Bolema: Boletim de Educação Matemática
ISSN: 0103-636X
ISSN: 1980-4415
UNESP - Universidade Estadual Paulista, Pró-Reitoria de Pesquisa Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

Santos, Jorge Alejandro; Bernardi, Lucí dos Santos; Nascimento, Márcia

Algoritmos y sistemas de parentesco: aproximaciones etnomatemáticas en la formación de profesores indígenas

Bolema: Boletim de Educação Matemática, vol. 34, núm. 67, 2020, pp. 628-650
UNESP - Universidade Estadual Paulista, Pró-Reitoria de Pesquisa Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

DOI: 10.1590/1980-4415v34n67a14

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

# Algoritmos y sistemas de parentesco: aproximaciones etnomatemáticas en la formación de profesores indígenas

## Algorithms and kinship systems: ethnomathematical approaches in the training of indigenous teachers

Jorge Alejandro Santos*
ORCID iD 0000-0002-9081-5881
Lucí dos Santos Bernardi**
ORCID iD 0000-0001-6744-9142
Márcia Nascimento***
ORCID iD 0000-0002-5942-3919

### Resumen

El objetivo de este artículo es presentar una investigación etnomatemática y su utilización en la formación de profesores indígenas *Kaingang* en el área de matemáticas y ciencias naturales. La experiencia trascurre en el marco de las Licenciaturas Interculturales Indígenas de la Universidad Comunitaria de la Región de Chapecó (Unochapecó), Santa Catarina, Brasil. El texto incluye tanto la descripción de una experiencia pedagógica que se enmarca en el paradigma etnomatemático, como la propuesta de una hipótesis etnomatemática específica, sobre el sistema de parentesco del pueblo *Kaingang*, que se inserta dentro del proceso pedagógico descripto. La postulación de la hipótesis fue un momento necesario dentro de la experiencia pedagógica, pues no existían estudios significativos sobre la cultura citada que sirvieran como material etnomatemático para las clases, por lo que creímos interesante investigar esa área a fin de obtener dicho material. En particular la conjetura postula que el sistema de parentesco *Kaingang* puede expresarse con el lenguaje formal de la lógica de predicados. Esto permite interpretar los razonamientos con que se calculan las relaciones de parentesco (casamiento, filiación, herencia) como algoritmos, es decir, como resoluciones de problemas en un número finito y no ambiguo de pasos. Asimismo, la hipótesis prevé que el sistema puede expresarse como un programa de computación. Además de presentar la experiencia junto con la hipótesis específica, el trabajo describe brevemente cómo se utilizó en la formación de profesores indígenas y evalúa sus resultados.

**Palabras clave:** Etnomatemática. Interculturalidad. Algoritmo. Parentesco. Educación indígena.

* Doctorado en Filosofía por la Universidad de Buenos Aires. Postdoctorado en la Universidade Comunitária da Região de Chapecó (Unochapecó), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Profesor de postgrado en Filosofía, Facultad de Filosofía y Letras, Universidad de Buenos Aires (UBA), Buenos Aires, Argentina. Dirección postal: Emilio Lamarca 1735 C, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Codigo postal 1407. Correo electrónico: jorgesantosuba@gmail.com.

** Doctorado en Educación Científica y Tecnológica y Máster en Educación de la Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Profesora investigadora en el Programa de Posgrado en Educación de la Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI / FW), Frederico Westphalen, Rio Grande do Sul, Brasil. Dirección postal: Av. General Osório, 55D, Apto. 502, Chapecó, Santa Catarina, Brasil, CEP: 89802-265. Correo electrónico: lucisantosbernardi@gmail.com

*** Doctorado en Lingüística por la Universidade Federal de Rio de Janeiro (UFRJ). Indígena Kaingang, Coordinador del Proyecto de Nido de idiomas Kaingang en la Terra Indígena Nonoai, Aldeia Bananeras, en Nonoai, Rio Grande so Sul, Brasil. Correo electrónico: inidiaedai@yahoo.com.br

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

**Abstract**

The goal of this paper is to present an ethnomathematical research and its use in the training of Kaingang indigenous teachers in Mathematics and Natural Sciences. The experience takes place within the Indigenous Intercultural Bachelor's degrees of the Community University of the Chapecó Region (Unochapecó), in Santa Catarina, Brazil. The text includes both the description of a pedagogical experience that is framed in the ethnomathematical paradigm, as well as the proposal of a specific ethnomathematical hypothesis, about the Kaingang people's kinship system. The postulation of the hypothesis was a necessary moment within the pedagogical experience, since there were no significant studies on the cited culture that would serve as ethnomathematical material for the classes, so we thought it would be interesting to investigate that area in order to obtain the cited material. The conjecture specifically postulates that the Kaingang kinship system can be expressed in the formal language of a predicate logic. This allows us to interpret the reasoning with which kinship relations (marriage, affiliation, inheritance) are calculated as algorithms, that is, as resolutions of problems in a finite and unambiguous number of steps. The hypothesis also provides that the system can be expressed as a computer program. In addition to presenting the experience together with the specific hypothesis, the work describes how it was used in the training of indigenous teachers and evaluates its results.

**Keywords:** Ethnomathematics. Interculturality. Algorithm. Kinship. Indigenous education.

## 1 Introducción

El presente artículo tiene como objetivos presentar una investigación etnomatemática y mostrar cómo fue utilizada en la formación de profesores indígenas *Kaingang*.

El trabajo incluirá, entonces, la exposición de una experiencia pedagógica guiada por el paradigma de la etnomatemática en el marco de un programa de formación de profesores indígenas pertenecientes al pueblo *Kaingang* en la región Oeste del estado de Santa Catarina, Brasil. Asimismo, incluirá la propuesta de una hipótesis etnomatemática específica sobre la cultura *Kaingang*, en particular sobre su sistema de parentesco.

Uno de los inconvenientes que encontramos al comenzar a implementar la perspectiva etnomatemática en el currículo de la educación indígena de la región, fue que no existían estudios etnomatemáticos significativos sobre la cultura *Kaingang* que pudieran ser utilizados en las aulas, razón por la cual, al inicio de esta experiencia, utilizábamos ejemplos e investigaciones de otros autores sobre otros pueblos. Luego, creímos importante profundizar las investigaciones a fin de obtener material relevante.

En ese marco surge la hipótesis que se planteará y se procederá a demostrar en el artículo. Por lo tanto, la finalidad de este es doble: verificar una hipótesis etnomatemática y mostrar cómo fue utilizada en el proceso pedagógico de la formación de profesores *Kaingang* en el área de matemática y ciencias naturales.

Se trata de un objeto complejo: presentar una experiencia pedagógica en etnomatemática que incluye una investigación, una hipótesis y su demostración. Podríamos haber optado por exponer, de manera separada, en artículos diferentes, por un lado, la

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

investigación y por otro el proceso pedagógico en el que se utiliza. Pero optamos por esta solución pues, en este caso, la investigación y la educación etnomátematica se retroalimentan: la necesidad pedagógica de trabajar con elementos lógico-matemáticos de la propia cultura *Kaingang* impulsó la investigación que, a su vez, comienza a partir del material disponible en el contexto cultural del aula y la escuela indígena. Creemos que explicitar esta relación es importante pues muestra el potencial de vincular investigación y enseñanza. Exponer el componente pedagógico y el investigativo, de manera separada, podría haber desdibujado esta relación y desnaturalizado la experiencia.

La experiencia expuesta en este artículo se sustenta en nuestro trabajo como profesores e investigadores del Programa de posgraduación en Educación de la Universidad Comunitaria de la Región de Chapecó – Unochapecó, y de la Licenciatura Intercultural Indígena dictada por la universidad citada, en la Tierra Indígena Toldo Chimbangue, municipio de Chapecó, región oeste de Santa Catarina, Brasil. Se trabajó sistemáticamente en la perspectiva etnomatemática con los estudiantes *Kaingang* y se los estimuló a realizar Trabajos de Conclusión de Curso (TCC) en esa área. Asimismo, docentes de la Unochapecó han realizado investigaciones dentro de ese marco teórico entre las que se incluye la hipótesis a exponer en este trabajo. (SUFIATTI et al., 2013; SANTOS; BERNARDI, 2018; BERNARDI; SANTOS, 2019).

Esta hipótesis aborda un tópico clásico de la antropología: los sistemas de parentesco, pero desde una perspectiva distinta: desde el marco teórico de la etnomatemática y con una metodología inspirada en las ciencias formales, particularmente la lógica matemática. Sucintamente, sostiene que el orden de casamiento y filiación tradicional *Kaingang* puede presentarse como un sistema de cálculo lógico formal. Por lo tanto, la demostración de esta tesis incluye una prueba lógica.

El presente trabajo, entonces, comienza con la presentación del contexto en donde se desarrolla la experiencia pedagógica y relata cómo surge la hipótesis específica a partir de un trabajo en la escuela indígena. Sigue con algunas consideraciones teórico-metodológicas y una breve referencia a la cultura *Kaingang*; continúa con la descripción de la hipótesis, su implementación en las clases de etnomatemática y la evaluación de los resultados de la experiencia. El apartado final será dedicado a las conclusiones.

## 2 Etnomatemática en la Licenciatura Intercultural Indígena

La Licenciatura Intercultural Indígena en la que se realizó esta experiencia es un

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

programa para la formación de profesores indígenas para la región Oeste de Santa Catarina, ofrecida desde 2009 por la Unochapecó. Otorga el título de Licenciado Intercultural Indígena en las áreas de: pedagogía, matemáticas y ciencias naturales, humanidades y ciencias sociales, idiomas, arte y literatura. El objetivo de curso es la formación de profesores capacitados para la implementación de una educación intercultural, bilingüe, específica y diferenciada, de acuerdo con las normativas nacionales y estatales que regulan la educación para los pueblos indígenas en Brasil. Una de sus características originales es que, a fin de enfrentar el problema de la alta deserción de estudiantes indígenas en los cursos universitarios, la licenciatura se dicta en tierra indígena. La universidad va al territorio, en vez de que los estudiantes tengan que salir de él para ir a la universidad.

Esto produce, como efecto colateral positivo, la *alfabetización intercultural* de los profesores universitarios. Enseñar en el territorio indígena es muy distinto a hacerlo en el aula universitaria. El contacto con la cultura y la forma de ser y estar en el mundo de la población indígena es mucho más cercano. Esto proporciona un marco propicio para la investigación etnomatemática, pues brinda experiencias, contactos interculturales y relaciones cotidianas que no suceden en el aula universitaria estándar. La hipótesis específica sobre el sistema de parentesco surge en este contexto y gracias a este proceso de *alfabetización intercultural*.

Con el grupo de estudiantes que se forman en el área de matemática y ciencias naturales utilizamos el paradigma de la etnomatemática, a fin de cumplir los objetivos normativos previstos para una educación intercultural. El principal de ellos es que el conocimiento escolar se inserte en la cultura, sabiduría y experiencia vital de las poblaciones indígenas.

Sin embargo, en nuestras aulas teníamos una situación un tanto contradictoria, ya que enseñábamos etnomatemática sin referirnos a la propia cultura de nuestros estudiantes. Al no haber investigaciones significativas en el área, el material se refería a otros pueblos y a investigaciones provenientes, a veces, de contextos tan diferentes como el africano o australiano. Creímos apropiado resolver esta situación realizando algunas investigaciones y generando hipótesis propias respecto a la presencia de etnomatemática en la cultura *Kaingang*. Entre las hipótesis más interesantes que formulamos, y pudimos probar con un alto grado de verosimilitud, está la que es objeto de este trabajo y se presenta a continuación.

## 2.1 El surgimiento de una hipótesis etnomatemática específica

La hipótesis propuesta afirma que el sistema de parentesco *Kaingang* es una forma de

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

cálculo lógico que puede expresarse en el lenguaje formal de la lógica de predicados. Esto permite presentarlo, asimismo, como una serie de algoritmos[1]. Es decir, puede expresarse como un grupo de operaciones organizadas de manera lógica, que permiten alcanzar la solución para un problema en un número finito y no ambiguo de pasos.

Esta hipótesis parece abstracta y teórica, sin embargo, su origen es un razonamiento concreto en una circunstancia cotidiana. Surge a partir de una conversación con una pareja de ancianos *(kófa)* indígenas *Kaingang* que visitaron la escuela indígena del Toldo *Chimbangue* donde se dictan las Licenciaturas Interculturales, para hablar sobre las prácticas y costumbres tradicionales de su pueblo. Cabe destacar que los ancianos nunca recibieron educación formal y, si bien su lengua materna es *Kaingang*, hablan también portugués.

La colonización de la región es relativamente reciente, por lo que muchos ancianos crecieron en el seno de sociedades indígenas que conservaban una parte sustancial de sus prácticas tradicionales. Una de estas prácticas es la división de los integrantes del grupo en dos mitades clánicas: *Kamẽ* y *Kanhru.* A partir de ellas se organiza, entre otras cosas, el sistema de parentesco. Solo se pueden casar entre personas pertenecientes a diferentes mitades clánicas. La pertenencia a una de las mitades se hereda del padre, es decir, los hijos e hijas heredan la marca del padre.

Luego explicaremos, detalladamente, el sistema de mitades clánicas, pero con lo dicho alcanza para comprender el razonamiento que origina la investigación. Los ancianos estaban acompañados por su nieta, situación muy común, pues los *kófa* tienen un papel protagónico en la crianza de los niños en el orden familiar *Kaingang.* Estaban explicándonos el sistema de casamiento y cómo cada uno de los esposos pertenecía a mitades diferentes. Entonces, uno de los investigadores preguntó a qué marca pertenecía la nieta y el anciano contestó lo siguiente: ella es *Kanhru* porque yo soy *Kamẽ* y ella es hija de mi hija (*Tỹ fi tóg Kanhru nĩ mỹr isỹ tỹ Kamẽ nĩ nỹ kỹ fi tóg tỹ inh kósinh fi kósin fi nĩ*).

La respuesta fue sorprendente para alguien que se dedica a la lógica, pues había formulado un razonamiento lógico perfecto. Solo que, en lugar de utilizar las tradicionales *p* y *q,* utilizó *Kamẽ* y *Kanhru.* A partir de la regla que prohíbe el casamiento entre los que pertenecen a la misma mitad y la que establece que la marca se hereda del padre, se deduce lógicamente que: si el anciano es *Kamẽ*, su hija también es *Kamẽ*, pero la hija de su hija será *Kanhru* (pues su hija se debe casar con un *Kanhru* cuya descendencia será también *Kanhru).*

[1] La noción de algoritmo que utilizamos no se limita a los algoritmos ejecutables por una computadora. Sino que abarca a cualquier grupo finito de operaciones organizadas de manera lógica y no ambigua que nos permiten alcanzar la solución para un problema, estén o no expresadas en un programa ejecutable por un ordenador.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

Este es el razonamiento que dió inicio a la investigación, y el objetivo fue probar con técnicas de lógica formal que se trata de un razonamiento lógicamente correcto y que, consecuentemente, el sistema de parentesco puede expresarse como un sistema de cálculo lógico consistente. Esto hace posible que se lo exprese como un algoritmo y, consecuentemente, en un lenguaje de programación ejecutable por una computadora.

La utilidad pedagógica de la hipótesis consiste en que conseguimos vincular estrechamente contenidos matemáticos abstractos como axiomatización y lógica de predicados, con conocimientos y cálculos tradicionales de la comunidad. Asimismo, nos permitió relacionar, también, la noción de algoritmo con el sistema de organización tradicional del grupo. Mostramos a nuestros estudiantes que esto es posible, útil y una práctica reproducible en sus clases de matemática escolares. La apropiación de este conocimiento se hace evidente en sus testimonios expuestos en el apartado 6.

## 3 Marco teórico

El trabajo se encuadra en el marco teórico y metodológico de la etnomatemática. Gilmer (1995, p. 188), a partir de las ideas de Ubiratan D'Ambrosio, sostiene que esta disciplina consiste en "el estudio de las técnicas matemáticas utilizadas por grupos culturales identificados para entender, explicar y manejar problemas y actividades que nacen de su propio medio ambiente".

Gerdes (2012) sostiene que en la etnomatemática se yuxtaponen e interactúan tres disciplinas: la antropología cultural, la matemática y la educación matemática. Esta yuxtaposición se hace evidente en nuestro trabajo, el cual incluye investigación en temas antropológicos, matemáticos y la aplicación de dicha investigación en una situación pedagógica. El autor señala que, para la educación matemática en contextos interculturales, es muy importante conectar las matemáticas escolares con las que subyacen en las prácticas cotidianas de cada grupo socialmente diferenciado para establecer un puente entre ellas.

Los trabajos de Gerdes son, también, un antecedente importante e inspirador para nuestra hipótesis específica, pues trabaja con la idea de algoritmo con relación a las culturas tradicionales. Particularmente, trabaja con los algoritmos geométricos que utilizan los miembros del pueblo Tchokwe del noreste de Angola, para reproducir en un número finitos de pasos sus *sona*: diseños geométricos de figuras abstractas que suelen representar animales y otros objetos culturales significativos.

Esta concepción, sin embargo, ha sido cuestionada en diversos aspectos. Pais (2013)

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

recopila una serie de críticas formuladas por Knijnik (2012) y Dowling (1998) a las que suma su propia perspectiva. Abordar estas críticas excede el alcance de este artículo, sin embargo, nos referimos brevemente a dos de ellas por estar vinculadas a nuestro trabajo.

La primera señala que existe un sesgo etnocéntrico en la concepción de la etnomatemática en tanto suele expresar prácticas culturales diversas en términos de matemáticas escolares o académicas. La expresión en términos de la cultura hegemónica mostraría el valor de esas prácticas culturales que también *son matemática*. La segunda se refiere a la utilidad pedagógica. Sostiene que las prácticas concretas y cotidianas que la etnomatemática entiende y estudia como *matemáticas* o *protomatemáticas*, no ayudan a la comprensión de las matemáticas escolares, pues se trata de competencias sumamente distintas. Según el autor, la suposición de que se transfiere el conocimiento adquirido en la escuela a las actividades cotidianas y viceversa no está justificada.

Creemos que la primera crítica puede hacerse a toda educación de tipo intercultural y no solo a la etnomatemática. Una objeción similar se hace en el terreno de la filosofía. Nuestra posición, siguiendo a Panikkar (2000), propone un camino intermedio entre la mentalidad colonial que cree que con las nociones de una sola cultura (la europea) puede expresarse la totalidad de la experiencia humana y el extremo opuesto, que cree que no hay posible comunicación entre las diversas culturas, por lo que se encuentran condenadas al solipsismo o a la incomunicación.

En definitiva, lo que proponemos es el camino del diálogo entre culturas en condiciones de igualdad relativa: la cultura más poderosa necesita dar espacio para que las otras puedan expresarse. Ello implica un esfuerzo constante para actuar y educar decolonialmente y resolver, en la práctica, una serie de enigmas teóricos y prácticos. No creemos que sea un problema *traducir* ciertas prácticas tradicionales en términos matemáticos, siempre que no pensemos que esa traducción las explica y contiene completamente. Es solo una traducción, una interpretación posible y no una asimilación o interpretación completa de lo observado; se lo mira desde una perspectiva (etnomatemática), sin reducirlo necesaria y totalmente a ella.

Con respecto a su utilidad pedagógica en la enseñanza de matemáticas escolares, asumimos una perspectiva freireana. Freire (1970) afirma que la educación, para ser significativa, tiene que partir de la experiencia cotidiana del estudiante. El saber escolar debe poder conectarse con saberes anteriores y con el contexto existencial y vivencial del alumno. El autor brasilero ha mostrado, con su método de alfabetización y pos-alfabetización, la utilidad pedagógica de conectar el conocimiento cotidiano con el formal-escolar, ese es el

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

objetivo de la práctica etnomatemárica en nuestras aulas.

Respondidas las objeciones de Pais (2013), podemos afirmar que, en el contexto intercultural en el que trabajamos, la etnomatemática se presenta como un instrumento útil y como un marco teórico epistémico y pedagógico adecuado. Investigar junto a nuestros estudiantes los posibles contactos entre las matemáticas escolares y académicas, por un lado, y prácticas y saberes de sus comunidades por otro, promueve la apropiación del conocimiento matemático.

## 3.1 Metodología

En este punto nos referimos a la metodología utilizada para la elaboración y prueba de la hipótesis específica, estrechamente vinculada a nuestra práctica educativa. Esta se enmarca en la práctica típica de la etnomatemática que según D'Ambrosio consiste en:

> Observación de las prácticas de poblaciones diferenciadas, no necesariamente indígenas, yo tengo un alumno que hizo una tesis de etnomatemática sobre cirugías cardíacas de corazón abierto y él observó cómo los médicos utilizan elementos matemáticos en su práctica quirúrgica, y allí llegó a cuestiones que le parecieron importantes de naturaleza matemática, tales como: la toma de decisiones, cómo se hace la sutura […]. Entonces el método de trabajo en etnomatemáticas es una observación de práctica de grupos naturales diferenciados e intentar de ver qué hacen, lo que hacen, que ellos hagan una narrativa de sus prácticas, después un análisis del discurso. Esta sería la metodología del trabajo más común (D'AMBROSIO, 2008, p. 22).

Nuestra metodología consiste en la observación de prácticas tradicionales de la población *Kaingang.* Pero, dado que tenemos una relación cotidiana con los estudiantes indígenas[2] y utilizamos nuestra hipótesis en las aulas, existe una retroalimentación constante sobre esas ideas. También realizamos un conjunto de entrevistas formales, de tipo cualitativo, para relevar la opinión sobre el trabajo del grupo.

Otro aspecto metodológico importante es que tener en nuestro equipo y entre los autores de este artículo una integrante de la comunidad, doctorada en lingüística, especialista y hablante nativa de la lengua *Kaingang.* Esto nos permite tener una opinión calificada sobre lo acertado o no de las hipótesis y un acceso directo a la opinión de ancianos, algunos de los cuales son parte de la familia de la investigadora. El control de nuestra hipótesis a partir de una mirada calificada de los integrantes de las comunidades, estudiantes, profesores-investigadores y ancianos es una de las prácticas metodológicas que consideramos

[2] Los estudiantes de las Licenciaturas Interculturales Indígenas se forman para ser profesores en sus comunidades, pertenecen al pueblo *Kaingang* y viven en las diversas Tierras Indígenas demarcadas o en proceso de demarcación del Oeste de Santa Catarina. Algunos de ellos ejercen como profesores en las escuelas de sus comunidades pues pueden hacerlo cuando no hay un profesor indígena ya formado en el área que ocupe el cargo.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

fundamentales.

Respecto de la existencia de antecedentes específicos que relacionen sistemas de parentesco, etnomatemática y lógica formal, hemos encontrado pocos trabajos relevantes. Los sistemas de parentesco constituían, hasta hace poco, el principal objeto de interés de la antropología (WOORTMANN, 2018). Ha sido frecuente en su abordaje el uso de las *ecuaciones de parentesco* que formalizan, de manera rudimentaria, los sistemas de organización parental (dravídico, hawaiano, iroqué etc.). Esta formalización, sin embargo, no utiliza la lógica formal, sino que se trata solamente de una forma de expresar, de manera más simple, sistemas de relaciones complejas.

Es cierto que ha sido una ambición de la antropología estructuralista servirse de las ciencias formales para abordar su objeto de estudio, sin embargo, los intentos de hacerlo fueron objeto de críticas demoledoras. Un antecedente importante para este estudio es el trabajo crítico de Reynoso (1991) que enuncia serias razones lógicas para desconfiar de Lévi-Straus. Básicamente, su argumento consiste en mostrar como los conceptos provenientes de las ciencias formales aplicados por Lévi-Straus y sus discípulos son usados de manera impropia, con un sentido claramente diferente al dado por las ciencias formales, carente de rigurosidad y precisión lógica. Reynoso refuta incluso, con esta argumentación, un intento de axiomatización del sistema de parentezco *Kariera* ralizado por Kemeny, Snell y Thompson (1974).

Como antecedente específico de aplicación de lógica formal al sistema de parentesco en estudios etnomatemáticos, además de trabajos propios, encontramos otro antecedente en Lea (2004). La autora utiliza una ecuación lógico-matemática para analizar una relación de parentesco triádica del pueblo *Mẽbengôkre*. Pero, a diferencia de nuestro trabajo, está más sustentado en los análisis estructuralistas criticados por Reynoso. A nuestro entender, el hecho de sustentarse en la etnomatemática y de mantener la rigurosidad del análisis lógico permite superar las objeciones de Reynoso y le otorga, a este trabajo, cierta singularidad.

## 4 La sociedad *Kaingang*

Los *Kaingang* constituyen la principal sociedad Jê del Sur de Brasil, llamados también Jê meridionales. Son considerados por algunos investigadores como sociedades dialécticas que se caracterizan por conformar órdenes sociales basados en una bipartición básica entre dos grupos *nosotros* y los *otros*. Esa bipartición se sostiene en una cosmovisión que supone la bipartición de todo el universo en categorías duales.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

La sociedad *Kaingang* se organiza a partir del par de opuestos complementarios *Kamẽ/Kanhru* que regula las relaciones de parentesco, prescribiendo la exogamia y prohibiendo la endogamia. De acuerdo con Veiga (2000, p. 79): "Os *Kamẽ* estão relacionados ao sol, persistência, permanência, dureza, lugares baixos e objetos longos. Os *Kaĩru* estão relacionados à lua, ao orvalho, à umidade, ao movimento, à agilidade, a lugares altos e a objetos baixos e redondos. A unidade é a soma desses princípios".

El par binario se representa con *marcas* o pinturas corporales, gráficamente similares al cero y al uno. Expresan, también, intuiciones geométrico-matemáticas, pues la marca de línea vertical representa *Kamẽ*, es alargada y de color negro: **I** (*rá téj o rá joj*); y el punto redondo representa *Kanhru* en general de color rojo: • (*rá ror o rá kutu)*.

La existencia de dos mitades clánicas hace que existan solo dos variables (un individuo es *Kamẽ* o *Kanhru*) y cada variable tiene dos valores posibles, masculino o femenino. Esta simplicidad facilita el abordaje del sistema de parentesco con la lógica de predicados.

## 5 Pruebas lógicas

### 5.1 Formulación de los axiomas para el cálculo de parentesco

La estrategia para plantear la prueba formal fue la siguiente: a) Formular los axiomas, es decir, las normas fundamentales que regulan el parentesco. Luego, derivar el razonamiento realizado por el anciano partiendo de los principios enunciados; b) Expresar los axiomas y el razonamiento en español, en lengua *Kaingang* y en el lenguaje formal de la lógica de predicados. Esto último nos permitirá hacer una prueba formal de la validez del razonamiento.

Es importante aclarar que trata de una cultura tradicionalmente ágrafa, por lo que la enunciación de las reglas de parentesco no está escrita. Algunas tienen una enunciación explícita y otras, implícita, por considerarse evidentes. Por ejemplo, se aclara explícitamente que el casamiento es entre individuo de mitades clánicas opuestas. Pero se da por entendido que es entre varón y mujer, y que no pueden casarse entre padres e hijos. La fuente primaria de estas reglas fueron los ancianos que visitaron la escuela. Sin embargo, son principios conocidos por toda la comunidad, incluidos nuestros estudiantes, que también fueron una fuente de información relevante.

Antes de la axiomatización es necesario hacer algunas precisiones en torno a las categorías *Kamẽ* y *Kanhru.* Como señalamos anteriormente, tienen usos diversos y también

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

cualidades polisémicas. Sin embargo, el sistema de parentesco al momento de establecer las relaciones y las reglas de pertenencia funciona como un cálculo abstracto. Es decir, las propiedades polisémicas se abstraen, pues son características innecesarias para establecer la afinidad entre individuos. El anciano para explicar por qué su nieta es *Kanhru* no habló de su relación con la humedad, la agilidad, o la luna, sino que se refirió de manera abstracta (es decir ignorando o abstrayéndose de los otros significados) a las reglas de casamiento y herencia. Estas reglas no son ambiguas, sino que están bien definidas, a diferencia de los otros significados posibles (agilidad, humedad, relación con el sol o la luna etc.).

El uso de palabras en un sentido bien definido en algunas ocasiones, y de manera ambigua en otras, es sumamente común. Por ejemplo, en la frase – *esa chica es igual a mi hermana* – el sentido de la palabra *igual* es impreciso y ambiguo, no se refiere a una identidad total, sino apenas a una semejanza física o de carácter que proviene, generalmente, de una apreciación subjetiva. En cambio, cuando en una clase de matemáticas decimos que *dos más dos es igual a cuatro*, la palabra *igual* tiene un significado preciso y bien definido: dos conjuntos de dos elementos tienen la misma cantidad de elementos que un conjunto de cuatro. La misma palabra tiene, en algunos contextos, un significado preciso y, en otros, sucede lo contrario. Lo mismo se puede apreciar en las categorías *Kaingang* señaladas. Comencemos con la enunciación, entonces:

> *Axiomas:*
> *a) Todos los individuos en el grupo pertenecen de manera exclusiva a una de las mitades Kamẽ o Kanhru.*
> *a') Kanhgág kar kãki ũ tóg tỹ Kamẽ ketũnĩkỹ tỹ Kanhru nỹtĩ.*
> *b) Dentro de las mitades hay tanto individuos masculinos como femeninos.*
> *b') Rá régre tag kãki ũ tỹ gré nỹtĩ ke mũn kã ũ tỹ tẽtá nỹtĩ gé*
> *c) Solo puede haber casamiento entre individuos masculinos y femeninos pertenecientes a mitades opuestas: Kamẽ masculino con Kanhru femenino o Kanhru masculino con Kamẽ femenino.*
> *c') Ũn gré mré ũn tẽtá tỹvĩn tỹ jagnẽ mré jãgjãg mũ, jagnẽ kato rá tỹ'ũ: ũn gré tỹ Kamẽ tỹ ũn tẽtá tỹ Kanhru fi mré jẽg mũ ketũnĩkỹ ũn gré tỹ Kanhru tỹ ũn tẽtá tỹ Kamẽ fi mré jẽg mũ.*
> *d) Los hijos pertenecen a la misma marca del padre: si el padre es Kamẽ sus hijos serán Kamẽ; si el padre es Kanhru sus hijos serán Kanhru.*
> *d') Gĩr tỹ ti panh rá hẽ rĩj mũ: ti panh tóg tỹ Kamẽ nĩn kỹ ti krẽ tóg tỹ Kamẽ nỹtĩj mũ; ti panh tóg tỹ Kanhru nĩn kỹ ti krẽ tóg tỹ Kanhru nỹtĩj mũ.*
> *e) No pueden casarse entre padres*[3] *e hijos.*
> *e') Vẽnhnỹ pi ti krẽ mré jẽgjẽg mũ*
>
> *Problema: ¿A qué mitad pertenece la nieta del kófa?*[4]
> *Premisas:*

[3] Una particularidad del orden familiar *Kaingang* que resulta interesante es que la misma palabra que se utiliza para padre y madre, se utiliza para los tíos y tías, es decir, los tíos y tías son considerados padres y madres *mediatos* de los hijos. Lo mismo sucede con los abuelos/as que son considerados *padres/madres viejos/as*. Tampoco existe la palabra *nieto*, sino que son considerados todos hijos.
[4] Esta pregunta fue explícitamente hecha al *kófa* en la entrevista que da origen a la investigación.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

*1) El kófa es Kamẽ.*
*2) Su nieta es hija de su hija (lo que supone que su hija está casada).*
*Razonamiento:*
*3) Por axiomas d) y premisa 1) se deduce que si el kófa es Kamẽ su hija también es Kamẽ.*
*4) Por axioma c) la hija del kófa solo se casa con Kanhru masculino (por ser Kamẽ femenino).*
*5) Por premisa 4) y axioma d) la nieta del kófa es Kanhru (por ser hija de padre Kanhru)*

Como puede observarse, tanto el sistema como los razonamientos son simples y parecen coherentes y bien fundados. La simplicidad del sistema es funcional a la cultura *Kaingang* que, tradicionalmente, no desarrolló escritura por lo que la transmisión de sus reglas es oral, a excepción de un único registro gráfico: las marcas que identifican las mitades.

## 5.2 Lenguaje formal de lógica de predicados

Para formalizar los axiomas y hacer una prueba formal de la validez del sistema y sus razonamientos utilizamos el lenguaje de la lógica de predicados, pues tiene un poder expresivo superior a de la lógica proposicional. Nos da la posibilidad de trabajar con cuantificadores y, por tanto, con clases de individuos que es lo que nos interesa en este artículo.

Como escribimos, el sistema de parentesco *Kaingang* tiene la ventaja de tener solo dos categorías (*Kamẽ, Kanhru*) que, a su vez, tienen otras dos categorías (masculino, femenino). Las formalizaremos como predicados de individuos. Las dos primeras categorías con los predicados A = *Kamẽ* y B = *Kanhru*. Las otras dos serán M = masculino y F = femenino. Para variable de individuo se utilizarán *x, y z*. Para constante de individuo se utilizan letras minúsculas distintas de las variables: *a* para anciano *Kaingang*, *b* para hija del anciano, *c* para nieta del anciano y *d* para yerno del anciano. Además, existen cuatro predicados relacionales[5], es decir que se refieren a relaciones entre individuos: C = *casado/a con*; P= *progenitor/a de*; H= *hijo/a de*; P'= *progenitores en sentido amplio de*[6]. Si bien asignamos una interpretación a los signos, el cálculo es puramente sintáctico, es decir, se puede operar en el sistema prescindiendo del significado de sus elementos[7].

[5] Sobre estos predicados, realizamos algunas precisiones: los tres son irreflexivos, es decir, no se aplican en relación con el mismo individuo, (ej: un individuo x no puede casarse consigo mismo); además *C* es biunívoca, es decir, a cada elemento del dominio le corresponde solo uno del codominio (a cada marido solo le corresponde una esposa y viceversa).
[6] P' no se refiere solo a los padres-progenitores, sino a tíos y tías, es decir, padres-mediatos y también a los *padres viejos* o abuelos.
[7] La conectiva - . - se utiliza como símbolo de conjunción, y *w* como símbolo de disyunción.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

*Axiomas:*
*a)* $\forall x\ (A(x)\ w\ B(x))$
*(Para todo individuo se da que es o Kamẽ o Kanhru)*
*b)* $\forall x\ (M(x)\ w\ F(x))$
*(Para todo individuo se da que es masculino o femenino)*
*c)* $\forall x \forall y\ \{[AM(x)\ .\ (x\ C\ y)] \leftrightarrow [BF(y)\ .\ (y\ C\ x)]\}.\{[BM(x)\ .\ (x\ C\ y)] \leftrightarrow [AF(y)\ .\ (y\ C\ x)]\}$[8]
*(El individuo es Kamẽ masculino y casado si y solamente si su esposa es Kanhru femenina y está casada con él. Lo mismo para Kanhru masculino)*
*d)* $\forall x \forall y\ \{[AM(x)\ .\ (x\ P\ y)] \leftrightarrow [A(y)\ .\ (y\ H\ x)]\}.\{[BM(x)\ .\ (x\ P\ y)] \leftrightarrow [B(y)\ .\ (y\ H\ x)]\}$
*(Que el individuo sea Kamẽ masculino y padre es condición necesaria y suficiente para afirmar que su hijo/a es Kamẽ. Lo mismo para Kanhru)*
*e)* $\forall x \forall y \forall z\ [\ (x\ C\ y).(x\ P\ z) \rightarrow (y\ P\ z)].[(x\ P'\ z) \rightarrow \sim(x\ C\ z)]$
*(Ambos padres son progenitores de sus hijos y los progenitores (en sentido estricto y ampliado) no se pueden casar con sus hijos)*

Los axiomas pueden expresarse, más simplemente, sin cuantificadores[9] a fin de facilitar el cálculo:

*a)* $(A(x)\ w\ B(x))$
*b)* $(M(x)\ w\ F(x))$
*c)* $\{[AM(x)\ .\ (x\ C\ y)] \leftrightarrow [BF(y)\ .\ (y\ C\ x)]\}.\{[BM(x)\ .\ (x\ C\ y)] \leftrightarrow [AF(y)\ .\ (y\ C\ x)]\}$
*d)* $\{[AM(x)\ .\ (x\ P\ y)] \leftrightarrow [A(y)\ .\ (y\ H\ x)]\}.\{[BM(x)\ .\ (x\ P\ y)] \leftrightarrow [B(y)\ .\ (y\ H\ x)]\}$
*e)* $[(x\ C\ y).(x\ P\ z) \rightarrow (y\ P\ z)].[(x\ P'\ z) \rightarrow \sim(x\ C\ z)]$
Premisas:
*1)* $AM(a).\ (a\ P\ b)$
*(El anciano es Kamẽ, masculino y padre de su hija)*
*2)* $F(b).(b\ P\ c).(b\ C\ d)$
*(Su hija es mujer, madre de su nieta y está casada)*

Razonamiento:
*3)* $[AM(x)\ .\ (x\ P\ y)] \leftrightarrow [A(y)\ .\ (y\ H\ x)]$ *Por simplificación de axioma d)*
*4)* $[AM(a)\ .\ (a\ P\ b)] \leftrightarrow [A(b)\ .\ (b\ H\ a)]$ *Por ejemplificación universal 3)*
*5)* $A(b)\ .\ (b\ H\ a)$ *Por equivalencia 1), 4)*
*6)* $A(b)$ *Por simplificación 5)*
*(La hija es Kamẽ )*
*7)* $(b\ C\ d)$ *Por simplificación 2)*
*(La hija está casada)*
*8)* $F(b)$ *Por simplificación 2)*
*(La hija es mujer)*
*9)* $[BM(x)\ .\ (x\ C\ y)] \leftrightarrow [AF(y)\ .\ (y\ C\ x)]$ *Por simplificación de axioma d)*
*10)* $[BM(d)\ .\ (d\ C\ b)] \leftrightarrow [AF(b)\ .\ (b\ C\ d)]$ *Por ejemplificación universal de 9.*
*(Aplicación de la regla de casamiento a la hija y al yerno del anciano)*
*11)* $AF(b)\ .\ (b\ C\ d)$ *Por conjunción 6, 7,8*
*12)* $BM(d)\ .\ (d\ C\ b)$ *Por equivalencia 10,11*
*(El yerno del anciano es Kanhru)*
*13)* $[\ (x\ C\ y).(x\ P\ z) \rightarrow (y\ P\ z)]$ *Simplificación axioma e)*
*(Regla de que ambos cónyuges son progenitores)*
*14)* $[(b\ C\ d).(\ b\ P\ c)] \rightarrow (d\ P\ c)$ *Por ejemplificación universal de 13.*

[8] A fin de facilitar el cálculo, entendemos la notación AM(x) como una notación simplificada de: A(x) . M(x). Es decir, la conjunción de dos predicados monádicos, atribuidos al mismo argumento, en este caso el individuo x es *Kamẽ* y masculino (AM). Lo mismo para BM(x), AF(x) o BF(x).
[9] Por la regla de generalización universal, teniendo en cuenta que *x* e *y* son entendidos como variables que significan cualquier individuo, A(x) w B(x) vale para cualquier individuo *x* o para todo individuo. Se toma este atajo para reducir el número de pasos.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

*15) (b C d).( b P c) Por simplificación 2*
*16) (d P c) Por Modus Ponens14, 15*
*(El yerno es padre de la nieta)*
*17) BM(d) Por simplificación 12)*
*18) BM(d). (d P c) Por conjunción 16),17).*
*(El yerno es Kanhru masculino y padre de la nieta)*
*19) [BM(x) . (x P y)] ↔ [B(y) . (y H x)] Por simplif. axioma* d)
*(Regla de herencia del padre si el padre es Kanhru los/las hijos/as son Kanhru)*
*20) [BM(d) . (d P c)] ↔ [B(c) . (c H p)] Por ejemplificación universal 19.*
*(Aplicación de la regla al caso del yerno y la nieta)*
*21) B(c) . (c H p) equivalencia 18, 20*
*(La nieta es Kanhru e hija del yerno)*
*22) B(c) Simplif. 21*
*(La nieta es Kanhru)*

La línea 22, evidentemente, significa que la nieta del anciano (c) es *Kanhru* (B). El razonamiento es válido formalmente en la medida que cada paso está justificado por una forma de razonamiento válida. Es decir, cada nueva fórmula se obtiene por aplicación de formas válidas de razonamientos a axiomas o a fórmulas ya obtenidas justificadamente. A diferencia de las demostraciones realizadas en lenguaje natural, esta es puramente sintáctica, es decir, estrictamente formal. Por eso necesita de más pasos, no podemos saltarnos ninguno en función de la *semántica*[10] de los términos (por ejemplo, en la idea de hija está implícita la información de que es mujer o pertenece a la clase femenina, cosa que no puede deducirse sintácticamente de la relación H).

Queda demostrado que, planteado un interrogante y contando con una serie de datos (premisas o *inputs*) iniciales, obtenemos la solución, a partir de una serie finita de pasos, expresada en lenguaje formal y lógicamente válida. Este procedimiento se corresponde con la definición que dimos al inicio de este artículo. Pero, también, podemos probar esta conclusión de una manera más simple y sin necesidad de utilizar un lenguaje formal. Podemos mostrar que el sistema de parentesco es expresable a través de un algoritmo en un lenguaje de programación de tal forma que, introduciendo algunos *inputs*, obtenemos el *output* o la respuesta que esperamos. Es lo que hicimos en Python y lo ilustramos en el próximo punto.

Es interesante señalar que, si bien no realizamos pruebas de consistencia, pues exceden los límites de este trabajo, el conjunto de axiomas se muestra aparentemente consistente. No parece posible *prima facie* generar afirmaciones contradictorias como: *usted*

[10] La separación entre componentes sintácticos y semánticos es teórica, en los razonamientos cotidianos en lengua natural (ya sea español, inglés o *kaingang*) interactúan los dos aspectos sin diferenciarse. Existen en la lengua indígena palabras equivalentes a los operadores lógicos que utilizamos en español; por ejemplo, el cuantificador *todos* es *kar* y la negación *no* es *tũ*. La diferencia semántica más notoria es respecto a los predicados de claro origen cultural, que no tienen traducción fuera de la cultura indígena, por ejemplo, *Kanhru*. Opinamos que la diferencia semántica en los predicados no afecta el razonamiento es su aspecto sintáctico o formal, por lo tanto, los razonamientos serían sintáctica o formalmente equivalentes.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

*es Kamẽ y puede casarse con Kamẽ.* Resulta interesante, asimismo, que, en este caso, evitar contradicciones implica evitar relaciones prohibidas (particularmente el incesto, es decir, los casamientos entre personas consideradas consanguíneas).

Esto genera una interesante analogía. El interés de los sistemas axiomáticos formales de evitar contradicciones para no volverse triviales (en el sentido de que cualquier fórmula puede ser probada, incluso una afirmación y su contraria) es análogo al interés del sistema de parentesco de evitar relaciones prohibidas. Una incorrecta formulación de las reglas de parentesco permitiría, por ejemplo, el casamiento entre individuos de la misma mitad clánica. Esto volvería al orden totalmente trivial, pues de este modo cualquier relación estaría permitida.

### 5.3 Sistema de parentesco Kaingang en Phyton

Hay varias alternativas para crear un conjunto de instrucciones ejecutables en lenguaje de programación Phyton que simulen el sistema de parentesco *Kaingang*, en general todas muy simples. Elegimos[11] una que ilustre, de manera sencilla, el razonamiento con el que trabajamos. El programa se inicia, pidiendo que se indique la elección entre las mitades *Kamẽ* o *Kanhru.* Continúa, pidiendo una elección entre masculino y femenino y, a partir de allí, produce su primer resultado: informa con quién puede casarse el individuo de acuerdo con la información ingresada. Luego, pide que se elija alternativamente entre hijos, padres o nietos. De acuerdo con el valor que se ingrese el programa, informa a qué linaje clánica pertenecen los integrantes del grupo familiar.

El programa es sumamente simple y adjuntamos, en anexo, su código expresado de manera plana en un archivo de texto. Utilizamos básicamente las funciones booleanas *if...then* y *else*, es decir, operadores lógicos exclusivamente. Es evidente que una computadora no comprende la semántica de las variables con las que formalizamos el parentesco, sino que realiza un cálculo puramente formal, mecánico o sintáctico. Da una respuesta a un problema a partir de la ejecución de una serie finita de pasos. En otras palabras, aplica un algoritmo.

En cuanto a la finalidad pedagógica en el aula, esta herramienta tuvo dos objetivos que se cumplieron satisfactoriamente. El primero, mostrar que el cálculo lógico presentado sobre el sistema de parentesco era traducible a un lenguaje de computación, por lo que el razonamiento de los propios estudiantes respecto a las mitades clánicas era imitable/

[11] El programa fue desarrollado por los profesores y su funcionamiento fue testeado con los estudiantes.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

reproducible por una computadora. Todos probaron el programa y pudieron, por lo tanto, observarlo fácilmente. El segundo fue sobre la comprensión de la noción de algoritmo, no como algo ligado necesariamente a la computación, sino como todo procedimiento finito y no ambiguo para resolver un problema. En la cultura *Kaingang* existían algoritmos antes de que se conocieran las computadoras.

A continuación, presentamos la Figura 1, que ilustra el programa y el razonamiento estudiado:


**Figura 1 –** *Kaingang* en Phyton
Fuente: elaborados por los autores

## 6 Utilidad de las investigaciones etnomatemáticas en la formación de profesores indígenas

En este apartado expondremos cuál fue el resultado del trabajo con esta investigación en la formación de los profesores indígenas *Kaingang* en el área de matemáticas y ciencias. A lo largo del curso, además de las disciplinas comunes a todo profesor del área, se ofrecen clases sobre etnomatemáticas donde intentamos buscar prácticas etnomatemáticas tradicionales de los *Kaingang* y reflexionar sobre ellas.

Trabajamos sobre distintos aspectos de la cultura (oficios, ocio, creencias) rastreando elementos matemáticos en ellos. Sobre la hipótesis relativa al sistema de parentesco, realizamos cuatro clases en las que planteamos ideas, conjeturas, reflexiones en conjunto con los estudiantes y que fuimos registrando y sistematizando en distintas producciones. Cada nueva clase, reflexión e investigación nos llevó a profundizar la hipótesis.

Lo primero que se investigó fue la matemática implícita en la cestería tradicional (SUFFIATI et al., 2013). Esta actividad es la que más evidentemente expresa intuiciones geométrica-matemáticas y supone las habilidades matemáticas implícitas. También en esa ocasión, se trabajó sobre las mitades clánicas expresadas en grafísmos que adornan la cestería.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

Sin embargo, luego de la visita y la entrevista con los *kófa* cambiamos el foco de interés y comenzamos a analizar las mitades clánicas desde el punto de vista lógico. Presentamos en clases sucesivas relaciones entre el sistema de cálculo de parentesco *Kaingang* con los principios de tercero excluido, identidad y no contradicción. Analizamos la relación *Jambré* (afín de la otra mitad clánica para casamiento o alianza) desde el punto de vista del álgebra booleana y desde el punto de vista de los circuitos lógicos.

Sobre estos puntos, hubo un interesante intercambio y discusión en clase con nuestros estudiantes que fueron registrados en dos artículos científicos (BERNARDI; SANTOS, 2018; SANTOS; BERNARDI, 2019). Por iniciativa de los alumnos, hicimos el árbol de ascendencia de algunos de ellos. Esta experiencia mostró una ramificación binaria de ascendencia entre los pares clánicos que no habíamos percibido (Figura 2). Asimismo, discutimos algunas variantes actuales del sistema en diferentes comunidades, a fin de adaptarlas a los nuevos contextos. Por ejemplo, las utilizadas para incluir a individuos *no Kaingang* en la comunidad que van desde la postulación de un elemento neutro o indeterminado, a la formulación de nuevas subcategorías dentro de las dos mitades.

El esquema de ramificación binaria fue un antecedente importante para la iniciativa de formalizar el sistema de parentesco y expresarlo en un programa de computación. Presentamos la versión final de la investigación en diciembre de 2018, cuando faltaban pocas semanas para la finalización del curso. Fueron dos clases, una para los estudiantes del área de matemáticas y ciencias naturales. La otra, un poco más simple y menos técnica, para los estudiantes de las otras áreas. Luego de la presentación se abrió un espacio para la devolución de la comunidad de estudiantes *Kaingang* a fin de socializar opiniones, debatir, evaluar e intercambiar ideas.

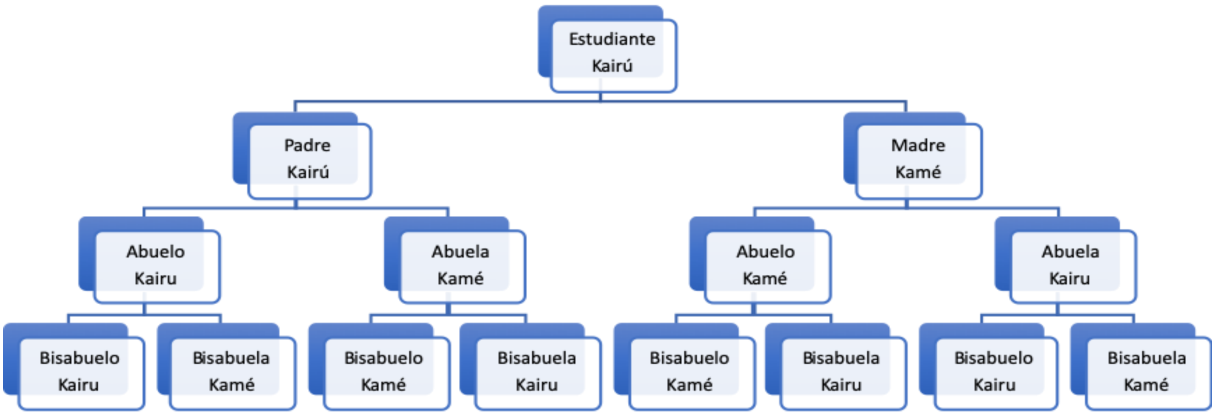


**Figura 2 –** Ramificación binaria
Fuente: elaborados por los autores

Los resultados fueron satisfactorios en relación con el grupo formado en matemáticas,

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

pues poseían conocimientos técnicos para comprender un sistema formal. Para los estudiantes de las otras áreas la comprensión fue más compleja. No obstante, la temática les resultó novedosa e interesante y la exposición, y en especial el uso del programa, resultó simple y didáctica. La experiencia fue evaluada con metodología cualitativa, pues las consideramos más adecuada para los contextos de educación intercultural, en tanto permite responder preguntas particulares de difícil cuantificación (MINAYO; DESLANDES; GOMES, 2012). La comprensión de los efectos de nuestras prácticas de educación etnomatemática son difíciles de medir de manera instantánea o en el corto plazo. Parafraseando a Lakatos (1970), nuestro trabajo expresa una racionalidad de manera retrospectiva, pues como todos los procesos educativos complejos, los resultados se evidencian en el largo plazo.

Hicimos, de todas formas, evaluaciones para tratar de verificar resultados. Por un lado, una encuesta formal a los estudiantes del área de matemática y ciencias naturales, pidiendo su opinión en torno a la etnomatemática y a las investigaciones presentadas. Por otra parte, una serie de conversaciones informales con los estudiantes, con directores de escuelas donde trabajan algunos de ellos e, incluso, con alumnos de nuestros estudiantes, a fin de evaluar informalmente el resultado de nuestro trabajo.

A continuación, citamos algunas de las opiniones de los estudiantes que consideramos más relevantes. Preguntamos sobre la importancia o utilidad de las investigaciones etnomatemáticas abordadas en tanto estudiantes y/o profesores:

> *Encuentro muy importante las investigaciones porque ellas nos remiten a la propuesta de elaboración del trabajo didáctico [Se refiere a la propuesta de relacionar los contenidos de las clases con la cultura indígena]. Es una dificultad en el área de matemáticas conseguir relacionar el contenido didáctico con la vida cotidiana del indígena Kaingang. También proporciona un método comparativo entre las dos [contenido didáctico y cotidiano] entonces yo encuentro bastante importante la investigación, pues da una guía para que el trabajo sea bien ejecutado* (Márcio Pinheiro, 2019).
>
> *La propuesta de investigación es bastante importante, yo mismo ya utilicé esos métodos de investigación porque trabajo con potencias y marcas tribales [...] mi investigación de TCC se refiere a las etnomatemáticas, entonces [las investigaciones] nos brindan los presupuestos para pensar y repensar esos temas* (Márcio Pinheiro, 2019).

Con respecto a la reivindicación y al reconocimiento de los saberes indígenas otro estudiante señaló:

> *En la concepción de Paulo Freire, donde no existe conocimiento mayor o menor, existen conocimientos diferentes, creo en la necesidad de comprender que en el saber del día-a-día Kaingang existe una matemática etno, [de reconocernos] como un grupo históricamente cargador de saberes, el conocimiento etnomatemático es muy útil en el día a día de la comunidad pues este hace referencia a las técnicas y prácticas específicas de un grupo comunitario (*Arilson de Oliveira Belém, 2019).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

> *Todos los conocimientos matemáticos son de suma importancia, pero no solo de la matemática que conocemos hoy, sino la utilizada por el pueblo Kaingang en tiempos pasados* (Elielson Belino, 2019).

Finalmente, con respecto a las mitades clánicas, otro alumno sostuvo:

> *[Me parece] Importante en el sentido que nos mostró una lógica matemáticamente aceptable, pues cuando compara la tradición en la cultura Kaingang específica de las mitades clánicas Kamẽ y Kanhru, la lógica funciona matemáticamente de forma correcta. Posibilitado entender, de una forma más didáctica, la dinámica de casamientos Kaingang (Arilson, 2019).*
>
> *[...] Es una óptima herramienta de enseñanza y comprensión del significado de la etnomatemática así como [para] saber por la lógica cual sería la mitad clánica de acuerdo con el diagrama* (Rute Barbosa de Paula, 2019)

Las respuestas son ilustrativas de una valoración positiva, tanto de las investigaciones presentadas como de los elementos etnomatemáticos de su propia cultura. Hay otros datos cualitativos convergentes que nos permiten fundamentar esta valoración positiva. Fuimos invitados por dos de nuestros estudiantes, que trabajan en la escuela indígena *Paiol de Barro*, de la Tierra Indígena *Xapecó*. Presentamos, en sus clases de matemática en el nivel secundario, el programa que simula el parentesco y hablamos sobre el conocimiento etnomatemático presente en la cultura *Kaingang*. Fue interesante escuchar las voces de una nueva generación opinando sobre su cultura y sobre un paradigma de conocimiento científico que valora el saber de su comunidad.

Otro elemento significativo, que es indicio de una valoración positiva y una apropiación del paradigma etnomatemático, es que la mitad de los estudiantes graduados eligieron realizar estudios etnomatemáticos sobre la cultura *Kaingang* para su Trabajo de Conclusión de Curso (TCC).

Finalmente, otro resultado que consideramos significativo cualitativamente es el relato de la directora de la escuela de la Tierra Indígena Condá, donde trabaja como profesor uno de los estudiantes que hizo su propio esquema de ascendencia de ramificación binaria. La directora, en varias oportunidades, nos señaló el cambio positivo de este estudiante con respecto a sus clases de matemática, su trabajo y su compromiso con una escuela indígena que pone especial atención en la cultura de su comunidad. Interpretamos que sucedió lo que Freire (1970) postulaba: el conocimiento escolar se volvió significativo al conectarse con la experiencia vivencial del estudiante, dejo de ser algo ajeno y opresivo, para trasformarse en algo propio y liberador.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

## 7 Conclusiones

En el presente artículo, expusimos el trabajo en las Licenciaturas Interculturales de la Unochapecó respecto de la perspectiva etnomatemática en la formación de profesores indígenas del pueblo *Kaingang.* Presentamos una experiencia pedagógica que incluyó una investigación etnomatemática sobre la cultura de los estudiantes y se formuló una hipótesis sobre el sistema de parentesco que se utilizó en las clases de la Licenciatura.

Específicamente, en lo referente a la hipótesis, mostramos como el sistema de parentesco sirve para resolver varios problemas. El sistema establece las reglas que permiten diferenciar entre casamientos permitidos y no permitidos, por un lado, y las que determinan la pertenencia de los nuevos individuos a los grupos en que se divide la sociedad indígena. Sobre este orden se construye la organización sociofamiliar entre los *Kaingang*.

Es importante aclarar que el hecho de que podamos expresarlo como un algoritmo no significa que el sistema de parentesco *sea* simplemente un algoritmo. No afirmamos que la distinción *Kamẽ*/*Kanhru* sea totalmente reductible a un algoritmo. Como vimos, la función de las mitades clánicas en la regulación del parentesco es solo una de las funciones de estas categorías, presentes en toda la cultura tradicional del grupo. Apenas señalamos un aspecto que nos parece relevante para nuestra disciplina, mirando desde nuestra cultura científica la sabiduría *Kaingang* en el contexto de un diálogo que precisa ser respetuoso. A partir de esta mirada, podemos extraer algunas conclusiones interesantes, no solo sobre el pensamiento *Kaingang*, sino sobre nuestros propios esquemas de pensamiento lógico.

En primer lugar, resulta bastante evidente la importancia de la consistencia del sistema de parentesco estudiado. Una inconsistencia implicaría permitir, por ejemplo, que un *Kamẽ* se case con otro *Kamẽ* o un *Kanhru* con otro *Kanhru.* Es decir, permitiría cualquier tipo de relación, por lo que el orden se volvería absolutamente trivial, o lo que es igual, no habría orden. Así como un sistema lógico-matemático inconsistente permite derivar cualquier fórmula de sus axiomas y, por lo tanto, pierde total interés como sistema, un sistema de parentesco con reglas que permitan derivar cualquier relación carece de sentido.

Uno de los interrogantes, que se nos planteó ante esta analogía, es cómo esta semejanza no fue percibida con anterioridad. En realidad, pudimos constatar que esta analogía entre relaciones de parentesco y pensamiento matemático fue percibida desde matrices epistemológicas distintas. Elegimos ejemplo uno de los autores más relevante en las áreas de lógica y matemática del siglo pasado.

Bertrand Russell, en *Introducción a la filosofía matemática* (1956), presenta, de

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

manera accesible, las ideas técnicas y complejas expuestas en obras como su célebre *Principia Matemathica* (WHITEHEAD; RUSSEL, 1963) dirigido exclusivamente a especialistas en el área. En esta obra abundan los ejemplos y explicaciones que remiten a relaciones familiares o de parentesco para explicar didácticamente relaciones y conceptos lógico-matemáticos. Por ejemplo, al explicar qué es una relación de *uno a uno* o *biunívoca* entre dos conjuntos dice:

> Realmente es más simple [el hecho] de averiguar si dos conjuntos tienen el mismo número de elementos, que definir lo que este número pueda ser. Un ejemplo lo aclarará. Si no hubiera poligamia ni poliandria en ninguna parte del mundo, está claro que el número de maridos vivientes sería exactamente el mismo que el de las esposas. No necesitaríamos ningún censo para cerciorarnos de ello, como tampoco necesitamos saber el número actual de maridos o de esposas. Sabemos que este número tendría que ser el mismo en ambos conjuntos, puesto que cada marido tendría una esposa y cada esposa un marido. La relación entre marido y esposa sería de las que suele llamarse ‘de uno a uno’ (RUSSEL, 1956, p. 92).

Aún más explícita es la siguiente afirmación:

> La noción de *función* no tienepor qué limitarse a números o a los usos a los que los matemáticos nos tienen acostumbrados; puede extenderse a todos los casos de relaciones de uno a varios, y ‘el padre de x’ es una función cuyo argumento es x tan legítimamente como lo es ‘logaritmo de x’ (RUSSEL, 1956, p. 140).

Asimismo, se refiere a las propiedades inductivas de los números naturales como “R-hereditarias”. Es cierto que no se trata de una obra de rigor técnico, sino que tiene carácter introductorio y finalidad pedagógica. En el prefacio, sostiene que su finalidad es: “exponer ciertos resultados -que hasta ahora solo eran asequibles a quien estuviese familiarizado con el simbolismo lógico- en una forma que ofreciese al principiante mínimas dificultades” (RUSSEL, 1956, p. 66).

Vale señalar que este uso pedagógico de ideas que nos son culturalmente familiares para introducir conceptos más abstractos y de comprensión compleja, es análogo al método etnomatemático utilizado en su dimensión pedagógica. Sin embargo, el uso de los grupos de las esposas y los maridos en los países monogámicos[12] con intención pedagógica, no menoscaba la verdad evidente de que se trata de conjuntos entre los que existe una relación biunívoca o de *uno a uno* entre sus elementos.

Es evidente que algunas relaciones de parentesco adecuadamente definidas (padre, marido, esposa, cónyuges, hijos, herencia) cumplen estrictamente con definiciones y requisitos de importantes relaciones lógico-matemáticas. Igualmente, cierto es que el objeto de interés de Russell es totalmente ajeno a los estudios etnológicos o antropológicos. Se trata

[12] Vale aclarar que, actualmente, deberíamos establecer otra restricción: países monogámicos y en los que no esté permitido el casamiento entre personas del mismo sexo, opción que no existía en el momento en que Russell escribió.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

de matemática sin interés por lo *etno*. La matriz epistemológica de la etnomatemática permite enfocar estas analogías desde una perspectiva distinta, nueva y, creemos, interesante. Permite establecer puentes entre las ciencias formales y áreas de conocimiento que, en principio, parecían ajenas a ellas, a excepción de un uso metafórico o pedagógico.

Respecto de la experiencia pedagógica y el uso de la hipótesis en las aulas de los estudiantes del área de matemática y ciencias naturales podemos extraer las siguientes conclusiones. Primeramente, en el contexto intercultural en el que trabajamos, el paradigma de la etnomatemática ha sido útil para construir puentes interculturales, para que el conocimiento escolar no quede aislado del contexto cultural y social donde se inserta. Como quedó demostrado este paradigma pedagógico nos permitió conectar la cultura tradicional de los estudiantes con las matemáticas formales o escolares. Consideramos esta conexión sumamente importante, pues permite mostrar que el saber matemático no es completamente ajeno a la cultura de los estudiantes, sino que hay conexiones, y se puede trabajar e investigar las maneras de construir esos puentes. El marco teórico de la etnomatemática estimula esa posibilidad.

Como mostraron las respuestas de los estudiantes *Kaingang*, la experiencia fue importante y significativa, refuerza su autoestima como profesores indígenas y el orgullo de pertenecer a su cultura y comunidad. Un hecho significativo es que nos invitaron a las escuelas indígenas de nivel medio en donde algunos estudiantes ya ejercen como profesores e conversar con las generaciones más jóvenes sobre estas temáticas. Esta experiencia con estudiantes de generaciones más jóvenes posiblemente genere nuevas investigaciones y publicaciones. Esto muestra cómo el paradigma epistémico y pedagógico de la etnomatemática abre un amplio abanico de posibilidades.

## Referencias

BERNARDI, L. S.; SANTOS, J. A. Etnomatemática y pedagogía freireana: una experiencia intercultural con la comunidad Kaingang. **Zetetike**, v. 26, n. 1, p. 147-166, 27 abr. 2018.

D'AMBRÓSIO, U. Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio, [Entrevista concedida a] Hilbert Blanco Alvarez. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, San Juan de Pasto, v. 1, n. 1, p. 21-25, 2008.

DOWLING, P. **The sociology of mathematics education:** mathematical myths/pedagogic texts. London: Falmer Press, 1998.

FREIRE, P. **Pedagogía del oprimido**. Montevideo: Nueva Tierra, 1970.

GERDES, P. **Etnomatemática, cultura, matemática, educação:** coletânea de textos 1979-1991. Reedição. Belo Horizonte/Moçambique: ISTEG, 2012.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a14

GILMER, G. Una definición de etnomatemática. Boletín ISGEm, v.11, n. 1, p. 188, 1995. En BLANCO ALVAREZ, H. (Comp.). **Boletines del grupo de estudio internacional de Etnomatemática:** ISGEm, 1985-2003. Santiago de Cale: GEM, 2005. Disponible en: http://www.etnomatematica.org/home/?page_id=112. Acceso en: 01 abr. 2019.

KEMENY, J.; SNELL J.; THOMPSON. **Introduction to finite mathematics**. 3.ed. Englewood Cliffs/Nova Jersey: Prentice-Hall, 1974.

KNIJNIK, G. Differentially positioned language games: ethnomathematics from a philosophical perspective. **Educational Studies in Mathematics**, Berlim, v. 80, n. 1, p. 87-100, 2012.

LEA, V. Aguçando o entendimento dos termos triádicos Mẽbengôkre via aborígenes australianos: dialogando com Merlan e outros. **LIAMES: Línguas Indígenas Americanas,** Campinas, v. 4, n. 1, p. 29-42, 2004.

LAKATOS, I. O Falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica. In: LAKATOS, I.; MUSGRAVE, A. (ed.). **A crítica do desenvolvimento do conhecimento**. São Paulo: Cultrix/EDUSP, 1970. p. 109-243.

MINAYO, M. C.; DESLANDES, S. F.; GOMES. **Pesquisa Social:** teoria, método e criatividade. 33. ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

PAIS, A. Ethnomathematics and the limits of culture. **For the Learning of Mathematics**, New Westminster, v. 33, n. 3, p. 2-6, 2013.

PANIKKAR, R. **Religión, filosofía y cultura**. Polylog. 2000. Disponible en: http://them.polylog.org/1/fpr-es.htm. Acceso en: 01 abr. 2019.

REYNOSO, C. Seis nuevas razones lógicas para desconfiar de Lévi-Straus. **Revista de Antropología**, Buenos Aires, v. 6, n. 10, p. 3-17, 1991.

RUSSELL, B. **Introducción a la filosofía matemática filosófica**. Traducción José Fuentes. Madrid: Aguilar, 1956.

SANTOS, J. A.; BERNARDI, L. S. Una Interpretación lógio-matemática para dualidad kaingang. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, San Juan de Pasto, v. 12, p. 44-60, 2019.

SUFIATTI, T.; BERNARDI, L. S.; DUARTE, C. G. Cestaria e a história de vida dos artesãos indígenas da Terra Indígena Xapecó. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, San Juan de Pasto, v. 6, p. 67-98, 2013.

VEIGA, J. **Cosmologia e práticas rituais.** 2000. Tese (Doutorado em Antropologia Social) - Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

WHITEHEAD, A. N.; RUSSELL, B. **Principia matemathica.** London: Ed. Cambridge University Press, 1963.

WOORTMANN, K. Reconsiderando o parentesco. **Anuário antropológico**, Brasília, v.1, n.1, p. 149-185, 2018.

**Submetido em 15 de Abril de 2019**
**Aprovado em 26 de Fevereiro de 2020**