



Cuadernos de Economía

ISSN: 0121-4772

ISSN: 2248-4337

Universidad Nacional de Colombia

Stellian, Rémi; Danna-Buitrago, Jenny Paola; Londoño Bedoya, David Andrés  
FRAGILIDAD FINANCIERA EMPRESARIAL Y EXPECTATIVAS  
DE INGRESOS: EVIDENCIAS DE UN MODELO MULTIAGENTES  
Cuadernos de Economía, vol. XXXVII, núm. 73, 2018, pp. 225-254  
Universidad Nacional de Colombia

DOI: <https://doi.org/10.15446/cuad.econ.v37n73.58910>

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=282156628010>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en [redalyc.org](https://www.redalyc.org)

UNAM [redalyc.org](https://www.redalyc.org)

Sistema de Información Científica Redalyc  
Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso  
abierto

# CUADERNOS DE ECONOMÍA

ISSN 0121-4772

# 73

Facultad de Ciencias Económicas  
Escuela de Economía  
Sede Bogotá



UNIVERSIDAD  
**NACIONAL**  
DE COLOMBIA

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Colombia.

**Usted es libre de:**

Compartir - copiar, distribuir, ejecutar y comunicar públicamente la obra

**Bajo las condiciones siguientes:**

- **Atribución** — Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciante. Si utiliza parte o la totalidad de esta investigación tiene que especificar la fuente.
- **No Comercial** — No puede utilizar esta obra para fines comerciales.
- **Sin Obras Derivadas** — No se puede alterar, transformar o generar una obra derivada a partir de esta obra.

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por la ley no se ven afectados por lo anterior.



El contenido de los artículos y reseñas publicadas es responsabilidad de los autores y no refleja el punto de vista u opinión de la Escuela de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas o de la Universidad Nacional de Colombia.

*The content of all published articles and reviews does not reflect the official opinion of the Faculty of Economic Sciences at the School of Economics, or those of the Universidad Nacional de Colombia. Responsibility for the information and views expressed in the articles and reviews lies entirely with the author(s).*

---

# FRAGILIDAD FINANCIERA EMPRESARIAL Y EXPECTATIVAS DE INGRESOS: EVIDENCIAS DE UN MODELO MULTIAGENTES

---

Rémi Stellan  
Jenny Paola Danna-Buitrago  
David Andrés Londoño Bedoya

**Stellan, R., Danna-Buitrago, J. P., & Londoño Bedoya, D. A. (2018). Fragilidad financiera empresarial y expectativas de ingresos: evidencias de un modelo multiagentes. *Cuadernos de Economía*, 37(73), 225-254.**

Este artículo vincula la fragilidad financiera de las empresas no financieras a la forma en que estas estiman los ingresos generados por sus ventas, en el marco de un modelo macroeconómico multiagentes. Siguiendo el enfoque monetario *à la* Schumpeter, el modelo se construye alrededor de la red de pagos y deudas entre

---

R. Stellan  
Pontificia Universidad Javeriana. Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas. Bogotá, Colombia. E-mail: rstellan@javeriana.edu.co

J. P. Danna-Buitrago  
Línea Institucional de Investigación en Globalización y Desarrollo Sostenible. Fundación Universitaria Los Libertadores. Bogotá, Colombia. E-mail: Jenny.danna@libertadores.edu.co.

D. A. Londoño Bedoya  
Pontificia Universidad Javeriana. Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas. Bogotá, Colombia. E-mail: davidlondono@javeriana.edu.co

Sugerencia de citación: Stellan, R., Danna-Buitrago, J. P., & Londoño Bedoya, D. A. (2018). Fragilidad financiera empresarial y expectativas de ingresos: evidencias de un modelo multiagentes. *Cuadernos de Economía*, 37(73), 225-254. doi: <https://doi.org/10.15446/cuad.econ.v37n73.58910>.

**Este artículo fue recibido el 7 de julio de 2016, ajustado el 14 de marzo de 2017, y su publicación aprobada el 17 de abril de 2017.**

agentes, así como de los subsecuentes saldos. En la economía artificial del modelo, las empresas experimentan fragilidad financiera en relación con los créditos otorgados por un banco, y utilizan diversos mecanismos adaptativos de estimación de sus ventas. El modelo es un sistema complejo, y se extraen resultados mediante simulaciones numéricas.

**Palabras clave:** enfoque monetario, expectativas de ingresos, fragilidad financiera, modelización macroeconómica multiagentes, sistemas complejos.

**JEL:** B41, C63, E42, G31.

**Stellian, R., Danna-Buitrago, J. P., & Londoño Bedoya, D. A. (2018). A company's financial fragility and income expectations: evidence from a multi-agent model. *Cuadernos de Economía*, 37(73), 225-254.**

This paper aims to link the financial fragility of non-financial firms to the way they expect proceeds from their sales: this is then represented in an agent-based macroeconomic model. Using Schumpeter's monetary analysis, the model is based upon the payment and debt network between agents as well as the resulting net cash balances. As part of the model's artificial economy, firms suffer financial fragility in relation with the credits granted by a single bank. They then use different adaptive mechanisms from their expected proceeds. The model is a complex system, and we extract results through numerical simulations.

**Keywords:** Agent-based macroeconomic modeling, complex systems, expected proceeds, financial fragility, monetary analysis.

**JEL:** B41, C63, E42, G31.

**Stellian, R., Danna-Buitrago, J. P., & Londoño Bedoya, D. A. (2018). Fragilité financière entrepreneuriale et expectatives de revenus : évidences d'un modèle multiagents. *Cuadernos de Economía*, 37(73), 225-254.**

Cet article lie la fragilité financière des entreprises non financières à la manière dont elles estiment les revenus issus de leurs ventes dans le cadre d'un modèle macroéconomique multiagents. Selon l'approche monétaire à la Schumpeter, le modèle s'articule autour du réseau de paiements et de dettes entre agents, ainsi que des soldes subséquents. Dans l'économie artificielle du modèle, les entreprises sont en situation de fragilité financière en rapport avec les crédits octroyés par une banque et utilisent plusieurs mécanismes adaptatifs d'estimation de leurs ventes. Le modèle est un système complexe dont des résultats sont extraits à partir de simulations numériques.

**Mots-clés :** approche monétaire, expectatives de revenus, fragilité financière, modélisation macroéconomique multiagents, systèmes complexes.

**JEL :** B41, C63, E42, G31.

**Stellan, R., Danna-Buitrago, J. P., & Londoño Bedoya, D. A. (2018). Fragilidade financeira empresarial e expectativas de receitas: evidências de um modelo multi-agentes. *Cuadernos de Economía*, 37(73), 225-254.**

Este artigo vincula a fragilidade financeira das empresas não financeiras à forma em que elas determinam as receitas geradas por suas vendas, no marco de um modelo macroeconômico multi-agentes. Seguindo a abordagem monetária à Schumpeter, o modelo se constrói arredor da rede de pagamentos e dívidas entre agentes, assim como dos decorrentes saldos. Na economia artificial do modelo, as empresas experimentam fragilidade financeira em relação com os créditos outorgados pelo banco, e utilizam diversos mecanismos adaptativos de cálculo de suas vendas. O modelo é um sistema complexo, e são obtidos resultados mediante simulações numéricas.

**Palavras chave:** abordagem monetário, expectativas de receitas, fragilidade financeira, modelização macroeconómica multi-agentes, sistemas complexos.

**JEL:** B41, C63, E42, G31.

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo estudia la *fragilidad financiera* de las empresas no financieras (en adelante “empresas”, pues no se estudia la fragilidad financiera de las empresas financieras). La fragilidad financiera es definida como la situación en que un agente endeudado no tiene la liquidez suficiente para pagar en totalidad y en debido tiempo lo que debe a sus acreedores (principal e intereses de deudas). La idea es vincular la fragilidad financiera de las empresas a su forma de estimar los *ingresos* generados por la venta de su producción (en adelante “ingresos”).

Seguramente, el alcance de la fragilidad financiera empresarial depende de numerosos factores. Este trabajo parte de la hipótesis que la forma antes mencionada hace parte de los factores en cuestión. En efecto, se puede conjeturar que los pagos desde una empresa  $i$  hacia otra empresa  $j \neq i$  serán diferentes según la forma en que  $i$  estima sus ingresos, lo que tendrá consecuencias sobre la liquidez a la disposición de  $j$  y, por tanto, sobre la capacidad de  $j$  para cumplir con sus obligaciones financieras. Asimismo, se puede conjeturar que los recursos financieros necesarios por  $i$  serán diferentes según la forma en que  $i$  estima sus ingresos, lo que tendrá consecuencias sobre el endeudamiento de  $i$  y, por consiguiente, sobre la capacidad de  $i$  para cumplir con sus obligaciones financieras. En la literatura, la hipótesis en cuestión no ha sido investigada aún. La contribución de este trabajo consiste en tratar tres variantes de un mismo mecanismo *adaptativo* de estimación de los ingresos. El término ‘adaptativo’ se entiende de manera estándar: la estimación se basa en lo que ha sucedido en el pasado (Franc, 1997). En futuras investigaciones, será posible estudiar otros mecanismos de estimación de los ingresos. Las variantes son las siguientes:

- 1) “Histéresis” (o “adaptación nula”): una empresa conserva la misma estimación de sus ingresos de un período al otro, sin tener en cuenta la tendencia en los ingresos que registró efectivamente en períodos pasados.
- 2) “Adaptación total”: si una empresa no estimó correctamente sus ingresos de un período, la estimación para el siguiente período corresponde a la tendencia antes mencionada.
- 3) “Adaptación intermedia”: si una empresa no estimó correctamente sus ingresos de un período, la estimación para el siguiente período tiene en cuenta tanto la tendencia en los ingresos que registró efectivamente como su estimación en el período anterior.

Para tal fin, este trabajo construye un *modelo macroeconómico multiagentes* articulado alrededor de la red de pagos y deudas entre agentes, así como de los subsecuentes *salvos*. La segunda sección revisa la literatura sobre la fragilidad financiera empresarial. En la siguiente sección se describe el modelo y la cuarta sección explica cómo utilizarlo para extraer resultados respecto al tema estudiado. La quinta sección presenta los resultados obtenidos. Se evidencian nueve casos

generales de fragilidad financiera, dependiendo de cómo las empresas estiman sus ingresos. La sexta sección resume dichos resultados y ofrece futuras líneas de investigación.

## REVISIÓN DE LA LITERATURA

Existen numerosos trabajos que ya investigan la fragilidad financiera empresarial. Una gran parte se basa en *modelos econométricos*. Usualmente, aplican regresiones del tipo Logit/Probit o del tipo VAR, con el fin de hallar relaciones significativas desde el punto de vista estadístico entre la fragilidad financiera empresarial y dos tipos principales de variables:

- Características *individuales*: principalmente tamaño y edad —véanse los *surveys* en Assadian y Ford (1997), Caves (1998), Siegfried y Evans (1994); y, entre la literatura reciente: Amendola, Restaino y Sensini (2015), Hernández Tinoco y Wilson (2013), Madrid-Guijarro, García-Pérez-de-Lema y Van Auker (2011), Spaliara y Tsoukas (2013)—, pero también aspectos de la dirección tales como su experiencia, su nivel de formación o su propensión a tomar riesgos (Coleman, Cotei y Farhat, 2013; Honjo, 2000; Kallunki y Pyykko, 2013; Madrid-Guijarro *et al.*, 2011; Thornhill y Amit, 2003), así como variables financieras tales como la estructura del capital, la eficiencia o la rentabilidad (Acosta-González y Fernández-Rodríguez, 2014; Åstebro y Winter, 2012; Parnes, 2012; Tykvová y Borell, 2012; entre otros).
- Características del *entorno*: principalmente el PIB, la inflación, la tasa de cambio y las tasas de intervención del Banco Central; pero también otras variables macroeconómicas, como la tasa de desempleo, el endeudamiento total o la masa monetaria, entre otras (Baglioni y Morana, 2014; Bhattacharjee y Han, 2014; Bhattacharjee, Higson, Holly y Kattuman, 2009a,b; Brunneau, De Bandt y El Amri, 2012; Castren, Dees y Zaher, 2010; Hernández Tinoco y Wilson, 2013; Hunter y Isachenkova, 2006; Koopman, Kräussl, Lucas y Monteiro, 2009; Liu, 2009; Salman, Von Friedrichs y Shukur, 2011; Santoro y Gaffeo, 2009; Zhang, Bessler y Leatham, 2013). Frecuentemente, un modelo combina estas características del entorno con las individuales de una empresa.

Igualmente, modelos de *equilibrio general* (Bisin, Gottardi y Ruta, 2011, 2016; Carvalho, Divino y Orrillo, 2013; De Walque, Pierrard y Rouabah, 2010) estudian la fragilidad financiera empresarial. La idea es mostrar que un equilibrio general con mercados *incompletos*, es decir, mercados que no permiten a cualquier agente llevar a cabo transacciones con cualquier otro agente (mercados sin la capacidad de tener en cuenta todas las contingencias futuras), puede implicar la fragilidad financiera empresarial. No obstante, estos modelos no explicitan cómo los agentes interactúan basándose en sus ofertas y demandas formuladas en los mercados, ni cómo estas interacciones llevan a los agentes a revisar sus ofertas y demandas,



ni cómo estas revisiones resultan en la igualdad entre la oferta total y la demanda total en cualquier mercado, o sea un equilibrio general. Se halla un vínculo entre mercados incompletos, equilibrio general y fragilidad financiera, pero no se halla un vínculo entre mercados incompletos, equilibrio general *estable* y fragilidad financiera.

Sin embargo, desde hace poco se trabajan modelos *macroeconómicos multiagentes* (en adelante “modelos MMA”). Estos modelos son sistemas complejos que hacen interactuar los diferentes agentes de una economía artificial (LeBaron y Tesfatsion, 2008), dependiendo de 1) los *roles* respectivos de los agentes, 2) los *contextos* en donde los roles se ejecutan y 3) los *mensajes* que se comunican los agentes. Por ejemplo:

- 1) Una empresa desempeña el rol de *vendedor* en el contexto de los *mercados de bienes y servicios*, y envía mensajes respecto a las cantidades que vende, así como a los precios de dichas cantidades.
- 2) Un hogar desempeña el rol de *comprador* en el mismo contexto y envía mensajes respecto a las cantidades que desea comprar.
- 3) Con base en estos mensajes, los agentes intercambian mercancías y se pagan entre sí. Al final, estos intercambios y pagos dan cuenta de interacciones.

Otro ejemplo:

- 1) Una empresa desempeña el rol de *empleador* en el contexto del *mercado laboral*, y envía mensajes respecto a los puestos vacantes.
- 2) Un hogar desempeña el rol de *trabajador* en el mismo contexto y envía mensajes en la forma de candidaturas a los puestos vacantes.
- 3) Con base en estas candidaturas, la empresa envía otros mensajes, en la forma de ofertas de empleo.
- 4) Si un hogar acepta una oferta, trabajará para la empresa y recibirá pagos (salarios) como contrapartida. Al final, el trabajo realizado y los salarios pagados dan cuenta de interacciones.

Las hipótesis, definiciones y fórmulas de un modelo MMA apuntan a traducir en un lenguaje lógico-matemático esta arquitectura en términos de roles-contextos-mensajes y las subsecuentes interacciones (Deissenberg, Van Der Hoog y Dawid, 2008; Gaffeo, Delli Gatti, Desiderio y Gallegati, 2008). En efecto, una crítica contra los modelos usuales de equilibrio general (más allá de los que estudian la fragilidad financiera), incluso los más recientes *dinámicos y estocásticos* (Slanicay, 2014), es que paradójicamente no se sabe mucho sobre las interacciones entre los agentes en dichos modelos. En la mayoría de los casos, lo único que estos modelos pueden decir es que existe un equilibrio general (Axtell, 2007). Por tanto, pueden servir únicamente por su capacidad para hacer predicciones (Colander, Howitt, Kirman, Leijonhufvud y Mehrling, 2008). Son pocos los trabajos que proponen soluciones a esta debilidad (Gintis, 2007; Mandel, 2012; Mandel, Landini, Galle-

gati y Gintis, 2015). Recíprocamente, las interacciones en un modelo MMA no tienen que resultar de manera obligatoria en un equilibrio general, para así evitar el problema de su estabilidad.

El principal aporte de los modelos MMA al análisis de la fragilidad financiera empresarial consiste en poner en evidencia la existencia de *reacciones en cadena*, según las cuales la fragilidad financiera de una empresa involucra la fragilidad financiera de otra(s) empresa(s) (Battiston, Delli Gatti, Gallegati, Greenwald y Stiglitz, 2007, 2012; Delli Gatti, Gallegati, Greenwald, Russo y Stiglitz, 2010; Erlingsson et al., 2014; Raberto, Tegli y Cincotti, 2012; Riccetti, Russo y Gallegati, 2013, 2016; Tegli, Raberto y Cincotti, 2012). Estas reacciones se generan, primero, a través de relaciones de créditos banco-empresa. En este sentido, los modelos MMA se vinculan a la literatura sobre los determinantes financieros de las fluctuaciones macroeconómicas, en relación con el concepto de *financial accelerator* (Bernanke, Gertler y S., G., 1999), así como la “Financial Instability Hypothesis” à la Minsky (1992). Igualmente, se generan a través de relaciones de créditos empresa-empresa, y de relaciones del tipo cliente-proveedor. Así, los modelos MMA hallan secuencias de eventos que conducen a dichas reacciones. Por ejemplo:

- 1) Los bancos, en general, disminuyen las restricciones cuantitativas sobre los créditos que otorgan;
- 2) Las empresas planean más producción y, por tanto, necesitan más mano de obra;
- 3) Si las empresas no encuentran la mano de obra requerida, aumentan los salarios para incitar a los trabajadores a aceptar ofertas de empleo;
- 4) Las empresas aumentan sus precios debido al aumento en los costos generados por la mano de obra;
- 5) La inflación subsecuente incita al Banco Central a aumentar sus tasas de intervención;
- 6) Los bancos aumentan sus propias tasas; por tanto, es más difícil para las empresas cumplir con sus obligaciones financieras (mayores intereses).

El valor agregado del presente trabajo radica en seguir estudiando la fragilidad financiera empresarial en modelos MMA, haciendo énfasis en el mecanismo adaptativo de estimación de los ingresos, partiendo de la hipótesis planteada en la introducción y teniendo en cuenta que vincular dicho mecanismo a la fragilidad financiera empresarial no ha sido realizado hasta ahora.

## EL MODELO

Después de especificar la base teórica del modelo (véase apartado: base teórica) y sus hipótesis preliminares (véase apartado: hipótesis preliminares), su descripción se hace para el período inicial  $t = 0$  (véase apartado: el inicio de las interacciones)

y luego para los siguientes períodos<sup>1</sup> (véase apartado: la dinámica de las interacciones). La sección se termina con comentarios finales (véase apartado: comentarios finales sobre el modelo).

## Base teórica

El modelo se construye partiendo de los siguientes principios (Benetti y Cartelier, 1980):

- 1) Las interacciones entre dos agentes *A* y *B* son capturadas por el hecho de que *A* paga *B* (o viceversa).
- 2) Igualmente, las interacciones son capturadas por el hecho de que *C* presta medios de pago a *A* con el fin de que *A* pague *B*, y que *A* también debe pagar *C* para devolver dichos medios; o *A* paga *B* para cumplir con obligaciones financieras frente a *B*.
- 3) Entre las diferentes formas de endeudamiento, el *crédito bancario* tiene un papel específico. Seguramente, los agentes deben tener a su disposición medios de pago (o “liquidez”) para realizar pagos. Precisamente, el principal proceso de creación de estos instrumentos es el crédito bancario. Según las teorías de la *moneda endógena*, la mayor parte de los medios de pago son los depósitos bancarios (proporcionalmente a las monedas y billetes); un pago se realiza a través del débito de la cuenta bancaria del agente pagador y del crédito de la del agente pagado. Ahora bien, un banco no necesita coleccionar ahorros de manera previa para conformar un depósito. Lo puede crear, solo por inscribirlo en la cuenta de un cliente, quien, en este caso, deberá luego devolverlo (Rossi, 2007).
- 4) Periódicamente, cada agente registra un saldo (o “flujo neto de caja”), el cual corresponde a la diferencia entre i) todas las entradas de liquidez en relación con sus pagos y deudas y ii) todas las salidas. Un saldo deficitario significa que el agente que lo registra debe cubrir las salidas que excedan las entradas: por ejemplo, una nueva deuda o la venta de unos activos. Si el saldo es excedentario, el agente dispone de una “reserva” de medios de pagos, la cual no lo obliga a endeudarse más (o a tomar una decisión análoga con el fin de cubrir un exceso de salidas respecto a las entradas).

## Hipótesis preliminares

El modelo describe una economía artificial inicialmente compuesta por  $J \in \mathbb{N} \setminus \{0;1\}$  empresas y un banco. Estos agentes interactúan a lo largo de períodos

---

<sup>1</sup> En Stellian y Danna-Buitrago (2016) es posible consultar una presentación del modelo adaptada al lenguaje de programación de Maple, con el fin de correr el modelo y extraer resultados a partir de este software. Se puede solicitar al primer autor de este artículo un archivo de texto (.mpl).

discretos ( $t = 0, 1, 2, \dots$ ). Sus pagos y deudas se expresan en una sola unidad monetaria (e.g., \$). Los medios de pago toman únicamente la forma de depósitos registrados ante el banco (no hay monedas o billetes), quien entonces ejecuta los pagos en nombre de las empresas mediante escrituras contables en términos de débitos y créditos en las cuentas. Los depósitos son creados mediante los créditos otorgados por el banco a las empresas, mientras que estos créditos constituyen la única forma que las empresas tienen para endeudarse (las empresas no emiten bonos y tampoco se prestan entre sí). Siempre las empresas pagan sus cuotas si tienen la liquidez suficiente. Finalmente, el banco no aplica restricciones cuantitativas sobre los créditos solicitados y sus operaciones se hacen sin costo.

Se definen dos grados de fragilidad financiera:

- 1) Una empresa está en fragilidad financiera de *primer grado* en  $t$  si no tiene la liquidez suficiente para pagar enteramente lo que debe al banco en  $t$ . Para que la empresa cumpla con sus obligaciones financieras, la solución implementada es dar más plazo para que se haga el pago en cuestión (lo que genera intereses adicionales).
- 2) Una empresa está en fragilidad financiera de *segundo grado* en  $t$  si ha experimentado la fragilidad financiera de primer grado en  $t$  y en varios períodos antes de  $t$ , de tal manera que ha pagado en debido tiempo solo una cierta parte de lo que debía al banco. Para que la empresa cumpla con sus obligaciones financieras, la solución implementada es su liquidación. Se asume que la empresa liquidada no puede operar más.

**Observación 1.** En relación con la terminología de Minsky (1992), la fragilidad financiera de primer grado se identifica a las situaciones “speculative” (la empresa no tiene la liquidez suficiente para pagar el principal dentro del servicio de la deuda) y “ponzi” (la empresa ni siquiera tiene la liquidez suficiente para pagar los intereses dentro del servicio de la deuda) mientras que la situación “hedge” corresponde a la ausencia de fragilidad financiera de primer grado. Asimismo, la fragilidad financiera de segundo grado consiste, entonces, en la repetición de unas situaciones “speculative” o “ponzi”, de tal manera que el banco tome la decisión de interrumpir sus interacciones con la empresa, y así obligarla a la liquidación, tal como lo plantean las hipótesis preliminares.

## El inicio de las interacciones

Cualquier empresa  $i \in \{1, 2, \dots, J\}$  entra en interacciones realizando pagos y endeudándose según tres etapas. Primera,  $i$  estima sus ingresos en el período inicial  $t = 0$ . Esta estimación, designada por  $R_i^{(0)} \in \mathbb{R}_{+*}$ , es exógena al modelo, como si fuera regida por los “espíritus animales” à la Keynes. Asimismo,  $i$  debe realizar pagos, con el fin de producir mercancías y luego venderlas, y así registrar  $R_i^{(0)}$ . Por tanto,  $i$  calcula el total de los pagos que estaría dispuesta a realizar hacia las otras empresas en  $t = 0$ , con el fin de recibir  $R_i^{(0)}$ . Este total, identificado por  $Y_i^{(0)} \in \mathbb{R}_{+*}$ ,

es diseñado como una proporción  $\beta_i \in \mathbb{R}_{+*}$  de  $R_i^{(0)}$ . De esta manera,  $i$  puede calcular su *flujo de caja libre estimado* en  $t = 0$ , a saber  $R_i^{(0)} - Y_i^{(0)}$ . Registrar este flujo o más es el objetivo de  $i$  en  $t = 0$ .

Como segunda etapa, el banco otorga a  $i$  un crédito para financiar  $Y_i^{(0)}$  enteramente; se asume que  $i$  no dispone de recursos financieros de manera previa. Escribiendo  $L_i^{(0)} \in \mathbb{R}_{+*}$  el crédito otorgado a  $i$  en  $t = 0$ , entonces  $L_i^{(0)} := Y_i^{(0)}$ . El banco notifica  $M_i^{(0)} \in \mathbb{R}_{+*}$  a  $i$ , es decir, el interés total correspondiente a  $L_i^{(0)}$ . Este interés es proporcional a  $L_i^{(0)}$  según el coeficiente  $\tau_{i0} \in \mathbb{R}_{+*}$ .  $i$  deberá devolver al banco  $L_i^{(0)} + M_i^{(0)}$  en  $p_i \in \mathbb{N}_*$  partes iguales, cada parte pagándose en un período, empezando desde el período inicial hasta  $p_i - 1$ . Recuperar  $L_i^{(0)}$  y los intereses correspondientes  $M_i^{(0)}$  es el objetivo del banco.

Como tercera etapa,  $i$  debe pagar a las otras empresas, de tal manera que el total de estos pagos sea igual a  $Y_i^{(0)}$ , con el fin de que  $i$  pueda recibir  $R_i^{(0)}$ . Se parte del principio que un conjunto de coeficientes  $\{\alpha_{ij} : j \in J_{-i} := \{1; 2; \dots; J\} \setminus \{i\}\}$ , con  $\alpha_{ij} \in [0; 1]$  y  $\sum_{j \in J_{-i}} \alpha_{ij} = 1$ , da cuenta de la distribución de  $Y_i^{(0)}$  hacia las empresas diferentes de  $i$ . El par de coeficientes  $(\alpha_{ij}; \alpha_{ji})$  captura la coordinación local entre  $i$  y  $j \neq i$ . Escribiendo  $d_{ij}^{(0)} \in \mathbb{R}_{+*}$  el monto pagado por  $i$  a  $j \neq i$  en  $t = 0$ , entonces  $d_{ij}^{(0)} := \alpha_{ij} Y_i^{(0)} \forall j \neq i$ .

Teniendo en cuenta lo anterior, es posible evaluar la fragilidad financiera de primer grado de  $i$  en  $t = 0$ ; todavía  $i$  no puede estar en fragilidad financiera de segundo grado, pues por definición esta situación puede suceder una vez pasados *varios* períodos. Se evidencia el saldo de  $i$  en el período inicial:

- Por una parte,  $i$  registra como entradas de liquidez  $L_i^{(0)}$  así como todos los pagos de las otras empresas, a saber sus ingresos  $Q_i^{(0)} := \sum_{j \in J_{-i}} d_{ji}^{(0)}$  (se asume que el banco no paga a  $i$  y que, por tanto, no contribuye a  $Q_i^{(0)}$ ).
- Por otra parte,  $i$  registra como salidas lo que paga al banco, a saber  $l_i^{(0)} + m_i^{(0)} := (L_i^{(0)} + M_i^{(0)}) / p_i$  así como todos los pagos hacia las otras empresas, a saber  $Y_i^{(0)}$ .
- Por tanto, el saldo de  $i$  en  $t = 0$  se escribe  $\Pi_i^{(0)} := L_i^{(0)} + Q_i^{(0)} - (l_i^{(0)} + m_i^{(0)} + Y_i^{(0)}) \in \mathbb{R}$ . Ahora, como  $L_i^{(0)} := Y_i^{(0)}$ , entonces  $\Pi_i^{(0)} = Q_i^{(0)} - (l_i^{(0)} + m_i^{(0)})$ .

Según esta formulación,  $\Pi_i^{(0)} < 0$  implica que  $i$  no recibió suficientes ingresos para pagar lo que debe al banco en  $t = 0$ , y que, por tanto, experimenta la fragilidad financiera de primer grado en este período (y también que posponer a más tarde lo que no se pudo pagar en  $t = 0$  es la manera de tratar el saldo deficitario correspondiente).

**Observación 2.** El saldo del banco en  $t = 0$  corresponde a la diferencia entre  $\sum_{i=1}^J M_i^{(0)} / p_i$  y las posibles sumas que el banco no recupera dentro de

$\sum_{i=1}^J (L_i^{(0)} + M_i^{(0)}) / p_i$ . Si el saldo es deficitario, las empresas pueden tener dudas sobre la solvencia del banco, lo que podría afectar las interacciones mismas. Lo anterior constituye una posible extensión del modelo.

Igualmente, es posible escribir  $Q_i^{(0)} = \sum_{j \in J_{-i}} \alpha_{ji} \beta_j R_j^{(0)}$ . Así, los ingresos de  $i$  en  $t = 0$  dependen de  $\{(\beta_j; R_j^{(0)}); j \in J_{-i}\}$ , pero el modelo no incorpora un mecanismo de coordinación según el cual cada  $j \neq i$  determina  $(\beta_j; R_j^{(0)})$ , de tal manera que cada  $i$  registre  $Q_i^{(0)}$  compatible con  $\Pi_i^{(0)} \geq 0$  y así evite la fragilidad financiera de primer grado en el período inicial. Por tanto, cada  $(\beta_j; R_j^{(0)})$  determinado a nivel individual tiene consecuencias a nivel sistémico sobre el número total de empresas que muestran  $\Pi_i^{(0)} < 0$  sin que un acuerdo entre agentes permita reducir dicho número a cero. En este sentido, las interacciones pueden generar un estado macroeconómico subóptimo (más inestabilidad de origen financiero), ya que quedan descentralizadas (Epstein, 1999; Gaffeo et al., 2008).

**Observación 3.** Según la misma lógica, ningún mecanismo de coordinación permite que cada  $i$  registre  $Q_i^{(0)} \geq R_i^{(0)}$  y así alcance su objetivo en términos de flujo de caja libre. Tampoco ningún mecanismo de coordinación garantiza el pago de  $L_i^{(0)} + M_i^{(0)}$  y así permite que el banco alcance su objetivo respecto a  $i$ .

## La dinámica de las interacciones

Lo que sigue se aplica a cualquier  $t \geq 1$ . Cualquier  $i$  realiza pagos y se endeuda según cinco etapas. Primera, quizá  $i$  experimentó la fragilidad financiera de segundo grado en un período anterior a  $t$ . En esto caso, según las hipótesis preliminares,  $i$  ha sido liquidada y no existe más económicamente. Por tanto,  $i$  no puede realizar pagos ni endeudarse en  $t$ . Escribiendo:

- $d_{ij}^{(t)} \in \mathbb{R}_+$  el pago desde  $i$  hacia  $j \neq i$  en  $t$ ;
- $L_i^{(t)} \in \mathbb{R}_+$  el crédito bancario otorgado a  $i$  en  $t$ , y  $M_i^{(t)} \in \mathbb{R}_+$  los intereses totales aplicados a  $L_i^{(t)}$ ;
- $l_i^{(t)} + m_i^{(t)} \in \mathbb{R}_+$  la cuota que  $i$  debe pagar al banco en  $t$  (en relación con  $L_i^{(u)} + M_i^{(u)} \exists u \leq t$ );

Así, la fragilidad financiera de segundo grado experimentado por  $i$  antes de  $t$  resulta en  $L_i^{(t)} = M_i^{(t)} = l_i^{(t)} + m_i^{(t)} = d_{ij}^{(t)} = 0 \quad \forall j \neq i$ . De lo contrario, el proceso sigue con la segunda etapa, según la cual  $i$  estima sus ingresos en  $t$ , a saber  $R_i^{(t)} \in \mathbb{R}_+$ :

- Si  $i$  estimó correctamente sus ingresos en  $t-1$ , es decir,  $R_i^{(t-1)} = Q_i^{(t-1)}$  con  $Q_i^{(t)} := \sum_{j \in J_{-i}} d_{ji}^{(t)}$ , entonces  $i$  conserva la misma estimación en  $t$ , es decir,  $R_i^{(t)} := R_i^{(t-1)}$ .
- Si  $R_i^{(t-1)} \neq Q_i^{(t-1)}$ ,  $i$  tiene que tomar una decisión respecto al ajuste de  $R_i^{(t-1)}$  para que en  $t$  la nueva estimación de sus ingresos,  $R_i^{(t)}$ , sea igual o la más cer-

cana posible a los ingresos que se registrarían en el mismo período,  $Q_i^{(t)}$ . Aquí interviene el mecanismo adaptativo que se vinculará más adelante en el artículo a la fragilidad financiera empresarial:  $R_i^{(t)} := \delta_i \bar{Q}_i^{(t-1)} + (1 - \delta_i) R_i^{(t-1)}$  con  $\delta_i \in [0;1]$ ,  $\bar{Q}_i^{(t-1)} \in \mathbb{R}_+$  el promedio de  $Q_i^{(t-1)}, Q_i^{(t-2)}, \dots, Q_i^{(t-h)}$ ,  $h := \min\{t_i; t\}$  y  $t_i \in \mathbb{N}_+$ ; este promedio es calculado según una tasa constante de actualización  $\eta_i \in [0;1]$ . De esta manera:

- $\delta_i = 0$  implica  $R_i^{(t)} = R_i^{(t-1)} = \dots = R_i^{(0)}$ , a saber la variante “histéresis” del mecanismo.  $i$  conserva  $R_i^{(t-1)}$  en  $t$  a pesar de constatar  $R_i^{(t-1)} \neq Q_i^{(t-1)}$ , como si  $i$  mantuviera confianza en su estimación.
- $\delta_i = 1$  implica  $R_i^{(t)} = \bar{Q}_i^{(t-1)}$ , a saber la variante “adaptación total”.  $i$  ajusta enteramente  $R_i^{(t)}$  a la tendencia pasada en los ingresos registrados,  $\bar{Q}_i^{(t-1)}$  dando cuenta de dicha tendencia.  $i$  no mantiene confianza en  $R_i^{(t-1)}$  para determinar  $R_i^{(t)}$ .
- $\delta_i \in ]0;1[$  implica  $\min\{\bar{Q}_i^{(t-1)}, R_i^{(t-1)}\} < R_i^{(t)} < \max\{\bar{Q}_i^{(t-1)}, R_i^{(t-1)}\}$ , a saber la variante “adaptación intermedia”.  $i$  ajusta parcialmente  $R_i^{(t)}$  a  $\bar{Q}_i^{(t-1)}$  y mantiene confianza en  $R_i^{(t-1)}$  en la medida dada por  $\delta_i$ .

La tercera etapa consiste en que  $i$  calcula el total que estaría dispuesta a pagar en  $t$ , a saber  $Y_i^{(t)} \in \mathbb{R}_+$ , con el fin de recibir  $R_i^{(t)}$ . Ahora, se asume que  $Y_i^{(t)}$  no depende únicamente de  $R_i^{(t)}$ , sino también de  $\bar{\Pi}_i^{(t-1)} \in \mathbb{R}$ , es decir, el promedio actualizado de  $\Pi_i^{(t-1)}, \Pi_i^{(t-2)}, \dots, \Pi_i^{(t-h)}$ .  $\bar{\Pi}_i^{(t-1)} > 0$  significa que  $i$  tuvo la tendencia a registrar un saldo excedentario en el pasado. En el modelo,  $i$  planea pagos en relación con  $\bar{\Pi}_i^{(t-1)} > 0$  con el fin de mantener dicha tendencia, según una lógica de acumulación (Tricou, 2013). Al final,  $Y_i^{(t)} := \beta_i R_i^{(t)} + \gamma_i \max\{\bar{\Pi}_i^{(t-1)}; 0\}$  con  $\gamma_i \in \mathbb{R}_{++}$ ;  $i$  ajusta  $Y_i^{(t)}$  respecto a  $Y_i^{(t-1)}$  reaccionando a 1)  $R_i^{(t-1)} \neq Q_i^{(t-1)}$  ya que esta diferencia impulsa un ajuste previo en  $R_i^{(t)}$  respecto a  $R_i^{(t-1)}$ ; o 2)  $\bar{\Pi}_i^{(t-1)} > 0$ .

Como cuarta etapa,  $i$  calcula el total que realmente podrá pagar en  $t$  y determina la distribución de dicho total entre las otras empresas. En efecto, quizá otras empresas han sido liquidadas antes de  $t$ . Por tanto,  $i$  no podrá atribuir una parte de  $Y_i^{(t)}$  a dichas empresas, de modo que  $d_{ij}^{(t)} := (\prod_{k=1}^j \theta_k^{(t)}) \theta_{ji}^{(t)} \alpha_{ij} Y_i^{(t)} \forall j \neq i$ . Según esta formulación, la distribución de  $Y_i^{(t)}$  según los coeficientes del tipo  $\alpha$  es ajustada por coeficientes del tipo  $\theta$ :

- $\theta_{ji}^{(t)} := 0$  si  $j$  ha sido liquidada antes de  $t$ , 1 si no. Así, dicha liquidación resulta en  $d_{ij}^{(t)} = 0$  mientras que sin liquidación previa de  $j$  el producto de  $\alpha_{ij} Y_i^{(t)}$  por  $\theta_{ji}^{(t)}$  deja  $\alpha_{ij} Y_i^{(t)}$  sin cambio.
- No obstante, quizá una tercera empresa  $k$  diferente tanto de  $i$  como de  $j$  ha sido liquidada y, al mismo tiempo, afecta  $d_{ij}^{(t)}$ . Por esta razón,  $\theta_k^{(t)} := \theta_k \in [0;1]$  en caso de liquidación previa de  $k$ , 1 si no. De esta manera, a pesar de que  $\theta_{ji}^{(t)} \alpha_{ij} Y_i^{(t)} = \alpha_{ij} Y_i^{(t)}$  si  $j$  queda en actividad,  $d_{ij}^{(t)} \leq \alpha_{ij} Y_i^{(t)}$  debido a la liquidación previa de cualquier  $k$  con  $\theta_k \in [0;1]$ .

- Independientemente de los coeficientes del tipo  $\theta$ , el ajuste de  $Y_i^{(t)}$  respecto a  $Y_i^{(t-1)}$  mediante la reacción de  $i$  a  $R_i^{(t-1)} \neq Q_i^{(t-1)}$  o a  $\bar{\Pi}_i^{(t-1)} > 0$  lleva al ajuste de  $d_{ij}^{(t)}$  respecto a  $d_{ij}^{(t-1)} \forall j \in J_{-i}$ .

Al final, el total de pagos realizados por  $i$  en  $t$ ,  $Z_i^{(t)} := \sum_{j \in J_{-i}} d_{ij}^{(t)}$  es igual a  $Y_i^{(t)}$  si todas las empresas quedan en actividad, e inferior si no.  $i$  puede calcular su *flujo de caja libre estimado* en  $t$ , a saber  $R_i^{(t)} - Z_i^{(t)}$ , el cual será entonces el resultado del ajuste del flujo de caja libre estimado en  $t-1$  mediante  $R_i^{(t-1)} \neq Q_i^{(t-1)}$  o  $\bar{\Pi}_i^{(t-1)} > 0$  o las liquidaciones pasadas. Registrar este flujo o más<sup>2</sup>, y registrar  $\bar{\Pi}_i^{(t)} > 0$ , constituyen los objetivos de  $i$  en  $t$ .

La quinta etapa es el plan de financiación de  $Z_i^{(t)}$ . Ahora, este plan no consiste siempre o exclusivamente en un crédito bancario:

- Si  $i$  registró un saldo excedentario en  $t-1$ , dispone de medios de pago que pueden reemplazar los que derivan de una deuda; y quizá este saldo puede financiar  $Z_i^{(t)}$  en su totalidad. Así,  $\Pi_i^{(t-1)} > Z_i^{(t)} \Rightarrow L_i^{(t)} := 0$  (el saldo previo es suficiente para financiar la totalidad de  $Z_i^{(t)}$ ) y  $0 \leq \Pi_i^{(t-1)} \leq Z_i^{(t)} \Rightarrow L_i^{(t)} := Z_i^{(t)} - \Pi_i^{(t-1)}$  ( $L_i^{(t)}$  financia lo que  $\Pi_i^{(t-1)}$  no puede financiar dentro de  $Z_i^{(t)}$ ). Así,  $i$  reacciona a  $\Pi_i^{(t-1)} > 0$  utilizando los medios de pago correspondientes para limitar su endeudamiento y, por tanto, su exposición a la fragilidad financiera.
- Si  $i$  registró un saldo deficitario en  $t-1$ , este no sirve para el plan y además  $i$  debe encontrar una manera de cubrirlo. Como en  $t=0$ , el saldo en  $t \geq 1$  corresponde a lo que  $i$  no puede pagar dentro de  $L_i^{(t)} + m_i^{(t)}$  (como se explicará más adelante), de tal manera que  $\Pi_i^{(t-1)} < 0$  constituye una deuda pendiente y que su aplazamiento permite tratar el saldo deficitario en cuestión. En este orden de ideas,  $\Pi_i^{(t-1)} < 0 \Rightarrow L_i^{(t)} := Z_i^{(t)} + |\Pi_i^{(t-1)}|$ .

El interés total aplicado a  $L_i^{(t)}$ , a saber  $M_i^{(t)}$ , es proporcional a  $L_i^{(t)}$  según el coeficiente  $\tau_{i0}$  (como en el período inicial). Igualmente:

- Intereses adicionales se aplican en proporción  $\tau_{i1} \in \mathbb{R}_+$  de  $\bar{\Pi}_i^{(t-1)} < 0$ : si  $i$  tuvo la tendencia a registrar un saldo deficitario y, por tanto, a no pagar sus cuotas enteras en debido tiempo, el banco reacciona aplicando más intereses frente a un cliente más riesgoso.
- Los intereses decrecen en proporción  $\tau_{i2} \in \mathbb{R}_+$  de  $\bar{\Pi}_i^{(t-1)} > 0$ : si  $i$  tuvo la tendencia a registrar un saldo excedentario y, por tanto, a pagar sus cuotas enteras en debido tiempo, el banco reacciona aplicando menos intereses (cliente menos riesgoso), sin que estos sean menores que una proporción  $\tau_{i3} \in \mathbb{R}_+$  de  $L_i^{(t)}$ .

<sup>2</sup> Recíprocamente, se admite que pagar  $Z_i^{(t)}$  en lugar de  $Y_i^{(t)}$  no conduce a  $i$  a revisar  $R_i^{(t)}$ .



$i$  deberá devolver  $L_i^{(t)}$  y  $M_i^{(t)}$  en  $p_i$  partes iguales, cada parte pagándose en un período, empezando en  $t$  y terminando en  $t + p_i - 1$ . Con las deudas ya acumuladas en el pasado, según el mismo principio, se puede calcular  $l_i^{(t)} + m_i^{(t)}$ .

Teniendo en cuenta las cinco etapas anteriores, las observaciones 2 y 3 hechas en la subsección anterior para  $t = 0$  son válidas para  $t \geq 1$ . Aún más importante, es posible evaluar la fragilidad financiera de  $i$  en  $t \geq 1$  (si todavía  $i$  queda en actividad). Respecto a la fragilidad financiera de primer grado, se evidencia de nuevo el saldo registrado por  $i$  en  $t$ . Tres casos son posibles, cada uno correspondiendo a un plan de financiación de  $Z_i^{(t)}$ . Según la misma lógica que en el período inicial, se calcula la diferencia entre todas las entradas de liquidez y todas las salidas:

- $\Pi_i^{(t-1)} > Z_i^{(t)} \Rightarrow \Pi_i^{(t)} := Q_i^{(t)} + \Pi_i^{(t-1)} - (Z_i^{(t)} + l_i^{(t)} + m_i^{(t)})$ . Escribiendo  $\Phi_i^{(t)} = \Pi_i^{(t-1)} - Z_i^{(t)}$  la parte de  $\Pi_i^{(t-1)}$  que no sirvió para financiar  $Z_i^{(t)}$ , entonces  $\Pi_i^{(t)} = Q_i^{(t)} + \Phi_i^{(t)} - (l_i^{(t)} + m_i^{(t)})$ .
- $0 \leq \Pi_i^{(t-1)} \leq Z_i^{(t)} \Rightarrow \Pi_i^{(t)} := Q_i^{(t)} + l_i^{(t)} + \Pi_i^{(t-1)} - (Z_i^{(t)} + l_i^{(t)} + m_i^{(t)})$ . En este caso,  $L_i^{(t)} = Z_i^{(t)} - \Pi_i^{(t-1)}$  y  $\Phi_i^{(t)} := 0$ . Por tanto, es posible escribir  $\Pi_i^{(t)} = Q_i^{(t)} + \Phi_i^{(t)} - (l_i^{(t)} + m_i^{(t)})$ .
- $\Pi_i^{(t-1)} < 0 \Rightarrow \Pi_i^{(t)} := Q_i^{(t)} + l_i^{(t)} - (|\Pi_i^{(t-1)}| + Z_i^{(t)} + l_i^{(t)} + m_i^{(t)})$ . En este caso,  $L_i^{(t)} = Z_i^{(t)} + |\Pi_i^{(t-1)}|$  y  $\Phi_i^{(t)} := 0$ . Por tanto, es posible escribir  $\Pi_i^{(t)} = Q_i^{(t)} + \Phi_i^{(t)} - (l_i^{(t)} + m_i^{(t)})$ .

En los tres casos, el saldo de  $i$  en  $t \geq 1$  corresponde a la diferencia entre 1) los ingresos registrados por  $i$  en  $t$ , y la posible parte de  $\Pi_i^{(t-1)}$  que quedó sin utilización; y 2) lo que  $i$  debe pagar al banco en  $t$ . Por tanto, el signo del saldo en  $t \geq 1$  da cuenta de la fragilidad financiera de primer grado en este período, como en  $t = 0$ .

Para saber si la fragilidad financiera de primer grado experimentado por  $i$  resulta en la de segundo grado:

- El banco calcula una variable derivada de  $\Pi_i^{(t)}$  a saber  $\tilde{\Pi}_i^{(t)} := Q_i^{(t)} + \Phi_i^{(t)} - \rho_i(l_i^{(t)} + m_i^{(t)})$  con  $\rho_i \in [0;1]$ . Por ejemplo, si  $\rho_i := 0,75$ ,  $\tilde{\Pi}_i^{(t)} < 0$  significa que  $i$  no puede pagar el 75% de  $l_i^{(t)} + m_i^{(t)}$ .
- A partir del período  $t \geq t_i$ , el banco puede calcular el promedio actualizado de  $\tilde{\Pi}_i^{(t)}, \tilde{\Pi}_i^{(t-1)}, \dots, \tilde{\Pi}_i^{(t-t_i)}$  para así medir la tendencia de  $i$  a pagar por lo menos el  $100\rho_i\%$  de sus cuotas. Si en  $t$  este promedio, escrito  $\bar{\tilde{\Pi}}_i^{(t)}$ , es negativo, se asume que  $i$  experimenta fragilidad financiera de segundo grado (lo que resulta en su liquidación).

**Observación 4.** Para cualquier  $t$ ,  $\Pi_i^{(t)} > 0$  — ausencia de fragilidad financiera de primer grado en  $t$  — se relaciona a la situación “*hedge*” (Minsky, 1992). Si además de  $\Pi_i^{(t)} < 0$  se verifica  $Q_i^{(t)} + \Phi_i^{(t)} - m_i^{(t)} \geq 0$  (con  $\Phi_i^{(0)} = 0$ ), entonces la fragilidad financiera de primer grado involucra la situación “*speculative*”, o involucra la situación “*ponzi*” si se verifica  $Q_i^{(t)} + \Phi_i^{(t)} - m_i^{(t)} < 0$  (idem). Así, la fragilidad financiera de segundo grado deriva de la acumulación de situaciones “*specu-*

lative” o “ponzi” en el tiempo, pero el mismo conjunto de estas situaciones no conlleva siempre dicho grado: todo depende del nivel de exigencia del banco al medir la solvencia de  $i$  mediante  $\rho_i$ . Con un valor de  $\rho_i$  más cerca de 1 una situación “speculative” o “ponzi” tiene una mayor propensión a generar la fragilidad financiera de segundo grado y, viceversa, con un valor de  $\rho_i$  más cerca de 0.

Lo que  $j$  paga a  $i$  depende de  $(\beta_j; R_j^{(t)})$  y de  $(\gamma_j; \bar{\Pi}_j^{(t-1)})$ ; a su vez,  $R_j^{(t)}$  depende de  $\delta_j$ ,  $R_j^{(t-1)}$  y  $\bar{Q}_j^{(t-1)}$ ; y tanto  $\bar{\Pi}_j^{(t-1)}$  como  $\bar{Q}_j^{(t-1)}$  dependen de  $t_j$  y  $\eta_j$ . Sin embargo, el modelo no incluye ningún mecanismo de coordinación para que el conjunto de estas características individuales permitan a cada  $i$  registrar  $Q_i^{(t)}$  compatible con  $\Pi_i^{(t)} > 0$  o, por lo menos, con  $\bar{\Pi}_i^{(t)} > 0$ . Así, lo local afecta el número *total* de empresas experimentando la fragilidad financiera de primer grado, así como el número *total* de empresas experimentando la fragilidad financiera de segundo grado.

## Comentarios finales sobre el modelo

El modelo se construye *únicamente* a partir de los aspectos *monetarios* de una economía: pagos estimados/registrados, deudas y otras modalidades de financiación de los pagos, flujos de caja estimados/registrados, pagos a realizar para cancelar deudas, saldos, tratamiento de los saldos deficitarios, etc. De manera equivalente, el modelo *no* se construye a partir de los aspectos “reales”, tales como las técnicas de producción (de mercancías), las preferencias de los consumidores (respecto a mercancías), las dotaciones (en mercancías), los precios (de mercancías), etc. En este sentido, el modelo se vincula a uno de los dos paradigmas fundamentales en ciencias económicas, tal como lo sistematizó Schumpeter (1954) hace más de cincuenta años<sup>3</sup>, a saber el *enfoque monetario*: partir del principio que una economía se puede entender a partir de la *moneda* —la unidad de medición de las magnitudes económicas y los instrumentos denominados en unidades monetarias para la realización de los pagos asociados a dichas magnitudes—, así como de los fenómenos relacionados, dejando poca importancia teórica o aún ninguna importancia a las mercancías y a los fenómenos relacionados. El otro paradigma es el *enfoque real*, el cual se basa en el principio inverso: una economía se puede entender a partir de las *mercancías* y de los fenómenos relacionados, dejando poca importancia teórica o aún ninguna importancia a la moneda y a los fenómenos relacionados (Stellan, 2012).

Los modelos MMA ya existentes no se vinculan al enfoque monetario. Pertenecen más a un enfoque “intermedio” entre el monetario y el real, pues al mirar sus

<sup>3</sup> Schumpeter es reconocido por su producción intelectual sobre la innovación, los ciclos económicos y el emprendimiento, así como —en relación con lo anterior— el papel del banco, del crédito y de la moneda en una economía (véase, por ejemplo, Ülgen, 2003). No obstante, en su *Historia del análisis económico* (1954), Schumpeter también hizo énfasis en la caracterización de las teorías y modelos en economía a partir de la oposición esencial “moneda *versus* mercancías”, aunque aún hoy en día dicha oposición queda implícita.

fórmulas se evidencia que se construyen a partir de fenómenos reales sin ignorar los fenómenos monetarios, y viceversa. Sin embargo, un modelo MMA construido según el enfoque monetario en su forma pura, es decir, a partir de fenómenos monetarios *exclusivamente* y sin *ninguna* referencia a los fenómenos reales, tiene la ventaja de ser más coherente con las economías contemporáneas. Aquí interviene una crítica todavía poco conocida en las ciencias económicas (Benetti y Cartelier, 1980). Por una parte, una característica fundamental de las economías contemporáneas es la *descentralización*; es decir, no existe una entidad que planifique las actividades económicas en su totalidad. Por otra parte, cada vez que un modelo se basa en fenómenos reales (modelo MMA o de equilibrio general), las hipótesis preliminares ya definen mercancías que sustentarán las interacciones. Mediante esta *nomenclatura*, los agentes solo pueden tomar decisiones respecto a las cantidades ofertas/demandas y a los precios, sin tener ninguna (o muy poca) influencia sobre la naturaleza de las mercancías correspondientes. Lo anterior es poco compatible con el hecho de que, conforme a una economía descentralizada, los agentes deberían tener cierta flexibilidad para determinar dicha naturaleza, según sus propios objetivos y restricciones.

Para resumir, cada mercancía de un modelo debería ser definida por los agentes que forman parte del modelo mismo, en lugar de que el economista que lo construye imponga mercancías desde el exterior. Seguramente, un modelo podría seguir basándose en fenómenos reales sin introducir una nomenclatura. Sin embargo, por lo que sabemos, ningún trabajo lo ha intentado. Parece que dejar de lado la nomenclatura involucra desafíos teóricos mayores. Es por esto por lo que una solución alternativa es construir un modelo sin fenómenos reales, para así seguir el enfoque monetario. De esta manera, *ya desde el inicio* no se deja ninguna puerta abierta a la nomenclatura.

Recíprocamente, lo que queda afuera de la toma de decisiones de los agentes del presente modelo *solo* tiene que ver con el *régimen monetario* (Cartelier, 1996); es decir, las reglas respecto a los siguientes aspectos:

- La(s) unidad(es) monetaria(s) vigente(s);
- La naturaleza de los medios de pago y la(s) forma(s) correspondiente(s) de su emisión y circulación;
- La obligación de tratar los saldos deficitarios y de cancelar las deudas.

Se puede considerar el régimen monetario como una contradicción mucho menos significativa que la nomenclatura frente a la descentralización.

## PROTOCOLO DE EXTRACCIÓN DE RESULTADOS

El nivel de fragilidad financiera experimentado por el conjunto de empresas consiste en un vector  $K := (k_0; k_1; k_2)$ ,  $k_0$  siendo el número de empresas que no experimentaron ninguna fragilidad financiera después de  $T \in \mathbb{N}$ , períodos,  $k_1$  el número de

empresas que experimentaron la fragilidad financiera solo de primer grado, y  $k_2$  el número de empresas que experimentaron la fragilidad financiera tanto de primer grado como de segundo grado;  $k_0 + k_1 + k_2 = J$  y  $k_x \in \{0; 1; 2; \dots; J\}$ . El modelo es un sistema complejo, del cual no es posible hallar una solución analítica a  $K$ . Por esta razón, y siguiendo los modelos MMA ya existentes, se realizan simulaciones numéricas (Lengnick, 2013): se calcula  $K$  para varias configuraciones de los parámetros y condiciones iniciales del modelo, y se analiza cómo  $K$  cambia de una configuración a otra. Como el modelo describe una economía artificial con  $J$  empresas y un solo banco, estas configuraciones no tienen equivalentes empíricos. Las diseñadas a continuación se deben concebir como un punto de partida teórico; una futura línea de investigación es estudiar otras configuraciones y hacer comparaciones con el presente “benchmark”.

Se fija  $J := 100$ : las interacciones empiezan entre cien empresas (y un banco). Así,  $K$  puede tomar 5.151 valores posibles, desde (100;0;0) hasta (0;0;100) y pasando por todo valor intermedio, por ejemplo (20;42;38), (80;1;9) o (10;61;29). Estos 5.151 valores se ordenan según los principios  $k_0 \geq k_1 \geq k_2$  y  $k_0 < k_1 \Rightarrow k_1 \geq k_2$ . Así, (100;0;0)  $\succ$  (99;1;0)  $\succ$  (98;2;0)  $\succ \dots \succ$  (99;0;1)  $\succ$  (98;0;2)  $\succ \dots \succ$  (0;100;0)  $\succ$  (0;99;1)  $\succ$  (0;98;2)  $\succ \dots \succ$  (0;0;100). Igualmente,  $T := 29$ : se analiza  $K$  después de que los agentes hayan interactuado durante 30 períodos, desde  $t = 0$  hasta 29.

Respecto a los parámetros del tipo  $\delta_i$ , el cual da cuenta de la forma en que  $i$  estima sus ingresos según el mecanismo adaptativo estudiado, se atribuyen tres valores posibles: 0, 0,5 y 1. ‘0’ corresponde a la histéresis, ‘1’ a la adaptación total, y ‘0,5’ a la adaptación estrictamente intermedia. Se configura  $\delta := (\delta_1; \delta_2; \dots; \delta_{100})$  de la siguiente manera: se toma como primer vector la histéresis para toda empresa; luego, de un vector al siguiente, una empresa más implementa la adaptación intermedia o total, partiendo de la centésima hacia atrás:

$$\delta \in \left\{ \begin{array}{l} \delta_i = 0 \quad \forall i \in J_{-100}; \delta_{100} = 0.5; \\ \delta_i = 0 \quad \forall i \in J_{-100}; \delta_{100} = 1; \\ \delta_i = 0 \quad \forall i \in J_{-100} \cap J_{-99}; \delta_{99} = \delta_{100} = 0.5; \\ \delta_i = 0 \quad \forall i \in J_{-100} \cap J_{-99}; \delta_{99} = 0.5; \delta_{100} = 1; \\ \delta_i = 0 \quad \forall i \in J_{-100} \cap J_{-99}; \delta_{99} = \delta_{100} = 1; \\ \vdots \\ \delta_i = 0.5 \quad \forall i; \\ \delta_i = 0.5 \quad \forall i \in J_{-100}; \delta_{100} = 1; \\ \delta_i = 0.5 \quad \forall i \in J_{-100} \cap J_{-99}; \delta_{99} = \delta_{100} = 1; \\ \vdots \\ \delta_i = 1 \quad \forall i \end{array} \right\}$$

Estos vectores corresponden a las combinaciones de 100 elementos de  $\bigcup_{i=1}^J \{0; 0.5; 1\}$  sin importar el orden, o sea, un total de 5.151 vectores  $\delta$ .

**Observación 5.** *El número de vectores del tipo  $\delta$  es igual al número de vectores del tipo  $K$  (5.151). No es siempre el caso, pues se pueden estudiar más vectores del primer tipo, mientras que el número de vectores del segundo tipo es fijo una vez determinado  $J$ .*

Respecto a  $\alpha_{ij}$ , se parte del principio que cada  $i$  realiza pagos hacia  $i+1, i+2, \dots, i+A$  (con  $A \in \mathbb{N}_*$ ). Por ejemplo, con  $A=5$ ,  $i=22$  realiza pagos hacia  $j \in \{23; 24; 25; 26; 27\}$ ; y si  $i=98$ , entonces  $j \in \{99; 100; 1; 2; 3\}$ . Así, el *espacio de interacciones* de  $i$  es constituido por las  $A$  empresas  $i-1, i-2, \dots, i-A$  de las cuales  $i$  recibirá pagos, y de las empresas  $i+1, i+2, \dots, i+A$  hacia las cuales realiza pagos. Así, el espacio de  $i=22$  con  $A=5$  es  $j \in \{17; 18; \dots; 21\} \cup \{23; 24; \dots; 27\}$ . En el mismo orden de ideas, el espacio de  $i=98$  es  $j \in \{93; 94; \dots; 97\} \cup \{99; 100; 1; 2; 3\}$  y el de  $i=2$  es  $j \in \{97; 98; 99; 100; 1\} \cup \{3; 4; \dots; 7\}$ . En el marco de estos *círculos de pagos de extensión  $A$* ,  $\alpha_{ij} = 0 \quad \forall j \notin \{i+1; i+2; \dots; i+A\}$ , mientras que se fija  $\alpha_{ij} = 1/A \quad \forall j \in \{i+1; i+2; \dots; i+A\}$ :  $i$  planea distribuir  $Y_i^{(i)}$  de manera *uniforme* entre  $i+1, i+2, \dots, i+A$ . Se estudian tres extensiones:  $A \in \{1; 3; 5\}$ .

La Tabla 1 describe los otros parámetros. Son idénticos para cada  $i$ . En particular, el total de pagos planeado por cada  $i$  corresponde al 75% de los ingresos estimados ( $\beta_i$ ) y al 15% de un saldo promedio actualizado excedentario ( $\gamma_i$ ). Igualmente,  $i$  experimenta la fragilidad financiera de segundo grado si no tiene la tendencia a pagar en debido tiempo por lo menos el 50% de lo que debe al banco ( $\rho_i$ ). Finalmente, la liquidación de  $i$ , subsecuente a su fragilidad financiera de segundo grado, reduce del 10% los pagos de cualquier empresa desde  $i-5$  hasta  $i+5$  ( $\hat{\theta}_i$ ).

En cuanto a las condiciones iniciales, a saber el vector  $R := (R_1^{(0)}; R_2^{(0)}; \dots; R_{100}^{(0)})$  de ingresos inicialmente estimados por cada  $i$ , se diseñan 9.120 configuraciones de la siguiente manera. Se atribuyen 12 valores posibles a  $R_i^{(0)} : 1, 2, 4, 8, 16, \dots, 2.048$ . Se estudian, primero, los 12 vectores  $R$  donde  $R_i^{(0)}$  toma el mismo valor para cada  $i$ . Segundo, para cada uno de estas 12 configuraciones, se asigna otro valor de  $R_i^{(0)}$  para cualquiera de las empresas  $1, 2, \dots, B$ ; luego, se hace lo mismo para las empresas  $B+1, B+2, \dots, 2B$ , y así sucesivamente hasta  $J-B, J-B+1, \dots, J$  (con  $J/B \in \mathbb{N}_*$ ). Se fija  $B \in \{5; 10; 20; 25; 50\}$ :

$$\begin{cases} R_i^{(0)} = x \text{ si } i \in \{(z-1)B+1; (z-1)B+2; \dots; z \cdot B\}; R_i^{(0)} = y \text{ si no} \\ (x; y) \in \{1; 2; 4; 8; 16; \dots, 2.048\}^2; x \neq y \\ B \in \{5; 10; 20; 25; 50\} \\ z \in \{1; 2; \dots; J/B\} \end{cases}$$

Así se diseñan 5.412 configuraciones de  $R$ . Se diseñan 3.696 otras configuraciones: se distribuyen las 100 empresas entre  $C$  grupos (con  $J/C \in \mathbb{N}_*$ ): el grupo  $\{1; 2; \dots; J/C\}$ , luego el grupo  $\{J/C+1; J/C+2; \dots; 2J/C\}$ , y así sucesivamente

**Tabla 1.**  
Valores asignados a los parámetros de cualquier  $i$  (excepto  $\delta_i$  y  $\alpha_{ij} \forall j \in J_{-i}$ )

Parámetro	Rol	Valor ( $\forall i$ )
$(\beta_i; \gamma_i) \in \mathbb{R}_+^2$	Determinación de $Y_i^{(t)}$	(0,75; 0,15)
$(\tau_{i0}; \tau_{i1}; \tau_{i2}; \tau_{i3}) \in \mathbb{R}_+^4$	Determinación de $M_i^{(t)}$	$\left(\frac{2}{80}; \frac{3}{80}; \frac{1}{80}; \frac{2}{80}\right)$
$p_i \in \mathbb{N}_*$	Número de cuotas para reembolsar $L_i^{(t)} + M_i^{(t)}$	5
$(\eta_i; t_i) \in [0;1] \times \mathbb{N}_*$	Cálculo de promedios actualizados	(0,95; 5)
$\hat{\theta}_i \in [0;1]$	Efecto de la liquidación de $i$ sobre los pagos de $\forall j \in \{i-5; \dots; i+5\}$	0,9
	Efecto de la liquidación de $i$ sobre los pagos de $\forall j \notin \{i-5; \dots; i+5\}$	1
$\rho_i \in [0;1]$	Evaluación de la solvencia de $i$	0,5

Nota:  $Y_i^{(t)} \in \mathbb{R}_+$  es el total de pagos que  $i$  está dispuesta a realizar en  $t$ ;  $L_i^{(t)} \in \mathbb{R}_+$  es la suma prestada por el banco a  $i$  en  $t$ ;  $M_i^{(t)} \in \mathbb{R}_+$  es el interés total asociado a  $L_i^{(t)}$ .

hasta el grupo  $\{J - J / C + 1; J - J / C + 2; \dots; J\}$ . Se fija  $C \in \{2; 4; 5; 10; 20; 25; 50\}$  y se asume que las  $C$  últimas empresas de cualquier grupo escogen un cierto valor de  $R_i^{(0)}$  mientras que las  $C - c$  primeras escogen otro valor. Se fija  $c \in \{1; 2; \dots; C - 1\}$  si  $C \in \{2; 4; 5\}$  y  $c \in \{1; 2; \dots; 5\}$  para los otros valores de  $C$ :

$$\begin{cases} R_i^{(0)} = x \text{ si } i \in \bigcup_{z_1=1}^C \{(z_1 - 1)J / C + z_2; z_2 \in \{1; 2; \dots; J / C - c\}\}; R_i^{(0)} = y \text{ si no} \\ (x; y) \in \{1; 2; 4; 8; 16; \dots, 2048\}^2; x \neq y \\ C \in \{2; 4; 5; 10; 20; 25; 50\} \\ c := \min\{5; C - 1\} \end{cases}$$

Al final, una simulación se especifica por:  $J := 100$ ;  $T := 29$ ; un vector  $\delta$  entre los 5.151 antes diseñados; los coeficientes  $\alpha_{ij}$  según un círculo de pagos uniformes de extensión 1, 3 o 5; los únicos valores asignados al resto de los parámetros en la Tabla 1; y un vector  $R$  entre los  $12 + 5.412 + 3.696 = 9.120$  antes diseñados. Por tanto, el valor de  $K$  que resulta de una de estas  $1 \times 1 \times 5.151 \times 3 \times 1 \times 9.120 = 140.931.360$  simulaciones numéricas<sup>4</sup> se puede escribir  $K(\delta; A; R)$ .

<sup>4</sup> Se realizaron las simulaciones en el Centro de Alto Rendimiento Computacional (ZINE, Pontificia Universidad Javeriana). Se pueden solicitar al primer autor del presente trabajo los archivos correspondientes.

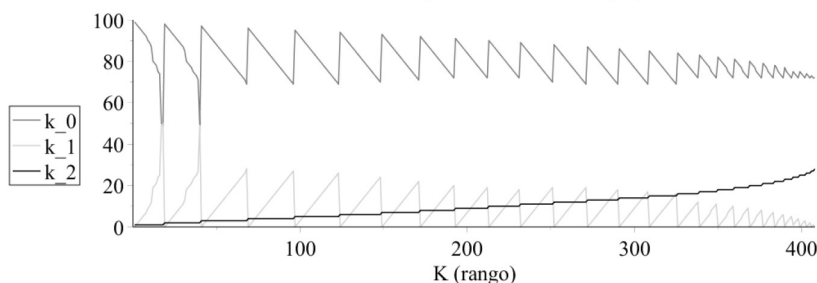
Un vector  $\delta$  se encuentra en 27.360 simulaciones, cada una correspondiendo a una extensión  $A$  entre 3 y a un vector  $R$  entre 9.120. Por tanto, después de realizar todas las simulaciones, se calcula  $\kappa_K(\delta) := \#\{(A; R); (\delta; A; R) \Rightarrow K\} / 27360 \in [0; 1]$ ; es decir, la fracción de las simulaciones con un cierto vector  $\delta$  y que resultan en  $K$ .  $\kappa_K(\delta)$  mide la propensión de  $\delta$  a generar el nivel  $K$  de fragilidad financiera empresarial entre los 5.151 niveles posibles<sup>5</sup>. Con base en  $\kappa_K(\delta)$ , es posible ordenar los vectores  $\delta$  desde el vector que genera los niveles más altos de fragilidad financiera hasta el vector que genera los niveles más bajos: es decir, para dos vectores  $\delta$  y  $\delta'$ , si existe un número  $k^*$  de tal manera que  $\kappa_K(\delta) \geq \kappa_K(\delta')$  para cualquiera de los  $k^*$  primeros valores de  $K$ , entonces  $\delta \succeq \delta'$ . Finalmente, se analiza esta ordenación para hallar casos generales de fragilidad financiera dependiendo de  $\delta$  en el marco de las simulaciones realizadas.

## RESULTADOS Y ANÁLISIS

La Gráfica 1 muestra los diferentes niveles de fragilidad financiera ( $K$ ) que resultan de las simulaciones. Son 408 de estos niveles entre los 5.151 posibles, el mejor valor es (99;0;1); es decir, una sola empresa experimenta la fragilidad de segundo

### Gráfica 1.

Los diferentes niveles de fragilidad financiera ( $K$ ) en las simulaciones



Nota:  $k_0$  es el número de empresas que no experimentaron ninguna fragilidad financiera después de 30 períodos;  $k_1$  es el número de empresas que experimentaron fragilidad financiera, pero únicamente la de primer grado;  $k_2$  es el número de empresas que experimentaron la fragilidad financiera tanto de primer grado como de segundo grado.

Fuente: elaboración propia.

<sup>5</sup> El modelo no incluye variables estocásticas, por lo que a una configuración dada de parámetros y condiciones iniciales corresponde un valor *único* de  $\kappa_K(\delta)$  (sistema determinista). Seguramente, una extensión posible del modelo consiste en introducir este tipo de variable (ya investigaciones están en curso). En este caso, en lugar de analizar una aplicación  $\delta \in [0; 1]^J \mapsto \kappa_K(\delta) \in [0; 1]$ , se analizarían los vínculos entre  $\delta$  y el promedio de  $\kappa_K(\delta)$ , su mínimo/máximo, su distribución, etc. (véanse, por ejemplo, Delli Gatti *et al.*, 2010).

grado, mientras que las otras 99 no experimentan ninguna fragilidad financiera; y el peor es (72;0;28); es decir, 28 empresas experimentan la fragilidad de segundo grado, mientras que las otras 72 no experimentan ninguna fragilidad financiera.

La Gráfica 2 da cuenta de los valores correspondientes de  $\kappa_K(\delta)$ . En cada figura, el eje horizontal se compone de valores de  $K$ , de acuerdo con la Gráfica 1. El eje vertical se compone de los diferentes vectores  $\delta$ . El color asociado a cada  $(K;\delta)$  es  $\kappa_K(\delta)$  en %, según el espectro correspondiente. Por ejemplo, el color rojo asociado al punto (19;1) significa que aproximadamente el 100% de las simulaciones vinculadas al primer vector  $\delta$  genera el decimonoveno valor reportado de  $K$ , a saber (98;0;2); y el color blanco asociado al punto (41;5.151) significa que aproximadamente el 150% de las simulaciones vinculadas al último vector  $\delta$  genera el cuadragésimo primer valor reportado de  $K$ , a saber (97;0;3). Los vectores  $\delta$  aparecen ordenados según el principio antes mencionado: un vector tiene un rango menor si tiene menores propensiones a generar los niveles más bajos de fragilidad financiera.

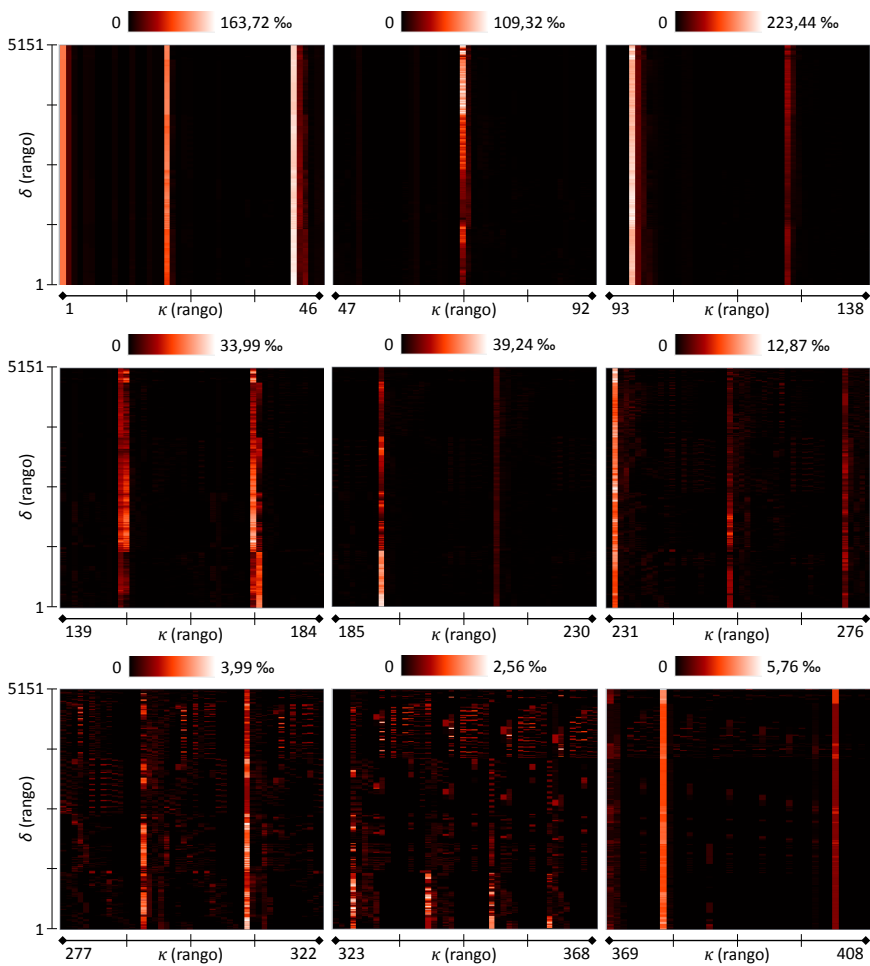
La Gráfica 3 describe el contenido de los vectores  $\delta$  así ordenados según los valores de  $\kappa_K(\delta)$ . Cada uno se describe por el número de empresas (entre 100) con cada valor posible de  $\delta_i$  (0, 0,5 y 1). La curva roja corresponde al número de empresas caracterizadas por la histéresis (0); la curva roja oscura al número de empresas caracterizadas por la adaptación intermedia (0,5); la curva negra al número de empresas caracterizadas por la adaptación total (1). El ordenamiento aparece en nueve partes sucesivas: los vectores de rango 1 a 300, luego los vectores de rango 301 a 1.476... hasta los vectores de rango 4.853 a 5.151. En efecto, cada vector en una de estas partes muestra una o dos propiedades que lo diferencian de los vectores en las otras partes. Esto permite hallar nueve casos generales de fragilidad financiera dependiendo de  $\delta$  (véase Gráfica 4):

- La primera parte contiene, por definición, los vectores con las propensiones *mínimas* a generar los niveles más bajos de fragilidad financiera. Ahora, la propiedad que muestra cada vector en esta parte, y que no muestra los vectores de las otras partes, es la *adaptación total para 0, 1 o 2 empresas*.
- De lo contrario, la novena parte corresponde a los vectores con las propensiones *máximas*. Ahora, la propiedad que muestra cada vector en esta parte, y que no muestra los vectores de las otras partes, es la *adaptación total desde 77 hasta 100 empresas*.
- Entre estos dos extremos, la parte intermedia 8 se especifica por la *adaptación total desde 52 empresas hasta 76 empresas* (salvo una sola excepción entre los 925 vectores correspondientes, con 77 empresas).
- Las partes intermedias 2 a 7 se diferencian de las partes 1, 8 y 9 por la *adaptación total desde 3 hasta 50 o 51 empresas* (salvo una sola excepción entre los 1.178 vectores correspondientes, con 52 empresas).
- Para diferenciar las partes 2 a 7 entre sí, es posible mirar el número de empresas caracterizadas por la histéresis. En efecto, cada parte contiene

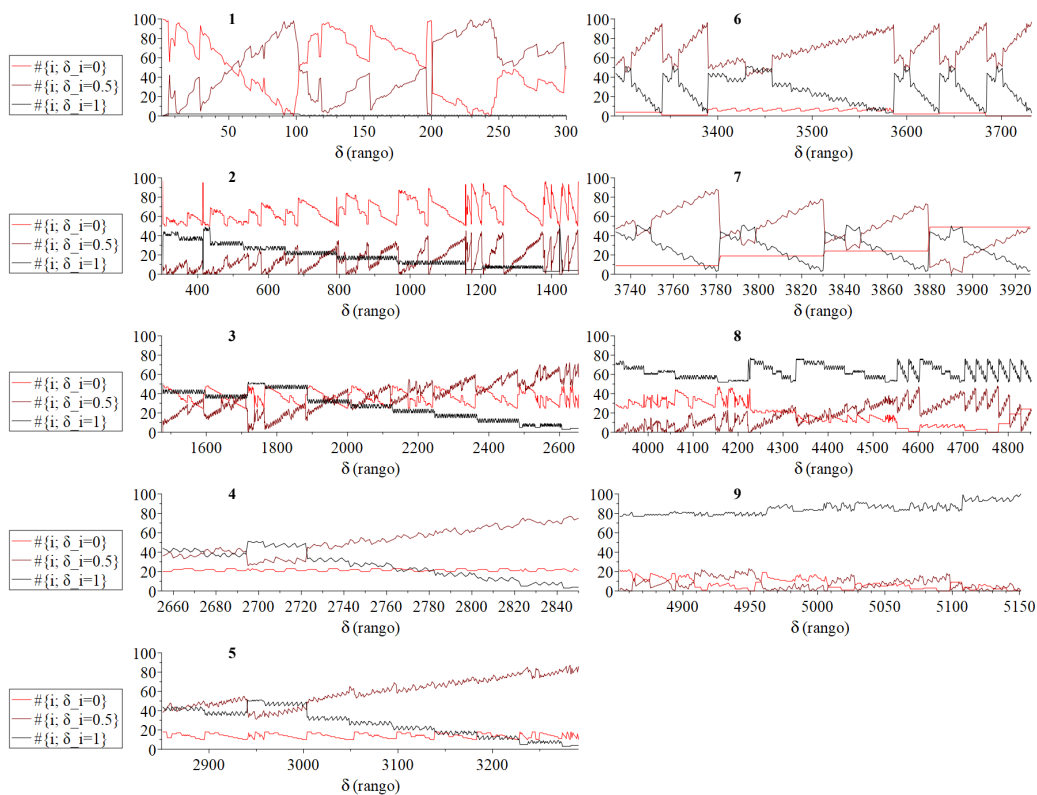


números específicos. Para los casos 2 a 6, respectivamente, es cualquier número entre 50 y 97 (2); 25 y 48 (salvo una sola excepción con 49) (3); 20 y 23 (4); 10 y 18 (5); 0 y 8 (6). Así, de la segunda parte hasta la sexta, se reduce el número de empresas caracterizadas por la histéresis. Respecto a la séptima parte, son los otros números posibles de empresas caracterizadas por la histéresis: 9, 19, 24 y 49.

**Gráfica 2.**  
Mapping  $\delta \mapsto \kappa_K(\delta)$



Nota: para el contenido de cada  $K$  según su rango, véase Gráfica 1. Para el contenido de cada  $\delta$  según su rango, véase Gráfica 3.  
Fuente: elaboración propia.

**Gráfica 3.****Ordenamiento de los vectores  $\delta$** 

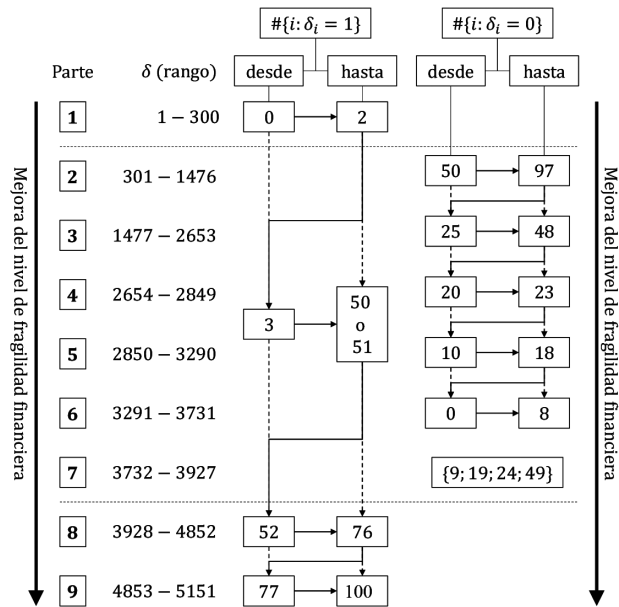
Fuente: elaboración propia.

En consecuencia, se pueden evidenciar los siguientes principios:

- 1) El nivel de fragilidad financiera de las empresas en su conjunto tiende a mejorarse si más empresas implementan la variante “adaptación total” del mecanismo adaptativo de estimación de sus ingresos.
- 2) Con el fin de minimizar el nivel de fragilidad financiera, es preferible que, por lo menos, 77 empresas entre las 100 estimen sus ingresos según la variante “adaptación total” del mecanismo adaptativo.
- 3) Si no, es preferible que, por lo menos, 52 empresas se basen en la adaptación total para estimar sus ingresos.
- 4) Si no, es preferible que sean, por lo menos, 3 empresas y que, al mismo tiempo, un número específico de empresas entre las otras estimen sus ingresos según la variante “histéresis”: en orden 9, 19, 24 o 49.

- 5) Si no, es preferible que la histéresis caracterice máximo 8 empresas. Con más empresas, el nivel de fragilidad financiera tiende a empeorarse (con la excepción compuesta con los cuatro números antes mencionados).

**Gráfica 4.**  
Los nueve casos generales de fragilidad financiera dependiendo de  $\delta$



Fuente: elaboración propia.

Estos principios proporcionan una lectura general de los vínculos entre la fragilidad financiera de las empresas y su manera de estimar sus ingresos, en el marco del modelo y de los parámetros y condiciones iniciales estudiados.

CONCLUSIÓN

Este artículo analiza la fragilidad financiera de las empresas de un modelo multiagentes, en donde se representan sus interacciones mediante sus pagos, deudas (créditos otorgados por un banco) y saldos. Esta representación deriva del enfoque monetario *à la* Schumpeter y apunta a construir un modelo sin una nomenclatura de mercancías, con el fin de que el modelo sea más coherente con los sistemas económicos descentralizados. El objetivo es vincular la fragilidad financiera a la forma en que las empresas estiman sus ingresos, según un mecanismo adaptativo. Mediante simulaciones numéricas de gran escala, fue posible hallar nueve casos generales respecto a dicho vínculo.

Existen varias futuras líneas de investigación que derivan de este trabajo. Se mencionan cuatro de ellas:

- 1) Entrar más en el detalle de los nueve casos generales. Para describir estos, fue suficiente basarse en las dos variantes extremas del mecanismo adaptativo: la adaptación total y la histéresis. Esto no equivale a decir que la adaptación intermedia no importa. Esta permitiría diseñar subcasos dentro de los nueve casos generales.
2. Realizar nuevas simulaciones numéricas en el marco del modelo construido. Por ejemplo, cambiando los valores de los coeficientes del tipo  $\alpha$ , será posible analizar la fragilidad financiera afuera de los círculos de pago estudiados. Igualmente, cambiando los valores de los coeficientes del tipo  $\beta$  o  $\gamma$ , será posible hacer análisis en donde las empresas tienen propensiones diferentes a realizar pagos dependiendo de sus ingresos estimados y de la tendencia observada en sus saldos. Extender el número inicial de empresas también es una opción. Sobre todo, se podrían cambiar las configuraciones de  $\delta$ , por ejemplo utilizando el valor 0,75 en lugar de 0,5, y así ver lo que sucede cuando la adaptación intermedia se acerca más a la adaptación total, o, viceversa, utilizando el valor 0,25 en lugar de 0,5. Con estas nuevas simulaciones numéricas, será posible ver cómo los nueve casos generales se modifican.
- 3) Extender el modelo para que sea más cercano a las economías contemporáneas: introducir más tipos de agentes (por ejemplo, agentes asalariados); hacer más compleja la toma de decisiones del banco (por ejemplo, introducir restricciones cuantitativas sobre los créditos otorgados en lugar de que el banco acepte cualquier solicitud) o de las empresas; incluir varios bancos en lugar de uno solo; incluir reorganizaciones de empresas al lado de las liquidaciones; sobre todo, incorporar mecanismos de estimación de los ingresos que no sean puramente adaptativos, sino que también se basen en proyecciones respecto al futuro; etc.
- 4) Llevar a cabo estudios econométricos para investigar si los resultados del modelo (o de sus futuras extensiones) permiten explicar la fragilidad financiera que se puede observar empíricamente. Se podría elaborar una variable *proxy* que dé cuenta de los diferentes grados de fragilidad financiera (siguiendo los lineamientos de Ward, 2007), y otra variable *proxy* que mida la adaptación en los ingresos estimados por una empresa entre una muestra de estas. En el marco de una regresión (cuya forma se deberá definir), la primera variable sería la dependiente y la segunda, la independiente. Así se podría comprobar si i) conforme al primer principio, se encuentra una relación positiva entre la adaptación y el nivel de fragilidad financiera del conjunto de empresas estudiadas y ii) esta relación es estadísticamente significativa.

Finalmente, este artículo invita a seguir explorando la construcción de modelos macroeconómicos multiagentes según el enfoque monetario, con el fin de estudiar varios temas más allá de la fragilidad financiera empresarial.

## AGRADECIMIENTO

La redacción de este artículo ha sido posible en el marco del proyecto de investigación No. 6248 de la Pontificia Universidad Javeriana, “Monetary analysis and macroeconomic modeling: New insights for the understanding of finance”. Igualmente, ha sido posible gracias al apoyo técnico del Centro de Alto Rendimiento Computacional Javeriano (ZINE), en particular su coordinador Alexander Martín Herrera Castro, para la ejecución del modelo en sus infraestructuras.

## REFERENCIAS

1. Acosta-González, E., & Fernández-Rodríguez, F. (2014). Forecasting financial failure of firms via genetic algorithms. *Computational Economics*, 43(2):133-157.
2. Amendola, A., Restaino, M. L., & Sensini, L. (2015). An analysis of the determinants of financial distress in Italy: A competing risks approach. *International Review of Economics and Finance*, 37(0):33-41.
3. Assadian, A., & Ford, J. M. (1997). Determinants of business failure: The role of firm size. *Journal of Economics and Finance*, 21(1):15-23.
4. Åstebro, T., & Winter, J. K. (2012). More than a dummy: The probability of failure, survival and acquisition of firms in financial distress. *European Management Review*, 9(1):1-17.
5. Axtell, R. L. (2007). What economic agents do: How cognition and interaction lead to emergence and complexity. *The Review of Austrian Economics*, 20(2):105-122.
6. Bagliano, F. C., & Morana, C. (2014). Determinants of US financial fragility conditions. *Research in International Business and Finance*, 30(0):377-392.
7. Battiston, S., Delli Gatti, D., Gallegati, M., Greenwald, B., & Stiglitz, J. E. (2007). Credit chains and bankruptcy propagation in production networks. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 31(6):2061-2084.
8. Battiston, S., Delli Gatti, D., Gallegati, M., Greenwald, B., & Stiglitz, J. E. (2012). Liaisons dangereuses: Increasing connectivity, risk sharing, and systemic risk. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 36(8): 1121-1141.
9. Benetti, C., & Cartelier, J. (1980). *Marchands, salariat et capitalistes*. Maspero, Paris.

10. Bernanke, B. S., Gertler, M., & S., G. (1999). The financial accelerator in a quantitative business cycle framework. En J. B. Taylor & M. Woodford (Eds.), *Handbook of Macroeconomics* (vol. 1C, ch. 21, pp. 1341-1393). North Holland.
11. Bhattacharjee, A., & Han, J. (2014). Financial distress of Chinese firms: Microeconomic, macroeconomic and institutional influences. *China Economic Review*, 30(0):244-262.
12. Bhattacharjee, A., Higson, C., Holly, S., & Kattuman, P. (2009a). Macroeconomic instability and business exit: Determinants of failures and acquisitions of UK firms. *Economica*, 76(301):108-131.
13. Bhattacharjee, A., Higson, C., Holly, S., & Kattuman, P. (2009b). Macroeconomic instability and corporate failure: The role of the legal system. *Review of Law and Economics*, 5(1):1-32.
14. Bisin, A., Gottardi, P., & Ruta, G. (2011). *Equilibrium corporate finance: Makowski meets Prescott and Townsend* (Working Paper).
15. Bisin, A., Gottardi, P., & Ruta, G. (2016). *Equilibrium corporate finance* (Working Paper).
16. Bruneau, C., De Bandt, O., & El Amri, W. (2012). Macroeconomic fluctuations and corporate financial fragility. *Journal of Financial Stability*, 8(4):219-235.
17. Cartelier, J. (1996). Payment systems and dynamics in a monetary economy. In Deleplace, G., & Nell, E. J. (Eds.), *Money in motion: The post-Keynesian and circulation approaches* (pp. 200-237). Londres, Nueva York: Macmillan.
18. Carvalho, J., Divino, J. A., & Orrillo, J. (2013). Default and bankruptcy in an entrepreneurial economy with incomplete markets. *Journal of Banking and Finance*, 37(7):2162-2172.
19. Castren, O., Dees, S., & Zaher, F. (2010). Stress-testing euro area corporate default probabilities using a global macroeconomic model. *Journal of Financial Stability*, 6(2):64- 78.
20. Caves, R. E. (1998). Industrial organization and new findings on the turnover and mobility of firms. *Journal of Economic Literature*, 36(4):1947.
21. Colander, D., Howitt, P., Kirman, A. P., Leijonhufvud, A., & Mehrling, P. (2008). Beyond DSGE models: Toward an empirically based macroeconomics. *American Economic Review*, 98(2):236-240.
22. Coleman, S., Cotei, C., & Farhat, J. (2013). A resource-based view of new firm survival: New perspectives on the role of industry and exit route. *Journal of Developmental Entrepreneurship*, 18(1):1-25.
23. De Walque, G., Pierrard, O., & Rouabah, A. (2010). Financial (in)stability, supervision and liquidity injections: A dynamic general equilibrium approach. *Economic Journal*, 120(549):1234-1261.

24. Deissenberg, C., Van Der Hoog, S., & Dawid, H. (2008). Eurace: A massively parallel agent-based model of the European economy. *Applied Mathematics and Computation*, 204(2):541-552.
25. Delli Gatti, D., Gallegati, M., Greenwald, B., Russo, A., & Stiglitz, J. E. (2010). The financial accelerator in an evolving credit network. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 34(9):1627-1650.
26. Epstein, J. M. (1999). Agent-based computational models and generative social science. *Complexity*, 4(5):41-60.
27. Erlingsson, E. J., Teglio, A., Cincotti, S., Stefansson, H., Jon Thor, S., & Raberto, M. (2014). Housing market bubbles and business cycles in an agent-based credit economy. *Economics: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal*, 8(1):1-42.
28. Franc, P. (1997). *Les anticipations rationnelles: Analyse critique de théories contemporaines*. Droz, Genève.
29. Gaffeo, E., Delli Gatti, D., Desiderio, S., & Gallegati, M. (2008). Symposium on agent-based computational economics: Adaptive micro-foundations for emergent macroeconomics. *Eastern Economic Journal*, 34(4):441-463.
30. Gintis, H. (2007). The dynamics of general equilibrium. *Economic Journal*, 117(523):1280-1309.
31. Hernández Tinoco, M., & Wilson, N. (2013). Financial distress and bankruptcy prediction among listed companies using accounting, market and macroeconomic variables. *International Review of Financial Analysis*, 30(0):394-419.
32. Honjo, Y. (2000). Business failure of new software firms. *Applied Economics Letters*, 7(9):575-579.
33. Hunter, J., & Isachenkova, N. (2006). Aggregate economy risk and company failure: An examination of UK quoted firms in the early 1990s. *Journal of Policy Modeling*, 28(8):911-919.
34. Kallunki, J.-P., & Pykko, E. (2013). Do defaulting CEOs and directors increase the likelihood of financial distress of the firm? *Review of Accounting Studies*, 18(1):228-260.
35. Koopman, S. J., Kräussl, R., Lucas, A., & Monteiro, A. B. (2009). Credit cycles and macro fundamentals. *Journal of Empirical Finance*, 16(1): 42-54.
36. LeBaron, B., & Tesfatsion, L. (2008). Modeling macroeconomics as open-ended dynamic systems of interacting agents. *American Economic Review*, 98(2):246-250.
37. Lengnick, M. (2013). Agent-based macroeconomics: A baseline model. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 86:102-120.
38. Liu, J. (2009). Business failures and macroeconomic factors in the UK. *Bulletin of Economic Research*, 61(1):47-72.

39. Madrid-Guijarro, A., García-Pérez-de-Lema, D., & Van Auken, H. (2011). An analysis of non-financial factors associated with financial distress. *Entrepreneurship and Regional Development*, 23(3-4):159-186.
40. Mandel, A. (2012). Agent-based dynamics in the general equilibrium model. *Complexity Economics*, 1(1):105-121.
41. Mandel, A., Landini, S., Gallegati, M., & Gintis, H. (2015). Price dynamics, financial fragility and aggregate volatility. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 51:257-277.
42. Minsky, H. P. (1992). *The financial instability hypothesis*. Technical Report, 74, The Jerome Levy Economics Institute of Bard College.
43. Parnes, D. (2012). Predicting bankruptcy with correlated credit components. *Journal of Accounting and Finance*, 12(4):11-29.
44. Raberto, M., Tegli, A., & Cincotti, S. (2012). Debt, deleveraging and business cycles an agent-based perspective. *Economics: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal*, 6(27):1-49.
45. Riccetti, L., Russo, A., & Gallegati, M. (2013). Leveraged network-based financial accelerator. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 37(8):1626-1640.
46. Riccetti, L., Russo, A., & Gallegati, M. (2016). Stock market dynamics, leveraged network-based financial accelerator and monetary policy. *International Review of Economics and Finance*, 43:509-524.
47. Rossi, S. (2007). *Money and payments in theory and practice*. Londres, Nueva York: Routledge.
48. Salman, A. K., Von Friedrichs, Y., & Shukur, G. (2011). The determinants of failure of small manufacturing firms: Assessing the macroeconomic factors. *International Business Research*, 4(3):22-32.
49. Santoro, E., & Gaffeo, E. (2009). Business failures, macroeconomic risk and the effect of recessions on long-run growth: A panel cointegration approach. *Journal of Economics and Business*, 61(6):435-452.
50. Schumpeter, J. A. ([2006], 1954). *History of economic analysis*. Londres, Nueva York: Routledge.
51. Siegfried, J., & Evans, L. B. (1994). Empirical studies of entry and exit: A survey of the evidence. *Review of Industrial Organization*, 9(2):121-155.
52. Slanicay, M. (2014). Some notes on historical, theoretical, and empirical background of DSGE models. *Review of Economic Perspectives*, 14(2):145-164.
53. Spaliara, M.-E., & Tsoukas, S. (2013). What matters for corporate failures in Asia? Exploring the role of firm-specific characteristics during the Asian crisis. *Structural Change and Economic Dynamics*, 26(0):83-96.
54. Stellan, R. (2012). El análisis monetario: la cuestión de la naturaleza y del papel de la moneda. *Lecturas de Economía*, (76):293-327.



55. Stellan, R., & Danna-Buitrago, J. P. (2016). *Business in financial distress: An agent-based model, a monetary analysis* (Working Paper).
56. Teglio, A., Raberto, M., & Cincotti, S. (2012). The impact of banks' capital adequacy regulation on the economic system: An agent-based approach. *Advances in Complex Systems*, 15:1.
57. Thornhill, S., & Amit, R. (2003). Learning about failure: Bankruptcy, firm age, and the resource-based view. *Organization Science*, 14(5):497-509.
58. Tricou, F. (2013). The monetary constituents of capitalism. En F. Ülgen, R. Tortajada, M. Méaulle & R. Stellan (Eds.), *New contributions to monetary analysis: The foundations of an alternative economic paradigm* (pp. 135-154). Londres, Nueva York: Routledge.
59. Tykvová, T., & Borell, M. (2012). Do private equity owners increase risk of financial distress and bankruptcy? *Journal of Corporate Finance*, 18(1):138-150.
60. Ülgen, F. (2003). A methodological analysis: A new way to assess the Schumpeterian monetary paradigm. *Energeia*, 2(1-2):11-29.
61. Ward, T. J. (2007). The impact of the response measure used for financial distress on results concerning the predictive usefulness of accounting information. *Academy of Accounting and Financial Studies Journal*, 11(3):85-107.
62. Zhang, J., Bessler, D. A., & Leatham, D. J. (2013). Aggregate business failures and macroeconomic conditions: A VAR look at the U.S. between 1980 and 2004. *Journal of Applied Economics*, 16(1):179-202.