



Bolema: Boletim de Educação Matemática

ISSN: 0103-636X

ISSN: 1980-4415

UNESP - Universidade Estadual Paulista, Pró-Reitoria de Pesquisa; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

Quaresma, Marisa; Ponte, João Pedro da
Dinâmicas de Reflexão e Colaboração entre Professores do 1.º Ciclo num Estudo de Aula em Matemática
Bolema: Boletim de Educação Matemática, vol. 33, núm. 63, 2019, Janeiro-Abril, pp. 368-388
UNESP - Universidade Estadual Paulista, Pró-Reitoria de Pesquisa; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

DOI: 10.1590/1980-4415v33n63a18

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291265267020>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais informações do artigo
- Site da revista em redalyc.org



Sistema de Informação Científica Redalyc
Rede de Revistas Científicas da América Latina e do Caribe, Espanha e Portugal
Sem fins lucrativos acadêmica projeto, desenvolvido no âmbito da iniciativa
acesso aberto

Dinâmicas de Reflexão e Colaboração entre Professores do 1.º

Ciclo num Estudo de Aula em Matemática

Primary Teachers' Reflection and Collaboration Dynamics in a Mathematics Lesson Study

Marisa Quaresma*

 ORCID iD 0000-0002-0861-6016

João Pedro da Ponte**

 ORCID iD 0000-0001-6203-7616

Resumo

Com este artigo, pretendemos mostrar como é que professoras do 1.º ciclo que ensinam Matemática e que participam num estudo de aula desenvolvem os seus modos de reflexão e colaboração. A investigação é de natureza qualitativa e interpretativa com *design* de estudo de caso. Os resultados mostram que o envolvimento em momentos de planeamento de tarefas e de análise do trabalho dos alunos, quando as professoras refletem sobre a prática e para a prática, as ajuda a desenvolverem relações de colaboração, passando de narrar e procurar ideias a trabalho em copropriedade. O envolvimento crescente do grupo com o propósito de atingirem objetivos comuns favoreceu também o desenvolvimento dos níveis de reflexão das professoras. Inicialmente, as professoras tendiam a atribuir as dificuldades dos alunos à natureza da Matemática ou à imaturidade dos alunos. No final, identificavam os problemas de aprendizagem dos seus alunos, sugeriam e fundamentavam modos de ajuda-los a ultrapassar essas dificuldades e transpunham essas sugestões para mudanças a serem feitas na sua própria prática.

Palavras-chave: Estudo de Aula. Colaboração. Reflexão. Desenvolvimento Profissional. Zona de Desenvolvimento Proximal.

Abstract

With this article we aim to show how primary teachers teaching that participate in a lesson study in mathematics develop their reflections and collaboration. The research is qualitative and interpretive with a case study design. The results show that the involvement in moments of planning and analysis of the students' work, where teachers reflect on practice and for practice helps them to develop collaborative relationships, moving from storytelling and scanning to joint work. The growing involvement of the group with the purpose of achieving common goals favored the development of teachers' reflection levels. Initially, the teachers tended to attribute the students' difficulties to the nature of mathematics or their immaturity. At the end, they identified their student's learning problems, suggested and justified ways to help them to overcome these difficulties and transposed these suggestions for changes to undertake in their own practice.

Keywords: Lesson Study. Collaboration. Reflection. Professional Development. Zone of Proximal Development.

* Doutora em Educação (especialidade Didática da Matemática) pela Universidade de Lisboa (UL), Assistente convidada no Instituto de Educação, Universidade de Lisboa (IEUL), Portugal. Endereço para correspondência: Instituto de Educação, Alameda da Universidade, 1649-013, Lisboa, Portugal. E-mail: mq@campus.ul.pt.

** Doutor em Educação Matemática pela Universidade da Geórgia, EUA. Professor catedrático da Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, Lisboa, Portugal. Endereço para correspondência: Alameda da Universidade, Lisboa, CEP: 1649-013. E-mail: jpponte@ie.ulisboa.pt.

1 Introdução

O estudo de aula é um processo de desenvolvimento profissional originário do Japão e hoje em dia praticado em todo o mundo. Nele, os professores trabalham colaborativamente em torno de um tema relacionado com a aprendizagem do aluno, estudam documentos curriculares e materiais de ensino e, com base nisso, planejam uma aula, que é realizada e objeto de reflexão aprofundada (FUJII, 2016; LEWIS, 2016; TAKAHASHI; MCDOUGAL, 2018).

Durante a aula de investigação, lecionada por um dos professores, os participantes observam os acontecimentos e, a partir daí, todos refletem sobre as aprendizagens realizadas pelos alunos, dificuldades existentes e possíveis alternativas a considerar. No estudo de aula, as discussões do grupo evidenciam, desafiam e questionam as concepções e práticas dos professores (CAJKLER et al., 2015; FUJII, 2016). Esta colaboração dá oportunidade aos professores para, de uma forma estruturada e sustentada e com foco na aprendizagem dos alunos, correrem riscos na sua prática e tentarem novas ideias (FUJII, 2016).

Reflexão e colaboração são dois processos que têm um papel de destaque tanto no estudo de aula como em muitas outras abordagens sobre o desenvolvimento profissional dos professores. Segundo Fullan e Hargreaves (1992), para que uma mudança fundamental ocorra na sala de aula, os professores devem ser encorajados a colaborar com os seus pares como parte de uma comunidade de aprendizagem.

Ponte (2012) defende que os professores aprendem através da sua atividade e da reflexão que sobre ela fazem e essa aprendizagem depende tanto do suporte coletivo como do seu próprio investimento pessoal. Day (2001) também salienta a necessidade de uma reflexão aprofundada para o desenvolvimento profissional do professor. Robutti et al. (2016), num *survey* feito a propósito do ICME 13, referem que, apesar de reflexão e colaboração serem temas já bastante estudados, ganharam uma nova atenção por parte dos investigadores, particularmente desde que começaram a surgir relatos de experiências com estudos de aula.

No entanto, são poucos os trabalhos que investigam explicitamente a forma como estes processos se desenvolvem e apoiam a aprendizagem dos professores no estudo de aula. Nos estudos de aula que temos realizado (PONTE et al., 2016; QUARESMA; PONTE, 2017), valorizamos fortemente o ambiente colaborativo e reflexivo, incluindo professores e formadores, do princípio ao fim do estudo de aula. Deste modo, o objetivo deste artigo é compreender como é que o estudo de aula pode apoiar os professores a desenvolverem os seus modos de reflexão e as suas relações de colaboração.

2 Reflexão e colaboração

Num estudo de aula, a aprendizagem profissional foca-se no questionamento dos professores sobre a aprendizagem, o ensino e a prática de sala de aula (WAKE; SWAN; FOSTER, 2016). Esta ideia particular de questionamento remete-nos para aquilo que Dewey (1933) entende como reflexão e que envolve “(i) um estado de dúvida, uma perplexidade ou uma dificuldade mental, que origina pensamento e (ii) uma ação de procura, caça, pesquisa, para encontrar material que possa ajudar a resolver a dúvida, acomode e descarte a perplexidade” (p. 12) sendo que “a procura pela solução de uma perplexidade é o fator estabilizador e orientador de todo o processo de reflexão” (p. 14). Estas ideias de Dewey articulam dois aspectos essenciais, primeiro, reconhecer uma questão a investigar, pela identificação de algum aspecto problemático do ensino e, em segundo lugar, através de um processo de pesquisa, procurar soluções ou novas formas de compreender o problema identificado. Vista nesta perspectiva, a reflexão é essencial para o desenvolvimento dos professores porque gera conhecimento baseado na prática (CLARKE, 2000).

Assim, mais do que apenas um processo através do qual os professores olham para experiências da sua prática passada, revendo episódios, emoções e acontecimentos a reflexão projeta-se também para a prática a desenvolver. Schön (1983) considera a reflexão como um processo de desenvolver e testar ideias na ação. Este autor define os conceitos de reflexão na, sobre e para a ação, que Clarke (2000) reconceitualiza como reflexão na, sobre e para a prática.

A reflexão na prática ocorre num contexto específico, dentro ou fora da sala de aula, em simultâneo com as atividades que constituem essa prática e, por isso, depende em larga medida do modo como o professor interpreta acontecimentos que vive e dos seus objetivos profissionais. A reflexão sobre a prática pode ocorrer na escola, em conversas com colegas e pode referir-se à sua própria prática ou à de outros professores. A reflexão para a prática é uma ação intencional que refina o conhecimento ou leva a nova informação e informa – ou perspectiva – a ação do professor. Assim, um aspecto essencial da prática dos professores é a maneira pela qual a sua reflexão antecipa e informa as suas ações, levando a um refinamento dessa prática (CLARKE, 2000; OLIVEIRA; SERRAZINA, 2002).

Na colaboração, os professores trabalham em conjunto com vista a atingir um certo objetivo, num sistema de relações pautado pela tomada de decisões em conjunto (BOAVIDA; PONTE, 2002; MENEZES; PONTE, 2009; ROBUTTI et al., 2016). A investigação sobre desenvolvimento profissional tem salientando os benefícios de juntar professores e investigadores em relações de colaboração em processos formativos (BOAVIDA; PONTE, 2002;

HOLLINGSWORTH; CLARKE, 2017). Nestes processos, os papéis dos participantes podem ser distintos, sendo essencial que todos trabalhem em conjunto, numa base de igualdade, de modo a haver entreajuda para atingirem os objetivos do grupo (BOAVIDA; PONTE, 2002). Quando envolvidos em processos de colaboração e reflexão sobre a própria prática, os professores tornam explícito o seu conhecimento e criam novo conhecimento com o suporte de colegas mais experientes ou de investigadores, nomeadamente em aspectos que se encontram na sua zona de desenvolvimento proximal (BLANTON; WESTBROOK; CARTER, 2005).

Little (1990) distingue quatro formas de interação entre professores, com diferente natureza e também com diferente alcance: (i) narrar e procurar ideias; (ii) ajuda e apoio; (iii) partilha; e (iv) trabalho em copropriedade. Segundo Menezes e Ponte (2009), narrar e procurar ideias corresponde a uma interação entre professores que pode ser ocasional ou fruto da oportunidade, quando os professores procuram obter ideias específicas, soluções ou confirmações em breves trocas de experiências em ambientes informais. Em relações de ajuda e apoio, os professores procuram ajuda dos seus colegas na resolução de situações problemáticas difíceis. Esta relação é desigual e unidirecional e preserva a liberdade de decisão do professor.

A partilha acontece pela troca de recursos, métodos, ideias e opiniões, envolvendo necessariamente alguma exposição do professor perante os colegas ((LITTLE, 1990; MENEZES; PONTE, 2009). Por fim, o trabalho em copropriedade acontece

em encontros entre professores que se baseiam na responsabilidade partilhada para o trabalho de ensinar (interdependência), em concepções coletivas de autonomia, no apoio às iniciativas e liderança dos professores no que respeita à prática profissional e na afiliação ao grupo, tendo como base o trabalho profissional (LITTLE, 1990, p. 519).

É esta forma de interação que se pode designar por colaboração. Exige muita responsabilidade, empenho e tempo aos professores, mas tem grande potencialidade para a resolução de problemas e para o desenvolvimento de conhecimento no seio de um grupo de professores que analisa e reflete sobre a sua prática profissional (LITTLE, 1990; MENEZES; PONTE, 2009).

3 Metodologia

Esta investigação é de natureza qualitativa e interpretativa (ERICKSON, 1986), com o *design* de estudo de caso de um grupo de professoras de um agrupamento de escolas de Lisboa que participaram num estudo de aula realizado no ano letivo de 2013-2014. Este trabalho decorreu de um projeto do agrupamento para a melhoria dos resultados escolares dos alunos em Matemática. Dado o pedido de apoio da direção do agrupamento, a equipe do Instituto de

Educação (IE) da Universidade de Lisboa propôs a realização de diversos estudos de aula, um dos quais com professores do 1.º ciclo do Ensino Básico (ensinando do 1.º ao 4.º ano) das duas escolas do agrupamento, sendo os participantes selecionados pela direção.

Inicialmente, o grupo era constituído por sete professores que lecionavam para diversos anos do 1.º ciclo. Nas primeiras cinco sessões desistiram quatro professores, indicando o fato de não lecionarem o 3.º ano, para o qual se decidiu centrar o estudo de aula, e outras razões pessoais e profissionais. Desse modo, só três professoras (Irina, Manuela e Antónia, nomes fictícios) participaram no estudo de aula.

As professoras tinham entre 10 e 15 anos de experiência e todas tinham formação inicial como professoras do 1.º ciclo em todas as áreas curriculares. Para além disso, Irina tinha formação para o 2.º ciclo em Matemática e Ciências da Natureza, sendo a professora do grupo com mais conhecimento de Matemática e do ensino da Matemática. Manuela tinha também formação para o 2.º ciclo, mas em Português/Francês, sendo a professora com o conhecimento mais frágil em Matemática. Antónia só tinha habilitação para lecionar no 1.º ciclo e tinha já frequentado diversas ações de formação contínua em Matemática.

A equipa do IE que conduziu o estudo de aula era formada por Marisa que dinamizou as sessões de trabalho, João Pedro que coordenou a formação e participou em algumas sessões, Mónica que participou como observadora, e ainda uma bolsista que apoiou a recolha de dados. Para além destes participantes, na aula de investigação esteve também presente a subdiretora do agrupamento. Os membros da equipa do IE dirigiram todas as sessões de trabalho, apoiando as decisões durante o planeamento e desempenhando o papel de “*experts*” na discussão pós-aula. Com a nossa ação procuramos, essencialmente, centrar o trabalho na abordagem exploratória (PONTE; QUARESMA, 2016) e levantar questões para reflexão em grupo.

O estudo de aula foi composto por nove sessões iniciais e três sessões de seguimento. Na sessão 1 foi realizada a apresentação dos participantes, estabelecida a programação geral do estudo de aula e definido o tópico a estudar; as sessões 2 a 7 foram dedicadas ao aprofundamento do conhecimento sobre o tópico e sobre a abordagem exploratória bem como ao planeamento da aula de investigação; a sessão 8 foi a aula de investigação e a sessão 9 a reflexão pós-aula. Nas sessões 10, 11, e 12, as professoras planejaram, realizaram e refletiram sobre duas aulas suas como meio de consolidar e aprofundar o trabalho anteriormente desenvolvido. Das adaptações que realizamos para o contexto português (QUARESMA; PONTE, 2017) destacamos duas para este artigo: (i) a valorização do ambiente colaborativo e reflexivo, incluindo professores e formadores, do princípio ao fim do processo do estudo de aula e (ii) a realização de sessões de seguimento, permitindo aos professores planejar novas aulas em conjunto sobre outros tópicos,

pondo em prática o que aprenderam nas sessões anteriores e refletirem sobre os resultados.

Os dados foram recolhidos por observação participante através da realização de um diário de bordo (elaborado por um membro da equipa e completado pelos restantes membros), da gravação áudio das sessões de trabalho (designadas Sx), sendo feitas as respectivas transcrições, da gravação vídeo da aula de investigação e de entrevistas individuais às professoras participantes (designadas E).

Os dados foram analisados de forma indutiva (GOETZ; LECOMPTE, 1984), a partir do discurso das professoras em momentos de planeamento e de análise do trabalho realizado pelos seus alunos. Analisamos momentos de reflexão das professoras sobre a prática e para a prática com o intuito de compreender a sua natureza que classificamos em três níveis distintos.

No nível 1, o professor descreve procedimentos e acontecimentos, o que representa uma reflexão ainda superficial. Com frequência, associa as dificuldades dos alunos à natureza da Matemática e à falta de maturidade dos alunos ou a fatores externos ao ensino e aprendizagem da Matemática (SERRAZINA, 1999). No nível 2, o professor, para além de descrever procedimentos e acontecimentos, identifica problemas no ensino e aprendizagem da Matemática e propõe soluções para estes problemas tendo em conta o seu conhecimento da Matemática e sobre como ensinar Matemática aos seus alunos. Mostra que compreende, explica e analisa os pensamentos, estratégias, erros e dificuldades dos seus alunos tendo em conta a natureza dos conceitos matemáticos abordados (SERRAZINA, 1999). O nível 3 é um nível de reflexão aprofundado em que o professor, para além de identificar problemas no ensino e aprendizagem da Matemática e propor possíveis formas de os resolver, fundamenta de modo consistente as suas análises e propostas tendo em conta o seu conhecimento da Matemática e sobre como ensinar Matemática aos seus alunos. Os momentos de reflexão que analisamos aconteceram em momentos de trabalho de um grupo de professores e investigadores que se pretendia colaborativo e, desse modo, analisamos também as formas de interação do grupo segundo as categorias: narrar e procurar ideias; ajuda e apoio; partilha e trabalho em copropriedade (LITTLE, 1990; MENEZES; PONTE, 2009).

4 Estudo do tópico e da abordagem exploratória

Após a sessão 1, em que, em função das dificuldades dos alunos, se decidiu que o tópico a estudar seria a adição e subtração de números racionais não negativos, as sessões 2 a 5 foram dedicadas ao trabalho sobre questões matemáticas e didáticas de relevo para o ensino e aprendizagem deste tópico. Assim, na sessão 2, o grupo analisou materiais curriculares, resolveu

tarefas e identificou dificuldades dos alunos. Na sessão 3, fez-se um ponto da situação sobre os conhecimentos que os alunos já tinham e elaborou-se em conjunto uma ficha de diagnóstico para as professoras realizarem nas suas turmas. Na sessão 4, analisou-se a resposta dos alunos a esse diagnóstico, tendo em conta a natureza das tarefas, procurando identificar generalizações e justificações e elementos surpreendentes nas resoluções dos alunos. Na sessão 5, identificaram-se possíveis generalizações na adição e subtração de números racionais por justaposição retilínea de segmentos de reta.

Ao longo destas sessões, Manuela teve uma participação sempre muito discreta e na entrevista confidenciou que não fazia perguntas, mesmo quando não estava a acompanhar o que se dizia, porque “*podia não calhar bem*” (E, 05/05/14), indicando assim não se sentir à vontade para expor as suas dúvidas no grupo. Por sua vez, Antónia referiu que o seu reduzido envolvimento se deveu ao trabalho pormenorizado feito relativamente a cada tarefa, indicando que achava exagerado o modo como se “*esmiuçavam as tarefas*” (E, 06/05/14), ou seja, a análise detalhada que era feita das possíveis formulações do enunciado e respostas dos alunos. Pelo seu lado Irina teve uma participação muito ativa no grupo partilhando materiais, ideias e experiências. Contudo, referiu que em alguns momentos ficou constrangida com a reduzida participação das colegas e que muitas vezes acabava por falar para ultrapassar o que designou como “*silêncio constrangedor*” (S12, 03/06/14) que ficava no ar após as solicitações da formadora. Um fator perturbador da dinâmica do grupo nesta fase do trabalho foi o fato que nenhuma professora queria assumir a responsabilidade de lecionar a aula de investigação, situação que foi resolvida na sessão 5, quando se decidiu que seria Irina a tomar esse papel.

O planeamento específico da aula de investigação realizou-se nas sessões 6 e 7. Na sessão 6, Irina, que assumiu a liderança desse processo, referiu que não se sentia satisfeita com os materiais que conhecia e, por isso, desafiou o grupo a elaborar uma tarefa para a aula de investigação. A tarefa apresentava o contexto de uma “estafeta de animais” e visava a aprendizagem da adição e subtração de frações por justaposição retilínea de segmentos de reta, tendo sido desenvolvida por Irina, que pensou as questões em conjunto com Marisa. Irina começou por referir que consultou um material disponibilizado pelo Ministério da Educação (MEC, 2013), tendo identificado uma tarefa que podia ser um bom ponto de partida (Figura 1):

Irina: Isto era só exercício mesmo exercício. Eu acho que os podemos prender se tiver uma lógica por detrás. Assim eles ficam com vontade de descobrir. Porque isto assim, dito assim é um bocado complicado... Então a ideia era fazer primeiro os saltos que era para marcarem na reta e ver como é que eles estão nesse aspecto. Não sei quantas equipas, mas pronto.

Marisa: OK, então agora vamos concretizar isso.

Irina: E depois as equipas, eram todas as equipas, vamos imaginar que eram 3 têm 2 elementos [...] depois um vinha até aqui e o outro fazia isto.

Marisa: O primeiro bocado tinha de ser igual para todos, não é?

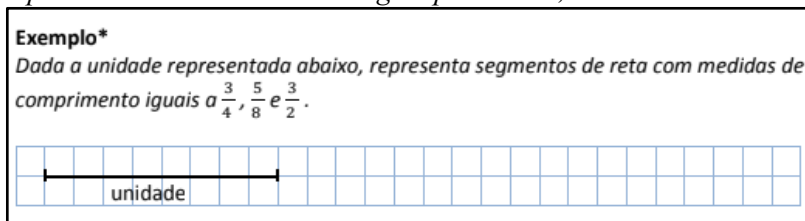


Figura 1 – Tarefa do caderno de apoio às Metas Curriculares
Fonte: MEC (2013).




Irina: Não.

Antónia: Primeiro são os saltos, não é?

Irina: Sim, mas já estou a falar na parte da adição.

(S6, 17/03/14).

Deste modo, Irina partilhou com o grupo materiais didáticos e ideias sobre como se podia transformar uma tarefa que considerava difícil e pouco interessante para os alunos numa tarefa que fizesse com que estes tivessem “*vontade de descobrir*” (S6, 17/03/14). Trata-se de uma reflexão para a prática de nível 3, considerando que o exercício apresentado num contexto puramente matemático era pouco apelativo e difícil para os alunos numa fase inicial da aprendizagem dos números racionais. Para resolver esse problema, Irina propôs transformar o exercício em exploração usando assim ideias subjacentes à abordagem exploratória muito discutida ao longo das sessões anteriores, segundo a qual os alunos aprendem melhor quando são eles próprios a descobrir os conceitos matemáticos. No seguimento da sessão, Irina e Marisa, trabalhando em copropriedade, concretizaram a ideia de inicial de Irina formulando a tarefa (Figura 2).

	Equipa A	Equipa B	Equipa C
participante			
resultados obtidos	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$

Recordem-se que este ano estão a tentar ultrapassar o **recorde (r)** do vencedor do ano anterior.

1.a) Preenchem o pódio com o nome dos animais, de acordo com os resultados obtidos.

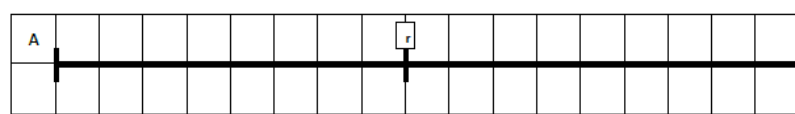


Figura 2 – Questão 1 da tarefa planejada para a aula de investigação
Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Na sessão 7 preparou-se a aula de investigação de modo pormenorizado, tendo-se voltado a discutir as questões da tarefa, as possíveis resoluções e dificuldades dos alunos, o modo de trabalho dos alunos, a estrutura da aula e a forma de observação.

Antónia e Manuela estiveram atentas às discussões, mas fizeram poucas sugestões para a

elaboração da tarefa e para a preparação da aula. Irina trabalhou em copropriedade com Marisa, mas Antónia e Manuela mantiveram-se reservadas fazendo só sugestões pontuais num ou noutro momento, numa forma de trabalho de ajuda e apoio. Por esta altura já tinha desaparecido a tensão relativa a saber quem iria lecionar a aula de investigação, mas, mesmo assim, Antónia e Manuela mantiveram-se pouco envolvidas.

O fato destas duas professoras não terem dado muitas sugestões para a aula, pode ter por base o fato de reconhecerem a Irina com muito mais conhecimento sobre o ensino da Matemática, e também de não quererem interferir na preparação de uma aula que não iriam lecionar. Assim, durante a elaboração da tarefa e da preparação da aula, Irina realizou uma reflexão aprofundada (nível 3) para a prática, tendo em conta o seu conhecimento dos seus alunos, enquanto Manuela e Antónia mostraram algum distanciamento em relação à aula, acompanhando a sessão focadas na organização e gestão do trabalho e não no conteúdo matemático ou no ensino e aprendizagem.

5 Reflexão pós-aula

A reflexão pós-aula aconteceu na sessão 9. Considerou-se que a aula de investigação estava bem preparada e que correspondeu, no essencial, ao que tinha sido planeado. Para suscitar a discussão foram apresentados alguns excertos do vídeo da aula, escolhidos pela equipa do IE como representação de diferentes estratégias e dificuldades dos alunos. O primeiro excerto apresenta a resolução da questão 1 em que era pedido aos alunos que marcassem três frações numa reta (Figura 2).

Vários alunos, entre os quais Maria e João, tiveram dificuldades ao marcar na reta o resultado obtido pela equipa A. Irina mostrou-se surpreendida com estas dificuldades. Mencionou que estes alunos confundiram numerador e denominador e, por isso, disseram que $\frac{5}{8}$ era maior do que a unidade. Salientou, ainda, que eles já sabiam que, quando o numerador é maior do que o denominador, a fração representa um número maior do que um, mas “[João] trocou, em vez de ser numerador maior, ele disse que quando era [numerador] menor é que [a fração] era maior que um. Depois, nem sabia muito bem onde é que havia de pôr” (S9, 29/04/14). João Pedro levantou uma nova questão: “o problema é o que é $\frac{1}{8}$? $\frac{1}{8}$ é um ponto ou um arquinho?” (S9, 29/04/14). Nesta altura começou a perceber-se que uma dificuldade dos alunos relacionava-se com o fato de o enunciado não encorajar a mobilização do significado parte-todo, remetendo para a simples marcação de pontos na reta.

João Pedro sugeriu que se poderia partir da compreensão das frações no significado parte-todo para desenvolver a compreensão do significado medida e representar na reta numérica com

compreensão. Indicou ainda que, se os alunos pensassem que teriam que dividir o segmento em 8 partes (denominador) e escolher 5 (numerador) “*nunca iriam marcar $\frac{5}{8}$ depois do 1*” (S9, 29/04/14). Manuela concordou e referiu que, na sua perspectiva, os alunos “*focam-se mais nos pontos e depois se perdem mais no comprimento, ao fim ou cabo na medida*” (S9, 29/04/14). Antónia também concordou e referiu que “*Quer dizer, porque $\frac{1}{8}$ não é [só] desde o zero ao final do primeiro pedaço, não é? [...] Mas tenho $\frac{1}{8}$ em qualquer outra das divisões, não é? É isso que eles também têm de perceber*” (S9, 29/04/14).

Na sequência, Irina considerou que a “*reta é muito complicada para eles porque é uma representação muito abstrata*” (S9, 29/04/14). É de notar que, durante a análise das dificuldades dos alunos, Irina parecia sentir-se incomodada, como se sentisse o seu trabalho criticado. Esta incomodidade e a sua surpresa com as dificuldades dos alunos, levou-a a focar numa possível distração do aluno ao invés de tentar analisar possíveis dificuldades de compreensão do conceito de fração (reflexão de nível 1).

Mais tarde, durante as entrevistas individuais perguntamos às professoras que alterações fariam à tarefa caso a fossem usar novamente. Antónia respondeu que não faria quaisquer alterações à tarefa: “*Não. Eu [...] gostaria de aplicar tal e qual como ela está aí apresentada*” (E, 06/05/14). Manuela também considerou que a tarefa não necessitava de alterações: “*Não!... Não. Não. Não, não! Acho que se enquadra perfeitamente já no ponto... Em que eles estão [...] Neste momento não acrescentava [nada]*” (E, 05/05/14). Para Irina, pelo contrário, havia a necessidade de reformular a apresentação da tarefa para solucionar a dificuldade dos alunos com a interpretação da reta numérica nos significados parte-todo e medida e a compreensão da justaposição dos segmentos de reta na adição:

Acho que... Acho que se mantinha. No entanto, acho que, por exemplo, o PowerPoint, acho que teria sido importante por causa daquilo que falámos da distância, e não do ponto. Houve ali aquela confusão. Acho que se calhar isto da justaposição que era interessante ter visto em PowerPoint, ou eu ter referido isso... Do que é que era isto de um deles começar no sítio onde o outro acabava.
(E, 05/05/14).

Deste modo, a reflexão pós-aula constituiu uma reflexão sobre a prática em que não se consideraram ações ou intenções para prática futura. A equipe do IE levantou diversos desafios às professoras, mas só Irina procurou encontrar respostas para esses desafios. Quando questionadas, Antónia e Manuela, apenas descreveram acontecimentos para corroborarem as apreciações feitas por João Pedro e Irina atribuiu as dificuldades a eventuais distrações dos alunos e à natureza abstrata da reta numérica, realizando todas as professoras nesta sessão uma reflexão de nível 1.

Numa reflexão posterior, durante as entrevistas individuais, Irina enunciou uma necessidade de ação para o futuro, propondo uma alteração no modo de apresentação da tarefa, enquanto Antónia e Manuela indicaram que não fariam qualquer alteração. Ainda que de uma forma contida, ambas narraram as observações que fizeram na aula e tentaram ajudar e apoiar o grupo a formar uma ideia geral do que aconteceu na aula. Irina, que lecionou a aula, esteve bastante exposta durante todo o processo de preparação e reflexão e partilhou com o grupo materiais, ideias e opiniões. Contudo, talvez por nessa altura não existir uma relação de trabalho em copropriedade entre todos os elementos do grupo, em certos momentos parecia sentir-se criticada e nem sempre aceitou bem analisar as evidências das dificuldades dos alunos.

6 Sessões de seguimento

Logo a seguir à aula de investigação, Manuela e Antónia realizaram a mesma tarefa nas suas aulas, sem fazer alterações. No início da sessão 10, primeira sessão de seguimento, fizeram um relato dessa experiência referindo dificuldades semelhantes na primeira questão (Figura 2):

Manuela: Assim do pouco que nós falamos houve uma certa parte que foi igual, que foi na primeira tarefa do salto em comprimento.

Antónia: Que era mais fácil.

Manuela: Que era mais fácil, perderam-se.

Antónia: Os alunos tiveram mais dificuldade.

Marisa: Na comparação?

Antónia: Eu acho que, pelo menos, aquilo que eu sinto na minha turma é que eu agora já não tenho andado tanto com a reta numérica, não é, porque já passamos à adição de frações, à subtração de frações, às frações decimais, e a pessoa já se distanciou um bocadinho da reta e portanto aquele exercício, o primeiro, veio, vinha com a reta e... Enquanto houve grupos que trabalharam bem, não mostraram dificuldades, outros parece que já nem estavam a perceber nada outra vez.

Manuela: Pois.

(S10, 12/05/14).

Manuela e Antónia pareceram surpreendidas com o fato de os seus alunos apresentarem dificuldades nesta questão, que consideravam ser a mais fácil. Quando Marisa lhes pediu para refletirem sobre a origem da dificuldade dos alunos ambas prenderam-se a fatos pouco aprofundados sobre a aprendizagem como o possível esquecimento dos alunos (reflexão de nível 1), e nunca sugeriram possíveis dificuldades de compreensão do conceito de fração:

Manuela: E eles já sabem perfeitamente que se o numerador ultrapassar o denominador que é maior que a unidade, mas eles... Mas esquecem-se, sim.

[...]

Antónia: Eles sabem que a fração imprópria é maior que a unidade e estamos sempre a repetir isso [...] mas mesmo assim chegaram aí e contaram dois, ou, e pronto, não sei.

(S10, 12/05/14).

Tendo em conta o trabalho que haviam desenvolvido com os seus alunos, Antónia e Manuela esperavam que estes conseguissem aplicar a regra “*se o numerador ultrapassa o denominador [a fração] é maior do que a unidade*” (S10, 12/05/14). Assim, desenvolveram uma reflexão sobre a prática de nível 1, nunca questionando a compreensão que os alunos têm da fração nos significados medida e parte-todo. Agora muito mais expostas porque falavam do trabalho dos seus próprios alunos, Antónia e Manuela pareceram ficar num registo de narrar os episódios da aula sem procurarem verdadeiramente as razões para as dificuldades dos alunos tendo em conta os conceitos matemáticos trabalhados. No entanto, trabalharam com os materiais produzidos no grupo, essencialmente por Irina e Marisa o que constitui uma situação de partilha.

Entre as sessões 9 e 10 foram feitas entrevistas individuais com todas as professoras, tendo em vista conhecer a sua opinião sobre o estudo de aula e as aprendizagens que consideravam ter feito. Surpreendentemente, estas entrevistas constituíram momentos de reflexão aprofundada, com um discurso muito espontâneo por parte das professoras que manifestaram os seus medos em relação ao processo vivido até então. Referiram, nomeadamente, a angústia de lecionar a aula de investigação e o medo de participar nas sessões devido ao seu fraco conhecimento sobre os números racionais no significado medida e sobre o seu ensino. Este momento tornou todos os participantes do estudo de aula muito mais próximos uns dos outros. Antónia e Manuela deixaram de mostrar receio de se expor uma perante as outras e perante a equipe do IE, o que fez com que o ambiente em que se desenvolveram as sessões seguintes fosse muito mais interessante, amigável e participado por elas do que o registado anteriormente.

Ainda na sessão 10, pedimos às professoras que planejassem uma aula sobre o tema que estavam a lecionar naquele momento, tendo em atenção o trabalho desenvolvido ao longo do estudo de aula. Manuela sugeriu que podiam preparar a aula em conjunto e que seriam ela e Antónia a lecioná-la, “aliviando” Irina que já tinha trabalhado muito anteriormente:

E porque é que nós [não] fazemos o seguinte, damos um bocadinho mais de folga à Irina, planeamos as três, eu e a Antónia cumprimos de modo a que apresentemos no dia 19 e tu tens um bocadinho mais de folga e... [...] Como tu, foste tu a ter a aula [de investigação], não é? Fazemos agora o estudo aqui as três e depois ficavas tu mais de folga... E aplicavas depois.
(S10, 12/05/14).

Manuela reconheceu assim que ela e Antónia tinham tido uma participação pouco ativa na fase anterior do estudo de aula. Mostrou agora vontade de assumir um papel ativo, eventualmente por se sentir mais confiante com as aprendizagens já realizadas no estudo de aula. Ficou então definido que ambas as professoras aplicariam as tarefas na sua aula e Irina as ajudaria depois a refletir sobre os resultados obtidos para apresentarem na sessão seguinte. Deste modo, as três professoras prepararam uma aula sobre a relação entre frações decimais e dízimas num

ambiente de responsabilidade partilhada a três.

No entanto, Antónia e Manuela começaram o planeamento muito hesitantes. Foram buscar o manual e começaram a folheá-lo. Foi visível como se mostravam incomodadas com a perspectiva de escolher tarefas do manual, talvez por pensarem que a equipe do IE não acharia isso muito correto. Perante a dificuldade das professoras, que pareciam não saber o que fazer, Marisa sugeriu que podiam adaptar uma tarefa em vez de selecionar sem alterações, referindo que seria interessante pedir aos alunos para relacionarem as duas representações (fração decimal e dízima). Manuela aceitou prontamente o desafio de escolher uma tarefa e fazer alterações de modo a torná-la “*mais difícil*”:

Sim, eu acho que sim, aumentando a dificuldade, não é, porque esse é muito básico. Mas eu acho que sim, misturando décimas, centésimas e milésimas, com denominadores diferentes.
(S10, 12/05/14).

Nessa altura Antónia e Irina começaram também a dar sugestões e a registrar mais ideias para depois elaborar a tarefa:

Antónia: Ou A, B e C no sentido de terem dois equivalentes e um diferente.

Irina: Ah, sim.

Antónia: Por exemplo, ter duas frações equivalentes, eles perceberem que aquilo, começarem ali a perceber que são frações equivalentes, apesar de terem denominadores diferentes.

Manuela: E porque é que aqui não dávamos uma hipótese, portanto, porque é que aqui não se dava uma em fração equivalente?

Marisa: Ah, uma destas estar em fração. Sim, pode ser, em vez de estarem todos em decimal. Ser em fração equivalente.

Manuela: Por exemplo, estão aqui quatro em dízimas, não é? E uma por extenso, e porque é que não retiramos uma que está em dízima e pomos em fração?

Irina: Exato.

Marisa: Pode ser.

Irina: E depois durante a discussão até podemos pedir para eles escreverem isto em frações também.

(S10, 12/05/14).

Irina continuou a dar muitas sugestões, Manuela esteve muito mais participativa e envolvida que o habitual e Antónia, apesar de participar menos do que as colegas, também se manteve envolvida, ao contrário do que aconteceu nas sessões anteriores. Assim, em conjunto, foi construída a primeira questão da tarefa (Figura 3):

1. Pinta no quadriculado 0,4 de verde; 40/100 de azul e “quatro centésimas” de amarelo.

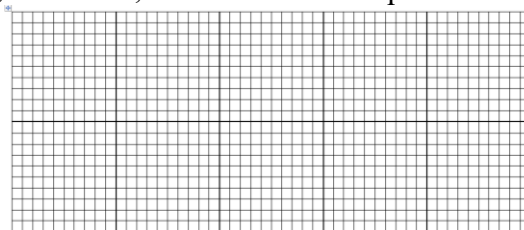


Figura 3 – Tarefa elaborada pelas professoras na sessão 10.

Fonte: Dados da pesquisa (2014)

Neste episódio salientam-se dois aspectos importantes. O primeiro é a mudança de atitude de Manuela e Antónia, que, de uma posição de reserva, passaram para uma posição de forte participação na atividade comum. Esta mudança, como vimos, parece ter resultado da confiança que se estabeleceu no grupo depois das entrevistas. O segundo aspecto é a dificuldade das professoras em assumir por si mesmas uma postura crítica e de autoria em relação às tarefas, dificuldade esta que foi, no entanto, ultrapassada com uma sugestão dada pela equipe do IE. Aparentemente, o trabalho realizado anteriormente no estudo de aula trouxe as professoras para um ponto em que já estavam preparadas para assumir esta forma de trabalho, não de um modo totalmente autônomo, mas com apoio de um parceiro mais experiente.

Pela natureza do trabalho de planeamento, a reflexão para a prática domina este episódio em que as professoras definiram diversas ações para a sua prática futura. O problema inicial decorria da proposta feita pela equipe do IE relativamente ao tópico que as professoras estavam a lecionar naquele momento – como promover a compreensão da relação entre frações decimais e dízimas.

Perante este problema, Manuela e Antónia propuseram alterações a uma tarefa do manual de maneira a torna-la mais desafiante e exploraram a possibilidade de fazerem emergir a noção de fração equivalente, mas não fundamentaram as suas propostas situando-se num nível 2 de reflexão. As duas professoras dominaram os trabalhos desta sessão, enquanto Marisa desempenhou um papel menos central, de apoio e incentivo ao trabalho do grupo. Desse modo, as professoras estiveram bastante expostas, partilharam ideias, materiais, ideias e opiniões e, mais do que isso, mostraram-se responsáveis e empenhadas num desenvolvimento de um trabalho comum, passando o trabalho no grupo a ter contornos de copropriedade.

7 Reflexão sobre as tarefas realizadas no seguimento

Na sessão 11, as três professoras refletiram sobre a sua experiência em sala de aula na realização da tarefa preparada na sessão 10. Antónia relatou que os seus alunos tiveram muitas dificuldades na resolução da primeira questão (Figura 3):

Os meus, pelo menos, só tive um que consegui fazer tudo certo. Um grupo, um par. Depois tive mais três que conseguiram fazer uma parte certa e outra errada, fizeram bem as quatro décimas [0,4], mas depois aqui as quarenta centésimas [40/100], que correspondia à mesma coisa, já não. E pronto. Eu acho que eles, não sei se foi o facto de estarem aqui vários quadriculados [várias folhas com quadriculado igual ao da figura 3], que os baralhou.
(S11, 19/05/14).

Antónia tentou perceber a dificuldade dos alunos e sugeriu que estes podiam ter se

confundido com o fato de terem várias folhas com quadriculado para representar os números indicados. Sugeriu ainda que isso pode ter feito com que os alunos “*não percebessem o que era a unidade*” (S11, 19/05/14). No entanto, não deixou de se mostrar surpresa e frustrada com as dificuldades dos seus alunos: “*E quando eles já sabem fazer, já sabem bem isto, até [...] Sabem bem transformar dízimas em fracionários e fracionários em dízimas*” (S11, 19/05/14). Manuela tentou também encontrar uma explicação para a dificuldade dos alunos da colega: “*Só que eu acho que o fato de isto estar visualmente diferente, basta um estar em dízima e outro em fração, que é o suficiente para os impedir de verem algo que é equivalente*” (S11, 19/05/14). As professoras envolveram-se numa tentativa de encontrar razões para as dificuldades dos alunos. De uma forma ainda superficial, Antónia referiu uma certa falta de atenção ou esquecimento dos alunos, enquanto Manuela se focou nas diferenças entre as representações em fração e decimal.

De seguida, Manuela apresentou também a análise do trabalho da sua turma:

Eu tinha doze grupos. Dos doze grupos, todos acertaram a pintura verde [0,4]. [Para 40/100] Dos doze grupos três erraram, e destes três, por acaso depois um grupo disse-me quando [...] ia começar a corrigir no quadro, que eles se tinham apercebido que a pintura azul [40/100] estava errada. Mas pronto, aperceberam-se e não disseram nada. Portanto, destes doze erraram a pintura azul três grupos. E quatro grupos erraram a pintura das quatro centésimas de amarelo (S11, 19/05/14).

Manuela começou por referir que todos os alunos acertam a pintura de 0,4, e depois referiu o número de pares que errou cada uma das representações seguintes. Em resposta, Antónia salientou alguma semelhança nos resultados das duas turmas:

Lá está. Mas, mas lá está. Há aqui alguma coisa mais ou menos parecida, é que estes meus que acertaram tudo, ou que acertaram parte, o que acertaram foi o verde [0,4], que é que aparecia em primeiro lugar. E depois a partir dali... (S11, 19/05/14).

As professoras concluíram que as duas turmas apresentaram muita facilidade em representar 0,4, tendo acertado todos os alunos, e que as dificuldades surgiram na representação de 40/100 e “quatro centésimas”. Irina tentou também encontrar uma razão para as dificuldades dos alunos, referindo que “*a partir do momento que começamos a trabalhar a dízima, as frações ficaram um bocado atrapalhadas*” (S11, 19/05/14), considerando que o trabalho com as dízimas terá feito com que os alunos se esquecessem das frações, ficando-se ainda por uma reflexão superficial sobre a situação (reflexões de nível 1).

Tendo em conta que a maior parte dos alunos errou na representação da centésima parte da unidade, Manuela sugeriu que este erro estava relacionado com a dificuldade em visualizarem a centésima parte da figura que lhes foi apresentada (Figura 3): “*Eles aqui visualizam muito bem as dez partes*” (S11, 19/05/14). Irina concordou, dizendo que “a centésima aí não é fácil para eles

verem. Não é intuitiva” (S11). Deste modo, Manuela começou a fundamentar a sua análise das estratégias e das resoluções dos alunos, se detendo num constrangimento pertinente associado ao material dado aos alunos (reflexão de nível 3).

Uma vez identificada a dificuldade dos alunos, Irina refletiu sobre a própria prática, nomeadamente sobre o trabalho que normalmente faz relativamente à representação dos números decimais:

Quando nós falamos na décima, nós normalmente usamos uma barra dividida em dez. Depois, de repente, começamos a falar na centésima, e a unidade em vez de ser a barra com dez, aparece um quadrado com cem. E, de repente, começamos a falar da milésima, e nós já temos isto. Portanto a unidade, que é sempre um, muda de forma. E isso, para eles, baralha-os de uma maneira impressionante.
(S11, 19/05/14).

Assim, Irina identifica um problema da sua própria prática, considerando que o modo como apresenta os submúltiplos da unidade aos alunos não facilita a compreensão da unidade e da sua relação com os submúltiplos (reflexão nível 2).

Todos os participantes concordaram com Irina que decidiu levar a discussão mais além, desafiando o grupo a pensar numa solução para o problema: “Mas, e agora? É uma reflexão. E agora o que é que fazemos?” (S11, 19/05/14). A professora prosseguiu, salientando que a representação exige que os alunos efetivamente compreendam o sistema de numeração decimal e o que é a unidade:

Isto é uma transformação que se aprende quase tipo regra, olha, tem o mil por baixo, três casas decimais. Não tens que entender exatamente o que é que aquilo representa. Tu acabas por decorar aquilo. Para aqueles que não sabem tão bem, eles decoram isso. Só que aqui trata-se de compreensão, já é diferente. E a barra, o quadrado, e agora isto, quer dizer, mas a unidade... O que é isto, o que é que eles querem? [...] É a noção de unidade, como ela é representada de diferentes maneiras.
(S11, 19/05/14).

Na sequência, Antónia sugeriu que podiam fazer como ela fez na discussão da tarefa, cortando progressivamente o retângulo em dez, cem e mil partes e Irina concordou:

Antónia: Eu primeiro fiz o quadrado e depois dividi em dez. Depois, "e esta agora? cada barrinha daquelas quanto é que vale?" e dividi aquilo em cem, para eles perceberem quanto é que uma décima, quantas centésimas valia. Portanto, eu já tinha feito isso.

Irina: Sim, sim. Ou seja, nós, se calhar no próximo ano que tivermos, nós devíamos sempre se calhar considerar a unidade um retângulo.

Manuela: Pois.

Irina: Para aparecer a barra assim, só, não é? Que é para, para a unidade ser sempre aquela.

Manuela: Mas depois também é a tal coisa, depois em livros, em fichas e em exames, voltamos ao mesmo.

Irina: Está bem, mas está aí, aí já está a compreensão, percebes? Tu trabalhaste com uma unidade que é sempre constante.

Manuela: Quando se vê depois representado da maneira, entre aspas, antiga, eles não vão baralhar?

Irina: Mas aí já tu a trabalhaste o suficiente, acho eu, para estar a coisa mais...

Manuela: Consolidada.

Irina: Pronto. Mas como é difícil, isto acho que, que nós agora percebemos, é importantíssimo para a próxima vez. E antes de ir para o livro, trabalhar muito isso assim. Só quando isto estiver seguro é que nós então já podemos apresentar outras formas.
(S11, 19/05/14).

Deste modo, Manuela alertou para a necessidade de os alunos terem flexibilidade para interpretar outras representações. Irina não descartou essa necessidade, mas fundamentou a importância de alterarem a sua prática com a ideia que um trabalho inicial consistente com a representação retangular como unidade e a conservação dessa unidade, ajuda os alunos a compreenderem essa representação, fazendo com que possam entender mais tarde representações simplificadas da unidade (reflexão de nível 3).

Esta discussão foi mediada por Marisa, que foi levantando questões, mas foram as professoras que desenvolveram uma reflexão aprofundada sobre a sua própria prática letiva, questionaram as resoluções e as dificuldades dos seus alunos e tentaram encontrar explicações para o que tinha acontecido, analisando com bastante detalhe a origem dessas dificuldades. Não se limitaram a tentar perceber o problema, procurando também possíveis formas de ultrapassá-lo numa reflexão para a prática de nível 3. Irina continuou a mostrar maior capacidade de levar a reflexão mais além, propondo soluções bastante fundamentadas, mas Manuela e Antónia mostraram forte participação, surgindo muito envolvidas na análise da aprendizagem dos seus alunos, relacionando-a com a sua prática. A mudança de atitude de Antónia e Manuela fez com que o trabalho no grupo passasse a ter características de copropriedade em que todos se envolvem de um modo responsável numa atividade conjunta.

8 Discussão e conclusão

Durante o estudo de aula, a equipe do IE teve um papel ativo de desafiar e questionar as professoras. Irina, a professora que lecionou a aula de investigação e que tinha mais gosto e segurança no ensino da Matemática mostrou-se sempre muito envolvida nas atividades do grupo (professoras e equipe do IE). Desde cedo, trabalhou em copropriedade com a equipe do IE na construção da tarefa para a aula de investigação. Nos momentos de reflexão para a prática fez sugestões fundamentadas para elaborar uma tarefa exploratória de modo a favorecer a aprendizagem e compreensão dos alunos. Nesta fase inicial, Manuela e Antónia mostraram-se pouco participativas e envolvidas nas atividades do grupo.

A reflexão pós-aula decorreu num ambiente em que Irina e a equipe do IE trabalhavam em modo de copropriedade, mas Antónia e Manuela estavam ainda num registro de narrar e

procurar ideias. Essa relação diferenciada entre os elementos do grupo parece ter influenciado a natureza da reflexão desenvolvida pelas professoras que era então pouco aprofundada.

Nas sessões de seguimento todas as professoras foram chamadas a planejar, lecionar e refletir sobre duas aulas. Ao contrário do que tinha acontecido até aí, Manuela e Antónia tornaram-se muito participativas. Isso pode resultar de passarem a ter um novo protagonismo na leccionação destas aulas, que já não iriam ser observadas, e também dos desabafos proporcionados pelas entrevistas. Ganharam assim grande confiança para participar ativamente nas sessões de trabalho.

Nesta fase, com o apoio de Irina, Manuela e Antónia sentiram-se à vontade para adaptar tarefas do manual e torná-las mais desafiantes para os alunos, criando novo conhecimento a partir da sua zona de desenvolvimento proximal (BLANTON; WESTBROOK; CARTER, 2005). Com este envolvimento de Antónia e Manuela, todo o grupo passou a funcionar em copropriedade, partilhando uma responsabilidade comum pelo trabalho. As professoras assumiram um papel de maior destaque nas discussões e atividades, passando a equipe do IE a assumir sobretudo um papel de gestão, organização e apoio ao desenvolvimento do trabalho.

Durante a fase de seguimento, as professoras envolveram-se tanto em reflexão sobre a prática como em reflexão para a prática. Em momentos de reflexão para a prática, perante um problema identificado – como promover a aprendizagem com compreensão da relação entre frações decimais e dízimas – as professoras fizeram sugestões para adaptar uma tarefa, no entanto, ainda não fundamentaram o modo como essas propostas podiam efetivamente levar à aprendizagem dos alunos com compreensão.

Neste caso, a sua reflexão assumiu um nível intermédio. Em momentos de reflexão sobre a prática, discutiam o trabalho dos alunos, identificaram erros e dificuldades comuns aos alunos das várias turmas, o que remete para um nível de reflexão aprofundado sobre a própria prática. Nesta reflexão aprofundada, as professoras questionaram a representação que costumam usar para o ensino-aprendizagem do sistema de numeração decimal que muda de dimensão a cada submúltiplo da unidade que vão introduzindo. Assim, propuseram alterar a sua prática futura sugerindo que devem passar a usar sempre a mesma representação e dividi-la de acordo com os submúltiplos a usar para que os alunos desenvolvam uma compreensão aprofundada da unidade.

Deste modo, o trabalho desenvolvido no estudo de aula favoreceu a criação de um ambiente de integração de conhecimento (LEWIS, 2016) onde as professoras construíram ativamente o seu próprio conhecimento através da recolha de dados dos seus alunos, estabelecendo conexões entre diferentes fontes de dados, conseguindo não só identificar problemas da sua própria prática e da aprendizagem dos alunos, mas também propor soluções

para esses problemas e fundamentá-las (CLARKE, 2000; OLIVEIRA; SERRAZINA, 2002).

Em conclusão, este estudo de aula, que valorizou o ambiente colaborativo e reflexivo, incluindo professores e formadores, no qual os professores tiveram oportunidade para se envolverem em reflexão sobre e para a prática, favoreceu o desenvolvimento de relações de copropriedade entre os participantes. Isso apoiou as professoras a envolverem-se em reflexões aprofundadas sobre a própria prática e o modo como os seus alunos aprendem e que podem ser poderosas para o seu desenvolvimento profissional, levando-as a gerar conhecimento sobre estes aspectos (PONTE, 2012). Verificamos ainda que esta evolução é mais marcante quando as professoras, nas entrevistas, são levadas a exprimir de modo mais forte a sua voz (ROBUTTI et al, 2016), passando a questionar as suas concepções e práticas e a arriscar a fazer coisas novas (CAJKLER et al., 2015; FUJII, 2016; PONTE, 2012).

Em relação ao formato habitual dos estudos de aula, registram-se aqui duas adaptações (STIGLER; HIEBERT, 2016) importantes: O papel dos formadores e as sessões de seguimento. A presença dos formadores ao longo de todo o processo foi decisiva no desenvolvimento deste estudo de aula. Além disso, as sessões de seguimento assumiram grande importância, dando grande coesão ao grupo.

O fato de todas as professoras terem lecionado as duas aulas fez com que se envolvessem mais e com mais responsabilidade no desenvolvimento do trabalho, o que sugere que pode ser importante que todos os participantes lecionem uma aula e partilhem essa experiência com o grupo. Estas adaptações do estudo de aula mostraram-se positivas para o desenvolvimento desta experiência. Outras alterações, como a lecionação de uma aula piloto pelos professores participantes durante a fase de preparação, com partilha e análise de episódios pelo grupo na sessão seguinte podem contribuir para resultados semelhantes. Embora de forma cuidadosa, para não comprometer aspectos essenciais do estudo de aula, novas adaptações devem ser experimentadas de modo a melhorar a eficácia deste processo de desenvolvimento profissional, ajustando-o à cultura local dos professores participantes.

Agradecimento

Trabalho financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia por meio de uma bolsa atribuída a Marisa Quaresma (SFRH/BD/).

Referências

BLANTON, M. L.; WESTBROOK, S.; CARTER, G. Using Valsiner's zone theory to Interpret teaching

practices in mathematics and science classrooms. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, Netherlands, v. 8, n. 1, p. 5-33, 2005.

BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In: GTI (Org.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 43-55.

CAJKLER, W. et. al. Teacher perspectives about lesson study in secondary school departments: a collaborative vehicle for professional learning and practice development. **Research Papers in Education**, London, v. 30, n. 2, p. 192-213, 2015.

CLARKE, D. Time to reflect. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, Netherlands, v. 3, n. 3, p. 201-203, 2000.

DAY, C. **Desenvolvimento profissional de professores: Os desafios da aprendizagem permanente**. 11.^a edição. Porto: Porto Editora, 2001.

DEWEY, J. **How we think**. 2.^a edição. Londres: Heath, 1933.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In: WITTROCK, M, C. (Org.). **Handbook of research on teaching**. 3.^a edição. ed. New York, NY: MacMillan, 1986. p. 119-161.

FUJII, T. Designing and adapting tasks in lesson planning: a critical process of Lesson Study. **ZDM Mathematics Education**, Dordrecht, Netherlands, v. 48, n. 4, p. 411-423, 2016.

FULLAN, M.; HARGREAVES, A. Teacher development and educational change. In: FULLAN, M.; HARGREAVES, A. (Org.). **Teacher development and educational change**. London: The Falmer Press, 1992. p. 1-9.

GOETZ, J. P.; LECOMPTE, M. D. **Ethnography and qualitative design in educational research**. 2.^a edição. Ed. San Diego, CA: Academic Press, 1984.

HOLLINGSWORTH, H.; CLARKE, D. Video as a tool for focusing teacher self-reflection: Supporting and provoking teacher learning. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, Netherlands, v. 20, n. 5, p. 457-475, 2017.

LEWIS, C. How does lesson study improve mathematics instruction? **ZDM Mathematics Education**, Dordrecht, Netherlands, v. 48, n. 4, p. 571-580, 2016.

LITTLE, J. W. The persistence of privacy: Autonomy and initiative in teachers' professional relations. **Teachers College Record**, New York, v. 91, n. 4, p. 509-536, 1990.

MEC. **Programa e metas curriculares Matemática: Ensino básico**. Lisboa: Direção Geral de Educação, 2013.

MENEZES, J. L.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa de professores e ensino da Matemática. Caminhos para o desenvolvimento profissional. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, Londrina, v. 1, n. 1, p. 1-32, 2009.

OLIVEIRA, I.; SERRAZINA, L. A reflexão e o professor como investigador. In GTI (Org.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 29-42.

PONTE, J. P. Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In Planas, N. (Org.). **Teoría, crítica y práctica de la educación matemática**. Barcelona: Graó, 2012. p. 83-98.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, Netherlands, v. 93, n. 1, p. 51-66, 2016.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868-891, 2016.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. Participar num estudo de aula: A perspetiva dos professores. **Boletim GEPEM**, Seropédica, RJ, v. 71, p.98-113, 2017.

ROBUTTI, O. et al. ICME international survey on teachers working and learning through collaboration. **ZDM Mathematics Education**, Dordrecht, Netherlands, v. 48, n. 5. p. 651-690, 2016.

SCHÖN, D. A. **The reflective practitioner**: How professionals think in action. Aldershot Hants, UK: Avebury, 1983.

SERRAZINA, L. Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1.º ciclo. **Quadrante**, Lisboa, v. 8, n. 1-2, p. 139-168, 1999.

STIGLER, J. W.; HIEBERT, J. Lesson study, improvement, and the importing cultural routines. **ZDM Mathematics Education**, Dordrecht, Netherlands, v. 48 n. 4, p. 581-587, 2016.

TAKAHASHI A.; MCDUGAL T. Collaborative Lesson Research (CLR). In: QUARESMA, M. et al. (Org.). **Mathematics Lesson Study Around the World**. Theoretical and Methodological Issues. ICME-13 Monographs. Germany, Cham: Springer, 2018. p. 143-152.

WAKE, G.; SWAN, M.; FOSTER, C. Professional learning through the collaborative design of problem-solving lessons. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 19, n. 2-3, p. 243-260, 2016.

Submetido em 10 de Maio de 2018.
Aprovado em 05 de Setembro de 2018.