), "Preservice Secondary School Mathematics Teachers' Subject Matter Knowledge of Calculating Perimeter and Area", *Academic Research International*, vol. 1, núm. 2, pp. 276-285.