



Utopía y Praxis Latinoamericana  
ISSN: 1315-5216  
ISSN: 2477-9555  
diazzulay@gmail.com  
Universidad del Zulia  
Venezuela

## Enseñanza en el análisis de señales aleatorias usando correlación y sus aplicaciones


**HERNÁNDEZ MARULANDA, Andrés; ESCOBAR MORA, Nelson Javier; ROBLES VEGA, Horderlin**  
Enseñanza en el análisis de señales aleatorias usando correlación y sus aplicaciones  
Utopía y Praxis Latinoamericana, vol. 25, núm. Esp.3, 2020  
Universidad del Zulia, Venezuela  
**Disponible en:** <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=27963600014>  
**DOI:** <https://doi.org/10.5281/zenodo.3907069>

## Enseñanza en el análisis de señales aleatorias usando correlación y sus aplicaciones

Teaching in the Analysis of Random Signals Using Correlation and its Applications

*Andrés HERNÁNDEZ MARULANDA*  
*Universidad de San Buenaventura Sede Medellín,*  
*Colombia*  
andres.hernandez@usbmed.edu.co  
 <http://orcid.org/0000-0001-8098-2427>

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.3907069>  
Redalyc: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=27963600014>

*Nelson Javier ESCOBAR MORA*  
*Universidad Pontificia Bolivariana, Colombia*  
nelson.escobar@upb.edu.co  
 <http://orcid.org/0000-0001-9681-3089>

*Horderlin ROBLES VEGA*  
*Universidad del Sinú, Colombia*  
horderlinrobles@unisinu.edu.co  
 <http://orcid.org/0000-0002-7705-7334>

Recepción: 20 Mayo 2020  
Aprobación: 25 Junio 2020

### RESUMEN:

Este artículo consiste básicamente en definir que es, mencionar y explicar las aplicaciones de la correlación y auto correlación. Utilizando las herramientas brindadas por Matlab se pretende aplicar todos estos conceptos de correlación a una señal que pudiese ser aleatoria, y hacer un algoritmo que evalúe todo el comportamiento de la señal elegida. Se pretende dar información acerca de las aplicaciones en distintas áreas de la ciencia, la ingeniería, la estadística y la medicina.

**PALABRAS CLAVE:** Correlación, autocorrelación, Convolución, Señales Aleatorias y Coeficiente de Correlación..

### ABSTRACT:

This article basically consists of defining what it is, mentioning and explaining the applications of correlation and self-correlation. Using the tools provided by Matlab, it's intend to apply all these correlation concepts to a signal that could be random, and make an algorithm that evaluates the behavior of the chosen signal. It is intended to give information about applications in different areas of science, engineering, statistics and medicine.

**KEYWORDS:** Correlation, Auto Correlation, Convolution, Random Signals, Correlation Coefficient..

## INTRODUCCIÓN

El termino correlación ha despertado en los últimos tiempos un gran interés tanto en la comunidad científica como matemática, existiendo en la actualidad gran número de grupos de investigación de todas las universidades del mundo que trabajan en este campo. La razón fundamental de su éxito radica en la sencillez conceptual y moderada complejidad frente a las indudables mejoras que proporciona frente a otras ciencias<sup>1 2 3</sup>. Esta comunicación presenta los resultados obtenidos en el análisis de distintas señales que permiten recuperar y comparar información de otro proceso o señal, lo cual es muy útil en aplicaciones de la ciencia y la medicina moderna<sup>4 5</sup>. En todos los casos se demuestra la potencialidad de dicha técnica que permite resolver, gracias a la flexibilidad de los parámetros de diseño, los problemas que van apareciendo en la implementación

de reconstrucción y comparación de datos. Es de gran interés resaltar que esta metodología aproxima de una manera muy sustancial los resultados que se predicen en simulación con los obtenidos con las señales reales.

### Cálculos

Teniendo dos secuencias reales  $x(n)$  e  $y(n)$ , ambas de energía finita. La correlación cruzada de es la secuencia, que se define como <sup>6</sup>

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n-l) \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

O, equivalentemente, como

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+1)y(n) \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

El índice  $l$  es el parámetro de desplazamiento o retardo en el tiempo y los subíndices  $xy$  de la secuencia de auto correlación  $r_{xy}(l)$  indican las señales que han sido correlacionadas <sup>7</sup>. El orden de los subíndices, con  $x$  precediendo a  $y$  indica la dirección en que una secuencia es desplazada con respecto a la otra. Es decir, la secuencia  $x(n)$  no se desplaza y la secuencia  $y(n)$  se desplaza  $l$  muestras hacia la derecha si  $l$  es positivo y  $l$  muestras hacia la izquierda si  $l$  es negativo. De forma análoga en (2) la secuencia  $y(n)$  no se desplaza y lo hace la secuencia  $x(n)$  muestras hacia la izquierda si  $l$  es positivo y  $l$  hacia la derecha si  $l$  es negativo. Desplazar  $x(n)$   $l$  muestras hacia la izquierda con relación a  $y(n)$  es equivalente a desplazar  $y(n)$  muestras hacia la derecha con relación a  $x(n)$  de aquí que (1) y (2) produzcan idéntica secuencias de correlación cruzada.

Si se invierten los papeles de  $x(n)$  e  $y(n)$  en (1) y (2) y, por tanto, se invierte también el orden de los subíndices  $xy$ , se obtiene la secuencia de correlación cruzada

$$r_{yx}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)x(n-l) \quad (3)$$

O, equivalentemente,

$$r_{yx}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n+1)x(n) \quad (4)$$

Comparando (1) con (4) o (2) con (3), se concluye que

$$r_x^y(l) = r_y^x(-l) \quad (5)$$

Por tanto  $r_{yx}(l)$  es simplemente la versión reflejada de  $r_{xy}(l)$ , donde la reflexión se hace con respecto a  $l=0$ . De aquí, que  $r_{yx}(l)$  proporcione exactamente la misma información que  $r_{xy}(l)$ , con respecto a la similitud  $x(n)$  e  $y(n)$ .

Las similitudes entre el cálculo de la correlación cruzada y la convolución de dos secuencias son evidentes.

En el cálculo de la convolución, una de las señales se refleja, se desplaza y entonces se multiplica por la otra secuencia; finalmente se suman todos los valores de la secuencia producto. Con excepción de la operación de reflexión, el cálculo de la correlación cruzada supone exactamente las mismas operaciones: el desplazamiento de una de las secuencias, multiplicación de ambas y suma de todos los términos de la secuencia producto.

En definitiva, si se tiene un programa para el cálculo de la convolución, se puede utilizar para obtener la correlación cruzada proporcionando como entrada  $x(n)$  y la secuencia reflejada  $y(-n)$ . Así, la convolución de  $x(n)$  con  $y(-n)$  entrega la correlación cruzada  $r_{xy}(l)$ , esto es,

$$r_{xy}(l) = x(l) * y(-l) \quad (6)$$

En el caso especial de que  $y(n)=x(n)$ , se tiene la auto correlación de  $x(n)$ , que se define como la secuencia

$$r_{xx}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)x(n-l) \quad (7)$$

Al tratar con señales de duración finita es costumbre expresar tanto la auto correlación como la correlación cruzada mediante sumatorios finitos. En particular, si  $x(n)$  e  $y(n)$  son secuencias causales de longitud  $N$  (es decir,  $x(n) = y(n) = 0$  para  $n < 0$  y), la auto correlación y la correlación cruzada pueden expresarse como

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=-\infty}^{N-|k|-1} x(n)y(n-l) \quad (8)$$

Y

$$r_{xx}(l) = \sum_{n=-\infty}^{N-|k|-1} x(n)x(n-l) \quad (9)$$

Donde  $i = l, k = 0$  para  $l \geq 0$  e  $i = 0, k = l$  para  $l < 0$ .

#### Propiedades de las secuencias de correlación cruzada

Las secuencias de correlación cruzada tienen varias propiedades importantes, que se presentan a continuación. Para desarrollar dichas propiedades se considera que se tienen dos secuencias  $x(n)$  e  $y(n)$  de energía finita que se combinan linealmente para obtener<sup>8</sup>

$$ax(n) + by(n-l) \quad (10)$$

Donde  $a$  y  $b$  son constantes arbitrarias y  $l$  es un desplazamiento en el tiempo. La energía de esta señal es

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [ax(n) + by(n-l)]^2 &= a^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2(n) + b^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} y^2(n-l) \\ &+ 2ab \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n-l) \\ &= a^2 r_{xx}(0) + b^2 r_{yy}(0) + 2abr_{xy}(l) \end{aligned} \quad (11)$$

En primer lugar, se observa que  $r_{xx}(0) = E_x$  y  $r_{yy}(0) = E_y$ , que son las energías de  $x(n)$  e  $y(n)$ , respectivamente.

Considerando

$$a^2 r_{xx}(0) + b^2 r_{yy}(0) + 2abr_{xy}(l) \geq 0 \quad (12)$$

Ahora, suponiendo que  $b = 0$  se puede dividir (12) por  $b^2$  para obtener

$$r_{xx}(0) \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2r_{xy}(l) \left(\frac{a}{b}\right) + r_{yy}(0) \geq 0 \quad (13)$$

Considerando esto como una ecuación cuadrática de coeficiente  $r_{xx}(0)$ ,  $2r_{xy}(l)$  y  $r_{yy}(0)$ . Dado que siempre es no negativa, el discriminante debe ser no positivo, es decir,

Considerando esto como una ecuación cuadrática de coeficiente  $r_{xx}(0)$ ,  $2r_{xy}(l)$  y  $r_{yy}(0)$ . Dado que siempre es no negativa, el discriminante debe ser no positivo, es decir,

$$4[r_{xy}^2(l) - r_{xx}(0)r_{yy}(0)] \leq 0 \quad (14)$$

Por lo tanto, la correlación cruzada verifica que

$$|r_{xy}(l)| \leq \sqrt{r_{xx}(0)r_{yy}(0)} = \sqrt{E_x E_y} \quad (15)$$

En el caso especial de que  $y(n) = x(n)$ , (16) se reduce a

$$|r_{xx}(l)| \leq r_{xx}(0) = E_x \quad (16)$$

Esto significa que la auto correlación es una secuencia que alcanza su valor máximo para el retardo cero. Este resultado es consistente con el hecho de que una señal se adapta consigo misma para un retardo cero. En el caso de la correlación cruzada (15) constituye una cota superior de sus posibles valores.

Se observa que una o las dos secuencias implicadas en el cálculo de la correlación cruzada se escala, la forma de la correlación no cambia, simplemente se produce un escalado de la misma de acuerdo con el escalado realizado sobre las secuencias originales. Así, pues, el escalado carece de importancia, y es a menudo

conveniente, en la práctica, normalizar las secuencias de auto correlación y correlación cruzada al rango entre -1 y 1.

**Correlación de secuencias periódicas**

Es para señales de potencia.

Sean  $x(n)$  e  $y(n)$  dos señales de potencia. Su correlación cruzada se define como

$$r_{xy}(l) = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M + 1} \sum_{n=-M}^M x(n)y(n-l) \quad (17)$$

Si  $x(n)=y(n)$ , se tiene la definición de la correlación de una señal de potencia en concreto.

$$r_{xx}(l) = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M + 1} \sum_{n=-M}^M x(n)x(n-l) \quad (18)$$

En concreto, si  $x(n)$  e  $y(n)$  son dos secuencias periódicas, cada una de periodo  $N$ , los promedios sobre el intervalo infinito indicados en (17) y (18) son iguales a los promedios sobre un único intervalo, de manera que(17) y (18) se reducen a

$$r_{xy}(l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(n-l) \quad (19)$$

$$r_{xx}(l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)x(n-l) \quad (20)$$

Está claro que  $r_{xy}(l)$  y  $r_{xx}(l)$  son secuencias de correlación periódicas con periodo  $N$ , el factor  $1/N$  puede considerarse un factor de escala.

**Cálculo de la correlación**

Como ya se había indicado, el procedimiento para obtener la correlación entre dos secuencias  $x(n)$  e  $y(n)$  implica desplazar de una de las secuencias, por ejemplo  $x(n)$ , para obtener  $x(n-1)$ , multiplicar esta secuencia desplazada para obtener la secuencia producto  $y(n) x(n-1)$  y entonces sumar todos los valores de la secuencia producto para obtener  $r_{xy}(l)$ . Este procedimiento se repite para los distintos valores del retardo  $l$ . Con excepción de la operación de la operación de reflexión que se realiza en la convolución, las operaciones necesarias para el cálculo de la correlación son las mismas que las necesarias para el cálculo de la convolución.

El procedimiento para el cálculo de la convolución es directamente aplicable al cálculo de la correlación. Por lo tanto, si se refleja  $y(n)$ , y entonces se realiza la convolución entre  $x(n)$  con  $y(-n)$  se obtiene la correlación cruzada entre  $x(n)$  e  $y(n)$ . Esto es,

$$r_{xy}(l) = x(n) * y(-n) \Big|_{n=l} \quad (21)$$

Como consecuencia, el procedimiento descrito para el cálculo de la convolución se aplica directamente para el cálculo de la correlación.

Se describe ahora un algoritmo, fácil de programar, para el cálculo de la correlación cruzada de dos secuencias de duración finita  $x(n)$ ,  $0 < n < N - 1$  e  $y(n)$ ,  $0 < n < M - 1$ .

El algoritmo calcula  $r_{xy}(l)$  para retardos positivos. De acuerdo con  $r_{xy}(-l) = r_{yx}(l)$  los valores  $r_{xy}(l)$  para valores negativos del retardo se pueden obtener usando el mismo algoritmo que para valores positivos del retardo e intercambiamos los papeles de  $x(n)$  e  $y(n)$ .

Se observa que si  $M < N$ ,  $r_{xy}(l)$  puede calcularse mediante las relaciones

$$r_{xy}(l) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{M-1+l} x(n)y(n-l), 0 \leq l \leq N-M \\ \sum_{n=1}^{N-1} x(n)y(n-l), N-M < l < N-1 \end{cases} \quad (22)$$

Por otra parte, si  $M > N$ , la correlación cruzada se obtiene según

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(n-l), 0 \leq l \leq N-1 \quad (23)$$

Las fórmulas (22) y (23) pueden ser combinadas por un algoritmo.

Intercambiando los papeles de  $x(n)$  e  $y(n)$  y recalculando la correlación cruzada, se obtiene  $r_{xy}(l)$  correspondientes a valores negativos de retardo  $l$ . Para calcular la auto correlación  $r(l)$ , se hace  $y(n) = x(n)$  y  $M = N$  en la ecuación (23). El cálculo de  $r(l)$  se puede hacer mediante el mismo algoritmo para valores positivos del retardo solamente.

$$= r_{hh}(l) * r_{xx}(l) \quad (24)$$

## EJEMPLOS GRÁFICOS

Se puede graficar la correlación entre las dos variables a través de una gráfica de dos ejes (abscisas y ordenadas) cartesianos.

En el siguiente gráfico se observa la correlación entre potencia de motor de un automóvil y consumo en Litros por cada 100 Km. El  $r = 0.87$  (correlación positiva). (SPSS). Evidentemente a mayor potencia se observa mayor consumo de combustible. El valor de significación para ese  $r$  es de una  $p < 0.01$ . Esto quiere decir que la correlación entre potencia y consumo no es aleatoria<sup>9</sup>.

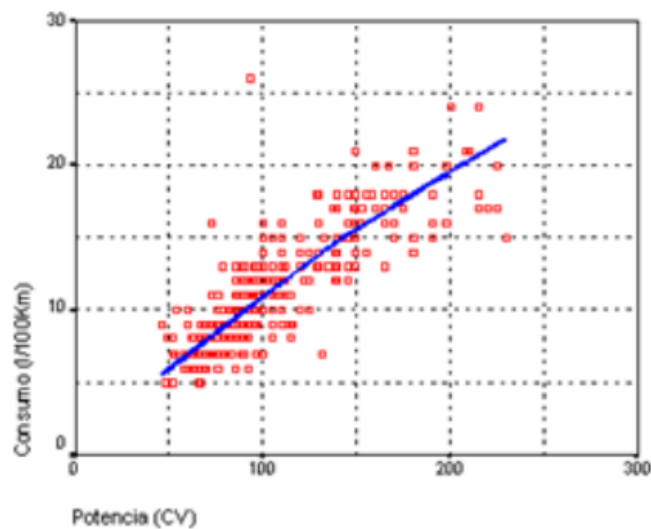


Figura 1. Correlación entre potencia y consumo de motor.

Fuente: Autor

En el siguiente gráfico se encuentra la relación existente entre peso del automóvil en Kg. Y aceleración 0 a 100 Km. / hora en segundos. El  $r = -0.56$  con una  $p < 0.05$ . Esto significa que existe una correlación negativa significativa, entre peso del auto y respuesta de la aceleración. Automóviles más pesados presentan una respuesta más tardía y viceversa. (SPSS)

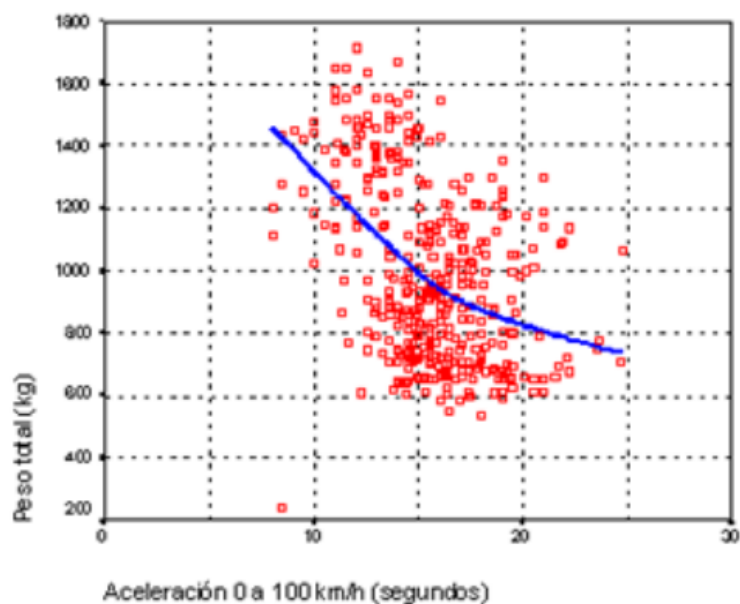


Figura 2. Correlación peso y aceleración.

Fuente: Autor

## APLICACIONES

La correlación brinda diversas e importantes aplicaciones en distintos campos<sup>10</sup>. En concreto, suponiendo que se tienen dos secuencias  $x(n)$  e  $y(n)$  que se desean comparar. En radar y sonar, por ejemplo,  $x(n)$  puede representar muestras de señal que se transmiten e  $y(n)$  muestras de señal que se reciben a la salida del conversor analógico – digital (A / D). Si existe un blanco en el espacio explorado por el radar o sonar la señal recibida

$y(n)$  es una señal retardada de la señal transmitida, reflejada por el blanco y corrompida por el ruido aditivo. Se puede representar la secuencia recibida como

$$y(n) = ax(n - D) + w(n) \quad (25)$$

Donde  $a$  es un factor de atenuación que contiene las pérdidas debidas al trayecto de ida y vuelta recorrido por la señal  $x(n)$ ,  $D$  es el retardo debido al trayecto de ida y vuelta y se supone que es un múltiplo entero del intervalo de muestreo, y  $w(n)$  representa el ruido aditivo captado por la antena y cualquier otra componente de ruido generada por los componentes electrónicos y los amplificadores del receptor. Por otra parte, si no existe ningún blanco en el espacio explorado por el radar o el sonar, la señal recibida constará únicamente de ruido.

Teniendo las dos secuencias,  $x(n)$ , que se denomina señal de referencia o señal transmitida e  $y(n)$ , la señal recibida, el problema radar o sonar consiste en determinar si existe algún blanco comparando  $x(n)$  con  $y(n)$  y si es así determinar el retardo en el tiempo  $D$  y a partir de él la distancia a la que se encuentra el blanco. En la práctica la señal  $x(n - D)$  se encuentra fuertemente corrompida por ruido, de manera que la observación visual de  $y(n)$  no permite determinar la presencia o ausencia de un blanco. La correlación proporciona una forma de extraer esta información de  $y(n)$ .

Otra de las áreas en la que la correlación se usa con frecuencia es la de las comunicaciones digitales. En comunicaciones digitales la información que se va a transmitir de un punto a otro se convierte a forma binaria, es decir se transforma en una secuencia de unos y ceros que es transmitida hacia el receptor. Para transmitir un 0 se puede enviar una secuencia  $x_0(n)$  para  $0 < n < L - 1$  y para transmitir un 1 la secuencia  $x_1(n)$  para  $0 < n < L - 1$ , donde  $L$  es un entero que indica el número de muestras en cada una de las dos secuencias. Muy a menudo, se selecciona  $x_1(n)$  como el valor negativo de  $x_0(n)$ . La señal recibida por el receptor se puede presentar como

$$y(n) = x_i(n) + w(n) \quad i=0,1 \quad 0 < n < L - 1$$

Donde, lo que se debe determinar es si  $x_0(n)$  o  $x_1(n)$  la señal contenida en  $y(n)$ , y  $w(n)$  representa el ruido aditivo y otras interferencias propias de cualquier sistema de comunicación. Otra vez parte del ruido tiene su origen en los distintos componentes del receptor. En cualquier caso, el receptor conoce las dos posibles secuencias transmitidas  $x_0(n)$  y  $x_1(n)$  y su tarea consiste en compararlas con la señal recibida  $y(n)$  para determinar cuál de las dos se parece más a ésta.

## RESULTADOS

Como el objetivo principal del artículo es observar el comportamiento de las señales de una forma cualitativa se emplea un entorno de simulación MATLAB en donde el código consiste en unos pasos en los cuales se preguntaran los datos iniciales en algunos casos y se crean unos archivos con códigos de distintos tipos de variables, que en su defecto tienen unas características estadísticas o matemáticas que el usuario podrá variar como por ejemplo la media, la varianza, los intervalos y el número de datos y luego se hallarán los parámetros para efectuar la correlación y auto correlación mediante distintos algoritmos y por último se llevará esto a un entorno GUI.



Figura 3. Entorno del programa.

Fuente: Autor

### Variables aleatorias

En este submenú se elige el tipo de señal que se desea aplicar la auto correlación estadística o temporal y se determina el número de muestras. Y se puede observar la curva y espectro discreto característico de la señal predeterminada

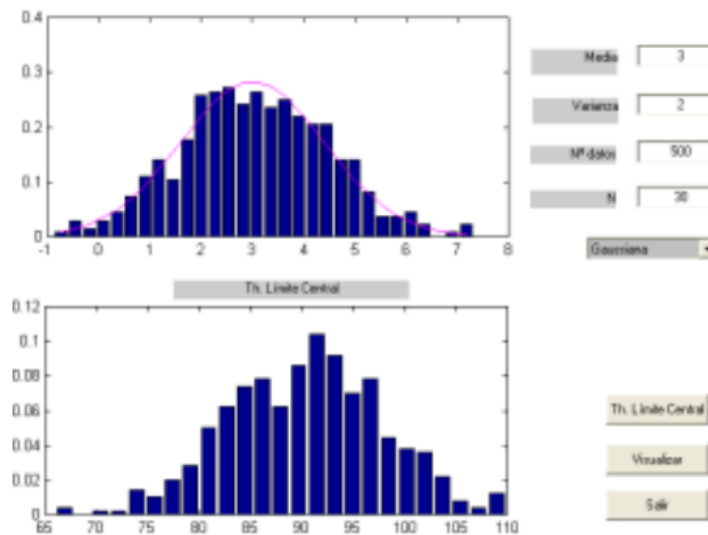


Figura 4. Submenú variable aleatorias.

Fuente: Autor

### Auto correlación

En este submenú se calcula la auto correlación estadística y temporal de la señal predeterminada en el primer submenú de variables aleatorias.

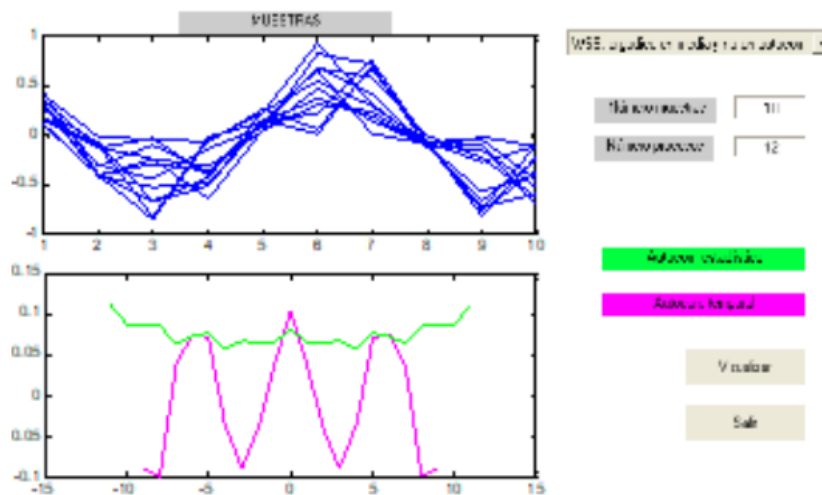


Figura 5. Autocorrelación.

Fuente: Autor

### Correlación

En este submenú se calcula la correlación a partir de matrices o vectores que ingrese el usuario. Pretende además facilitar la relación entre el usuario y Matlab y ayuda a corroborar la fortaleza matemática utilizada, los comandos que se incluyeron son fáciles de manejar.

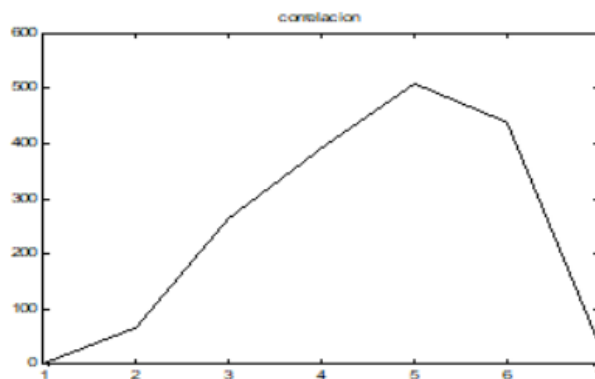


Figura 6. Correlación.

Fuente: Autor

### CONCLUSIONES

En el desarrollo del artículo como del algoritmo, permitió evidenciar que en el ámbito de los sistemas y señales existen diferentes temas importantes a estudiar y a desarrollar como el caso de la correlación y la auto correlación. A partir de muestreos, señales y algoritmos, es posible recuperar y obtener información muy valiosa que permite dar aplicaciones específicas en recuperación de datos estadísticos, matemáticos y médicos.

Un aspecto importante de este artículo ha sido la caracterización de señales y sistemas. La correlación de señales discretas juega un papel muy importante en el procesamiento de señales, especialmente en aplicaciones relacionadas con las comunicaciones digitales. En este artículo se tuvieron en cuenta algunos parámetros estadísticos para el muestreo y obtención de las señales para tener una mejor aproximación a la ideal. Estos parámetros fueron utilizados para evaluar el ruido en las señales y de esta manera observar de una manera exacta el comportamiento de la señal. En el área de la salud, la correlación de señales es importante para corroborar las variables fisiológicas que puedan ser comparables.

### BIODATA

**Andrés HERNANDEZ MARULANDA:** Recibió el título de ingeniero electrónico en 2005 en La Universidad Pontificia Bolivariana y el grado de PhD en 2018 en la misma institución. Profesor de ingeniería en la Universidad San Buenaventura en Medellín y sus temas de interés son procesamiento de señales, modelado y simulación y métodos numéricos.

**Nelson ESCOBAR MORA:** Ingeniero Mecánico y Magister en Ingeniería, docente investigador con más de 15 años de experiencia en temas de Ingeniería Biomédica y en especial de educación ya que en la actualidad me desempeño desde 2009 como Coordinador Académico de la Especialización en Ingeniería Biomédica y de la Ruta de Formación en Bioingeniería de la Maestría en Ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana. Grupo de Investigaciones en Bioingeniería.

**Holderlin ROBLES VEGA:** Ingeniero en Control electrónico e instrumentación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en Bogotá - Colombia, Especialista en Bioingeniería de Universidad Distrital, Magister en Ingeniería Biomédica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Entre Ríos, en Paraná Argentina. Director de Investigaciones de la Universidad del Sinú Elías Bechara Zainum de la ciudad de Montería Córdoba. Mis áreas de interés son: instrumentación electrónica y biomédica, sistemas de control, procesamiento de señales e imágenes biomédicas. Además, diseño digital con microcontroladores y PFGAs. Grupo de Investigación GNOCIX.

## BIBLIOGRAFÍA

- BANFI, F. y FERRINI, G. (2012) Wavelet correlación cruzada y análisis de fase de un voladizo libre sometido a excitación de banda. *Beilstein J. Nanotechnol.* 3, 294–300. doi: 10.3762 / bjnano.3.33
- ELALI, T S. (2004). *Discrete Systems and Digital Signal Processing with Matlab®*. Boca Raton: CRC Press.
- MANOLAKIS D. (2013) "*Applied digital signal processing*", Edit Cambridge University Press
- PODOBNIK B, JIANG Zhi-Qiang, ZHOU Wei-Xing y STANLEY H. E. (2011) Pruebas estadísticas para procesos de correlación cruzada de ley de poder. *Phys. Rev. E* 84 , 066118
- PROAKIS J. (2018) "*Tratamiento digital de señales*", Edit Prentice hall
- PROAKIS J, SALEHI M (2007) *Digital Communications*, Edición: 5, McGraw-Hill Education, ISBN- 10: 0072957166; ISBN-13: 978-0072957167
- PROAKIS, JG and MANOLAKIS, DG (1996). *Digital Signal processing. Principles, Algorithms and Applications*. Third edition. Prentice Hall.
- SMITH S W. (2002). *Procesamiento de señal digital: una guía práctica para ingenieros y científicos* ISBN 0-7506-7444-X Newnes.
- SMITH. S W. (1997). *The Scientist & Engineer's Guide to Digital Signal Processing*, 1st Edition ISBN-13: 978-0966017632; ISBN-10: 0966017633
- STEIN J, (2010) "*Digital signal processing: A computer science Perspective*", Edit Wiley
- STEWART, R.W. and M.W. Hoffman. (1998) *Digital Signal Processing, An "A" to "Z"*, BlueBox Multimedia.
- WEEKS, M. (2007). *Digital Signal Processing Using Matlab® and Wavelets*. Hingham (Boston): InfinityScience Press,
- YUAN N. et al. (2015) "*Detrended Partial-Cross-Correlation Analysis: A New Method for Analyzing Correlations in Complex System*", *Scientific reports*, 1-7

## NOTAS

- 1 Imperial College " Correlation", [online] Available [http://www.ee.ic.ac.uk/hp/staff/dmb/courses/E1Fourier/00800\\_Correlation.pdf](http://www.ee.ic.ac.uk/hp/staff/dmb/courses/E1Fourier/00800_Correlation.pdf) [Consultado en: Agosto 8]
- 2 Mathworks," ayuda de Matlab y Simulink ", [online] Available [www.mathworks.es](http://www.mathworks.es) [Consultado en: Agosto 10]
- 3 Smith, Steven. *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*
- 4 Podobnik, B., et al. *Statistical tests for power-law cross-correlated processes*. *Phys. Rev. E* 84, 066118 (2011).

- 5 Banfi Francesco , " Wavelet cross-correlation and phase analysis of a free cantilever subjected to band excitation", Beilstein J. Nanotechnol, 294-300 (2012).
- 6 Manolakis Dimitis , " Applied digital signal processing", Edit Cambridge University Press [impreso en 2013]
- 7 Proakis Jhon, " Tratamiento digital de señales", Edit Prentice hall [impreso en 2018]
- 8 Stein Jhonatan, "Digital signal processing: A computer science Perspective", Edit Wiley [impreso en 2010]
- 9 Inc.The Math Works. MATLAB User's Guide.The Math Works,inc., 2019
- 10 Yuan Naiming et al. "Detrended Partial-Cross-Correlation Analysis: A New Method for Analyzing Correlations in Complex System", Scientific reports, 1-7 (2015)