



Tecnura

ISSN: 0123-921X

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Soto Mejía, José; Solarte Martínez, Guillermo Roberto; Muñoz Guerrero, Luis Eduardo

Localización del punto óptimo de partida en el problema  
de ruteo vehicular con capacidad restringida (CVRP)

Tecnura, vol. 23, núm. 59, 2019, Enero-Marzo, pp. 27-46

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

DOI: <https://doi.org/10.14483/22487638.13653>

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=257059542003>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org



Sistema de Información Científica Redalyc  
Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso  
abierto



## Localización del punto óptimo de partida en el problema de ruteo vehicular con capacidad restringida (CVRP)

### Location of the optimal starting point in the vehicle routing problem with restricted capacity (CVRP)

José Soto Mejía<sup>1</sup>, Guillermo Roberto Solarte Martínez<sup>2</sup>, Luis Eduardo Muñoz Guerrero<sup>3</sup>

**Fecha de recepción:** 7 de julio de 2018

**Fecha de aceptación:** 12 de noviembre de 2018

**Cómo citar:** Soto M., J.A, Solarte M., G.R. y Muñoz G., L.E. (2018). Localización del punto óptimo de partida en el problema de ruteo vehicular con capacidad restringida (CVRP). *Tecnura*, 23(59),27-46. <https://doi.org/10.14483/22487638.13653>

#### Resumen

**Contexto:** Esta investigación resuelve el problema de encontrar el punto óptimo de localización de una flota de vehículos recolectores de basura y las rutas óptimas para minimizar el costo de su recolección, en 144 barrios del municipio de Dosquebradas, Risaralda (Colombia), utilizando 8 vehículos con capacidad homogénea de 25 toneladas de la empresa ServiCiudad.

**Métodos:** Primero, se utilizó una heurística de barrido (Ospina Toro y Orrego, 2016) para encontrar un buen punto de partida para los vehículos de recolección y generar rutas iniciales de buena calidad. Posteriormente, estas rutas iniciales alimentan el algoritmo genético modificado de Chu-Beasley (Solarte, Castillo y Rodríguez, 2015) teniendo en cuenta la capacidad de carga del vehículo (Rondon *et al.*, 2010). Finalmente, para garantizar un resultado óptimo, el mejor encontrado en la fase anterior es tratado nuevamente con una metaheurística tabú (Bodas, 2017).

**Resultados:** Se diseñó una nueva metodología, denominada híbrida CSGTR (*Clustering, sweep, genetic, tabu routing*) que permitió aprovechar las ventajas de la *clusterización* (Rueda *et al.*, 2017) antes del ruteo de vehículos (Hernández, 2017), incluyendo modelos heurísticos como la *técnica de barrido* (Ospina Toro y Orrego, 2016) y metaheurísticos como los algoritmos de Chu-Beasley y tabú (Grajales, Hincapié y Montoya, 2017). La aplicación de la metodología CSGTR permitió reducir el tiempo y los costos de los recorridos de los camiones recolectores de basura en el municipio de Dosquebradas, Risaralda (Colombia).

**Conclusiones:** La metodología híbrida CSGTR para resolver el problema de ubicación de flotas de vehículos y generación de rutas de recolección se presenta como un enfoque alternativo, con mejores resultados que el enfoque previo.

**Palabras clave:** algoritmo, conglomerados, heurística, metaheurísticas, tabú, ruteo de vehículos.

- 1 Físico matemático, magíster en Física, magíster en Investigación Operativa y Estadística. Doctor en Ciencias de la Computación de la Universidad Estadual de Campinas. Docente titular de la Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira, Colombia. Contacto: [jomejia@utp.edu.co](mailto:jomejia@utp.edu.co), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0205-6863>
- 2 Ingeniero de Sistemas, magíster Investigación Operativa y Estadística. Doctor en Ingeniería de Software de la Universidad Pontificia de Salamanca con sede en Madrid. Docente titular de la Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira, Colombia. Contacto: [roberto@utp.edu.co](mailto:roberto@utp.edu.co), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5147-7798>
- 3 Ingeniero de Sistemas, magíster Ingeniería de Sistemas y Computación. Docente programa Ingeniería de Sistemas y Computación. Docente asociado de la Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira, Colombia. Contacto: [lemunozg@utp.edu.co](mailto:lemunozg@utp.edu.co)

**Abstract**

**Context:** This research solves the problem of finding the optimal location point for a fleet of garbage collection vehicles, as well as their optimal routes in order to minimize the cost of garbage collection in 144 neighborhoods of the municipality of Dosquebradas, Risaralda, Colombia, using 8 vehicles with homogeneous capacity of 25 tons which belong to the company ServiCiudad.

**Methods:** Firstly, a scanning heuristic (Ospina Toro, Toro Ocampo, & Orrego Cardozo, 2016) was used to find a good point of departure for the group of all the vehicles in order to generate good-quality initial routes. Then, these initial routes feed the modified genetic algorithm of Chu-Beasley (Solarte Martinez, Castillo Gaspar, & Rodriguez, 2015), taking into account the load capacity of the vehicles. Finally, in search of an optimal result, the best result found in the previous step is treated again with a Tabu meta-heuristic (Bodas López, 2017).

**Results:** A new methodology was designed and called hybrid CSGTR (Clustering, sweep, genetic y tabú routing), which allows to take advantage of clustering before vehicle routing (Rueda Bayona, Elles Pérez, Sánchez Cotte, González Ariza, & Rivillas Ospina, 2017) and includes Heuristic models such as Scanning Technique and Metaheuristic models like the Chu-Beasley's and Tabu Algorithm. The application of the CSGTR methodology allowed to reduce the time and costs of the routes of garbage trucks in the municipality of Dosquebradas, Risaralda, Colombia.

**Conclusions:** The hybrid methodology CSGTR, to solve the problem of location of vehicle fleets and generation of collection routes, is presented as an alternative approach with better results than the previous approach.

**Keywords:** algorithm, cluster, heuristics, metaheuristics, tabú search, vehicle routing problem.

## INTRODUCCIÓN

Los grandes volúmenes de basuras que se generan actualmente en las zonas urbanas crean un problema en la definición de las rutas y localización de la flota vehicular de recolección. En términos computacionales, toda esta información se convierte en grandes volúmenes de datos que se deben almacenar para la toma de decisiones, teniendo en cuenta restricciones como: las distancias a recorrer, el número de vehículos, su capacidad, factores ambientales, tráfico, semaforización, horas pico, zonas urbanas y contaminación acústica. Todo esto conlleva a un aumento computacional significativo en costo y complejidad algorítmica (Balari, 2005).

Esta investigación resuelve el problema de encontrar el punto óptimo de localización de una flota de vehículos recolectores de basura y las rutas óptimas para minimizar el costo de su recolección en 144 barrios del municipio de Dosquebradas,

Risaralda (Colombia), utilizando 8 vehículos con capacidad homogénea de 25 toneladas de la empresa ServiCiudad. La situación resuelta forma parte del problema de ruteo vehicular con restricciones de capacidad (*capacitated vehicle routing problema*, CVRP) (Ospina, Toro y Orrego, 2016). Primero se utilizó una heurística de barrido para encontrar un buen punto de localización de los vehículos de recolección y generar rutas iniciales de buena calidad. Posteriormente, estas rutas iniciales alimentan el algoritmo genético modificado de Chu-Beasley, considerando en los vehículos su capacidad de transporte. El mejor resultado encontrado en la etapa anterior es tratado nuevamente con una metaheurística tabú (Ocampo, Escobar y Gallego, 2015).

En la sección 1 se muestra el estado de arte. En el marco teórico, se introducen los fundamentos de las técnicas usadas, técnica de barrido, algoritmo de Chu-Beasley y búsqueda tabú (Becerra y Alvarado, 2017). En la sección 3 se habla de la

metodología. En la sección 4, se presenta el caso de estudio resuelto. En la sección 5 se presentan los resultados y se finaliza con conclusiones y bibliografía.

## ESTADO DEL ARTE

Alina Martínez Oropeza y Marco Antonio Cruz, en 2011, realizaron una investigación para el problema de ruteo vehicular con restricciones de capacidad en vehículos (CA-CVRP) con el método de agrupamiento no supervisado. Esta propuesta evita recalcular distancias en cada iteración, tomando los centroides como clientes y no como puntos en el espacio; además, el algoritmo no requiere que se le especifique el número de agrupamientos a realizar, no necesita de otra heurística para evaluar las restricciones del problema debido a que los agrupamientos se llevan a cabo tomando en cuenta la característica de capacidad en vehículos, se puede deducir que el método es escalable y reduce el tiempo de cómputo al evitar recalcular distancias. De esta investigación se toma en el concepto de *centroide*.

Simón, Demaldé, Hernández y Carnero, en 2012, adelantaron una investigación en Argentina sobre optimización de recorridos para la recolección de residuos infecciosos con restricciones de capacidad, utilizando programación entera mixta. Se diseñó e implementó un método aproximado utilizando un algoritmo de búsqueda exacto y una heurística de búsqueda local para asegurar el aprovechamiento de los mejores espacios de búsqueda de las regiones, además de sus posibilidades de escalonamiento y el esfuerzo computacional asociado. Esta investigación compara el desempeño en tiempo y capacidad computacional de un algoritmo memético frente a la resolución exacta del CVRP con un algoritmo comercial, dando resultados favorables al utilizar la heurística ya que esta técnica es más robusta; además, el *software* comercial presenta marcadas dificultades en la disponibilidad de memoria, siendo necesario aumentar la capacidad con el consecuente deterioro

de la calidad de la solución. Si se requiere trabajar problemas de mayor tamaño con el algoritmo memético, con tiempos de procesamiento razonables y buenas soluciones, es necesario diseñar un muestreo apropiado del espacio de búsqueda que permita diversificar la población e implementar la búsqueda local solo en unas pocas regiones promisorias. De esta investigación se toma en el concepto de *búsqueda local*.

Juan Jaramillo, en 2013 realizó una investigación en Colombia sobre algoritmos meméticos para resolver el problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada. Esta propuesta utiliza un algoritmo memético llamado MEMVRP. Este enfoque maneja un módulo de programación inspirado en la mutación de los virus, para así generar nuevas generaciones de soluciones, además utiliza la metodología de tabú para mejorar cada una de las soluciones de la nueva generación, con resultados altamente favorables.

Orrego, Ospina y Toro, en 2013, proponen una solución dividiendo en dos etapas el problema SCVRP (*symmetric capacitated vehicle routing problem*), el cual utiliza una heurística de barrido (*sweep*) que sirve en la organización de los *conglomerados*, y recurre luego al algoritmo genético modificado (AGCB) para crear las rutas óptimas de cada camión, con el fin de minimizar las distancias totales recorridas por el conjunto de vehículos. Posteriormente Ocampo, Escobar y Gallego Rendon (2015) agregan técnicas heurísticas constructivas y aleatorias para generar la población inicial, buscando una disminución de la cantidad de ciclos locales que pertenecen a un clúster dado, a través de un AGCB (algoritmo genético especializado de Chu-Beasley), con lo que se obtuvieron mejores individuos desde el inicio del programa. De esta investigación se utiliza la metodología AGCB para encontrar un buen punto de inicio (*centroide*).

Fredy Alexander Guasmayan (2014) realizó una investigación para resolver el problema de ruteo de camiones, utilizando un algoritmo genético modificado, teniendo en cuenta tiempo y

horario que tarda el camión para entregar la mercancía a cada uno de los clientes. Este problema del tipo TDVRP se enfoca en la utilización de técnicas heurísticas como instrumento de inicio que alimenta el algoritmo genético-Chu-Beasley (Chu y Beasley, 1997). La propuesta utiliza técnicas de selección por torneo y mutación para escoger el hijo más competitivo y generar una solución óptima, debido a la flexibilidad del algoritmo genético se logran mejoras en la solución final mediante intercambios en las rutas finales obtenidas de algunas aristas mediante rutinas simples como el vecino más cercano. De esta investigación se utiliza la técnica de selección por torneo, lo cual permite tomar el hijo más adecuado e introducirlo a la población inicial. La técnica permitió enfriar las soluciones de las poblaciones, ya que después de varias o muchas iteraciones tiende a una solución óptima local.

La presente orientación es tomada del enfoque de *centroide* de Martínez y Cruz (2011); el concepto de *búsqueda local*, de Simon *et al.* (2012); la búsqueda tabú, de Bodas (2017); la selección por torneo y el enfriamiento, de Guasmayan (2014), en los algoritmos genéticos.

Guillermo Roberto Solarte Martínez, Andrés Gaspar Castillo Sanz y Guillermo Rodríguez Gahona (2015), realizaron una investigación del problema de ruteo CVRP utilizando el algoritmo Chu-Beasley; se propuso un caso de estudio para aplicar esta metaheurística en Bogotá, ya que por ser la capital de Colombia tiene dificultad de movilidad y transporte, y se tomó como caso de estudio los Súper Almacenes Olímpica (SAO) de la ciudad, que deben comercializar sus productos y se ven obligados a optimizar sus recorridos de entrega para garantizar la satisfacción del cliente. Como resultado de esta investigación se creó una aplicación que genere resultados aceptables, reduciendo notablemente los costos de recorrido.

Ospina, Toro y Orrego (2016) adelantaron una investigación del problema CVRP en el área de transporte, comunicaciones y logística mediante la heurística de barrido y el algoritmo genético

modificado de Chu-Beasley. En el enfoque presentado crearon un modelo de dos fases: en la primera, una población inicial que luego, en una siguiente fase, es utilizada por el algoritmo genético generando resultados óptimos.

Rueda *et al.* (2017) demostraron, a partir de los componentes principales, que existe una representatividad mayor al 70 % para altas temperaturas y vientos, además se encontró en este estudio una correlación de 80 % que ayuda a reajustar los datos de velocidad y viento para toma de decisiones de la región del caribe.

Grajales, Hincapié y Montoya (2018) realizaron una investigación de selección óptima de conductores aplicando la técnica de tabú, además trabajaron con algoritmos constructivos para generar una buena solución inicial; se emplearon los métodos de búsqueda de árbol y teoría de grafos, para comprobar la aplicabilidad y eficiencia en los resultados.

En la siguiente sección se describen las técnicas heurísticas y metaheurísticas que fueron utilizadas para solucionar el problema de ruteo vehicular con restricción de capacidad CVRP.

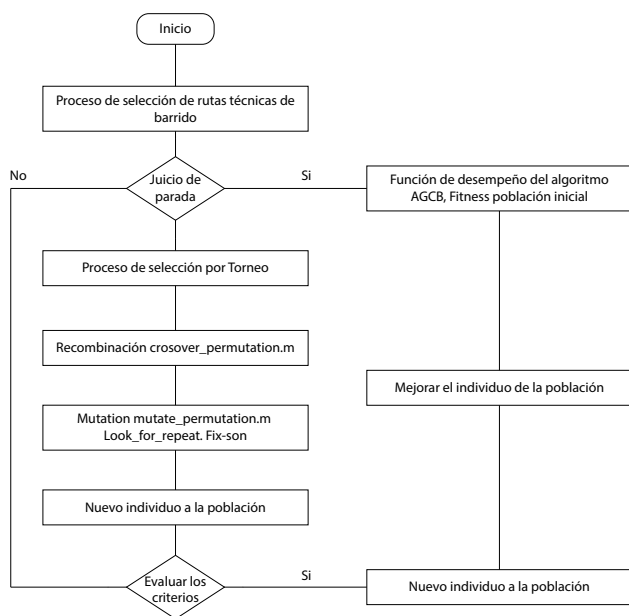
## MARCO TEÓRICO

### Algoritmo genético de Chu-Beasley

Esta metaheurística permite un manejo particular tanto de la población objeto de estudio como de la población inicial, la cual debe ser totalmente surtida para evitar la aproximación prematura a soluciones óptimas locales. Este enfoque utiliza una serie de funciones que ayudan a mejorar el rendimiento computacional y a la vez lo hace competitivo con respecto a otras metaheurísticas como tabú o colonia de hormigas (Donati *et al.*, 2008), haciendo uso de la función *fitness*. Se seleccionan los progenitores por torneo. Cada instancia se analiza en dos aspectos: i) el valor alcanzado por la función objetivo y ii) grado de verosimilitud, el cual se mide mediante una función cuyo valor es proporcional al grado de violación de las condiciones dadas por las restricciones. Esta última consiste en

una función que retorna valores positivos proporcionales a la violación de las restricciones, y cero (0) cuando no hay violaciones haciendo la configuración factible.

El algoritmo Chu-Beasley (1997) y el algoritmo genético (Guasmayan, 2014) tienen la opción de incluir nuevas fases de mejoramiento, mediante sus fases de selección, recombinación y mutación (Solarte, Castillo y Rodríguez, 2015) (ver diagrama de flujo en figura 1).



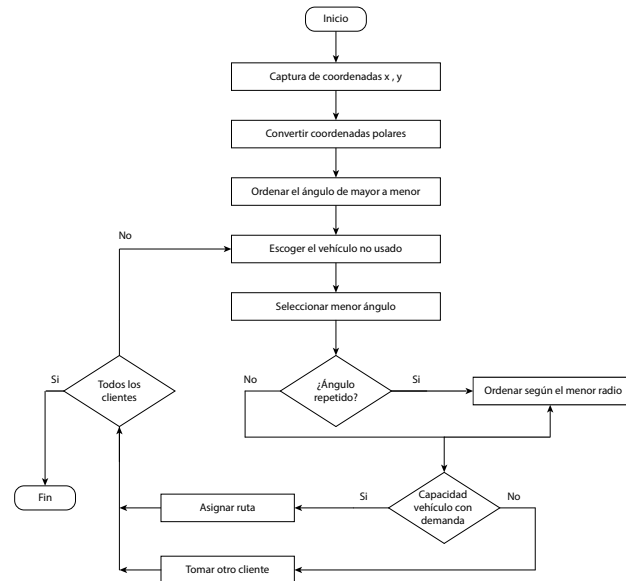
**Figura 1.** El algoritmo genético de Chu-Beasley modificado

**Fuente:** elaboración propia.

## Técnica de barrido

Esta metodología parte de una asignación preliminar que permite crear una ruta preliminar. Usa coordenadas angulares para determinar la posición de los clientes y simultáneamente ejecuta un barrido hasta encontrar el ángulo más cercano asociado con el vecino más cercano. Luego, traza una línea desde el origen-deposito hasta el cliente. Se guardan la información de la ruta si cumple con las restricciones de capacidad del vehículo, en el caso

que existan dos clientes con los mismos ángulos de orientación se cataloga según el radio más cercano. En la figura 2 se muestra la heurística de barrido.



**Figura 2.** Diagrama de flujo: técnica de barrido

**Fuente:** elaboración propia.

## Metaheurística de búsqueda tabú

El objetivo de este proceso metaheurístico es evitar quedar apresado dentro de un óptimo local. El método tabú (Glover, 1987) adelanta búsquedas en el espacio de configuraciones, analizando de manera apropiada los óptimos locales. Se evita retornar al conjunto de óptimos locales ya evaluados, mediante la una marcación conocida como movimientos tabúes, para impedir que sean visitados de nuevo.

La búsqueda tabú (TS) (Bodas, 2017) hace uso de dos estrategias: intensificación y diversificación. La primera intensifica la búsqueda alrededor de las mejores soluciones. La segunda se enfoca en otros subespacios para nuevas búsquedas. Después de un conjunto de acciones se puede encontrar una mejor que sea candidata para remplazar la solución existente. Para lo anterior se implementa la llamada *regla de aspiración*, que permite eliminar la prohibición y facilita el movimiento. Tanto

las estrategias de intensificación como de diversificación se completan con una estrategia de *enclavamiento de trayectoria* (o *path relinking*), que interconecta las buenas soluciones.

## METODOLOGÍA

### Caso de estudio

En el municipio de Dosquebradas, según los informes presentados al área de aseo de la empresa Serviciudad, se planean las rutas dentro de cada sector y para cada camión, con las siguientes condiciones:

- A cada camión se le asigna una zona, el recorrido total alcanza 19 km, y el camión trabaja 6,5 horas.

- A cada camión se le asignan 2 días por semana para recoger basura, el camión tiene una capacidad de 25 toneladas, tiene asignada la recolección de basura 2 días a la semana, la capacidad del vehículo es de 25 toneladas, y se dispone de un chofer y 2 colaboradores.
- A las 6 de la mañana empieza la recolección de basura.
- Se realizó un recorrido real a los 114 puntos de recolección de acuerdo con la tabla 1.

En este caso se obtuvo una distancia promedio de 16,15 km con un tiempo real promedio de 6,12 h (tabla 2), para un tiempo de 1 hora con 37 minutos de lo que se puede obtener un valor de velocidad media para rutas sin congestión vehicular de 2,64 m/h. Ahora se escogerá una ruta con los puntos de recolección (tabla 1).

**Tabla 1.** Puntos de recolección por barrios

	BARRIOS	DIRECCION		BARRIOS	DIRECCION		BARRIOS	DIRECCION
1	Centro Comercial Molinos	Calle 35 # 13-1	58	Seminario Mayor	Vía La Popa # 1 A 23	118	Altos de La Pradera	Calle 24 # 23-99
2	Éxito,	Calle 35 # 19-2	60	Colegio Diocesano	Vía La Popa # 2 A 24			
3	Cam	Av. Simón Bolívar 36	61	Colegio Santa Sofía	Carrera 24A	119	La Pradera I	Calle 21 # 17-1
4	Centro Comercial Progreso	Simón Bolívar # 41-2	62	Maracay	Calle 20A # 10-42	120	Reservas Pradera.	Calle 21 # 23-12
5	San Fernando	Calle 46 # 14a-1	63	Bomberos 4	Simón Bolívar # 35B-	121	Coomnes,	Carrera 23 # 25
6	Santa Lucía	Carrera 21 # 35-2	64	Cambulo	Calle 43 # 16-100	122	Colmenares	Diagonal 25 # 19-1
7	La Pradera	Calle 21 # 17-1	65	Quin. San Rafael	I-29 # 2 A 100	123	Pradera II	Calle 21 # 21—99
8	El Progreso	Calle 44 # 23-2	66	Campestre B	Diagonal 25 # 10-2	124	Reservas del Milán	Carrera 8 # 41B-1
9	Quintas De Jardín Colonia	Transversal 26 #	67	Altos Santa Clara	Calle 12 # 20A-2	125	Colegio Salesiano	Colegio Salesiano
10	Jardín Colonial I,	Calle 42 # 22a-2	68	Quinta Buenavista	Calle 19 # 21-2	126	El Refugio	Calle 20A # 10-2 A
11	Jardín Colonial II	Calle 42 # 23-1 A 23-99	69	Campestre C	-29 # 1 A 99	127	Torres del Sol	Carrera 41B # 17-99
12	Molinos	Diagonal 46 # 21-	70	Asomeri,	Colombia 2.4 Km E	128	Torres del Sol II	Carrera 51B # 17-99
13	Cambulos	Carrera 21 # 36-100	71	Campeste B	Transversal 9 # 27-2	129	Portal del Sol	Diagonal 42 # 10d-2
14	Villa de Molinos	Calle 44 # 23-1 A 23-81	72	Campestre A,	Calle 19A # 2A-1	128	Los Cerezos	Calle 17 # 41B-1
15	Villa de Molinos II	Diagonal 42 # 10d-2	73	Villa Campestre	I-29 # 1 A 99	130	Quintas del Refugio	Calle 50 # 11-2
16	Villa del Pilar I	Carrera 10G # 45-2	74	Campestre D,	Calle 19A # 5A-100	131	La Macarena	Calle 16B # 2A
17	Villa del Pilar I	Carrera 11 # 60A-2	75	Urb. Macarena	Calle 16B # 2A-100	132	El Limonar	Carrera 2 # 32-53
18	Girasol	Carrera 10B # 34-2	76	Urb. Macaran	Calle 20A # 10-72	133	Quintas San Martín	Carrera 11 # 50
19	Colinas,	Carrera 10G # 45-2	77	Playa Rica	Carrera 10 # 38-2	134	San Nicolás,	Calle 33 # 12-1
20	Pablo VI	Pablo Sexto Calle 44,	78	Pilarica,	Calle 43 # 7-1	135	Guadalupe	Carrera 15A # 40A

	BARRIOS	DIRECCION		BARRIOS	DIRECCION		BARRIOS	DIRECCION
21	La Esmeralda	Carrera 4 # 32-1	79	Andalucía	Calle 43 # 7-1 67	136	Buenos Aires.	Calle 41 # 15-2
22	Av. Simón Bolívar 43	Simón Bolívar # 1 A 99	80	Urb.Garma	Calle 42 # 10-1	137	Cámara del Comercio	Calle 41 # 15-1 A
23	Barrio Guadalupe	Calle 36 # 15-1	81	Guayacanes	Calle 62 # 15-1	138	Colegio María A.	Calle 33 # 23-24
24	La Casa de la Cultura	Simón Bolívar # 49-2	82	Villa Del Campo	Calle 52 # 10-1	139	ICDB	Calle 45 # 14-2
25	La Romelia	Calle 66 # 15B-2 -100	83	Andalucía,	Carrera 7 # 31-2	140	Teatro Alcaraván	Carrera 14A # 49-1
26	Lara Bonilla	Calle 43 # 23-24	84	REYES	I-29 # 1	141	Hogar	Calle 43 # 23-24
27	Romelia Alta	Calle 43 # 23-22	85	Club Adulto	I-29 # 2 A 100	142	Juan Maria Gonzales	Carrera 10G # 45-2
28	Laureles,	Calle 44 # 23-2	86	Bomberos	Calle 36 # 16-1	143	Los Naranjos	Carrera 11 # 60A-2
29	Carlos Ariel Escobar	Calle 44 # 23-1	87	Quintas De Aragón	Carrera 9 # 45A-99	144	Panadería El Niño	Carrera 10B # 34-2
30	Bosques de la Acuarela,	Calle 33 # 23-24	88	Villa Elena	Calle 3 # 4-1			
31	Los Guamos	Calle 53 # 23-22	89	Villa Elena I	Carrera 9 # 44-2 A			
32	Barrio Júpiter	Calle 464 # 23-2	90	San Félix	Carrera 8 # 41B-1			
33	Divino Niño	Calle 464 # 23-1 A	91	San Félix II	Carrera 8 # 41B—99			
34	Manuel Elkin Patarroyo	Calle 763ABIS	92	Villa Mery	Carrera 8 # 42B-2			
35	Variante Romelia El Pollo	Carrera 10G # 45-2	93	La Estación	-29 # 1 A 99			
36	Calle de Las Aromas	Carrera 11 # 60A-2	94	Villa Perla	Carrera 54 Calle 132			
37	Ensueño	Carrera 10B # 34-2	95	TCC	Diagonal 9 # 4-2			
38	Cárcel de Mujeres	Carrera 8 # 41B-1	96	Nicole,	Vía La Popa # 2 A 84			
39	Minuto de Dios	Carrera 8 # 41B—99	97	ABB	Vía La Popa # 1 A 29			
40	Sakabuma	Carrera 8 # 42B-2	98	Zona Industrial	Diagonal 27A # 7-2			
41	Minuto de Dios	Carrera 8 # 41B-1	99	Quintas del Bosque	I-29 # 2 A 100			
42	Villa Alexandra	Carrera 4 # 11-100	100	Muebles Pabón	Vía La Popa # 1 A 83			
43	Antigua Zona Industrial	Vía La Popa # 2 A 84	101	Villa Turín	Carrera 7 # 44-1			
44	Plaza Comercial San Ángel	Calle 16B # 2A-100	102	Carrera 6 # 41A-2	Carrera 6 # 41A-2			
45	La Graciela	Carrera 54 Calle 132	103	Makro	Simón Bolívar # 41			
46	Carrera 4 # 9-38	Diagonal 9 # 4-99	104	Villa Diana	I29 # 1			
47	Carrera 4 # 11-10	Carrera 54 Calle 132	105	Hacienda Bosque	I-29 # 45			
48	Diagonal 8 # 4-1	Carrera 54 Calle 132	106	Santa María,	Carrera 6 # 41-99			
49	Inquilinos	I-29 # 2 A 100	107	Milán	Calle 25 # 23-2 A 100			
50	Ensueño	Calle 73ª BIS # 17A	108	Bosques Milán	Carrera 8 # 41B-1			
51	Santa Teresita	Calle 64 15 45 Z	109	Quintas Milán	Carrera 8 # 41B-99			
52	Parque Industrial La	Vía La Popa # 2 A 84	110	Casas Milán	Carrera 8 # 42B-2			
53	Urbanización Macarena	Calle 16B # 2A-100	111	Terrazas De Milán	Diagonal 25 # 18-2			
54	Servientrega	Simón Bolívar # 26	112	Guaduales Milán.	Diagonal 25 # 200			
55	Zona Industrial Macarena,	Calle 16B # 2A-100	113	Santa Bárbara,	Diagonal 25 # 17-99			
56	Inquilinos	Carrera 54 Calle 132	114	Carmelita,	Calle 16 # 41A-1			
57	Parque Industrial La Badea	Carrera 64 Calle 62	115	Quintas Baleares	Carrera 21 # 41			
58	Cárcel de Mujeres	Vía La Popa # 2 A 24	116	La Pradera,	Bolivar-2 A 78			
58	Seminario Mayor	Vía La Popa # 1 A 23	117	Santa Mónica,	Carrera 19 # 17-2			

Fuente: elaboración propia



En la tabla 2 se muestra el resumen de las rutas y costos de la empresa de servicio de aseo Serviciudad.

**Tabla 2.** Información de rutas de camiones

Recorridos	Costo combustible	Distancia ruta (km)	Time/Ruta h min.	Tiempo real (h)	Vel/media (km/h)	No. de punto recolección	Demanda	Relleno (km)
1	16000	19	3:30	6:30	2,64	25	2500	20
2	15000	18	2:70	6:00	3,00	15	2300	21
3	24000	20	2:26	7:00	2,86	20	2100	18
4	23000	19	1:30	8:00	2,38	11	2500	19
5	24000	18	2:31	7:00	2,57	28	2500	20
6	16000	20	1:60	8:00	2,50	21	2500	19
7	15000	12	1:33	4:00	3,00	10	2300	20
8	24000	18	1:58	8:00	2,25	10	2500	19
9	23000	18	2:01	8:00	2,25	26	2500	21
10	24000	26	2:45	8:00	3,25	11	2200	20
11	16000	16	1:32	8:00	2,00	14	2500	22
12	15000	18	1:45	6:00	2,86	14	2500	19
13	24000	20	1:45	6:30	4,00	7	2100	20
14	13000	12	2:00	6:00	2,40	10	2200	19
15	14000	12	1:23	5:00	2,00	14	2300	22
16	12000	14	1:12	5:00	2,64	21	2500	22
17	12000	14	1:34	6:00	2,33	12	2500	21
18	10000	9	1:12	5:30	4,50	2	2400	19
19	10000	9	1:03	3:30	1,12	11	2500	22
20	12000	11	1:42	2:00	1,98	13	2500	19
Valor promedio	<b>17.100</b>	<b>16.15</b>	<b>5,56</b>	<b>6,12</b>	<b>2,64</b>	<b>14,75</b>	<b>2395</b>	<b>20,1</b>
Desviación estándar	<b>5280,6</b>	<b>11617</b>	<b>0,9</b>	<b>0,3</b>	<b>59,1</b>	<b>0,47122046</b>	<b>143,1</b>	<b>1,2</b>

**Fuente:** elaboración propia.

De acuerdo con la tabla 2 se identifica la velocidad a la cual se mueven los vehículos, se muestra la velocidad promedio, que es de 2,7 km/h, con un costo total promedio de aproximadamente  $17.100 \text{ COP/km} * 20 \text{ km} = 342.000$ , por ruta hasta el relleno sanitario.

### Modelo matemático base de la solución del problema

Tomando como referencia el modelo matemático propuesto por Olivera (2004), y sintetizado en las ecuaciones (1) a (11).

$$\text{Minimizar } \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} * y_{ij} \quad (1)$$

Sujeto A:

$$\sum_{1 \leq k \leq K} x_{ij}^k = y_{ij} ; \forall i, j \quad (2)$$

$$\sum_{1 \leq j \leq n} y_{ij} = 1 ; \forall i \quad (3)$$

$$\sum_{1 \leq i \leq n} y_{ij} = 1 ; \forall j \quad (4)$$

$$\sum_{1 \leq j \leq n} y_{0j} = k \quad (5)$$

$$\sum_{1 \leq j \leq n} y_{i0} = k \quad (6)$$

$$\sum_{1 \leq i \leq n} \sum_{1 \leq j \leq n} d_i * x_{ij}^k \leq u; \forall k \quad (7)$$

$$\sum_{i \in Q} \sum_{j \in Q} y_{ij} \leq |Q| - 1; \forall \text{ subconjunto de } Q \text{ de } \{1, 2, \dots, n\} \quad (8)$$

$$k \leq K \quad (9)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}; \forall (i, j) \in A \quad (10)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}; \forall (i, j) \in A, \forall k \quad (11)$$

Cada camión tiene una capacidad de carga denominada  $q$ , un nodo (cliente) tiene una demanda. Tomando los datos valores enteros y no negativos, el modelo es determinístico, donde las restricciones buscan que se encuentren las rutas de costos mínimos. Además, se definen restricciones para cada vehículo de tal manera que:

- Se satisfaga la demanda de cada cliente.
- Se pase por un nodo o cliente una sola vez.
- Todas las rutas tengan el mismo inicio y terminen en el mismo punto de inicio.
- No se viole la capacidad de cada camión.

La ecuación (1), función objetivo, minimiza la suma de los costos de ir desde el punto de inicio hasta todos nodos. La ecuación (2) obliga a asignar un camión a la ruta  $(i, j)$ , si esta va a ser transitada, y a no asignar si la ruta no va ser transitada. La restricción dada por la ecuación (2) usa la variable

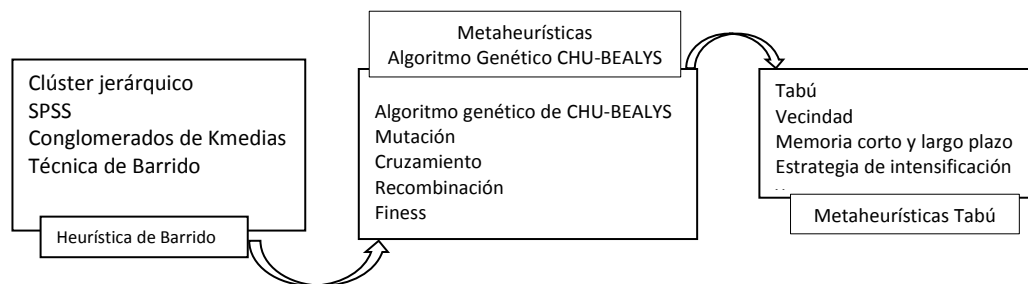
de decisión  $x$ , la cual para  $x=1$ , indica usar el vehículo  $k$  en el arco  $i, j$ , en caso contrario toma el valor de cero. En las ecuaciones (3) y (4) se describe la activación del arco  $(i, j)$  haciendo uso de la variable  $y$ . Al mismo tiempo se define un trayecto entre los nodos  $i, j$ , y se garantiza que un nodo sea visitado una vez por camión. Las ecuaciones (5) y (6) muestran para el parámetro  $k$ , la cantidad de vehículos utilizados en la solución que parten de un solo punto de inicio y deben regresar al mismo punto de inicio. En la ecuación (7) se define la capacidad del vehículo y se garantiza que no se sobrepase esta capacidad. La ecuación (8) se centra en evitar los ciclos para ello utiliza el conjunto de nodos. La ecuación (9) limita la cantidad de camiones que pueden ser utilizados, es decir la cantidad máxima y por último las ecuaciones (10) y (11) muestran que las variables  $x, y$  son binarias.

## ENFOQUE DE SOLUCIÓN

### Clustering, sweep, genetic y tabu routing (CSGTR)

La figura 3 muestra las tres fases de desarrollo del enfoque propuesto, CSGTR.

La metodología propuesta permite aprovechar las ventajas de la agregación (clúster) antes de iniciar el ruteo de los camiones, para lo cual emplea un enfoque heurístico, como la técnica de barrido, seguido de otros metaheurísticos (algoritmo genético Chu-Beasley y búsqueda tabú). Con este



**Figura 3.** Modelo híbrido CSGTR

**Fuente:** elaboración propia.

enfoque se pretende generar resultados más inteligentes, en aras de reducir los tiempos, distancias de recorridos y costos de los camiones recolectores de basuras, en el caso del municipio de Dosquebradas, Risaralda.

#### *Primera fase (clustering y técnica de barrido)*

Esta fase determina el lugar de partida de los camiones de recolección buscando disminuir la distancia de los recorridos, y los tiempos y costos asociados. Para lograrlo hace uso del algoritmo de conglomerados basados en medias, utilizando como herramienta de *software* SPSS.

#### *Análisis clúster de las k-medias*

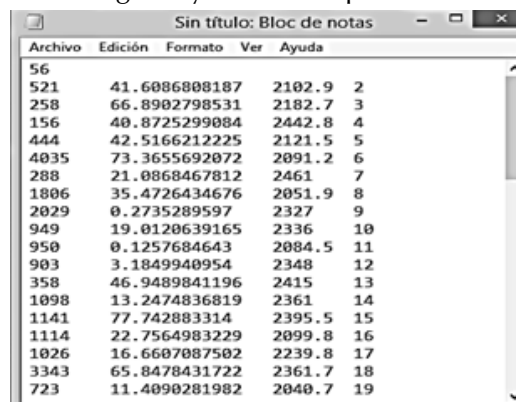
El análisis de conglomerados (*cluster analysis*) (Rueda Bayona *et al.*, 2017) permite, a partir de los valores de variables específicas, asignar casos similares a un número de grupos (clúster o conglomerados) cuyas características del conglomerado no se conocen previamente.

El análisis de conglomerados del tipo *k*-medias comienza con la especificación de *k* núcleos, como centro de los conglomerados. Posteriormente asigna los otros casos a estos núcleos según la distancia de ellos a los centros inicialmente creados. Luego actualiza las posiciones de los núcleos, basándose en el valor medio de todos los casos que ya hacen parte de un conglomerado. Este proceso se repite hasta que una reasignación de caso haga que los conglomerados aumenten su variabilidad. Se asigna

como punto de partida, el del clúster que tenga el mayor número de casos agrupados. Luego de haber identificado la localización del punto de partida se procede a implementar la heurística de barrido.

#### *La técnica heurística de barrido*

Como se mencionó anteriormente, la técnica de barrido parte de un punto inicial para generar una ruta preliminar. Mediante la implementación de la heurística de barrido se pretende clasificar los 144 puntos de recolección no solo por distancia, sino también por la capacidad de restricción del vehículo recolector, en este caso se obtiene una solución inicial del problema que luego será utilizado en la segunda fase. En la figura 4, se muestran los datos de algunos de los puntos de recolección de basura en ángulos y distancias polares.



	Archivo	Edición	Formato	Ver	Ayuda
56					
521	41.6086808187	2102.9	2		
258	66.8902798531	2182.7	3		
156	40.8725299084	2442.8	4		
444	42.5166212225	2121.5	5		
4035	73.3655692072	2091.2	6		
288	21.0868467812	2461	7		
1806	35.4726434676	2051.9	8		
2029	0.2735289597	2327	9		
949	19.0120639165	2336	10		
950	0.1257684643	2084.5	11		
903	3.1849940954	2348	12		
358	46.9489841196	2415	13		
1098	13.2474836819	2361	14		
1141	77.742883314	2395.5	15		
1114	22.7564983229	2099.8	16		
1026	16.6607087502	2239.8	17		
3343	65.8478431722	2361.7	18		
723	11.4090281982	2040.7	19		

**Figura 4.** Datos de entrada sweep\_input

**Fuente:** elaboración propia.

En el siguiente código 1 se presenta un extracto del código en C++ de la heurística de barrido:

```
int mai () {
int n;
VVd nodes(n, vector<double> (4,0));
For(i=0;;i>n;i++)
{ Cin>> nodes[i][0]>> nodes [i][1]>> nodes [i][2] ]>> nodes [i][3];
PrintVVd(nodes);
Sort(nodes.begin(),nodes.end());
Double capacity=0;
sol.push_back(intit_node);
For(i=;i>n;i++) capacity+=nodes[i][2];
```

```

        if (capacity<Q)
        { sol.push_back(end.node);
          sol.push_back(int.node);
          sol.push_back(nodes[i][3]);
          capacity= nodes[i][2]);
        }
    sol.push_back(end.node);
    printV(sol);
    return 0;}

```

**Código 1.** Heurística de barrido**Fuente:** elaboración propia.

El código de barrido genera un conjunto de rutas (vectores) de menor distancia que corresponden a los diferentes recorridos que deben realizar los camiones (7) para visitar todos los puntos (144) de recolección (ver “Resultados”).

Para visualizar estas rutas en un mapa se implementó el siguiente Código API de Google Maps, que las genera automáticamente utilizando el API de GoogleMaps®:

```

Window.onload=fuction ( )
{var mapOption
Center: positions [0], zoo12,
MapTypeId; google. maps. MapTypeId.ROADMAP
Var Path= new google. maps. Direction Service ( );
Var Path= new google. maps. MVAarray ();
Var InfoWindow= new google. maps. InfoWindow ( );
Var maps new google. Map (document. getElementById(“dvMap”). MapOptions);
Var poly =new google. maps Polyline (map: map, strokeColor: “FFA2000”));
Var Lat_Inq =New Array ( );
For (i=0; Positions. Length; i++)
{Lat_Inq. Push (Positions [ i ]);
Var marker= new google. Maps. Marker ({position: Positions [ i], map. Map. Icon:
“http://chart.apis.google.com/chart?chst=d_map_pin_letter&chld= “i+” + |FD0000|00000”});
}
}

```

**Código 2.** Código de API de Google Maps modificado**Fuente:** elaboración propia.

Las rutas encontradas son pasadas como población inicial al algoritmo genético de Chu-Beasley.

*Segunda fase (algoritmo de Chu-Beasley)*

Como se puede observar, el algoritmo de Chu-Beasley permite un manejo particular tanto

de la población objeto de estudio como de la población inicial. Este enfoque utiliza una serie de funciones que ayudan a mejorar el rendimiento computacional y a la vez lo hace competitivo con respecto a otras metaheurísticas como la colonia de hormigas. A partir de la ruta preliminar

encontrada en la fase anterior por la técnica de barrido, se utiliza en la segunda fase el algoritmo de Chu-Beasley modificado para encontrar mejores rutas (Toro, Ruiz y Salazar 2011). Esta meta-heurística cuenta con una serie de funciones que se permiten modificar o adicionar nuevas restricciones, por eso en esta investigación se utiliza la función *fitness* para manejar la factibilidad y la función de recombinación para generar dos hijos, de los cuales solo se elige uno mediante la técnica de selección por torneo, en este caso se utiliza *crossover\_permutation.m*: recibe como parámetros los mejores individuos que pasaron por la selección por torneo. Este *script* toma dos individuos y genera un punto de cruzamiento aleatorio. Además, cuenta con la función *Fix\_Sons* que modifica un individuo creado en caso de que tenga alelos repetidos. *Fix\_sons* fue creado acorde a las recomendaciones del algoritmo *mutation\_children.m*: usa los padres para crear hijos mutados. Se seleccionan dos números aleatorios, los cuales hacen referencia a los alelos a modificar. A continuación, se describen el *hardware* y *software* a utilizar como también la funciones creadas y utilizadas en el desarrollo de la aplicación del algoritmo genético:

Este algoritmo fue ejecutado en un ordenador Hewlett-Packard HP, Procesador Intel® Core™ i7, cuatro núcleos, 12 GB de RAM, disco duro de 1 Tera de memoria ROM y sistema operativo Windows 8. El algoritmo fue implementado en *Matlab* R2013a y se hizo uso su *Toolbox* de algoritmos genéticos. Este último se basa en los siguientes *scripts*:

### *Script implementado por los autores*

- **printing\_routes.m**: y usado para imprimir las rutas de la solución.
- **final.plot\_routes.m**: *script* implementado por los autores, usado para graficar las rutas en una ventana y generar los archivos internos de texto para cada ruta propuesta en el algoritmo.
- **GA\_Routines.m**: *script* principal que invoca los *scripts* mencionados anteriormente.
- **Ga\_Routines.m**: *script* principal que recibe como insumos un *file* de texto denominado "Puntos\_Barrios.txt". En este último se tienen las coordenadas geográficas de los puntos de recolección y otro archivo denominado "Matriz\_Distancia.txt" que contiene la matriz de distancia encontrada en la fase de la heurística de barrido. La salida de este *script* es una variable denominada *xs* que contiene el orden en el que se deben visitar los diferentes puntos de recolección.
- *crossover\_permutation.m*: recibe como parámetros los mejores individuos que pasaron la selección por torneo. Este *script* toma dos individuos y genera un punto de cruzamiento aleatorio: este se realizó siguiendo Guasmayan (2014); el *script* cuenta con la función *Fix\_Sons* que modifica un individuo creado en caso de que tenga alelos repetidos. *Fix\_Sons* fue creado acorde a las recomendaciones del documento citado previamente.
- *mutation\_children.m*: usa los padres para crear hijos mutados. Se seleccionan dos números aleatorios, los cuales hacen referencia a los alelos a modificar. Lo anterior se logró con las siguientes instrucciones:

```
p = ceil (length (parent) * rand (1, 2));
child = parent;
child (p (1)) = parent (p (2));
child (p (2)) = parent (p (1));
```

### **Código 3.** *mutation\_children.m*

**Fuente:** elaboración propia.

- *traveling\_salesman\_fitness.m*: *script* de *Matlab* usado para calcular la función de desempeño del algoritmo genético.
- *mutate\_permutation.m*: *script* usado para personalizar la forma en la que se mutan los individuos de una población.
- *Look\_For\_Repeated\_Indexes.m*: *script* auxiliar de *mutate\_permutations.m* que le permite identificar si un individuo posee alelos repetidos.
- *Fix\_Sons.m*: *script* implementado por los autores, auxiliar de *mutate\_permutations.m* que le permite reparar individuos en caso de que tengan alelos repetidos.
- *crossover\_permutations.m*: *script* de *Matlab* que permite cruzar los individuos de una población de manera personalizada.
- *create\_permutations*: *script* de *Matlab* que permite crear la población inicial del algoritmo.
- *create\_permutations.m*: crea un vector de permutaciones, el cual contiene los números que identifican los puntos de recolección. El rango de los elementos de este arreglo va desde 1 hasta el número de puntos de recolección. Se excluye el punto de donde salen los camiones y el relleno sanitario, ya que su posición en el vector solución es fija.

En cuanto al reemplazo de la población y las operaciones asociadas al algoritmo genético, son llevadas a cabo de manera automática por el *toolbox* a través de la instrucción contenida en el *script* *GA\_Routines*: `[x, fval, reason,output]=ga(Fitness_Fcn,numberOfVariables,options)`.

El siguiente *script* *plot\_routes.m*: implementado por los autores, realiza las gráficas de las rutas e imprime las coordenadas geográficas de los puntos de recolección involucrados. Las distancias

se calculan con el servicio de Distancia de Google, el cual facilita el cálculo de las distancias del origen a los otros 25 puntos. Para hacer uso del servicio, se debe crear una página web (HTML y JavaScript). Se generan dos archivos con las matrices de tiempo y distancias y distancias (costos). Con las matrices de tiempo y distancia de  $144 \times 144$  y la demanda de cada uno de los puntos de recolección de basura se procede a ejecutar el algoritmo genético Chu-Beasley.

Una vez se adapte código algoritmo de Chu-Beasley mejorado, al problema de esta investigación, se procede a pasar los datos preliminares de la etapa anterior como datos iniciales, para encontrar una mejor solución al problema. Este enfoque se basa en el hecho de que si el algoritmo genético tiene una buena población inicial le permitirá de manera más eficiente encontrar mejores soluciones.

Los resultados, las rutas generadas, son las entradas iniciales de la tercera fase.

### *Tercera fase (búsqueda tabú)*

En esta fase final se reciben los datos generados por la metaheurística del algoritmo genético Chu-Beasley mejorado y se pasan como datos iniciales a la metaheurística búsqueda de tabú (TS) (Becerra y Alvarado, 2017); con esta técnica se pretende optimizar las rutas tanto en tiempo computacional, distancia y costo del recorrido, para ello se utilizan las estrategias de intensificación y diversificación (seudocódigo búsqueda de tabú) (Bodas, 2017). Posteriormente, estas nuevas rutas se toman como datos de entrada para la metaheurística de tabú en el código *Ts\_init\_solu\_input*. Posteriormente se procede a ejecutar el código de tabú implementado en *Dev c++* por los autores (ver código 4 de tabú).

```
Void inserccion( int i , int j,db ,a,vd,&n) {
n.erase(n.begin()+i);
n.emplace(n.begin()+j,a);}
```

```
//exchage operator for neighbor selection
void exchnge(int l, int l,vd &n)
{db tmp= n[i];
```

```

n[i]=n[j];
n[j]=tmp;}

// add neighbor to diversification list
Void add_to_div_list(vd n, bd cost){
    if (!div_list_tabu.count(n)){
        if(!div_list.count(cost)){
            if(!div_list.size()> div_list_size)
                div_list.erase(++div_list.rbegin().base());
            else divi_list[cost]=n;}
        }
    }
}

```

**Código 4.** Código de tabú**Fuente:** elaboración propia.

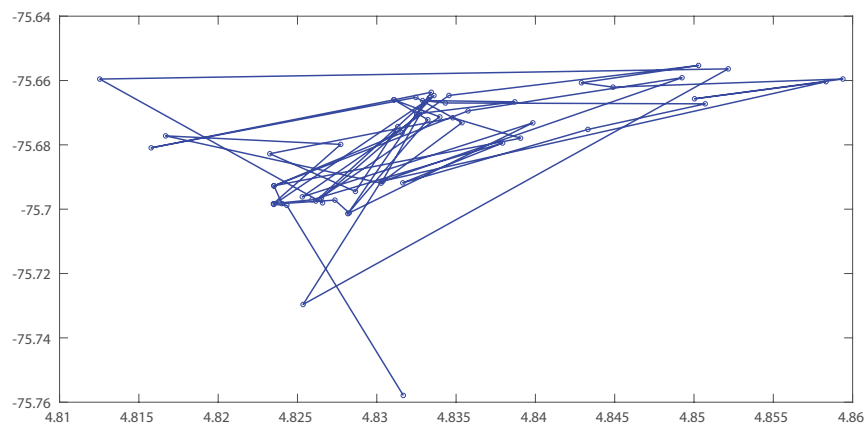
El resultado de esta tercera etapa genera la solución final que se muestra en la sección 4.3 Resultado final de la tercera fase (búsqueda tabú).

**RESULTADOS**

La figura 5 muestra la ubicación en latitud y longitud de los puntos de recolección de basura. La tabla 3 muestra los tiempos y costos reales de recorrido de estos vehículos de los 144 puntos.

**Resultado de la primera fase (clustering y técnica de barrido)**

El punto de partida encontrado por el análisis de conglomerado de medias y que proporciona la ubicación de punto de partida tuvo las siguientes coordenadas: latitud 4.833.974 y longitud -75.681499. Este punto corresponde a la ubicación de Centro Administrativo Municipal, Dosquebradas, Risaralda. A partir de este punto de partida

**Figura 5.** Ubicación de los 144 puntos**Fuente:** elaboración propia.

**Tabla 3.** Costos de los 144 puntos

Núm.	Costos		Nodos	Núm.	Costos		Nodos
1	221976	3.46	42.56	11	147708	32.55	36.53
2	20.888	27.35	35.67	12	145009	52.4	23.62
3	19.224	48.52	24.41	13	142566	38.40	12.29
4	186129	56.54	30.34	14	140287	12.20	5.9
5	178315	45.52	23.24	15	138500	25.2	16.58
6	170958	29.25	16.49	16	136938	47.39	13.28
7	164161	55.37	20.53	17	135519	3.25	56.58
8	159681	37.51	20.38	18	134169	36.37	37.38
9	156054	6.28	18.64	19	132950	47.46	28.42
10	151478	35.57	35.63				

**Fuente:** elaboración propia.

de los camiones mediante la heurística de barrido se generaron una serie de potenciales rutas. Utilizando el código 1. Heurística de barrido, la técnica heurística de barrido generó un conjunto de rutas (vectores) de menor distancia que corresponden a los diferentes recorridos que deben realizar

los camiones siete (7) para visitar todos los 144 puntos de recolección de basura (tabla 4).

En la tabla 3 se muestra el resultado de las rutas generadas según el código presentado en la tabla 2, donde se solo se pueden mostrar hasta 55 puntos, restricción de la API de Google Maps.

**Tabla 4.** Puntos de recolección de basura

Puntos de recolección											
Ruta 1	1	44	48	39	4	13	7	23	46	58	1
Ruta 2	1	9	53	45	55	37	18	32	27	58	1
Ruta 3	1	8	49	28	35	26	6	41	22	58	1
Ruta 4	1	3	12	16	38	5	15	2	24	58	1
Ruta 5	1	43	56	54	29	31	40	57	30	58	1
Ruta 6	1	34	33	42	10	11	19	25	47	58	1
Ruta 7	1	21	17	14	20	51	50	36	52	58	1

**Fuente:** elaboración propia.

**Figura 6.** Técnica de barrido. Clasificación de las rutas

**Fuente:** elaboración propia.



## Resultado de la segunda fase algoritmo genético de Chu-Beasley

Las siete (7) rutas encontradas en la fase anterior fueron pasadas como población inicial al algoritmo genético de Chu-Beasley, además de las matrices de distancia y tiempos (de  $144 \times 144$ ) generadas por Google Maps. En las figuras 8 y 9 se presenta un pantallazo de estas matrices.

Los valores de recolección de demanda aleatoria uniforme entre 1500 a 2500 toneladas generadas fueron:

### Demanda

A continuación, se muestran las demandas de los puntos de recolección. Así, el primer valor 2435.1, se refiere a la cantidad de basura en kg generados en un barrio dado por un punto específico de recolección.

2435.1, 2437.8, 2462.4, 2177.2, 2057.8, 2168.1, 2206.4, 2384.3, 2158.8, 2154.7, 2469.5, 2109.1, 2421.2, 2453.2, 2027.9, 2312.2, 2287.8, 2409.6, 2015, 2387.3, 2209.5, 2043.3, 2224.7, 2222.6, 2088.9, 2155.8, 2026.7, 2318.4, 2037.5, 2341.8, 2454.4, 2446, 2284.3, 2314.5, 2046.7, 2087.5, 2309.4, 2194.7, 2291.2, 2345, 2452.2, 2464.7, 2270.6, 2390.9, 2362.8, 2154.4, 2273.3, 2095.8, 2205.1, 2383, 2383.9, 2456.8, 2379.7, 2130.4

Los resultados de correr el algoritmo Chu-Beasley con todos los datos anteriores se muestran en la figura 9. El primer valor 1 hasta el siguiente valor 1, después del valor 56, representa el recorrido de un vehículo recolector, a través de los puntos 7, 12, 19, 13, 2, 8, 52, 53, 56 (tabla 5) considerando los valores de basura a recolectar en cada barrio. Un nuevo valor 1 significa el inicio de una nueva ruta.

Figura 7. Matriz de tiempos

Fuente: elaboración propia.

Figura 8. Matriz de distancia

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 5.** Rutas para técnica del Barrido y algoritmo genético Chu-Beasley

Puntos de recolección												
Ruta 1	1	7	12	19	13	2	8	52	53	18	56	1
Ruta 2	1	39	43	42	46	45	4	5	21	14	56	1
Ruta 3	1	17	16	55	37	36	50	54	54	44	56	1
Ruta 4	1	40	15	3	24	49	48	47	35	32	56	
Ruta 5	1	31	28	27	26	6	22	9	11	24	56	1
Ruta 6	1	10	20	25	29	30	34	33	51	38	56	1
Ruta 7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

**Fuente:** elaboración propia.

#### *Resultado final de la tercera fase (búsqueda tabú)*

Las siete (7) rutas de la etapa anterior (tabla 4), como datos de entrada para la metaheurística de tabú, generaron las siguientes seis (6) rutas (figura 11), donde se muestra el tiempo y la carga recolectada por cada carro, que corresponde a una dada ruta.

Como se puede evidenciar, al comparar los resultados presentados en “Metodología-Caso de estudio”, se obtuvo una reducción de 7 a 6 rutas, y una reducción de costo de \$342.000 a solo \$138.755, es decir una reducción del 40 % en costos, como resultado de la combinación de las tres técnicas (del barrido, algoritmo genético de Chu-Beasley y búsqueda tabú) para la solución del problema de recolección de basuras del municipio de Dosquebradas.

En el código 2 se observa la carga de cada recorrido de un vehículo, según una de las 6 rutas

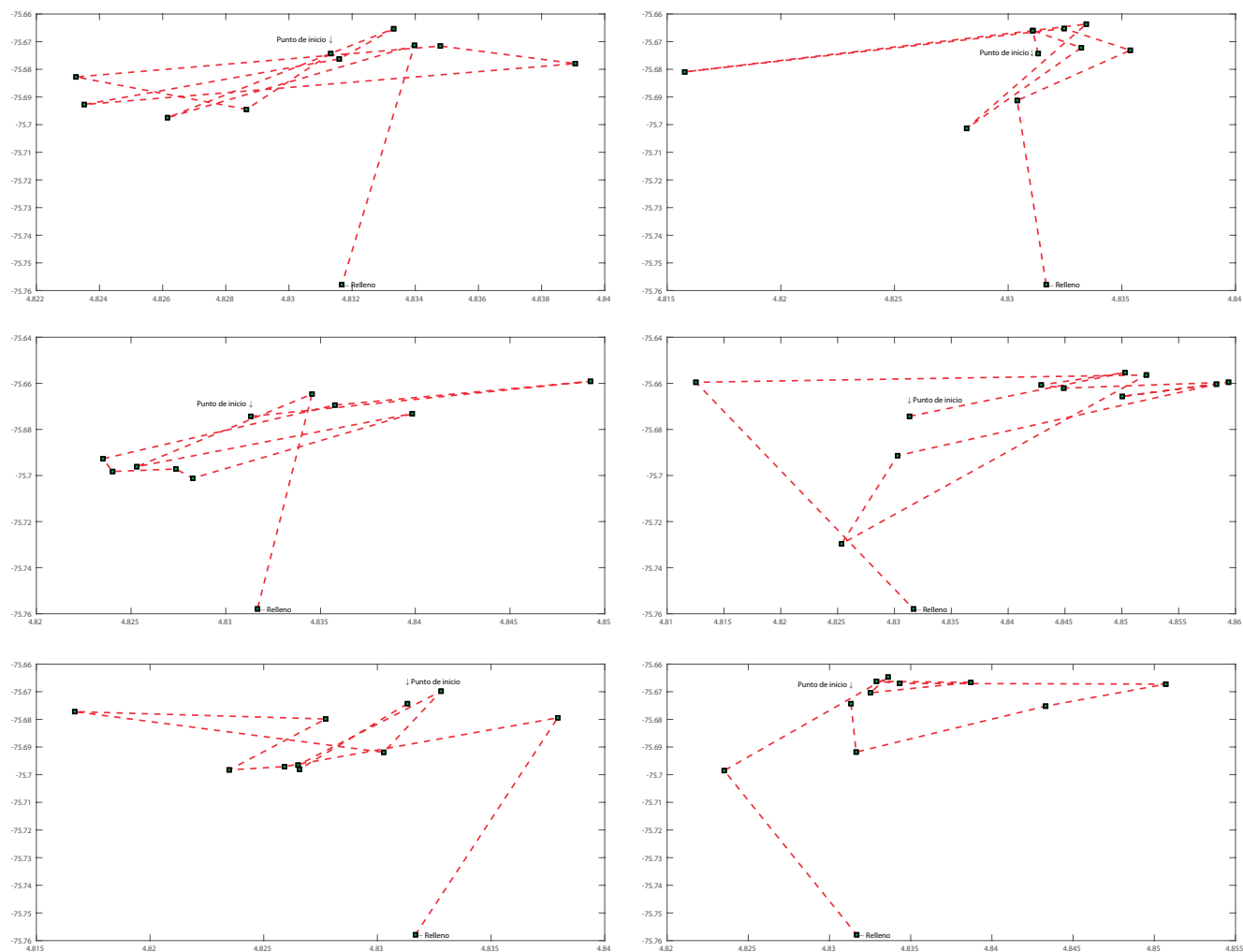
**Tabla 6.** Rutas resultado de la metaheurística tabú

Vehículo	Costo	Tiempos
1	20632	3699
2	21217	3662
3	20940	5848
4	19888	4388
5	20417	4564
6	3228	6123
Costo total	138.755	12990

**Fuente:** elaboración propia.

generadas por la metaheurística tabú, además del tiempo del recorrido del vehículo.

La tabla 6 permite visualizar las 6 rutas generadas haciendo uso del código 2 implementado utilizando el API de Google Maps.



**Figura 9.** Por rutas generadas por la combinación de la técnica del barrido, genético de Chu-Beasley y tabú

**Fuente:** elaboración propia.

**Tabla 7.** Resultados modelo híbrido CSGTR

Métodos	Número iteraciones	Número de individuos	Tiempo	Costos
Algoritmo genético Chu-Beasley	100.000	50.000	2034	235.645
Búsqueda de tabú	100.000	144	1810	191.207
Algoritmo genético Chu-Beasley–tabú	100.000	50.000	1510	140.608
Modelo híbrido centroide barrido genético y tabú	100.000	50.000	1293	138.775
Híbrido CSGTR				

**Fuente:** elaboración propia.

## CONCLUSIONES

- Se diseñó una nueva metodología llamada híbrida CSGTR, que permitió explorar las ventajas de la *clusterización* antes del ruteo de vehículos incluyendo así modelos heurísticos como la técnica de barrido y metaheurísticos como los algoritmos de Chu-Beasley y tabú. La aplicación de la metodología CSGTR permitió reducir el tiempo y los costos de los recorridos de los camiones recolectores de basura en el municipio de Dosquebradas, Risaralda (Colombia).
- Como resultado del enfoque híbrido CSGTR que combina tres técnicas (del barrido, algoritmo genético de Chu-Beasley y búsqueda tabú) para resolver el problema de recolección de basuras del municipio de Dosquebradas se evidenció una reducción de 7 a 6 rutas, y una reducción del 40 % en los costos (de \$342.000 a \$138.755).

## REFERENCIAS

- Becerra, Y.A. y Alvarado, F.E. (2017). Ventajas de la aplicación de las metaheurísticas, algoritmos genéticos y búsqueda tabú en la solución de problemas de Job Shop Scheduling. 22-44). En *Congreso Internacional y Nacional de Administración Industrial 2016* (Medellín). DOI: <https://doi.org/10.4067/s0718-07642011000100011>
- Balari, S. (2005). Desarrollo y complejidad computacional ¿dos elementos clave para comprender los orígenes del lenguaje? *Ludus Vitalis*, XIII(24), 181-198.
- Bodas L., R. (2017). *La metaheurística de búsqueda tabú aplicada al problema de enrutamiento de vehículos*. Valladolid: Universidad de Valladolid. Escuela de Ingenierías Industriales. Recuperado de <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/26070>. DOI: <https://doi.org/10.3934/dcdsb.2018338>
- Chu, P. y Beasley, J. (1997). *A genetic algorithm for the generalised assignment problem*. *Computers & Operations Research*, 24(1), 17–23. Recuperado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054896000329>. DOI: [https://doi.org/10.1016/s0305-0548\(96\)00032-9](https://doi.org/10.1016/s0305-0548(96)00032-9)
- Donati, A., Montemanni, R., Casagrande, N., Rizzoli, A. y Gambardella, L. (marzo de 2008.). Time dependent vehicle routing problem with a multi ant colony system. *Research European Journal of Operational*, 45(5), 1174–1191. Recuperado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221706006345#>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.06.047>
- Glover, F. (1987). *Tabu Search Methods in Artificial Intelligence and Operations Research*. Vol. 1. ORSA Artificial Intelligence. Boulder, CO: Elsevier Ltd. Center for Applied Artificial Intelligence, Graduate School of Business, University of Colorado. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/84e3/eec4f65205c4efffc8013419d25e10ed0d5e.pdf>
- Grajales, A., Hincapié, R. y Montoya G., O. D. (15 de Junio de 2017). Selección óptima de conductores en sistemas de distribución empleando el algoritmo búsqueda tabú. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 26(2). Recuperado de [https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0718-33052018000200283#aff1](https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-33052018000200283#aff1). DOI: <https://doi.org/10.4067/s0718-33052018000200283>
- Guasmayan G., F.A. (2014). Solución del problema de ruteo de vehículos dependientes del tiempo utilizando un algoritmo genético modificado. *Scientia et Technica*, 23(2), 12-34. DOI: <https://doi.org/10.22395/rium.v13n25a6>
- Jaramillo P., J.R. (23 de julio de 2013). Algoritmo memético para resolver el problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada. *Revista EIA*, 10(20), 13-23. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/eia/n20/n20a02.pdf>. DOI: <https://doi.org/10.17230/ingciencia.12.23.2>
- Hernández A., R.J. (2017). *Propuesta de solución al problema de ruteo de vehículos en el operador logístico Operar S.A. para el transporte y distribución de productos alimenticios secos del grupo Nutresa S.A.* Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Recuperado de <http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/5756/1/%C3%81lvarezHern%C3%A1ndezRub%C3%A9nJes%C3%BA2016.pdf>. DOI: <https://doi.org/10.33304/revinv.v09n1-2017009>

- Martínez O., A. y Cruz Ch., M.A. (2011). Método de agrupamiento no supervisado para el problema de ruteo vehicular con restricciones de capacidad en vehículos. En M.A. Cruz-Chávez (ed.), *Experiencia en el desarrollo y uso de un software para enseñar algoritmos* (pp. 148–166). México: CICos. Recuperado de <https://docplayer.es/90020918-Metodo-de-agrupamiento-no-supervisado-para-el-problema-de-ruteo-vehicular-con-restricciones-de-capacidad-en-vehiculos.html>. DOI: <https://doi.org/10.4995/thesis/10251/1856>
- Ocampo, E.M., Escobar, A.H. y Gallego R., R.A. (2015). *Técnicas heurísticas y metaheurísticas*. Vol. 2. Pereira, Risaralda, Colombia: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Olivera, A. (2004.). *Heurísticas para problemas de ruteo de vehículos*. Montevideo, Uruguay: Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Montevideo. Recuperado de <https://www.fing.edu.uy/inco/pedeciba/biblioteca/reptec/TR0408.pdf>. DOI: <https://doi.org/10.17535/corr.2017.0031>
- Orrego C., J.P., Ospina T., D. y Toro O., E.M. (2013). Problema de ruteo de vehículos con capacidad limitada “CVRP” a través de la heurística de barrio y la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley. *Scientia Et Technica*, 21(3), 225-233. Recuperado de <http://revistas.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/article/view/9013>. DOI: <https://doi.org/10.22517/23447214.9013>
- Ospina T., D., Toro O., E.M. y Orrego C., J.P. (2016). Solución al Problema de Ruteo de Vehículos con Capacidad Limitada (CVRP) usando una técnica metaheurística. *Scientia Et Technica*, 21(3), 225-233. DOI: <https://doi.org/10.22517/23447214.9013>
- Rondon Villareal, Delgado Quintero, Mendoza Castellanos, Quintero, & Serna Suarez. (2010). Optimización Ruteo Vehicular con Capacidad. *Revistas. udistrital.edu.co*, 3(4.15), 3-78.
- Rueda B., J.G., Elles P., C.J., Sánchez C., E.H., González A., A.L. y Rivillas O., G.D. (2017). Identificación de patrones de variabilidad climática a partir de análisis de componentes principales, Fourier y clúster k-medias. *Revista Tecnura*, 20(50), 55-68. DOI: [10.14483/udistrital.jour.tecnura.2016.4.a04](https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.tecnura.2016.4.a04)
- Simon, S., Demaldé, J., Hernández, J. y Carnero, M. (12 de agosto de 2012). Optimización de recorridos para la recolección de infecciosos. *Información Tecnológica*, 23(4), 125-132. Recuperado de [https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci\\_abstract&pid=S0718-07642012000400014&lng=es&nrm=iso&tlng=es](https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0718-07642012000400014&lng=es&nrm=iso&tlng=es). DOI: <https://doi.org/10.4067/s0718-07642012000400014>
- Solarte M., G.R., Castillo G., S.A. y Rodríguez, G. (2015). Optimización de un ruteo vehicular usando algoritmo genético simple Chu-Beasley. *Revista Tecnura*, 19(44), 93-108. DOI: <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.tecnura.2015.2.a07>
- Toro, E.M., Ruiz, F. y Salazar, H.I. (2011). Algoritmo genético modificado Chu-Beasley a Aplicado a la identificación de errores en la estimación de estado en sistemas eléctricos. *Universidad Tecnológica de Pereira*.