



Arquitetura Revista

ISSN: 1808-5741

Unisinos

Haydamus, Alfredo Henrique; Lara, Arthur Hunold  
DESENVOLVIMENTO DE MODELO DE CORRENTES E MOLAS PARA BUSCA DA FORMA  
Arquitetura Revista, vol. 16, núm. 2, 2020, Julho-Dezembro, pp. 298-314  
Unisinos

DOI: <https://doi.org/10.4013/arq.2020.162.07>

Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=193664559007>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais informações do artigo
- Site da revista em [redalyc.org](http://redalyc.org)

UNESM [redalyc.org](http://redalyc.org)

Sistema de Informação Científica Redalyc  
Rede de Revistas Científicas da América Latina e do Caribe, Espanha e Portugal  
Sem fins lucrativos acadêmica projeto, desenvolvido no âmbito da iniciativa  
acesso aberto

## DESENVOLVIMENTO DE MODELO DE CORRENTES E MOLAS PARA BUSCA DA FORMA

### DESIGN OF A SPRING AND CHAIN FORM FINDING MODEL

Alfredo Henrique Haydamus<sup>1</sup>

Arthur Hunold Lara<sup>2</sup>

#### Resumo

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de modelos físicos de correntes e molas empregados nos processos de busca da forma (*form finding*), comumente utilizados para a definição do padrão de corte em projetos estruturais de cabos de aço retesados. O trabalho objetivou examinar as singularidades de tal metodologia de análise e concepção estrutural, inicialmente elaborada pelo arquiteto alemão Frei Otto, e se baseou na literatura crítica acerca do desenvolvimento das tecnologias de sistemas de cabos de aço. Ao longo deste trabalho, foram investigadas diferentes possibilidades de materiais e métodos de medição dos modelos físicos, que tiveram a finalidade de fornecer dados de ordem qualitativa acerca do comportamento do sistema estrutural em questão, em situação de desenvolvimento de projetos. Com o intuito de avaliar a precisão e confiabilidade do modelo de correntes e molas, em paralelo, foram desenvolvidos modelos digitais por meio do método das Densidades de Forças. Por fim, os resultados obtidos por meio dos dois métodos de busca da forma foram comparados, buscando-se compreender as vantagens e limites de suas aplicações práticas.

**Palavras Chave:** Concepção estrutural, Formas funiculares, Frei Otto, Estruturas de Cabos de Aço Retesados, Método das Densidades de Forças.

#### Abstract

This work presents the development of a spring and chain scale model whose purpose is to function as a form finding method for steel cable tensile structures. The models' concept was created through the examination of this structural design methodology, initially elaborated by the German architect Frei Otto. It was also based on the review of the critical literature on the development of steel cable systems technologies. Throughout this work, different possibilities of materials and measurement methods of the physical models were investigated, which had the aim of providing qualitative data about steel cable structural system's behavior. In order to evaluate the accuracy and reliability of the spring and chain model, numerical Force Density methods were developed simultaneously. Finally, the results obtained through the two form finding methods were compared, with the purpose of understanding the advantages and limits of their applications.

**Keywords:** Structural design, Funicular shapes, Frei Otto, Steel cable structures, Force Density Method.

<sup>1</sup> Universidade de São Paulo, <https://orcid.org/0000-0003-4643-347X>, [alfredo.haydamus@usp.br](mailto:alfredo.haydamus@usp.br)

<sup>2</sup> Universidade de São Paulo, <https://orcid.org/0000-0003-0827-7314>, [arthurlara@usp.br](mailto:arthurlara@usp.br)

## INTRODUÇÃO

Os processos de concepção de sistemas estruturais que são determinados pelo fluxo natural de forças e que buscam uma geometria otimizada e em equilíbrio com os carregamentos existentes denominam-se processos de busca da forma (ou *form finding*) (1). No presente trabalho, serão estudadas metodologias de busca da forma que visam a obtenção da geometria estrutural de estruturas retesadas de cabos de aço.

O professor Ruy Pauletti define estruturas retesadas como sistemas compostos por elementos que não podem ficar frouxos, devendo apresentar certo grau de retesamento, para funcionarem de maneira satisfatória, como são os exemplos da ponte suspensa, do balão atmosférico e da vela de barco (2).

O desenvolvimento de métodos de busca da forma teve seu início em 1676, quando o engenheiro inglês Robert Hooke criou um meio de encontrar a geometria ideal de um arco de pedra no qual só atuavam tensões de compressão. Tal técnica fazia uso de correntes e pesos e foi empregada no projeto da Catedral de Saint Paul, cuja cúpula permaneceu como a construção mais alta de Londres por mais de 200 anos.

Os modelos físicos compostos por correntes e pesos eram adequados para simular as condições das estruturas em arco e casca, em geral, constituídas por concreto ou pedras. No entanto, tais modelos não conseguiam mensurar os efeitos do tensionamento das estruturas retesadas.

Apenas na década de 1940, o arquiteto alemão Frei Otto deu início à produção de modelos físicos adaptados para determinar a forma final de estruturas retesadas. No lugar das tradicionais técnicas de modelagem com correntes e pesos, Otto passou a utilizar novos materiais, como películas de sabão, redes elásticas e molas, que permitiam simular com mais fidelidade os efeitos do retesamento em suas obras (3).

No contexto brasileiro da construção civil, as metodologias de busca da forma ainda não são amplamente utilizadas e são raros os exemplos de obras de cobertura de cabos de aço em território nacional. Recentemente, como exemplo, soluções de coberturas de cabos de aço retesados foram empregadas nas reformas dos estádios do Maracanã e de Brasília para a Copa do Mundo de 2014.

Entre as inúmeras vantagens de coberturas de cabos de aço, é válido citar: capacidade de vencer grandes vãos sem apoios intermediários, baixo peso próprio, potencial estético, alta permeabilidade à luz, facilidade do transporte dos materiais, rapidez na execução do projeto e uso de matérias-primas com alto potencial reciclável (4).

Apesar de todos os recursos necessários para o emprego das coberturas de cabos de aço estarem disponíveis aos profissionais brasileiros, pode-se observar alguns fatores responsáveis pela sua baixa demanda. O primeiro fator diz respeito à percepção indevida acerca da eficiência e desempenho de conforto térmico dos fechamentos em vidro ou acrílico, que representam os materiais de vedação mais amplamente utilizados nesse tipo de estrutura. Atualmente, sabe-se que existem tipos de vidros com alto desempenho térmico. Em segundo lugar, encontra-se a ausência de conjunto claro de

normas que regulem o uso de sistemas estruturais de cabos de aço retesados. Por último, estão os altos custos da matéria prima, decorrentes da utilização de materiais de alta performance e do tratamento especial que o aço precisa receber contra a corrosão, relaxação e fadiga.

O presente trabalho tem a expectativa de contribuir para a mudança desse atual quadro. Por meio da apresentação de um modelo de busca da forma composto por correntes e molas, almeja-se colaborar com a disseminação e com o aprimoramento das técnicas de concepção empregadas em projetos de estruturas retesadas. Nesse sentido, os modelos físicos foram construídos a partir do propósito de servir como ferramentas intuitivas de medição e análise estrutural de ordem qualitativa para o estudo e desenvolvimento de projetos de estruturas retesadas no Brasil.

Diversas características aqui elencadas dos modelos físicos foram inspiradas no Kit Mola, elaborado pelo pesquisador Márcio Sequeira de Oliveira, e no brinquedo K'nex, criado pelo estudioso estadunidense Joel Glickman, em 1992.

Outra etapa importante do desenvolvimento do modelo físico foi a definição da metodologia de extração das informações fornecidas por ele (5). Optou-se por utilizar a técnica da fotogrametria. As condições para minimizar os erros nessa etapa foram identificadas e serão listadas neste trabalho.

Com o propósito de verificar a efetividade das informações provenientes dos modelos de correntes e molas, foram elaborados modelos numéricos de busca da forma através do método das Densidades de Forças (6). Os algoritmos dos modelos numéricos foram programados no *plug-in Grasshopper* do *software Rhinoceros* e os seus resultados servirão como referência para avaliação da precisão obtida com os modelos físicos.

Em seguida, as duas metodologias, os modelos de correntes e molas e os métodos numéricos, serão testadas em três estudos de caso. Para realizar as comparações, os dados acerca dos comprimentos das barras e das coordenadas dos nós extraídos dos modelos físicos, serão comparados às informações obtidas através dos valores calculados.

Os relatos dos estudos de caso englobam também os critérios adotados e as principais dificuldades encontradas na aplicação dessas técnicas.

## DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS

### Modelo Físico

A elaboração dos modelos compostos por correntes e molas seguiu o processo apresentado pelos pesquisadores Harry Harris e Gajanan Sabnis em “Structural modeling and experimental techniques” (7).

De acordo com a dupla, o primeiro aspecto do modelo que deve ser definido é o seu objetivo. Historicamente, arquitetos e engenheiros elaboraram modelos físicos com a finalidade de verificar a viabilidade e a confiabilidade dos sistemas estruturais a serem construídos, e para obterem dados acerca dos componentes da estrutura que precisariam ser produzidos. No presente estudo, a principal finalidade dos modelos físicos foi facilitar a compreensão

do comportamento das estruturas retesadas. Além disso, buscou-se utilizar materiais de fácil acesso para propiciar as suas reproduções em outras instituições de ensino, caso haja interesse em utilizá-los como ferramenta didática.

Em função dessas características, em alguns momentos durante as etapas de desenvolvimento dos modelos, foram priorizadas as potencialidades educacionais dos experimentos em detrimento da precisão dos resultados. Não obstante, procurou-se ao máximo manter as técnicas de modelagem fiéis às metodologias aplicadas em empreendimentos de dimensões reais.

O tamanho e o nível de precisão necessários para a construção dos modelos foram definidos mediante os objetivos listados acima. Dessa maneira, visando facilitar o acesso e interação do usuário com o experimento, julgou-se adequado trabalhar com modelos de dimensões máximas de 50 cm x 50 cm.

Tendo definido a função e o porte do modelo, partiu-se para a definição dos materiais utilizados. Pode-se dividir o modelo em 5 componentes distintos, que foram: a placa de base, as hastes rígidas, as correntes, as molas e os nós, conforme ilustrado na Figura 1. Para cada componente, foi definido um material diferente, de acordo com suas funções.

Foram realizados experimentos com diferentes configurações de forma e material até a obtenção dos resultados esperados. Os primeiros testes adotaram placa de base de aço, contudo, verificou-se que os imãs não possuíam capacidade para resistir às solicitações horizontais impostas pelo modelo. Assim, decidiu-se utilizar uma placa de base composta por chapa de MDF de 3 mm, que foi fabricada no Laboratório de Modelos e Ensaio da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo (FAU-USP). Abaixo da chapa foram fixados enrijecedores também em MDF, para melhorar a resistência. Além disso, foi recortada malha de furos com diâmetro de 5 mm, com espaçamento de 20 mm para posicionamento dos demais componentes.

As hastes rígidas foram feitas a partir de canos de alumínio com 6 mm de diâmetro e com pontas de borracha em suas extremidades, para se fixarem aos nós.

A intenção para as correntes foi deixar o modelo flexível em relação às variações de estruturas e facilitar as montagens e desmontagens dos experimentos. Assim, julgou-se que as correntes formadas por bolinhas com 2,5 mm, amplamente utilizadas para manufatura de bijuterias e chaveiros, seriam uma solução que simplificaria e, ao mesmo tempo, abriria o leque de possibilidades para o modelo. Uma vez que elas permitem que se corte cabos com comprimentos variados e proporciona uma fácil conexão com os nós por meio dos conectores do tipo “cano”.

Para a definição da mola foram analisadas diversas alternativas. Foram realizados testes em molas com constantes elásticas variando de 0,2 a 2,5 kgf/cm. De início, pôde-se descartar as molas com constantes maiores, pois a força necessária para tensionar o modelo era demasiada para os demais componentes, o que os danificava. O comprimento da mola também foi um fator crítico na escolha, pois uma dimensão grande inviabilizaria a sua aplicação em trechos de cabos pequenos. Diante das opções disponíveis no

mercado, escolheu-se uma mola de arame de latão, com constante elástica de 0,25 kgf/cm, 32 mm de comprimento, 0,4 mm de diâmetro do fio e 5 mm de diâmetro externo.

Seguindo a mesma proposta dos cabos, os nós dos modelos foram pensados para serem os mais adaptáveis possível. Nesse sentido, era interessante que não houvesse limitação para o número de conexões possíveis em um mesmo nó e nem restrições quanto ao ângulo de chegada dos cabos. Os nós foram compostos por argolas de ferro banhadas a níquel e terminais do tipo “tip”.

*Figura 1: Componentes do modelo físico: barras rígidas, placa de MDF, corrente, conectores e molas. (11)*



Outra etapa de significativa importância na eficácia do modelo foi a definição da metodologia utilizada para a obtenção das informações providas pelo modelo físico, como coordenadas de nós e dimensões dos cabos. Nesse trabalho, as medições foram realizadas por meio de fotografias, método semelhante aos aplicados por Frei Otto em seus modelos físicos (8).

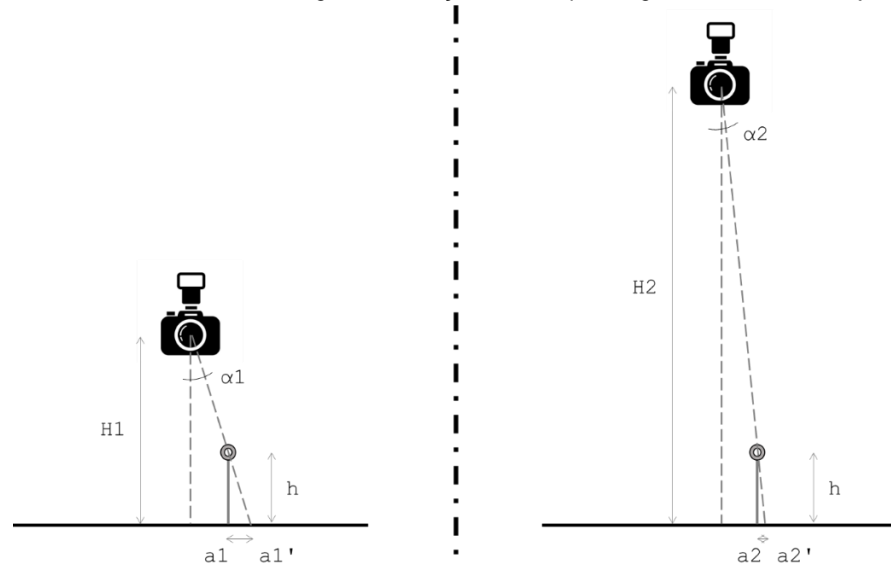
Porém, esse processo fotogramétrico produz distorções e erros de medidas, que podem ser reduzidos por meio da adoção de algumas medidas. Durante o processo de medição, buscou-se minimizar as distorções causadas pelo ângulo da câmera em relação ao objeto da pesquisa. Tal angulação afeta diretamente a posição aparente do elemento fotografado.

Uma maneira de se minimizar a distorção causada pela câmera foi posicionar o objeto no centro da área enquadrada pela objetiva da câmera, sempre de modo ortogonal. Além disso, a decisão de afastar a câmera do objeto contribuiu para que os raios luminosos incidissem no sensor com um ângulo menor de refração.

A Figura 2, a seguir, mostra como a distância entre a câmera e o objeto fotografado influencia na distorção da posição aparente do objeto. No lado esquerdo da figura, há a situação com a fotografia sendo realizada próxima

– à distância de  $H1$  – do objeto estudado – representado pelo círculo cinza, na posição  $a1$  e altura  $h$  do anteparo de medição. Nessa primeira situação é possível perceber que a posição aparente do objeto será  $a1'$ , ao invés de  $a1$ . Essa distorção,  $a1 - a1'$ , depende do ângulo de abertura  $\alpha 1$ , da altura da câmera  $H1$  e da altura do objeto  $h$ . Na situação representada no lado direito da imagem, alterou-se apenas a altura da câmera de  $H1$  para  $H2$ . Mantendo-se a altura do objeto constante em  $h$ , o ângulo da câmera diminuiu para  $\alpha 2$ . Consequentemente, como pode-se notar, a posição distorcida  $a2'$  é mais próxima à posição real  $a2$ .

Figura 2: Distorção causada pelo ângulo entre câmera e objeto.



Portanto, com o objetivo de minimizar as distorções, as premissas adotadas para o processo de fotogrametria foram:

- Fotografar sempre de maneira ortogonal ao modelo e ao anteparo de medição;
- Limitar o ângulo de abertura  $\alpha$  máximo em  $2,5^\circ$  ;
- Utilizar uma distância da câmera  $H$  mínima de 8 m;
- Limitar a altura do modelo com relação ao anteparo de medição em 25 cm;
- Havendo nós simétricos ao nó analisado, a coordenada considerada será a média das coordenadas obtidas de todos os pontos simétricos equivalentes.

Seguindo esses princípios, garante-se que a distorção ( $a - a'$ ) provocada pelo método de obtenção dos dados será menor do que 1 cm. Valor considerado aceitável em função, sobretudo, do caráter qualitativo do modelo.

Por fim, após cada experimento, as lições aprendidas foram registradas e aplicadas ao modelo seguinte, com o intuito de melhorar os processos de modelagem e de fotografia. Tais aprendizados foram relatados nas seções específicas dos estudos de caso em que foram observados.

## Modelo Numérico

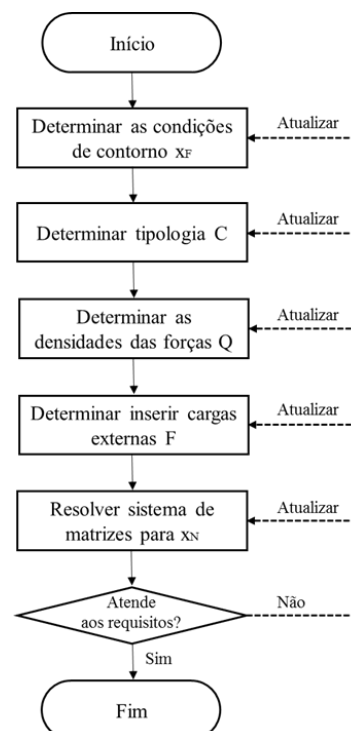
Nos métodos numéricos realizados pelo método das Densidades de Forças, a programação do algoritmo seguiu a metodologia de Klaus Linkwitz, descrita em “Force density method” (3). O código foi escrito em linguagem C#, dentro do *Grasshopper* (*plug-in* do Rhinoceros). O algoritmo recebia como dados de entrada as coordenadas dos pontos, os pontos fixos, as correntes, as barras e suas densidades de forças.

O método das Densidades de Forças se mostrou necessário para solucionar o problema da não-linearidade dos métodos numéricos utilizados até então, que se baseavam nas equações de equilíbrio dos nós de uma malha de cabos. Linkwitz percebeu que ao determinar a razão entre esforço normal e comprimento de cada cabo, as ditas densidades de forças, obtém-se um sistema linear de equações (9).

Linkwitz se baseou no método de elementos finitos, com elementos simplificados nos quais só atuam esforços axiais e apresenta a vantagem da redução do custo computacional, sem perda de precisão dos cálculos. Porém o seu resultado depende, além das condições de contorno iniciais, das densidades de forças definidas pelo usuário.

O procedimento entrega como resultado as coordenadas dos nós da malha de cabos e as reações nos apoios. A partir desses dados, é possível avaliar se a resposta do algoritmo atende às necessidades do usuário como, por exemplo, altura do pé-direito da cobertura ou alguma outra condição almejada. Com base nessas restrições, o algoritmo, por meio de iterações e de forma automatizada, altera as densidades de forças inicialmente determinadas e reinicia o método com os novos dados. Tal procedimento deve ser repetido por um número determinado de vezes ou até que sejam atendidos os requisitos do usuário, de acordo com fluxograma a seguir.

Figura 3: Fluxograma do algoritmo do Método das Densidades de Forças.





## ESTUDO DE CASO 1: COBERTURA DO CANTEIRO DA FAU USP

O primeiro estudo de caso se baseou na cobertura em membrana do canteiro de Espaços Experimentais para a Arquitetura “Antonio Domingos Battaglia”, localizado na FAU USP.

A obra do canteiro começou em 1997 e engloba uma área total de aproximadamente 3.000 m<sup>2</sup>, dos quais 380 m<sup>2</sup> são cobertos por uma estrutura retesada em membrana. Segundo o projeto original, os dois mastros centrais possuem 9 m de altura, enquanto os pilares de borda apenas 3 m. E o ponto mais baixo do vale entre os dois mastros chega a até 6 m de altura.

O modelo de correntes e molas do canteiro foi elaborado com 58 nós e 102 barras. Porém, devido a simetria de sua geometria, não foi necessário levantar os dados de todos nós e barras do modelo. Dessa maneira, na presente etapa analisou-se as coordenadas de 28 nós e o comprimento de 45 barras.

Por ter sido a primeira metodologia testada durante a pesquisa, a elaboração do modelo físico do EC1 enfrentou diversos entraves decorrentes, sobretudo, da falta de experiência com esse tipo de modelagem. Pôde-se perceber como principal problema enfrentado a fixação dos pontos de apoio do modelo. Conforme o apoio se afastava da placa de base, que possui o gabarito para medição, ficava cada vez mais difícil garantir que o ponto fixo estivesse de acordo com o modelo digital. Apesar dos comprimentos dos cabos estarem simétricos, os mastros centrais ficaram excêntricos com relação ao eixo mais longo da estrutura. Tal excentricidade só foi percebida posteriormente, na etapa de medição feita a partir das fotografias. Para os demais estudos de caso, procurou-se evitar esse tipo de desvio por meio da realização de verificações visuais durante o momento registro fotográfico.

Após a modelagem pelas duas metodologias, realizou-se a análise de resultados. As informações do modelo digital foram extraídas pelo próprio *Rhinoceros*, enquanto os dados do modelo físico foram obtidos por meio das fotografias representadas pelas Figuras 4 e 5.

Figura 4: Fotografia para extração de coordenadas do EC1 (eixo z). (11)

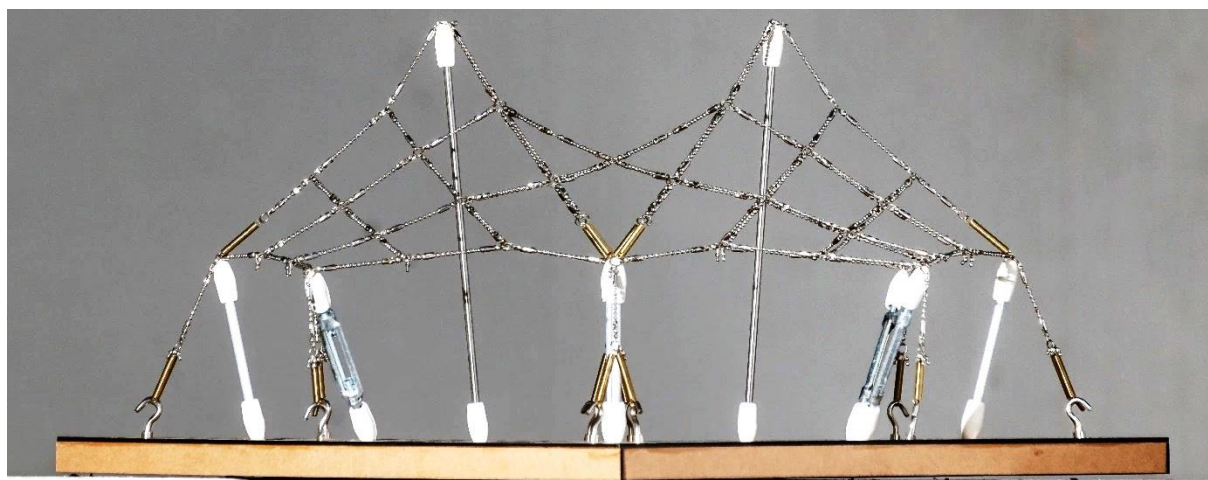
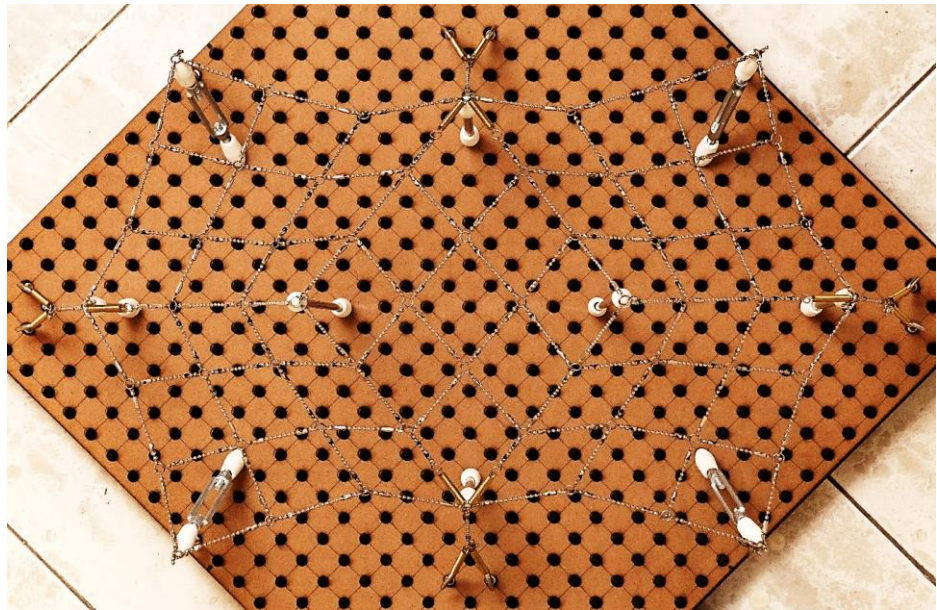


Figura 5: Fotografia para extração de coordenadas do EC1 (eixo x, y). (11)



Iniciando o estudo pelas coordenadas dos pontos, pôde-se notar algumas divergências:

- Os mastros mais altos e centrais não ficaram simétricos e se inclinaram-se em direção ao centro;
- Pontos que deveriam ser simétricos apresentaram resultados diferentes, com variação de cerca de 1 cm;
- As variações das posições dos mastros causaram diferenças de altura em nós adjacentes da ordem de quase 2 cm.

Era esperado que as divergências fossem maiores nas coordenadas dos nós do que nos comprimentos dos cabos. O motivo dessa expectativa foi um controle mais refinado das dimensões dos cabos, uma vez que o seu comprimento depende basicamente do número de bolinhas em cada segmento. As coordenadas dos nós, ao contrário, podem variar por pequenas imprecisões que vão se acumulando conforme a complexidade da estrutura. Outra justificativa pode ter sido a falta de controle da posição dos pontos fixos, principalmente em casos em que os apoios estavam distantes da placa de base. Os resultados da comparação podem ser observados na Tabela 1.

Tabela 1: Resumo dos resultados das coordenadas dos nós do EC1.

Nó	Coordenadas Rhino [mm]			Coordenadas Modelo Molas [mm]			Diferenças [mm]		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1	-190	162	100	-198	167	100	8	5	0
2	-198	103	104	-211	109	105	13	6	0
3	-223	48	104	-230	52	108	7	4	3
4	-258	0	100	-259	0	100	1	0	0
5	-130	141	104	-135	146	105	5	5	1

6	-146	91	116	-156	96	116	10	5	1
7	-174	44	123	-179	48	130	5	4	7
8	-202	0	126	-200	1	144	2	1	<b>18</b>
9	-66	131	106	-72	130	111	6	1	5
10	-93	85	127	-101	86	133	8	1	6
11	-125	42	145	-131	43	156	6	1	<b>11</b>
12	-154	0	161	-152	2	177	2	2	<b>16</b>
13	0	138	100	-3	141	100	3	3	0
14	-40	81	138	-43	91	141	3	<b>10</b>	3
15	-84	35	176	-80	47	177	4	<b>12</b>	2
16	-138	0	220	-117	4	220	<b>21</b>	4	0
17	40	81	139	36	91	142	4	<b>10</b>	3
18	0	40	151	-3	48	152	3	8	1
19	-41	0	163	-42	4	164	1	4	1
20	-84	-35	176	-78	-38	178	6	3	2
21	84	35	176	71	48	178	<b>13</b>	<b>13</b>	2
22	41	0	163	34	4	164	7	4	1
23	0	-40	151	-3	-40	152	3	0	1
24	-40	-81	139	-42	-82	142	2	1	3
25	138	0	220	108	5	220	<b>30</b>	5	0
26	84	-35	176	71	-40	178	<b>13</b>	5	2
27	40	-81	138	36	-84	143	4	3	4
28	0	-138	100	-2	-134	100	2	4	0

## ESTUDO DE CASO 2: TORRE SCHMEHAUSEN

O segundo estudo de caso baseou-se na obra da torre de resfriamento de Schmehausen elaborada pelo escritório Leonhardt und Andrä, que forma um hiperboloide de uma folha com 146 m de altura (10). O modelo teve como condições de contorno um anel rígido com 20 cm de diâmetro no topo, altura também de 20 cm e apoios na base formando um círculo com diâmetro de 26 cm. De modo semelhante à estrutura em tamanho real, utilizou-se uma malha de cabos triangular, com cabos verticais e inclinados.

O modelo foi composto por 80 nós e 160 cabos. Desses, foram analisados 12 nós e 19 cabos devido à sua simetria radial, que permitiu dividir a estrutura em 10 partes.

O objetivo com a escolha dessa geometria para o estudo de caso foi testar a robustez dos métodos de busca da forma para variantes das coberturas, e analisar a capacidade do processo de medição. Além disso, almejou-se estudar o comportamento de malhas triangulares em comparação com a malha quadrangular realizada no EC1.

A primeira dificuldade apareceu durante a montagem do modelo, ocasionada pelo elevado número de nós e barras concentrado verticalmente, o que gerou considerável número de agarramentos entre conectores, correntes e molas. Com a intenção de reduzir os atritos e produzir uma montagem mais suave,

optou-se por montar o hiperboloide com o anel de compressão superior à meia altura. Ao final, com todos cabos fixos, foi realizada a elevação do anel superior até a sua posição correta.

Nesta última etapa, percebeu-se que a força das 20 molas puxando o anel para baixo foi muito grande para os componentes do modelo. Em diversas tentativas, houve ruptura principalmente dos fechos “tip” e das argolas. Finalmente, encontrou-se uma configuração de equilíbrio, por meio da eliminação dos componentes que apresentaram pequenas falhas e fragilidades.

Por fim, notou-se que as malhas triangulares possuem comportamento diferente das malhas quadrangulares. No EC1, que utilizava malha quadrangular, foi possível tensionar o modelo inteiro apenas por meio do posicionamento de seus pontos fixos. Já no EC2, mesmo tensionando todos os cabos verticais, ainda restavam trechos que necessitavam de ajustes, pois ficavam frouxos. A explicação desse comportamento vem da propriedade do triângulo ser uma forma geométrica indeformável. Dessa maneira, como não foi possível tensionar todos os cabos apenas por meio das molas verticais localizadas na base do modelo, procedeu-se a um ajuste fino de todas as correntes que apresentaram folgas.

Durante o processo de medição, pôde-se notar que as lições aprendidas com o estudo de caso anterior e as medidas preventivas reduziram de maneira considerável as divergências entre modelos. As fotografias para extração das coordenadas do modelo físico estão representadas nas Figuras 6 e 7.

*Figura 6: Fotografia para extração de coordenadas do EC2 (eixo z). (11)*

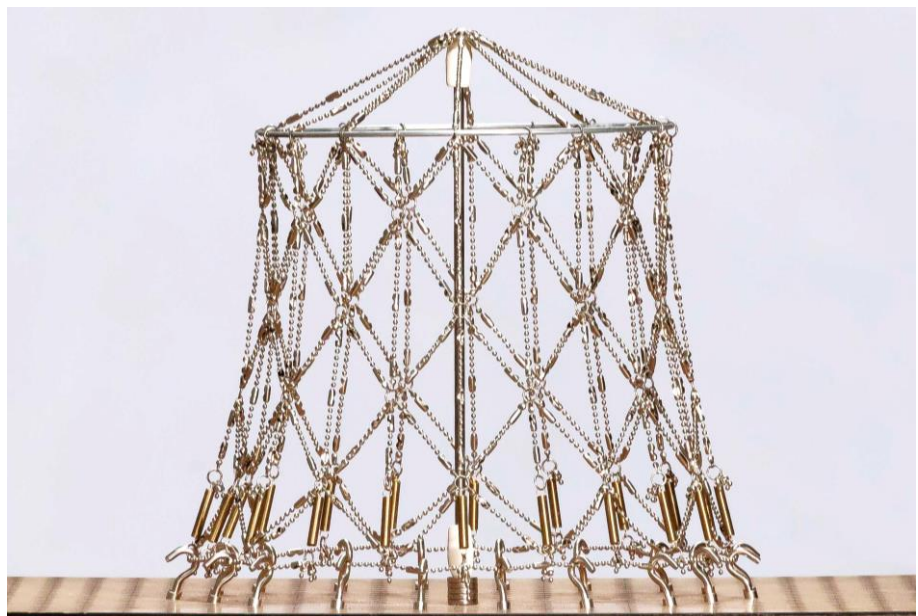
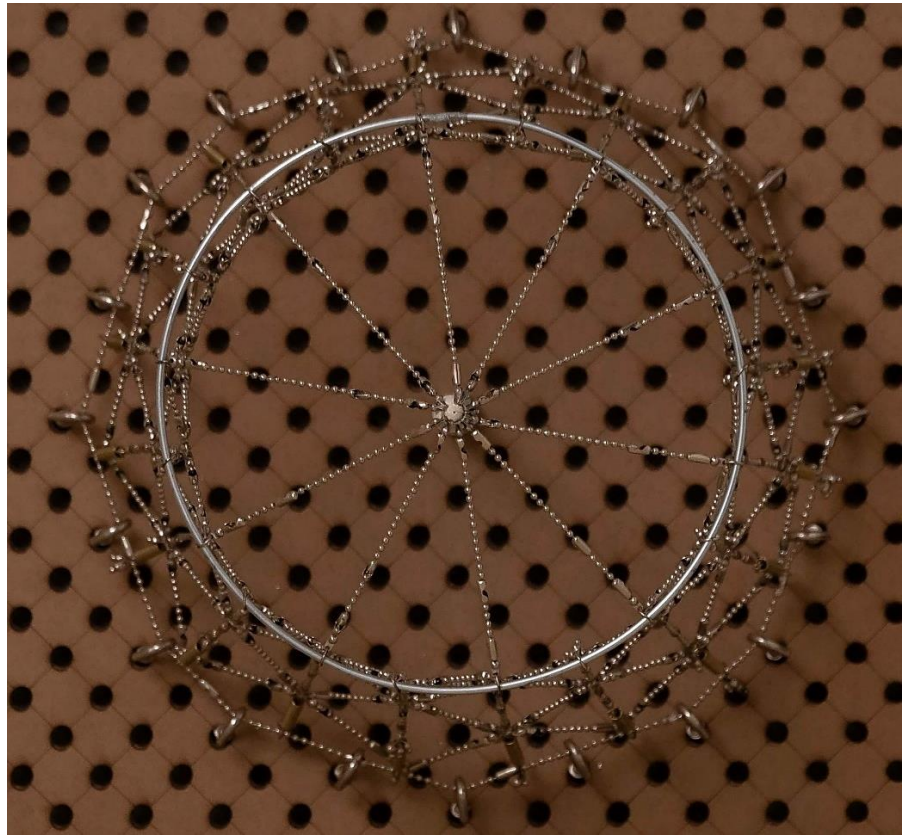




Figura 7: Fotografia para extração de coordenadas do EC2 (eixo x, y). (11)



A partir da análise comparativa resumida na tabela a seguir, observa-se os pontos subsequentes:

- Apenas um nó situado próximo à base do hiperboloide apresentou divergência maior do que 10 mm;
- A estrutura ficou quase centrada, mas percebe-se pela coordenada x dos pontos, que a estrutura ficou levemente inclinada na direção de x positivo;
- Foi possível notar a melhoria na eficiência do modelo físico através da redução dos desvios padrões e das médias das diferenças de coordenadas de nós, se comparado com o EC1. Dentre as coordenadas, o eixo z apresentou maior variabilidade. Já na análise comparativa de comprimentos de barras, não houve melhora significativa dos resultados obtidos no EC1.

Tabela 2: Resumo dos resultados das coordenadas dos nós do EC2.

Nó	Coordenadas Rhino [mm]			Coordenadas Modelo Molas [mm]			Diferenças [mm]		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1	95	-31	200	99	-33	206	4	2	6
2	100	0	200	104	0	206	4	0	6
3	95	30	200	98	32	206	3	2	6
4	93	-29	164	93	-31	169	0	2	5

5	92	31	164	93	28	170	1	3	6
6	100	2	119	98	-1	122	2	3	3
7	103	-30	73	101	-36	81	2	6	8
8	101	36	73	102	32	82	1	4	9
9	118	5	28	120	-3	40	2	8	12
10	126	-35	0	120	-43	1	6	8	1
11	130	6	0	132	-3	0	2	9	0
12	122	45	0	124	37	2	2	8	2

### ESTUDO DE CASO 3: COBERTURA FLUTUANTE

O quarto estudo de caso foi baseado em diversas obras do arquiteto alemão Frei Otto, em especial, da cobertura do Estádio Olímpico de Munique. Nessa obra, Otto utilizou colunas “flutuantes” com a finalidade de evitar obstruir a visão dos espectadores. Para tanto, o arquiteto pensou-se em desenvolver uma cobertura com malha quadrangular que cobrisse uma área quadrada com projeção de 650 cm<sup>2</sup> e se apoiasse em 5 colunas com 27 cm que partissem do centro da placa de base. Para controlar os caimentos da cobertura, foram adicionadas 4 colunas “flutuantes” com 12 cm, sendo cada uma em uma aresta da cobertura.

Para análise comparativa dos modelos, em função de sua dupla simetria, utilizou-se apenas 16 nós de um total de 45 e 27 cabos de 92 existentes no modelo.

Figura 8: Fotografia para extração de coordenadas do EC3 (eixo z). (11)

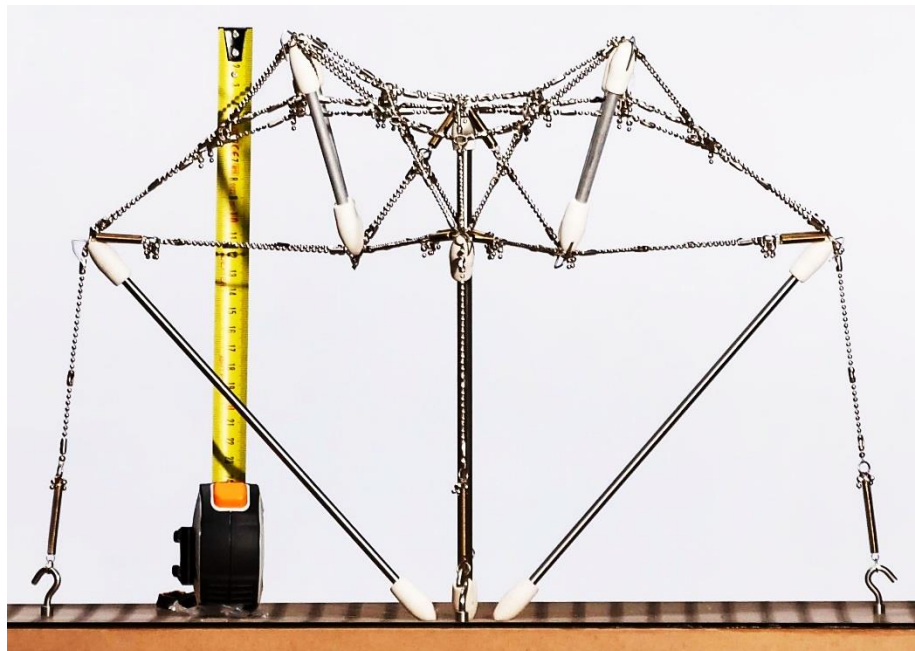
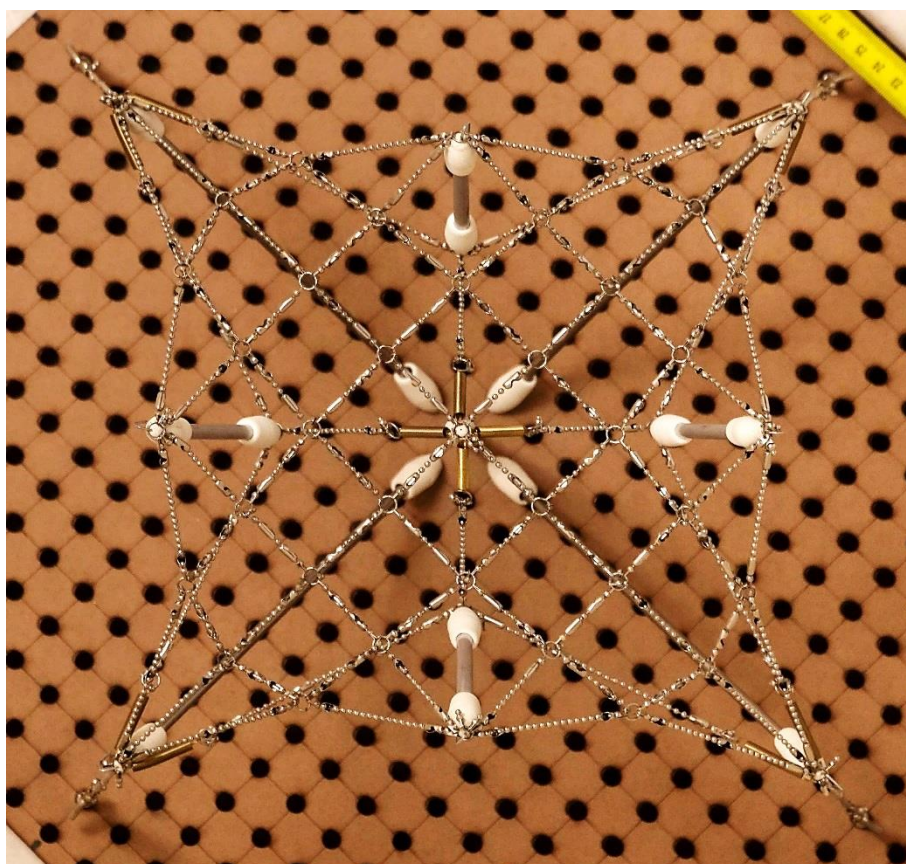


Figura 9: Fotografia para extração de coordenadas do EC3 (eixo x,y). (11)



Para eliminar os entraves observados nos estudos de caso anteriores, foram adotadas medidas alternativas que possibilitaram que o desenvolvimento do EC3 ocorresse sem maiores obstáculos:

- Durante o posicionamento dos pontos fixos foi realizada uma avaliação visual preliminar de suas posições;
- Foram utilizados arames nas pontas das barras rígidas fixando-as aos conectores;
- Foram empregadas menos molas, apenas o número necessário para tensionar o modelo. Essa escolha proporcionou um maior controle nas dimensões dos cabos usados no sistema.

A comparação dos dados extraídos por meio das metodologias numérica e física mostrou que houve significativa redução das variabilidades no EC3, se defrontado com os demais estudos de caso. É possível observar que nenhum ponto ou cabo apresentou divergência do modelo digital para o físico maior do que o aceitável, que foi determinada como 10 mm ou 10% do comprimento da barra. A justificativa encontrada para tal melhoria no resultado foi a maior experiência do pesquisador com as técnicas de manuseio do modelo físico e com a metodologia de fotogrametria.

Apesar dos resultados obtidos terem ficado dentro do limite aceitável, pôde-se notar certas divergências entre o modelo de molas e o método das Densidades de Forças, relatadas abaixo:

- As maiores disparidades entre coordenadas ocorreram no eixo vertical z;
- Os cabos do banzo inferior apresentaram maiores desvios absolutos;
- Ficou igualmente evidente que no EC3, o desvio padrão e a média das diferenças representaram os menores valores alcançados, se comparados aos estudos de caso anteriores.

A Tabela 3 resume os resultados obtidos com a análise.

Tabela 3: Resumo dos resultados das coordenadas dos nós do EC3.

Nó	Coordenadas Rhino [mm]			Coordenadas Modelo Molas [mm]			Diferenças [mm]		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1	0	201	200	4	202	198	4	1	2
2	-30	125	253	-31	128	261	1	3	8
3	0	135	242	3	138	251	3	3	9
4	-88	88	297	-87	91	303	1	3	6
5	-40	86	270	-37	88	277	3	2	7
6	0	87	262	2	88	270	2	1	8
7	-125	30	253	-129	35	261	4	5	8
8	-86	40	270	-88	40	277	2	0	7
9	-42	42	269	-44	44	272	2	2	3
10	0	43	268	1	44	270	1	1	2
11	-201	0	200	-201	-1	198	0	1	2
12	-135	0	242	-138	0	251	3	0	9
13	-87	0	262	-88	0	270	1	0	8
14	-43	0	268	-45	0	270	2	0	2
15	0	0	270	0	0	270	0	0	0
16	-48	48	190	-51	53	191	3	5	1

## RESUMO DOS RESULTADOS

Nesta seção será apresentado o resumo dos resultados obtidos nas comparações realizadas entre os modelos físicos de molas e os valores de referência obtidos pelo método das Densidades de Forças.

A Tabela 4 apresenta as médias de divergências entre modelos e seus respectivos desvios padrões. A tabela é dividida nos três estudos de caso e apresenta informações referentes aos três eixos de coordenadas (x, y, z) e ao comprimento dos elementos de barra. Nela é possível observar que houve significativa redução das médias de erros e dos desvios padrões do EC3 em relação ao EC1. Avalia-se, portanto, que a realização dos estudos de caso, apresentados ao longo desse artigo, foi fundamental para contribuir com o aprimoramento da técnica de concepção com modelos físicos.



Tabela 4: Resumo das médias e desvios padrões das diferenças.

Média	Eixo x [mm]	Eixo y [mm]	Eixo z [mm]	COMPRIMENTO [mm]
EC1	6,88	4,42	3,37	2,40
EC2	2,32	4,66	5,47	2,53
EC3	2,02	1,66	5,14	1,95

Desvio padrão	Eixo x [mm]	Eixo y [mm]	Eixo z [mm]	COMPRIMENTO [mm]
EC1	6,24	3,36	4,56	2,38
EC2	1,45	2,84	3,48	2,23
EC3	1,24	1,59	3,10	2,04

% acima do limite	Eixo x [mm]	Eixo y [mm]	Eixo z [mm]	COMPRIMENTO [mm]
EC1	18%	14%	11%	7%
EC2	0%	0%	8%	0%
EC3	0%	0%	0%	0%

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A meta principal do estudo foi avaliar o desempenho, a aplicabilidade, a robustez e a credibilidade do modelo físico de correntes e molas, utilizado no processo de concepção estrutural.

Durante a realização do presente trabalho, constatou-se que o modelo físico possui um potencial para auxiliar no desenvolvimento de projetos de obras compostas por estruturas retesadas. Apesar de sua montagem ser mais demorada do que a do seu equivalente numérico, após finalizado, ele provou ser uma opção mais intuitiva e rápida para a realização de testes de carga e de tensionamento. Dessa forma, o método físico é capaz de auxiliar de maneira qualitativa em processos de concepção estrutural. Principalmente para o reconhecimento dos desafios e do modo de funcionamento da estrutura – como a estabilidade do sistema, o processo executivo, as reações diante de carregamentos distintos e a influência das condições de contorno – que são mais facilmente percebidos nos modelos físicos do que por meio dos métodos numéricos e digitais.

No entanto, foi possível verificar que a metodologia física não é válida para testar o modo de colapso estrutural, salvo nos casos de rupturas causadas pela perda do equilíbrio de forças. O motivo para essa limitação é a impossibilidade de se realizar uma comparação entre as resistências dos materiais e dos componentes utilizados no modelo em escala, e as resistências presentes nas estruturas em tamanho real.

Como metodologia de checagem, as informações extraídas do *software Rhinoceros* foram comparadas aos resultados fornecidos pelos modelos físicos obtidos por meio da técnica da fotogrametria. Tais fotografias foram produzidas a partir de certas premissas que garantiram que os erros

presentes nesse processo de extração de dados fossem dentro de uma margem satisfatória para os propósitos da pesquisa.

Os estudos de caso realizados serviram para mensurar a flexibilidade e robustez dos componentes do modelo físico. O conjunto de peças utilizadas na montagem dos experimentos – molas, correntes de bolinhas, conectores e barras rígidas – provaram ser eficientes e capazes de se adaptarem aos diferentes tipos de estruturas retesadas que foram simuladas.

Todavia foi constatado ser necessária certa experiência prática do projetista com tais modelos. A execução de alguns deles apresentou elevado grau de complexidade. Tal fator tornou necessário o uso dos métodos numéricos para planejar a montagem da estrutura, incluindo a quantificação dos elementos a serem utilizados.

## REFERÊNCIAS

1. NERDINGER, W. *Frei Otto: Das Gesamtwerk*. Basel: Birkhäuser Verlag GmbH, 2005. ISBN 3-7643-7233-8.
2. PAULETTI, R. História, *Análise e Projeto das Estruturas Retesadas*. Tese de Livre-Docência. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2003.
3. ADRIAENSSENS, S., BLOCK, P., VEENENDAAL, D., WILLIAMS, C. *Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization*. Nova Iorque: Routledge, 2014. ISBN 0-4158-4060-0.
4. SALVADORI, M. *Por Que os Edifícios Ficam de Pé*. 2ª. ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2011. ISBN 978-85-7827-444-3.
5. VRACHLIOTIS, G., KLEINMANN, J., KUNZ, M., KURZ, P. *Denken in Modellen*. Leipzig: Spector Books, 2017. ISBN 978-3-95905-075-3.
6. SCHEK, H. J. The Force Density Method for Form Finding and Computation of General Networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1974. Vol 3, n.1, p. 115-134. [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(74\)90045-0](https://doi.org/10.1016/0045-7825(74)90045-0)
7. HARRIS, H. G.; SABINS, G. M. *Structural modeling and experimental techniques*. Florida: CRC Press LLC, 1999. ISBN 0-8493-2469-6.
8. ROLAND, C. Frei Otto: *Spannweiten. Ideen und Versuche zum Leichtbau*. Ein Werkstattbericht. Berlin: Ullstein, 1965.
9. SCHEIFFELE, W. *Das leichte Haus: Utopie und Realität der Membranarchitektur*. Leipzig: Stiftung Bauhaus Dessau, 2016. ISBN 978-3-944669-45-8.
10. BÖGLE, A., SCHMAL, P. C., FLAGGE, I. *Light Structures: Jorg Schlaich, Rudolf Bergmann*. Munique: Prestel, 2004. ISBN 3-7913-2918-9.
11. PAULA, M. V. Fotografia dos componentes do modelo físico, 2018-19.

**Submetido: 27/06/2019**

**Aceito: 13/04/2020**