

# Modelación matemática del secado de menas lateríticas de Ni en un horno cilíndrico rotatorio a escala semindustrial

Mathematical modeling of Ni-lateritic ore drying in a rotary cylindrical kiln on a semi-industrial scale

Carlos Zalazar-Oliva

Universidad de Moa, Cuba

czalazar@ismm.edu.cu

 <https://orcid.org/0000-0003-0301-606X>

Ever Góngora-Leyva

Bindura University of Science and Education, Zimbabwe

 <https://orcid.org/0000-0001-5418-5512>

Arístides A. Legrá-Lobaina

Universidad de Moa, Cuba

 <https://orcid.org/0000-0002-4793-4754>

Marco A. León-Segovia

Universidad Técnica de Cotopaxi, Ecuador

 <https://orcid.org/0000-0002-2057-1471>

Manuel A. León-Segovia

Universidad Técnica de Cotopaxi, Ecuador

 <https://orcid.org/0000-0003-2688-015X>

Héctor L. Laurencio-Alfonso

Universidad Técnica de Cotopaxi, Ecuador

Recepción: 14 Marzo 2022

Aprobación: 26 Septiembre 2022



Acceso abierto diamante

## Resumen

El desconocimiento de la relación existente entre las variables que caracterizan el proceso de secado térmico impide alcanzar los valores requeridos de humedad en la mena laterítica de Ni a la salida del cilindro horizontal rotatorio, a escala semindustrial, con el menor consumo de combustible posible y el menor impacto sobre el medioambiente. Por tal motivo, se estableció un modelo fenomenológico en estado estacionario, constituido por: un sistema de ecuaciones diferenciales y ecuaciones ordinarias obtenidas a partir de los balances de masa y de energía en la mena, en el gas y en la pared del secador; las ecuaciones de enlace que permiten obtener las propiedades termofísicas de la mena y de los gases; así como los coeficientes de transferencia de calor y masa que intervienen en el proceso, resuelto a través del método numérico Runger-Kutta de cuarto orden. El modelo permite establecer el comportamiento de la distribución de la temperatura del gas, de la mena y la variación de la humedad de esta última en toda la longitud del cilindro.

**Palabras clave:** modelación matemática, secado térmico, mena laterítica de Ni, cilindro horizontal rotatorio, balance de energía.

## Abstract

---

### Notas de autor

czalazar@ismm.edu.cu

The lack of knowledge about the relationship between variables that characterize the thermal drying process prevents reaching the required moisture values in the Ni-lateritic ore at the exit of the rotating horizontal cylinder on a semi-industrial scale, with lowest possible fuel consumption and least impact on environment. For this reason, a steady state phenomenological model was established. This model consists of a system of differential equations and ordinary equations obtained from the mass and energy balances in the Ni-laterites ore, in the gas and in the wall of the dryer. Besides, from the bond equations that allow obtaining the thermophysical properties of the Ni-ore laterites and gases and the heat and mass transfer coefficients involved in the process, solved by using the fourth order Runger-Kutta numerical method. This model allows establishing the distribution temperature behavior of the gas, the Ni-laterites ore and the variation of moisture of the last one along the entire cylinder length.

**Keywords:** mathematical modeling, thermal drying, lateritic Ni-ore, rotating horizontal cylinder, energy balance.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los secadores cilíndricos horizontales rotatorios de contacto directo, en lo adelante secador, gozan de preferencia en la industria debido a su elevada productividad, a su eficacia y a la diversidad de materiales que pueden procesar (Yi *et al.* 2020). Tienen como desventaja el incremento de los costos de operación a causa del elevado consumo de energía, lo que ha impulsado numerosas investigaciones con el propósito de crear herramientas de predicción mediante la modelación matemática para mejorar su operación, optimizar su eficiencia y reducir el consumo energético.

La literatura especializada exhibe una variedad de modelos matemáticos que describen diversos procesos de secado; los más usuales se sustentan en las explicaciones sobre las causas o mecanismos naturales que dan lugar al fenómeno estudiado (modelos heurísticos); otros utilizan las observaciones directas del proceso o los resultados obtenidos a partir de la experimentación (modelos empíricos) y los que permiten determinar el punto exacto para resolver alguna problemática administrativa, de producción o de cualquier otra índole (modelos de optimización).

Dentro de los modelos heurísticos más utilizados en secadores se encuentran los estacionarios, que determinan los perfiles de humedad y temperatura para el sólido y el gas a lo largo del cilindro en régimen permanente; y los modelos dinámicos basados en ecuaciones diferenciales con parámetros distribuidos, que permiten obtener la evolución de la humedad y la temperatura cuando cambian las condiciones (Castaño, Rubio y Ortega 2009).

A través de los primeros modelos estacionarios para un secador, se obtuvo la expresión matemática que pronostica el contenido de la humedad del producto a partir de la temperatura del aire de secado, el contenido inicial de humedad y la velocidad de alimentación del producto (Myklestad 1963). Posteriormente, se utiliza un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales para describir la transferencia de calor y masa en un secador de fertilizante, asumiendo que la transferencia de calor dependía de la velocidad de rotación (Sharples, Glikin y Warne 1964).

Nonhebel y Moss (1971) plantean un modelo en el cual dividen el secador en tres zonas: precalentamiento, secado constante y secado decreciente, en cada una de estas se aplican, de manera independiente, las ecuaciones de difusión de la humedad, caracterizadas por los períodos de calentamiento, de velocidad de secado constante y velocidad de secado decreciente. Con un enfoque similar, pero modificando parámetros empíricos tales como: el coeficiente de transferencia de calor, ecuaciones de tiempo de retención y pérdidas de calor, se han obtenido otros modelos, aunque aplicables solo a específicas de secado (Arruda 2008; Abbasfard *et al.* 2013; Souza *et al.* 2021; Echeeri y Maalmi 2021).

En los modelos dinámicos de secadores, las variables del sistema dependen tanto del tiempo como del espacio, siendo menos numerosos que los estacionarios. Una de las primeras evidencias de estos trabajos relaciona dos modelos: uno para el sólido y otro de forma independiente para la instalación (Reay 1979). Se desarrollan además modelos dinámicos en flujo a contracorriente, en los que el secador se divide en 10 secciones y se establecen las ecuaciones de balance dinámico de calor y de masa en cada sección (Douglas *et al.* 1993).

Cao y Langrish (2000) desarrollan un modelo general para un secador a contracorriente. El modelo se basó en balances de calor y masa combinados con dos modelos, uno que describe el transporte de partículas y la transferencia de calor dentro del secador y otro que describe la cinética de secado del material. En él se establecen seis ecuaciones diferenciales parciales para evaluar seis variables de estado: contenido de humedad de sólidos y temperatura del sólido; humedad y temperatura del aire, y la conservación del sólido y del aire en función del tiempo y la longitud del secador. En investigaciones más recientes otros investigadores (Parra-Rosero 2017; Ponce, Royo y García 2018; Goyal y Bushra 2018; Perazzini *et al.* 2021) realizan la modelación con base en los modelos existentes, introduciendo algunas variaciones en las ecuaciones empíricas para la

cinética de secado, la estimación del tiempo de retención y el coeficiente volumétrico para la transferencia de calor.

Los resultados de revisión bibliográfica confirman la existencia de una gran diversidad de modelos para el secado, debido a los numerosos materiales que se secan en equipos comerciales y a los muchos tipos de equipos que se utilizan, por lo que, no existe una sola teoría de secado que comprenda todos los materiales y tipos de secadores.

Las variaciones posibles en forma y tamaño de los materiales, de los equilibrios de humedad, de los mecanismos del flujo de humedad a través del sólido, así como en el método de transferencia de calor que se requiere para la vaporización, impiden que exista un tratamiento unificado de estos modelos (Harriot 2007), por lo que es preciso la particularización de estos para el secado de cada sólido y las instalaciones en donde se efectúa; considerando que el proceso de secado es un proceso a flujo continuo, en el cual no deben ocurrir variaciones significativas en sus parámetros de operación en pequeños intervalos de tiempo.

Es decir que existe un periodo relativamente largo durante el proceso de arrancada y puesta en marcha de la instalación, hasta que se estabilizan los flujos de combustible, de aire y de gases que entran al cilindro en función de la productividad nominal del secador, proceso que demora hasta 8 horas de operación. Una vez que se estabilizan todos los parámetros, se mantiene en explotación la instalación hasta que se detenga la producción por concluir con las corridas experimentales o en caso de averías.

Por lo anteriormente planteado, en la presente investigación se propone un modelo matemático en estado estacionario, para el secado de la mena laterítica de Ni en un secador cilíndrico horizontal rotatorio, a escala sem industrial.

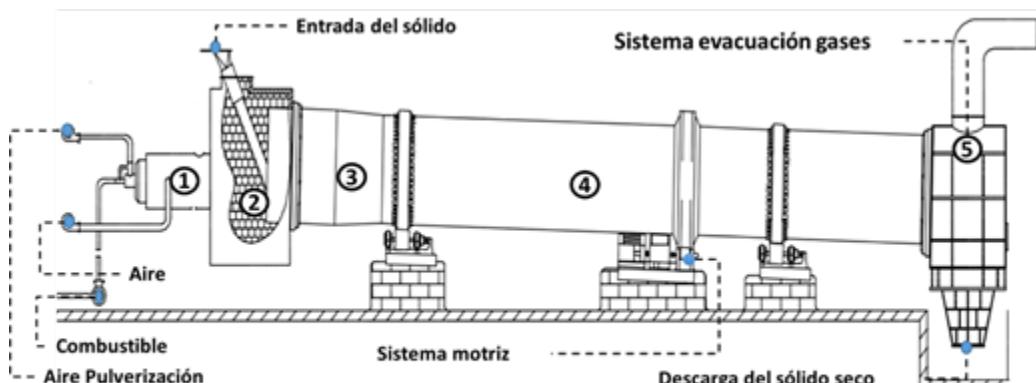
## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

Para establecer el modelo matemático que identifique al objeto de estudio se describió la instalación experimental, se analizaron los principales procesos que se manifiestan en el secador y se definieron las variables de interés para la modelación.

### 2.1. Descripción de la instalación experimental

El secador objeto de estudio está constituido por el quemador (1) al cual se le suministra combustible y aire para la atomización y la combustión. Luego, en la cámara de combustión (2), se le adiciona el aire de dilución para aumentar el volumen de gases para el secado (Figura 1). Los gases dentro de la cámara de combustión alcanzan temperaturas cercanas a los 1 773 K y al entrar en contacto con el aire de dilución se reduce su temperatura hasta valores entre los 1 123 K y los 973 K.

La mezcla de gases resultantes entra a la cámara de paso (3) por donde además se introducen, a través de la entrada del sólido, las menas lateríticas húmedas con valores de humedad entre 30 % y 40 % al tambor rotatorio (4). Es en este último donde se produce el proceso de secado por la acción de los gases calientes sobre las menas que circulan en la misma dirección.



①- Quemador ② Cámara de combustión ③ - Cámara de paso ④ Tambor rotatorio

**Figura 1**  
Esquema del secador de menas a escala semindustrial

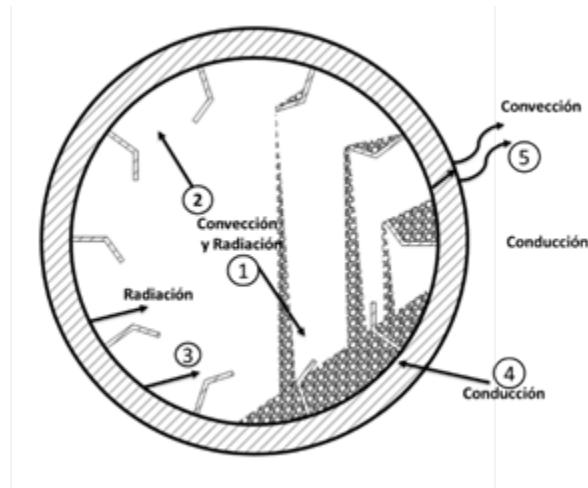
El tambor rotatorio posee un sistema motriz acoplado al cuerpo que le permite rotar alrededor de su eje apoyado sobre rodillos. En la pared interior tiene aditamentos soldados, llamados levantadores, diseñados para garantizar una cortina de mena (sólido) por el efecto de la rotación del tambor y la gravedad. Las características técnicas y constructivas del secador analizado se muestran en la Tabla 1.

**Tabla 1**  
Características técnicas y de operación del secador de menas

Dimensiones	Valor	UM
Largo	7,50	m
Diámetro	1,20	m
Rango de operación		
Productividad nominal	1,50	t/h
Velocidad de rotación	8,60	rpm
Capacidad de evaporación	774,00	kg/h
Inclinación del tambor	0,50	°
Temperatura de los gases en la cámara	973 a 1 123	K
Temperatura de los gases a la salida	363 a 393	K
Tiempo de residencia	15 a 30	min

## 2.2. Análisis de los procesos que intervienen en el secador

En el secador intervienen, principalmente, los procesos de transferencia de calor y de masa. El calor que los gases de la combustión aportan (Figura 2) se transfiere al sólido por diversas vías y modos (Gorog, Adams y Brimacombe 1982). La mayor cantidad de calor es transferida mediante convección y radiación del gas al sólido que está en suspensión, y del gas a la superficie del sólido que se encuentra depositado en la parte inferior del cilindro (1); de igual modo el gas transfiere calor a la pared interior que no está cubierta por el sólido (2).

**Figura 1**

Modos de transferencia de calor en el interior del secador

Una parte del calor absorbido por la pared es transferido por radiación a la superficie del sólido con la que no está en contacto (3) y, por conducción, a la superficie del sólido que está en contacto con la pared (4) (Froment y Bischoff 1990). Además, se considera la presencia de la radiación y la convección de manera simultánea debido las cavidades presentes en los sólidos porosos en los cuales se acumulan gases. Esta última condición de transferencia de calor es parte del ciclo regenerativo de la pared del cilindro al sólido (Agustini 2006).

Por último, una fracción del calor absorbido por el cilindro no se transfiere a la mena y se pierde al exterior mediante la conducción de calor de la pared interior a la exterior y por convección y radiación de la pared exterior a los alrededores (5).

### 2.3. Variables de interés en la modelación

Por ser el secado térmico de sólidos un proceso donde están presentes los mecanismos de transferencia de calor y de masa, se identifican como variables de mayor importancia para la modelación matemática: los flujos másicos (de gases y mena); la temperatura y las propiedades termofísicas del sólido y los gases producto de la combustión. Además, se tienen en cuenta: la velocidad de rotación y ángulo de inclinación del cilindro, el tiempo de retención de la mena en el tambor y las variables meteorológicas.

### 2.4. Modelo matemático del proceso de secado en secadores rotatorios

El modelo matemático desarrollado se sustenta en un sistema de ecuaciones diferenciales y ordinarias determinadas partir de los balances de energía y masa en el secador. Para su mejor análisis se dividió el objeto de estudio en dos subsistemas térmicos: el primero, constituido por la cámara de combustión, y el segundo, por el cilindro o tambor rotatorio (Figura 1) donde ocurre el proceso de secado, a los cuales se les aplican balances de masa y energía.

#### 2.4.1. Balance de masa en la cámara de combustión

La modelación de la combustión se basa en la termodinámica de equilibrio, donde se consideran las reacciones químicas entre los elementos combustibles al mezclarlo con el oxígeno presente en el aire a cierto valor de presión y temperatura, que generan nuevos elementos gaseosos y liberan calor durante la reacción. Teniendo en cuenta que la combustión en la cámara se realiza con un exceso de aire, los compuestos resultantes

de la combustión son los siguientes: CO., N., H.O, SO. y O.. Considerando lo antes declarado se establece la ecuación 1 para el balance de la combustión.

$$\begin{aligned} & x_1 C + x_2 H_2 + x_3 N_2 + x_4 S + x_5 H_2 O + x_6 O_2 + x_7 (O_2 + 3.76 \cdot N_2) + H_2 O \\ & = x_8 \cdot CO_2 + x_9 \cdot SO_2 + x_{10} \cdot H_2 O + x_{11} \cdot N_2 + x_{12} \cdot O_2 \end{aligned} \quad (1)$$

Los prefijos ( $x.$ ) que aparecen en los elementos que forman la ecuación anterior, son las fracciones molares ( $\bar{M}_x$ ) de cada una de los elementos que componen la ecuación.

A partir de la conservación de los átomos de los elementos químicos que componen la ecuación 1 se calculan los productos de la combustión y el flujo de los gases de la combustión  $\dot{m}_{gcomb}$  (2).

$$\dot{m}_{gcomb} = x_8 \cdot M_m CO_2 + x_9 \cdot M_m SO_2 + x_{10} \cdot M_m H_2 O + x_{11} \cdot M_m N_2 + x_{12} \cdot M_m O_2 \quad (2)$$

El flujo de gases entregados al tambor se determina a través de la suma del flujo generado por la combustión más el aire de dilución (3).

$$\dot{m}_{g(X=0)} = \dot{m}_{comb} + \dot{m}_{Aire2} \quad (3)$$

Siendo  $\dot{m}_{Aire2}$  el flujo de aire de dilución (kg/s) y  $\dot{m}_{g(X=0)}$  el flujo de gases a la entrada del tambor (kg/s).

#### 2.4.2. Balance de masa y energía en el tambor

Para determinar el modelo en el tambor se partió de la división del tambor cilíndrico en un número finito de elementos volumétricos dispuestos en serie, donde cada elemento está limitado longitudinalmente por dos secciones: sección de entrada (subíndice  $x$ ) y sección de salida (subíndice  $x + dx$ ).

#### 2.4.3. Balance de masa en el gas y la mena

Aplicando el balance de masa a la mena y al gas en cada uno de los volúmenes de control se obtienen las ecuaciones 4 y 5:

$$\frac{d\dot{m}_S}{dx} = \dot{m}_{S(x+dx)} - \dot{m}_{S(x)} = -\dot{m}_V(dx) \quad (4)$$

$$\frac{d\dot{m}_g}{dx} = \dot{m}_{g(x+dx)} - \dot{m}_{g(x)} = \dot{m}_V(dx) \quad (5)$$

Donde:  $\dot{m}_{S(x)}$ ;  $\dot{m}_{S(x+dx)}$ ;  $\dot{m}_{g(x)}$ ;  $\dot{m}_{g(x+dx)}$  son los flujos máscicos de mena y del gas a la entrada y a la salida del volumen de control (kg/s) y  $\dot{m}_V(dx)$  es el flujo máscico de agua que se evapora de la mena (kg/s).

Según Castaño, Rubio y Ortega (2009) el flujo máscico del agua que se evapora del sólido se determina mediante la ecuación .

$$\dot{m}_V(dx) = R_s \cdot M_{S(dx)} \quad (6)$$

Donde:  $R$  es la *ratio* de secado ( $\text{kg}/(\text{kg}\cdot\text{s})$ ) y  $M_{s(dx)}$  es la masa de mena en el  $dx$  ( $\text{kg}$ ) la cual se determina por ecuación 7 en función del flujo de mena y el tiempo de paso de esta por el volumen de control diferencial ( $t_{dx}$ ) (Mujumdar, Ganesh y Kulkarni 2007).

$$M_{s(dx)} = \dot{m}_s t_{dx} \quad (7)$$

Aplicando el balance de masa, pero en este caso para determinar la humedad de la mena y del gas, se obtienen las ecuaciones 8 y 9.

$$\frac{\dot{m}_{v(dx)}}{m_{i(dx)}} = H_{s(x)} - H_{s(x+dx)} \quad (8)$$

$$Y_{g(x)} + \frac{\dot{m}_{v(dx)}}{m_{i(dx)}} = Y_{g(x+dx)} \quad (9)$$

Siendo  $H_{s(x)}$ ;  $H_{s(x+dx)}$ ;  $Y_{g(x)}$ ;  $Y_{g(x+dx)}$  las humedades del sólido y el gas a la entrada y salida del volumen de control ( $\text{kg}/\text{kg}$ ).

Para determinar la ratio de humedad, ya sea de la mena o del gas, se emplea la ecuación 10.

$$R_{H(dx)} = \frac{\dot{m}_{v(dx)}}{\dot{m}_{i(dx)}} = \frac{R_s \cdot M_{s(dx)}}{\dot{m}_{i(dx)}} \quad (10)$$

Para caracterizar la variación de la humedad en la mena y el gas se plantean las ecuaciones 11 y 12 (Abbasfard et al. 2013). Para determinar la velocidad de evaporación del agua se emplea la expresión 13.

$$\frac{dH_s}{dx} = -\frac{R_s \cdot M_{s(dx)}}{\dot{m}_{i(dx)}} \quad (11)$$

$$\frac{dY_g}{dx} = \frac{R_s \cdot M_{s(dx)}}{\dot{m}_{g(dx)}} \quad (12)$$

$$R_s = k \cdot (H_{s(x)} - H_e) \quad (13)$$

En la ecuación 13,  $k$  es la constante cinética de secado del material a secar ( $\text{s}^{-1}$ ) la cual se obtiene de forma experimental (Zalazar-Oliva 2021).  $H_{s(x)}$ .  $H_e$  son los contenidos de humedad en la condición inicial y la humedad de equilibrio, respectivamente ( $\text{kg}/\text{kg}$ ).

#### 2.4.4. Balance de energía al gas y a la mena

Aplicando el balance de masa y energía al gas y a la mena se obtienen las ecuaciones 14 y 15.

$$Cp_{g(T_{ext})} \cdot \frac{d\dot{m}_g}{dx} \cdot \frac{dT_g}{dx} = \left[ h_{g\sigma_c} \cdot A_{gg} \cdot (T_g - T_s) + \alpha_{g\sigma_r} \cdot A_{gw} \cdot (T_g - T_w) + h_{ws_c} \cdot A_{ws} \cdot (T_w - T_s) + \alpha_{ws_r} \cdot A_{ws} \cdot (T_w - T_s) - \dot{m}_v \cdot H_v \right] \quad (14)$$

$$Cp_{g(T_{ext})} \cdot \frac{d\dot{m}_g}{dx} \cdot \frac{dT_g}{dx} = \left[ -h_{g\sigma_c} \cdot A_{gg} \cdot (T_g - T_s) - \alpha_{g\sigma_r} \cdot A_{gg} \cdot (T_g - T_s) - h_{ws_c} \cdot A_{ws} \cdot (T_w - T_s) - \alpha_{ws_r} \cdot A_{ws} \cdot (T_w - T_s) + Cp_v \cdot \dot{m}_v \cdot (T_s - T_g) \right] \quad (15)$$

Los términos  $T_g$ ,  $T_s$  y  $T_w$  son las temperaturas del gas, de la mena y del gas a la pared ( $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ );  $\alpha_{g\sigma_r}$  y  $\alpha_{ws_r}$  son los coeficientes de transferencia de calor por radiación del gas a la mena y del gas a la pared, respectivamente, ( $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ );  $h_{ws_c}$  identifica a la transferencia de calor por conducción de la pared exterior al aire ( $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ). En la ecuación se tienen, además, los términos  $A_{gg}$ ,  $A_{ws}$  y  $A_{gw}$  los cuales representan las áreas de transferencia de calor del gas al sólido, del gas a la pared y de la pared cubierta ( $\text{m}^2$ ).

#### 2.4.5. Balance de energía en la pared

Para determinar la temperatura de la pared se tiene en cuenta que el espesor de la pared del cilindro es mucho menor que el diámetro y la longitud del secador. En este contexto se asume que la temperatura de la pared interior es igual a la temperatura de la pared exterior. Partiendo de esta suposición se aplica el balance de energía y se obtiene la ecuación 16.

$$\begin{aligned} & (h_{gw_c(x)} + \alpha_{gw_r(x)}) \cdot A_{gw} \cdot (T_{g(x)} - T_{w(x)}) - (h_{ws_c(x)} \cdot A_{ws} + \alpha_{ws_r(x)} \cdot A_{ws}) \cdot (T_{w(x)} - T_a(x)) \\ & = (h_{wa_c} + \alpha_{wa_r}) \cdot A_{west} \cdot (T_{w(x)} - T_a) \end{aligned} \quad (16)$$

Siendo  $h_{wa_c}$  el coeficiente de transferencia de calor por convección de la pared exterior al aire; ( $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ),  $\alpha_{wa_r}$  el coeficiente de transferencia de calor por radiación de la pared exterior al aire; ( $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ) y  $A_{west}$  el área de la pared exterior ( $\text{m}^2$ ).

La convección entre el gas y el mineral en el interior del tambor se determina por la ecuación 17, recomendada por Agustini (2006) para transferencia de un flujo de gas y un sólido en el interior de un cilindro.

$$h_{g\sigma_c} = 0,4 \cdot (G_g)^{0,62} \quad (17)$$

Donde:  $G_g$  es flujo máscico de los gases que cruzan la sección transversal del cilindro; ( $\text{kg}/(\text{h} \cdot \text{m}^2)$ ). Según Agustini (2006) el coeficiente de transferencia de calor por radiación del gas al sólido se estima a partir de expresión 18.

$$\alpha_{g\sigma_r} = \varepsilon_f \cdot \sigma \cdot T_g^3 \left[ 1 + \frac{T_s}{T_g} + \left( \frac{T_s}{T_g} \right)^2 + \left( \frac{T_s}{T_g} \right)^3 \right] \quad (18)$$

Donde:  $\varepsilon_f$  es la emisividad efectiva. Considerada por Agustini (2006) como un parámetro, que toma valores entre 0,5 y 0,35 para temperaturas del gas de 1 273 K y 2 273 K, respectivamente, y depende del diámetro del horno, la concentración de gases de la combustión, del polvo, el hollín, la emisividad del gas y la emisividad de la superficie.

Las correlaciones empleadas para determinar los coeficientes de transferencia de calor por convección ( $h_{gw\_c}$ ) y radiación ( $\alpha_{gw\_r}$ ) del gas a la pared descubierta se muestran según 19 y 20.

$$h_{gw\_c} = 0,0981 \cdot (G_g)^{0,67} \quad (19)$$

$$\alpha_{gw\_r} = \varepsilon_f \cdot \sigma \cdot T_g^3 \left[ 1 + \frac{T_w}{T_g} + \left( \frac{T_w}{T_g} \right)^2 + \left( \frac{T_w}{T_g} \right)^3 \right] \quad (20)$$

La transferencia de calor por conducción de la pared al sólido ( $h_{ws\_con}$ ) se determinó mediante la ecuación 21.

$$h_{ws\_co} = \frac{11.6 \cdot \lambda_s \left( \frac{nR^2}{a_s \cdot \beta} \right)^{0,3}}{l_{ws}} \quad (21)$$

Donde:  $\lambda_s$  es la conductividad térmica de la mena laterítica (W/(m.K));  $a_s$  la difusividad térmica del mineral (m./s), R el radio del cilindro,  $n$  corresponde a la velocidad de rotación del tambor (1/s) y  $\beta$  al ángulo de llenado (°) ecuación 22.

$$a_s = \frac{\lambda_s}{\rho_s \cdot Cp_s} \quad (22)$$

El coeficiente de transferencia de calor por radiación de la pared al sólido se calcula mediante la expresión 23.

$$\alpha_{ws\_r} = \frac{\sigma \cdot \varepsilon_w \cdot \varepsilon_s \cdot [T_w^4 - T_s^4]}{T_w - T_s} \quad (23)$$

## 2.5. Diseño de experimento

Para la validación del modelo se empleó un diseño de experimento multifactorial. En el mismo se analizaron dos factores: flujo de mena (kg/s) con tres niveles (0,35; 0,39 y 0,43) y flujo de combustible (kg/h) con dos niveles (26 y 29); para cada experimento se hicieron siete réplicas de forma aleatoria, para un total de 42 pruebas.

## 2.6. Validación de los modelos matemáticos

Para validar el modelo propuesto se compararon los resultados experimentales con los obtenidos mediante el modelo para iguales condiciones de trabajo. Luego se calcularon los errores relativos puntuales y promedios (ecuación 24 y 25), teniendo como criterio de aceptación que este último fuera inferior al 10 %. Las variables empleadas en la validación fueron, la humedad de la mena, la temperatura del gas y de la mena a la salida del secador.

$$E = \left| \left( X_{mp,Exp} - X_{mp,Teo} \right) : X_{mp,Exp}^{-1} \right| \cdot 100 \quad (24)$$

$$E_p = \sum_{i=1}^{N_d} E_i \cdot N_d^{-1} \quad (25)$$

Siendo : . Error relativo puntual entre los valores experimentales y los teóricos (%);  $X_{mp,Exp}$  el valor promedio de la variable obtenida de forma experimental (adimensional);  $X_{mp,Teo}$  valor promedio de la variable obtenida de forma teórica (adimensional)  $E_p$  error relativo promedio entre los valores experimentales y los teóricos (%) y  $N$  el número de determinaciones (adimensional).

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 3.1. Resultados de la experimentación

Con el modelo matemático establecido se determinó el comportamiento de las principales variables que intervienen en el secado. El modelo se resolvió aplicando el método numérico de Runge-Kutta cuarto orden. Las propiedades termofísicas de la mena se tomaron según lo propuesto por varios investigadores (Zalazar-Oliva *et al.* 2019; Zalazar-Oliva *et al.* 2021).

La Tabla 2 resume los resultados experimentales, se exponen los valores de temperatura del gas, de la mena y la humedad de la mena a la salida del secador en función del flujo de mena y de combustible alimentado. Además, se relacionan los valores de las variables obtenidas de forma experimental y los valores teóricos calculados con el modelo matemático para iguales condiciones. En esta se comprueba que los errores relativos puntuales para la humedad de la mena varían entre 0 % y 10 %. Vale destacar que, de los errores calculados, el 69 % son inferiores al 6 %. Por otro lado, se determinó que error relativo promedio es de un 3,9 %.

Se observó, además, que los errores relativos puntuales entre los valores de las temperaturas obtenidas de manera experimental y teórica, tanto para el gas como para la mena, son inferiores a 6 %.

**Tabla 1**  
Resultado de la experimentación y validación

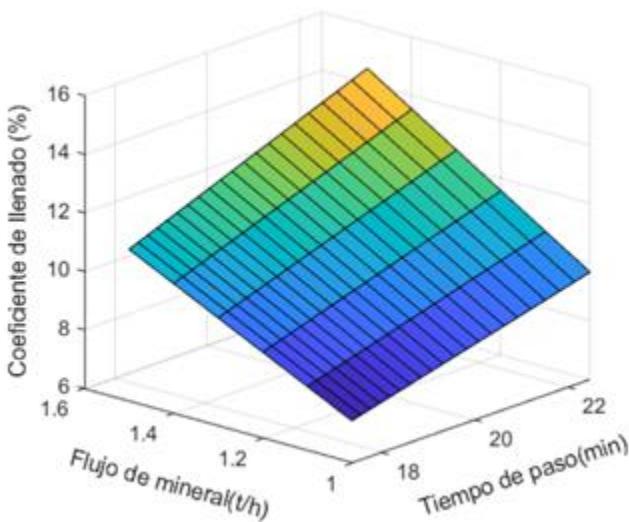
Nº	<i>H<sub>c</sub></i> (38 %)		T <sub>g</sub> (K)		Error	T <sub>m</sub> (K)		Error	H <sub>s</sub>		Error
	F <sub>com</sub> (kg/ h)	F <sub>m</sub> (kg/s)	Exp	Teór		Exp	Teór		Exp	Teór	
1	26,65	0,35		391	0	373	373	0,00	1,63	1,65	1,21
2	26,56	0,35	390	393	0,76	374	375	0,27	1,61	1,69	4,73
3	26,45	0,35	391	393	0,51	376	375	0,27	1,61	1,69	4,73
4	26,27	0,35	391	394	0,76	378	375	0,80	1,60	1,59	0,63
5	28,10	0,35	399	399	0,00	386	379	1,85	1,56	1,45	7,59
6	28,10	0,35	403	398	1,26	388	379	2,37	1,56	1,46	6,85
7	28,09	0,35	404	401,	0,75	386	380	1,58	1,53	1,43	6,99
8	26,4	0,39	385	380	1,32	380	366	3,83	1,71	1,83	6,56
9	26,76	0,39	385	377	2,12	385	364	5,77	1,79	1,87	4,28
10	26,52	0,39	384	379	1,32	367	365	0,55	1,75	1,85	5,41
11	28,51	0,39	391	380	2,89	370	368	0,54	1,70	1,75	2,86
12	28,75	0,39	392	382	2,62	370	369	0,27	1,72	1,76	2,27
13	28,42	0,39	388	380	2,11	370	367	0,82	1,70	1,76	3,41
14	28,15	0,39	389	379	2,64	370	368	0,54	1,77	1,73	2,31
15	27,34	0,43	384	369	4,07	375	358	4,75	1,91	1,80	6,11
16	27,33	0,43	383	373	2,68	375	359	4,46	1,95	1,86	4,84
17	27,03	0,43	382	369	3,52	376	358	5,03	1,91	1,93	1,04
18	27,81	0,43	386	369	4,61	376	360	4,44	1,90	1,82	4,40
19	29,67	0,43	387	376	2,93	378	364	3,85	1,93	1,93	0,00
20	29,52	0,43	391	375	4,27	378	366	3,28	1,78	1,77	0,56
21	29,58	0,43	387	378	2,38	367	363	1,10	1,69	1,78	5,06

*F<sub>com</sub>*: flujo del combustible; *F*: flujo de mena; *T*: Temperatura de los gases a la salida; **Error**: El error relativo puntual; *T*: Temperatura de la mena a la salida; ***H***: humedad de la mena a la salida.

Teniendo en cuenta la distribución de los errores relativos puntuales calculados, se confirma que el modelo matemático establecido en el presente trabajo tiene una exactitud adecuada y, por tanto, es válido para aplicar en el proceso de secado de menas lateríticas de Ni.

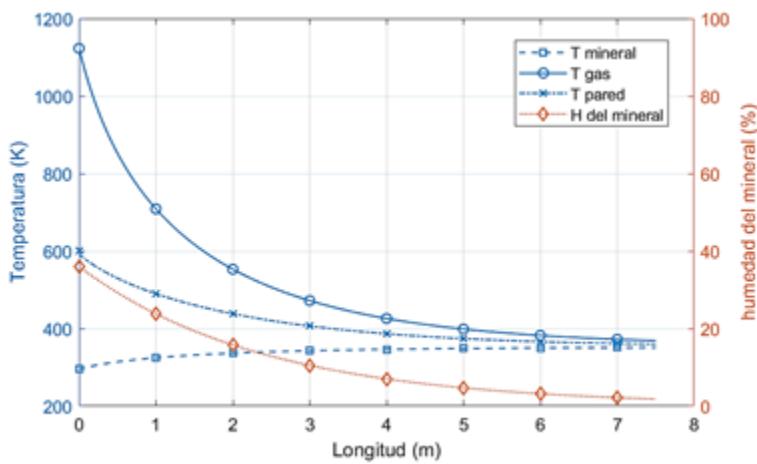
### 3.2. Modelación de los parámetros de operación

La relación entre el coeficiente de llenado y el tiempo de paso con el flujo de mena se muestra en la Figura 3. Para los flujos de mineral entre 1 t/h y 1,5 t/h y tiempos de retención entre 15 min y 22 min se obtienen valores del coeficiente de llenado entre 8 % y 16 %.

**Figura 3.**

Relación entre el coeficiente de llenado y el tiempo de paso con el flujo de mena

La Figura 4 muestra el comportamiento de la temperatura del gas, del mineral (la mena) y la temperatura de la pared en el interior del secador. También se representa la variación de la humedad en función de la longitud en el interior del secador. Se observa que el gas experimenta un descenso de su temperatura desde 1 123 K hasta valores próximos a los 373 K en la salida del secador.

**Figura 4**

Variación de las temperaturas y la humedad en el interior del secador

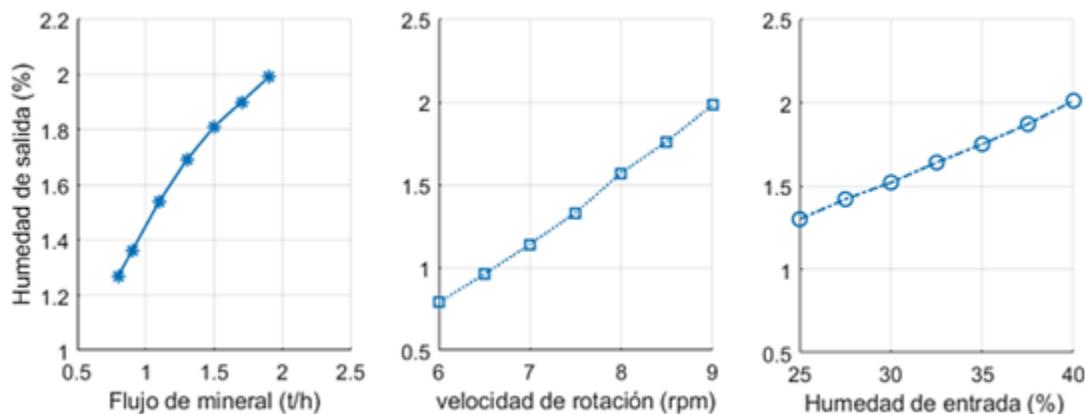
Se debe resaltar que en los primeros metros es donde el gas experimenta mayor descenso de temperatura resultado de la mezcla de este con el flujo de mena que entra al secador a temperatura ambiente (entre 295 K y 301 K) y concentraciones de humedad entre 30 % y 38 %. En cambio, la temperatura de la mena va incrementándose gradualmente en los primeros metros hasta valores cercanos a los 368 K para luego permanecer casi constante alcanzando un equilibrio térmico entre la temperatura del gas y de la pared.

Se determinó que en la primera mitad del secador la humedad de la mena disminuye desde los valores de entrada hasta valores entre 4 % y 6 %. A partir de la segunda mitad, la variación de la humedad no es tan acentuada y muestra un comportamiento asintótico. Tal comportamiento se asocia a las etapas de secado. Se puede afirmar que en los primeros metros del secador intervienen los períodos de calentamiento y velocidad de

secado constante. En esta etapa se evapora la humedad libre de la mena, predominan las condiciones externas y el sólido tiene un comportamiento no higroscópico.

A partir de la segunda mitad del secador inicia el período de rapidez decreciente donde se evapora la humedad ligada a la mena y predominan las condiciones internas y externas simultáneamente. La temperatura de la mena sobrepasa la del bulbo húmedo debido al descenso de la velocidad de secado, se rompe el equilibrio térmico que mantiene estable la temperatura y una parte considerable del calor se emplea en el calentamiento del sólido.

La modelación del comportamiento de la humedad de la mena a la salida, a partir de la variación del flujo de mena, la humedad del mineral a la entrada y la velocidad de rotación del tambor, manteniendo las demás condiciones de operación constantes, demostró la proporcionalidad entre ellas (Figura 5).



**Figura 5**

Influencia del flujo velocidad de rotación y la humedad de entrada del mineral en la humedad mineral a la salida del secador

Como se muestra en la Figura 5 existe un comportamiento lineal entre la humedad de salida de la mena con la velocidad de rotación del secador y la humedad de entrada. Mientras que la relación entre la humedad de salida y el flujo de mena muestra un comportamiento logarítmico, siendo la velocidad de rotación la variable que mayor efecto ejerce sobre la humedad de la mena a la salida.

#### 4. CONCLUSIONES

No existe una sola teoría de secado que incluya todos los materiales y tipos de secadores, siendo necesarios trabajos como este.

- El modelo físico-matemático propuesto es capaz de predecir los valores de la temperatura de la mena, la temperatura del gas y la humedad a la salida del secador con un error relativo puntual inferior al 10 %.

- Queda demostrado que cuando la mena ha recorrido aproximadamente el 60 % de la longitud del cilindro, ha perdido más del 80 % de la humedad de entrada, para valores de entrada entre 28 % y 36 % a la entrada.

- Se comprueba que existe una relación linealmente dependiente entre la humedad de salida de la mena con la velocidad de rotación y la humedad de entrada.

## 5. REFERENCIAS

- Abbasfard, H.; Rafsanjani, H. H.; Ghader, S. and Ghanbari, M. 2013: Mathematical modeling and simulation of an industrial rotary dryer: a case study of ammonium nitrate plant. *Powder technology*, 239: 499-505.
- Agustini, S. S. 2006: *Regenerative action of the wall on the heat transfer for directly and indirectly heated rotary kilns*. Doctoral thesis. Universität Magdeburg.
- Arruda, E. B. 2008: Comparison of the performance of the roto-fluidized dryer and conventional rotary dryer. Federal University of Uberlândia.
- Cao, W. F. and Langrish, T. A. G. 2000: The development and validation of a system model for a countercurrent cascading rotary dryer. *Drying Technology*, 18(1-2): 99-115.
- Castaño, L. F.; Rubio, F. R. y Ortega, M. G. 2009: Modelado de secaderos rotatorios en isocorriente. *Revista Iberoamericana de automática e informática industrial*, 6(4): 32-43.
- Douglas, P. L.; Kwade, A.; Lee, P. L. and Mallick, S. K. 1993: Simulation of a rotary dryer for sugar crystalline. *Drying Technology*, 11(1): 129-155.
- Echeeri, A. and Maalmi, M. 2021: Performance evaluation of a rotary dryer in both co-current and counter-current configurations. *Journal of Thermal Engineering*, 7(14): 1945-1957.
- Froment, G. F. and Bischoff, K. B. 1990: *Chemical Reactor Analysis and Design*. New York: John Wiley & Sons.
- Gorog, J. P.; Adams, T. N. and Brimacombe, J. K. 1982: Regenerative heat transfer in rotary kilns. *Metallurgical transactions B*, 13: 153-163.
- Goyal, A. and Bushra, A. 2018: Modelling and Simulation of Rotary Dryer for Wheat drying. *Journal of Postharvest Technology*, 6(1): 63-68.
- Harriot, W. L. M. J. C. S. P. 2007. *Operaciones unitarias en ingeniería química*. 7ma ed. México D. F.: McGraw-Hill/Interamericana. ISBN 13: 978-970-10-6174-9.
- Mujumdar, K. S.; Ganesh, K. V. and Kulkarni, S. B. 2007: Rotary Cement Kiln Simulator (RoCKS): Integrated Modeling of Pre-Heater, Calciner, Kiln and Clinker Cooler. *Chemical Engineering Science*, 62(9): 2590-2607.
- Myklestad, O. 1963: Heat and Mass Transfer in Rotary Dryers. *Chemical Engineering Progress Symposium Series*, 59(41): 129–137.
- Nonhebel, G. and Moss, A. A. H. 1971: *Drying of Solids in the Chemical Industry*. London.
- Parra-Rosero, P. 2017: *Modelación de un proceso de secado de cacao utilizando una cámara rotatoria cilíndrica y flujo de aire caliente*. Tesis doctoral. Universidad de Piura. Perú.
- Perazzini, H.; Perazzini, M. T.; Freire, F. B.; Freire, F. B. and Freire, J. T. 2021: Modeling and cost analysis of drying of citrus residues as biomass in rotary dryer for bioenergy. *Renewable Energy*, 175: 167-178.
- Ponce De La Cruz, F.; Royo, J. and García, A. C. 2018: Modelo matemático de un secadero rotatorio: secado de biomasa sólida lignocelulósica. *Revista Ingeniería Mecánica Tecnología y Desarrollo*, 6(2): 031-043. ISSN 2448-5837.
- Reay, D. 1979: Theory in the Desing of Dryers. *Chem. Eng.*, 5(1): 501-506.
- Sharples, K.; Glikin, P. G. and Warne, R. 1964: Computer simulation of rotary dryers. *Transactions of the Institute of Chemical Engineers*, 42: 275–284.

- Souza, G. F. M. V.; Avendaño, P. S.; Francisquetti, M. C. C.; Ferreira, F. R. C.; Duarte, C. R. and Barrozo, M. A. S. 2021: Modeling of heat and mass transfer in a non-conventional rotary dryer. *Applied Thermal Engineering*, 182: 116118.
- Yi, J.; Li, X.; He, J. and Duan, X. 2020: Drying efficiency and product quality of biomass drying: a review. *Drying Technology*, 38(15): 2039-2054.
- Zalazar-Oliva, C. 2021: *Modelación matemática del proceso de secado de mineral laterítico en secadores rotatorios*. Tesis doctoral. Universidad de Moa. Cuba.
- Zalazar-Oliva, C.; Góngora-Leyva, E.; Legrá-Lobaina, A. A.; Retirado-Mediaceja, Y. y Caneghem, J. V. 2021: Determinación del calor específico del mineral laterítico mediante el método de calorimetría diferencial de barrido. *Minería y Geología*, 37(3): 318-332.
- Zalazar-Oliva, C.; Góngora-Leyva, E.; Retirado-Mediaceja, Y. y Sánchez-Escalona, A. A. 2019: Determinación de la conductividad térmica de menas lateríticas a partir del método de Hot-Ball. *Minería y Geología*, 35(4): 419-429.

## Información adicional

*Conflictos de intereses:* Los autores declaran que no existen conflictos de intereses.

*Contribución de los autores:* CZO: idea del estudio, revisión bibliográfica, solución del modelo, análisis de datos e interpretación de resultados, redacción del borrador. EGL; revisión bibliográfica, interpretación de resultados, revisión del original. AALL: solución del modelo, análisis de datos e interpretación de resultados, revisión del original y aceptación de la versión final. MALS: experimentos y modelación empírica. Consultor y revisor del borrador y de la versión original. HLLA: experimentos y modelación empírica. Consultor y revisor del borrador y de la versión original.

**Disponible en:**

<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=223578232004>

Cómo citar el artículo

Número completo

Más información del artículo

Página de la revista en redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc

Red de revistas científicas de Acceso Abierto diamante  
Infraestructura abierta no comercial propiedad de la  
academia

Carlos Zalazar-Oliva, Ever Góngora-Leyva,  
Arístides A. Legrá-Lobaina, Marco A. León-Segovia,  
Manuel A. León-Segovia, Héctor L. Laurencio-Alfonso

**Modelación matemática del secado de menas lateríticas  
de Ni en un horno cilíndrico rotatorio a escala  
semindustrial**

Mathematical modeling of Ni-lateritic ore drying in a rotary  
cylindrical kiln on a semi-industrial scale

*Minería y Geología*

vol. 38, núm. 4, p. 346 - 362, 2022

Universidad de Moa Dr. Antonio Núñez Jiménez, Cuba  
[revistamg@ismm.edu.cu](mailto:revistamg@ismm.edu.cu)

/ ISSN-E: 1993-8012



**CC BY-NC 4.0 LEGAL CODE**

**Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial 4.0  
Internacional.**