



Cuadernos de Música, Artes Visuales y Artes Escénicas

ISSN: 1794-6670

ISSN: 2215-9959

Pontificia Universidad Javeriana

W. Hasler, Johann F.
Escuchando las músicas planetarias: dieciocho siglos de interpretaciones
musicales de modelos cosmológicos en Occidente (hacia 120-1987) *
Cuadernos de Música, Artes Visuales y Artes Escénicas,
vol. 15, núm. 1, 2020, Enero-Junio, pp. 76-93
Pontificia Universidad Javeriana

DOI: <https://doi.org/10.11144/javeriana.mavae15-1.elmp>

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=297074645005>

- ▶ [Cómo citar el artículo](#)
- ▶ [Número completo](#)
- ▶ [Más información del artículo](#)
- ▶ [Página de la revista en redalyc.org](#)



Sistema de Información Científica Redalyc

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso
abierto

Escuchando las músicas planetarias: dieciocho siglos de interpretaciones musicales de modelos cosmológicos en Occidente (hacia 120-1987)*

Johann F. W. Hasler**

[RESUMEN]

Este artículo presenta un barrido bibliográfico a través de la metodología de lectura crítica y posterior catalogación de los diversos modelos que se han desarrollado en Occidente, desde el siglo I hasta finales del siglo XX, con la meta de tratar de interpretar las posiciones o velocidades de los planetas como alturas musicales. Se concluye que estos modelos pueden catalogarse en tres grandes familias: derivados de la interpretación de las velocidades orbitales de los planetas como frecuencias más altas o más bajas, derivados de las proporciones de las distancias de los planetas entre sí (para interpretar dichas distancias como intervalos musicales) y derivados de una combinación entre ambos cuando ni las distancias ni las velocidades son fijas, como en el caso del modelo de órbitas elípticas y las tres leyes de movimiento planetario de Kepler. El aporte original de este artículo consiste en que presenta dichos modelos en un texto compacto y su clara clasificación, lo que facilita enormemente su utilización práctica para la creación musical, o bien en composición preescrita, o bien para extemporización en tiempo real, y así posibilita la utilización artística de modelos cuyo alcance histórico ha estado circunscrito al ámbito teórico de la música especulativa o de la percepción sonora de modelos cosmológicos

Palabras clave: música de las esferas, música de los planetas, música y astronomía, música especulativa, historia de la teoría musical

doi 10.11144/javeriana.mavae15-1.elmp

Fecha de recepción: 26 de mayo de 2019

Fecha de aceptación: 17 de julio de 2019

Disponible en línea: 1 de enero de 2020

- * Artículo de investigación resultado del proyecto *Música y astrología: encuentros e influencias*, desarrollado entre 2009 y 2012 por el Grupo de Investigación de Artes y Modelos de Pensamiento (código Colciencias COL005493) de la Facultad de Artes de la Universidad de Antioquia.
- ** Músico con énfasis en composición por la Universidad Nacional de Colombia. Doctor en Música por la Universidad de Newcastle. Profesor del Departamento de Música de la Universidad de Antioquia. ORCID: 0000-0002-9099-0882
Correo electrónico: johann.hasler@gmail.com



CÓMO CITAR:

Hasler, Johann F. W.. 2020. "Escuchando las músicas planetarias: dieciocho siglos de interpretaciones musicales de modelos cosmológicos en Occidente (hacia 120-1987)". *Cuadernos de Música, Artes Visuales y Artes Escénicas* 15 (1): 76-93. <http://doi.org/10.11144/javeriana.mavae15-1.elmp>

Listening to Planetary Music: Eighteen Centuries of Musical Interpretations of Cosmological Models in the West (ca.120 - ca.1987)

Escutando as músicas planetárias: Dezoito séculos de interpretações musicais de modelos cosmológicos no Ocidente (ca.120 - ca.1987)

[ABSTRACT]

The deduction, calculation or assignment of musical parameters to the celestial bodies is known as the 'tradition of music of the spheres,' and, in the West, it goes back to the Pythagorean school of the sixth century BC. In this article, several proposals in this regard will be reviewed, cataloged and discussed, starting from the first century with the proposals of several authors of the Roman world, until the end of the 1980s, with the proposal of Swiss mathematician Hans Cousto. Here, I will limit myself to the proposals that assign the height parameter to the celestial bodies, and save for future publications the topic of the rhythm of celestial bodies, also addressed by the tradition of the music of the spheres, but which will not be covered here. I have grouped the reviewed proposals in four groups, based on their theoretical and procedural base perspective: either interpreting the translational speeds of the celestial bodies as musical heights, interpreting the orbital distances between them as musical intervals, or combinations between both parameters (as in the case of Johannes Kepler's proposal in his book *The Harmony of the World*, of 1619), or a more radical Pythagorean-Platonic perspective that ignores the observational and assigns these equivalences between music and celestial bodies from proportional mathematics and pure music theory.

Keywords: Music of the spheres, music of the planets, music and astronomy, speculative music, history of music theory

[RESUMO]

A dedução, cálculo ou atribuição de parâmetros musicais aos corpos celestes é conhecida como a 'tradição da música das esferas', e no Ocidente se remonta à escola pitagórica do século VI a.C. Neste artigo serão revisadas, catalogadas e discutidas várias propostas neste sentido, desde o século I com as abordagens de vários autores do mundo romano, até finais da década de 1980, com a proposta do matemático suíço Hans Cousto. Nesta comunicação me limitarei às propostas que atribuem o parâmetro de altura aos corpos celestes, deixando para futuras publicações o tema da rítmica dos corpos celestes, também trabalhada pela tradição da música das esferas, mas que não será tratada neste escrito. Agrupei as propostas revisadas em quatro grupos, segundo sua perspectiva teórica e procedimental de base: seja interpretando as velocidades de translação dos corpos celestes como alturas musicais, seja interpretando as distâncias orbitais entre eles como intervalos musicais, ou até combinações entre ambos os parâmetros (como no caso da proposta de Johannes Kepler em seu livro *A harmonia dos mundos* de 1619), ou uma perspectiva pitagórico-platônica mais radical que ignora o observacional e atribui estas equivalências entre música e corpos celestes desde a matemática proporcional e a teoria musical pura.

Palavras-chave: Música das esferas, música dos planetas, música e astronomia, música especulativa, história da teoria musical

Introducción: la teoría en la música especulativa

> A menudo, pensamos en la teoría musical como un sistema cerrado, relativamente abstracto (algunos la comparan con la matemática pura) (cf. Risset 2002), que hace referencia solo a relaciones musicales (intervalos, proporciones de duración del sonido, etc.) entre sus parámetros también estrictamente musicales (alturas, ritmos, etc.), que excluye lo más posible de su sistema y sus teorizaciones relaciones con parámetros o sistemas externos, llamados extramusicales. En este sentido, puede considerarse como un sistema teórico autocontenido y autorreferencial.

Lo anterior puede argumentarse de la teoría musical tradicional, de enfoque mayormente descriptivo o prescriptivo (que busca analizar material musical ya existente o dar normas para la creación de nuevo material dentro de unos sistemas aceptados y altamente valorados), pero en paralelo a esta perspectiva se ha propuesto desde la Antigüedad una teoría musical alternativa, conocida como la música especulativa (Hasler 2005), que, en palabras de Godwin, “es la parte esotérica de la teoría musical, y como tal absorbe ampliamente ideas de [...] las ciencias ocultas” (1995, 4).¹

En efecto, la idea pitagórica del número como llave para leer el universo e interpretar todas sus manifestaciones (incluso la música) (cf. Ghyka 1998; Ciro 2011) permitió que las herramientas matemáticas conocidas y desarrolladas por los seguidores ideológicos de Pitágoras (entre ellos varios teóricos de la música especulativa)² fuesen aplicadas como puentes que permiten la traducción entre diversos sistemas, sobre todo entre aquellos que son usualmente descritos en términos matemáticos. De ahí que la astronomía haya tenido una importante influencia en la configuración de la música especulativa.

No obstante, como bien lo ha mencionado Godwin, “en su estado actual la música especulativa no es un cuerpo de conocimiento, ni nada que pueda ser aprendido y comunicado en un libro. Se trata más bien de una actitud mental” (2009b, 373-389). Por ello, sería desacertado afirmar que la teoría musical especulativa es un cuerpo teórico unificado, compartido y aceptado solo por todos sus exponentes, y que lo que voy a exponer aquí es *la* teoría planetaria de *la* música especulativa. En esto se diferencia radicalmente del paradigma científico, que sí busca la construcción de un cuerpo de conocimiento compartido y aceptado por la mayoría de la comunidad que lo construye.

La razón de tal diversidad de propuestas es el cambio histórico tanto de las teorías y de los modelos cosmológicos como de los sistemas y de las teorías musicales: como se verá, a la par con los cambios de estos modelos a lo largo de la historia, las teorías de asignación musical a los planetas basadas en ellos se han adaptado consecuentemente, y esto da cuenta de su amplia diversidad.

Los antiguos conocían cinco de los planetas que actualmente conocemos, a saber: Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno. Incluían también en esta lista al Sol y a la Luna, debido a que en cosmología geocéntrica —estándar científico hasta la propuesta copernicana en el siglo XVI— todo lo que desde nuestra perspectiva terrestre se mueve alrededor de la bóveda celeste con relativa rapidez (incluso el Sol y la Luna, que de hecho son los más rápidos en cruzarla) se entendía como “planeta” (del griego *planētēs*, que significa “viajero”, por el hecho de viajar por la bóveda celeste).

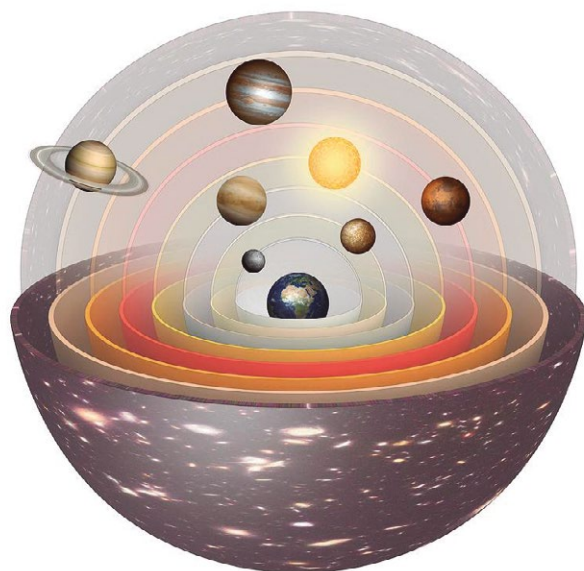


Figura 1. El modelo cosmológico de las esferas concéntricas. Fuente: Joan Oró (2018).



El modelo cosmológico más ampliamente aceptado hasta Copérnico (1473-1543) era el de esferas concéntricas sobre la superficie de las cuales viajan los planetas (figura 1). Este modelo ya lo menciona Platón tanto en el *Timeo* como en las últimas páginas de la *República* (en el muy conocido mito de Er, al final del libro 10) (Godwin 1987, 3-11; Godwin 2009, 43-46). La percepción de los sonidos cósmicos que producirían estas esferas, o bien en estados alterados de conciencia (como en el caso del Er de Platón o de Escipión que relata Cicerón [2002]), o bien en el cálculo o deducción matemático-racional de estos sonidos, constituye la famosa idea de la *música de las esferas*, que tiene una larga tradición en la historia de la teoría musical especulativa (Hasler 2005, 260-263).

Tal vez porque los planetas antiguos suman justamente siete (el mismo número que las notas de la escala diatónica en el sistema griego y en el europeo subsiguiente que derivó de aquel), los teóricos de la música especulativa no pudieron dejar de ver la relación entre los planetas y las notas de la escala, y en consecuencia asignaron a cada planeta una de las alturas de la escala diatónica. Pero no lo hicieron siguiendo siempre el mismo tipo de razonamiento.

Tras analizar las teorías de asignación de planetas a clases de alturas, se concluye que existen tres formas de deducir escalas planetarias, que Godwin categoriza como del tipo A, tipo B y tipo C (1987, 113-131). Las atribuciones de tipo A están basadas en la relación proporcional de las distancias entre los planetas, por lo que podríamos también llamarlas más directamente altura \approx distancia orbital. Las de tipo B están basadas en las velocidades aparentes de los astros al cruzar la bóveda celeste —podríamos entonces denominarlas altura \approx velocidad orbital— y las de tipo C proponen una abstracción en la que el universo conocido equivale a la gama musical teorizada o en uso.




























































Sistemas de asignación planetaria basados en velocidades aparentes de los astros, altura \approx velocidad orbital

Los sistemas de asignación musical que Godwin llama de tipo B se basan en la relación proporcional de las velocidades de los planetas al cruzar la bóveda celeste, y no en la distancia entre ellos, como ocurre en las de tipo A, que discutiré más adelante. Esto aparentemente les da una base astronómica más sólida, porque, como comenta Godwin, “si bien las distancias entre los planetas han sido objeto de debate durante siglos, jamás ha habido ninguna duda en cuánto les toma darle una vuelta completa al zodiaco” (1987, 118). No por ello el asunto resulta más sencillo, pues el cómputo de las velocidades de los astros variará según si se considera que la Tierra sea estática y que la última esfera, la de las estrellas fijas, se mueva lentamente a lo largo del año; o si, como también se proponía en algunos modelos cosmológicos antiguos, como el del alumno de Tales de Mileto, Anaximandro de Mileto (Dorce 2006, 9-29), se considera lo contrario, a saber, que la Tierra gira diariamente y que la esfera de las estrellas fijas es, como su nombre pareciera indicar, fija e inmóvil.

Dado que el sonido procede del movimiento (hoy día lo entendemos como “vibración”), y que cuanto más rápido se mueva algo más agudo será el sonido que produzca, se deduce que los astros más rápidos producirán notas más agudas, en tanto que los más lentos generarán notas más graves. Si bien todos los sistemas de atribución basados en la velocidad planetaria comparten este razonamiento, las atribuciones que hacen varían, pues algunos computan desde la Tierra hacia arriba en las esferas, mientras que otros computan desde las estrellas fijas hacia abajo, y consideran al zodiaco inmóvil, como ya se ha mencionado. Según varíe este punto de vista, las velocidades se invierten, y por tanto también los sonidos que se deducen de ellas. La tabla 1 muestra algunas de las diversas asignaciones de alturas a los planetas según este criterio de atribución. Nótese a este respecto que en algunos sistemas (como los de Nicómaco o el de Al-Kindī) las escalas descienden, en tanto que en los demás ascienden, en razón de cuál esfera se determine como fija e inmóvil.

Tabla 1. Resumen de varios sistemas de atribución de alturas a los planetas basados en sus velocidades orbitales. Fuente: Elaboración propia a partir de Godwin (1987).

< <

Esferas planetarias → Atribución según... ↓								
	Luna	Mercurio	Venus	Sol	Marte	Júpiter	Saturno	** (Estrellas fijas o primum mobile)
Nicómaco de Gerasa (entre siglos I y II) y Boecio (siglo V)								No se menciona
Otro sistema propuesto por Nicómaco								No se menciona
Nicómaco según interpretación de Bragard (1929)								No se menciona
Boecio (siglo V) interpretando a Cicerón (siglo I a.c.c.)								
Al-Kindī (siglo IX)								No se menciona
Bártolo de Sassoferrato (siglo XIV)								No se menciona
Bartolomé Ramos de Pareja (siglo XV) interpretando a Cicerón (siglo I a.c.c.)								

En cuanto a contribuciones más recientes a este modelo de asignación basado en las velocidades orbitales, es de destacar la de Cousto (2015), que aplica su ley de la octava a la traslación de los planetas alrededor del Sol. Brevemente, su ingenioso sistema consiste en contar el periodo de un año planetario (una revolución completa de cada planeta alrededor del Sol) como un ciclo o periodo de oscilación completo, del cual se extrae una frecuencia fundamental a través de la aplicación de una operación recíproca (frecuencia = 1/periodo) (Cousto 2015, 102). Esta frecuencia fundamental luego se duplica varias veces (en términos musicales se traspone varias octavas más arriba, y de ahí lo de la ley de la octava) hasta llegar a una frecuencia audible; y esa frecuencia audible, al ser la trasposición a octava de la frecuencia fundamental del periodo de traslación, es la altura musical (la frecuencia audible) a la que corresponde ese planeta (cf. Godwin 1992, 256-271).

A diferencia de las propuestas de autores del Mundo Antiguo y medievales resumidas en la tabla 1, Cousto ya contaba con datos de los planetas exteriores (invisibles a simple vista, por lo que no se conocían antes de la invención del telescopio), a causa de lo cual su tabla de equivalencias incluye todos los planetas del sistema solar, de Mercurio a Plutón. Igualmente, y por razones similares de la teoría astronómica imperante durante su tiempo, siendo que su sistema solar es heliocéntrico, incluye una altura para la Tierra, cosa que no ocurre en los sistemas geocéntricos, que consideran a la Tierra como punto inmóvil en el centro del sistema, y por tanto sin sonido (dado que el sonido es vibración). Las asignaciones de Cousto se muestran en la tabla 2.

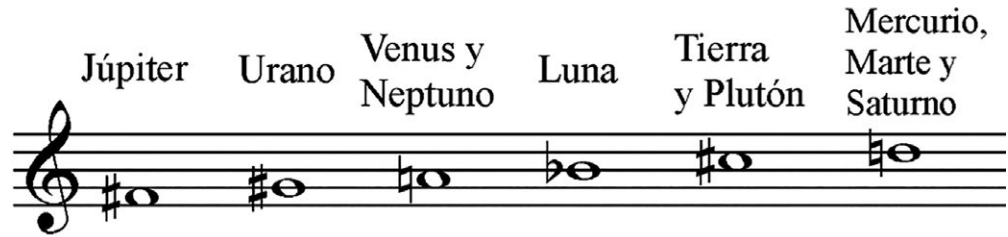
Planeta	Año planetario (en días terrestres), equivale a un periodo de oscilación completo del planeta alrededor del Sol	Número de octavas que necesita transponerse hacia arriba hasta ser audible	Resultado en Herz	Clases de altura aproximadas en el sistema temperado
Mercurio	87.9690	30	141,27	re
Venus	224.7008	32	221,23	la
Tierra	365.242	32	136,10	do#
Luna	27.321661	29	429,33	la#
Marte	686.9798	33	144,72	re
Júpiter	4,332.588	36	183,58	fa#
Saturno	10,759.21	37	147,85	re
Urano	30,689.6	39	207,33	sol#
Neptuno	60,183.6	40	211,45	la
Plutón	90,740.5	40	140,25	do#



Tabla 2. Asignaciones de Cousto a los planetas del sistema solar aplicando su ley de la octava. Fuente: Elaboración propia a partir de Cousto (2015, 128).

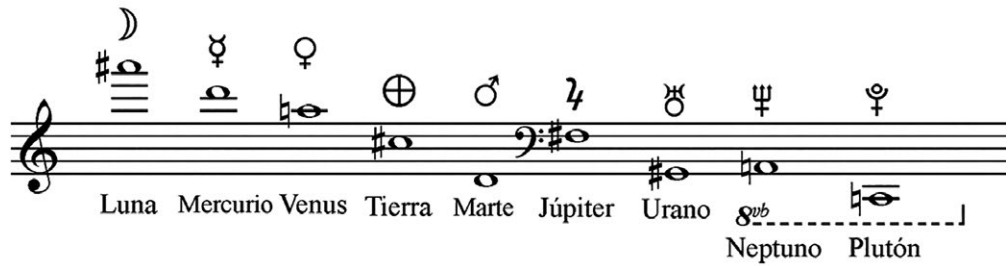
Dado que Cousto (2015) trabaja a partir de los periodos de traslación de los planetas, y no partiendo *a priori* de una escala musical preestablecida y tratando de buscar equivalencias de esta con los planetas, sus resultados no reflejan una escala diatónica completa, sino una escala de seis sonidos: do#, re, fa#, sol#, la y la#, con varios planetas en cada altura, como se expresa en la figura 2.

Figura 2. Modo del sistema solar que se deduce de las equivalencias de Cousto. Fuente: Elaboración propia a partir de Cousto (2015).



Si deseamos mantener la noción de que los movimientos más rápidos producen sonidos más agudos, en tanto que los movimientos más lentos producen notas más graves, entonces podríamos cambiar el número de transposiciones de octava que nos indica Cousto para darnos una suerte de “arpeggio del sistema solar”, de la Luna a Plutón, como se expresa en notación musical en la figura 3.

Figura 3. Interpretación de las equivalencias de Cousto como un arpeggio descendente del sistema solar, con los cuerpos celestes más rápidos en las alturas más agudas y los más lentos en las más graves. Fuente: Elaboración propia.

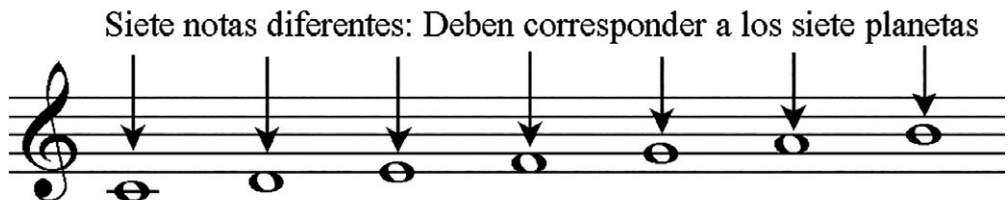


Sistemas de asignación planetaria basados en distancias orbitales, altura ≈ distancia orbital

Las escalas planetarias que Godwin cataloga como de tipo A, por otro lado, no están basadas en la velocidad de los planetas, sino en la relación proporcional de las distancias de sus esferas u órbitas entre sí, tal como las calculaban los modelos astronómicos del momento. Por supuesto, las asignaciones musicales que se derivan de ellos cambian con el tiempo, a la par que se desarrollan y se modifican los modelos cosmológicos.

El razonamiento subyacente es bastante sencillo: si asumimos que la octava musical (reducción teórica de todas las clases de alturas diferentes) corresponde al sistema solar, significa que las siete notas de la escala diatónica han de corresponder a los siete planetas (figura 4).

Figura 4. Las siete diferentes clases de alturas de la octava musical en el sistema diatónico empezando aquí en do. Nótese que son siete, tal como los planetas de los sistemas astronómicos antiguos. Fuente: Elaboración propia.



Las distancias interválicas entre las notas de la octava en los sistemas musicales griegos eran de tono o de semitono, de modo que es un tono entero equivalente a dos semitonos. Si podemos calcular la distancia entre un planeta y otro, y si esos cálculos nos muestran que entre las órbitas hay proporciones de 1:1 o de 2:1, la asignación de semitonos y tonos enteros a las distancias orbitales es bastante directa, y se podría formar una escala a partir de esas distancias.

Efectivamente, en los modelos cosmológicos antiguos, ya desde Pitágoras, se asumía que la distancia entre todos los planetas no era siempre la misma, y esta diferencia explicaba por deducciones geométricas las diferentes velocidades aparentes de los astros. En los modelos de atribución basados en las distancias entre las esferas, se cita la autoridad de Pitágoras, quien, según los autores griegos, calculó la distancia entre la Tierra y la Luna, y le asignó el intervalo del tono entero (Godwin 1987, 113). Al comparar las distancias estimadas entre las demás esferas con la distancia entre la Tierra y la Luna, se puede deducir toda la escala heptáfona correspondiente a los siete planetas del sistema solar y la esfera exterior de las estrellas fijas. En la figura 5, se han tabulado algunas de las propuestas históricas en este sentido.

Esferas planetarias → Atribución según... ↓	⊕	☾	☿	♀	☼	♂	♃	♄	♁
	Tierra	Luna	Mercurio	Venus	Sol	Marte	Júpiter	Saturno	* Estrellas fijas
Plinio (siglo I E.C.) y Marciano Capella (s. V E.C.)									
Teón de Esmirna (siglo I E.C.) y Censorino (siglo I E.C.)									
Aquiles Tacio (siglo II E.C.)									
Robert Fludd (siglo XVII)	No se menciona								
Ota interpretación de Robert Fludd	No se menciona								
Jacques Handschin (siglo XII)	No se menciona								

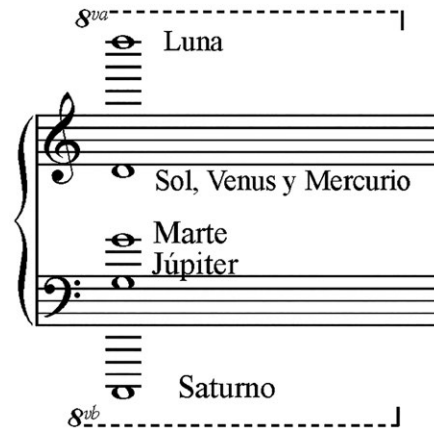
> >

Figura 5. Resumen de varios sistemas de atribución de alturas a los planetas basados en las distancias entre las esferas u órbitas. Fuente: Elaboración propia.

Una notable particularidad dentro del modelo que relaciona las alturas con las distancias entre las órbitas es la propuesta por Giorgio Anselmi de Parma (1385?-1443?), a quien no debe confundirse con su homónimo, el pintor del siglo XVIII oriundo de Verona, quien, en su libro de 1434 *De musica*, propone, tras discusiones de matemática proporcional, una gama de ocho octavas para el sistema solar, cuando la música de su tiempo manejaba a lo más tres (figura 6) (Anselmi 1961, 97-106; Godwin 1987, 131; Godwin 2009, 195-203).

Esta enorme gama se da porque Anselmi no asume una octava como límite máximo dentro del cual deben reducirse todos los intervalos, sino que es muy estricto en cuanto a las proporciones que hay entre las órbitas, a las cuales llega tras una transformación en proporciones a partir de su duración en años. En sus propias palabras:

Figura 6. El acorde del sistema solar de ocho octavas de acuerdo con Giorgio Anselmi.
Fuente: Elaboración propia.



La armonía que producen las agitaciones de los cielos por sus movimientos naturales es comparable al [género] diatónico, y la altura que la esfera de Saturno produce comparada con la de Júpiter es una doceava, pues el primero completa su órbita en alrededor de 30 años, en tanto que el segundo lo hace en 12. (Anselmi 1961, citado en Godwin 1993, 149).

Continúa su argumentación proporcional de este modo planeta tras planeta, desde el más lento (Saturno) hasta el más rápido (la Luna): “La nota de la esfera de Júpiter en comparación con la de Marte es la doble octava. La de Marte comparada con el Sol, Venus y Mercurio es una doceava, y de la esfera del Sol y los demás planetas en su órbita a la Luna suena una gran consonancia de triple octava” (Anselmi 1961, citado en Godwin 1993, 149).

El resultado, en intervalos, se muestra en la tabla 3, y en alturas musicales, en la figura 8. Es de notar que Anselmi jamás indica alturas específicas, sino proporciones entre alturas (en teoría musical se los denomina intervalos). Para poder visualizarlos como alturas musicales exactas, he asignado arbitrariamente la nota más grave del sistema (correspondiente a Saturno) a un do0 (tabla 3).

Tabla 3. Los intervalos entre los planetas según Anselmi
Fuente: Elaboración propia.

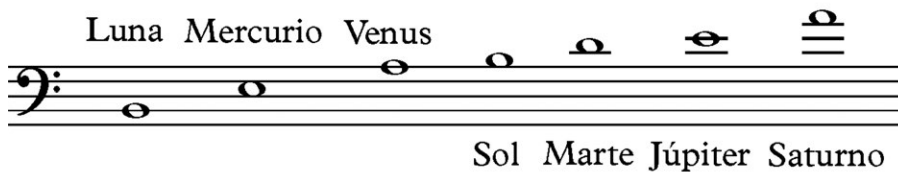
Planetas	Intervalos entre los planetas respetando estrictamente las proporciones de su período de translación
Luna	} 3 octavas
Mercurio, Venus, Sol (todos al mismo nivel orbital de acuerdo con la teoría de los epiciclos con la cual trabaja Anselmi)	
Marte	} una octava y una quinta
Júpiter	
Saturno	} 2 octavas
	} Una octava y una quinta



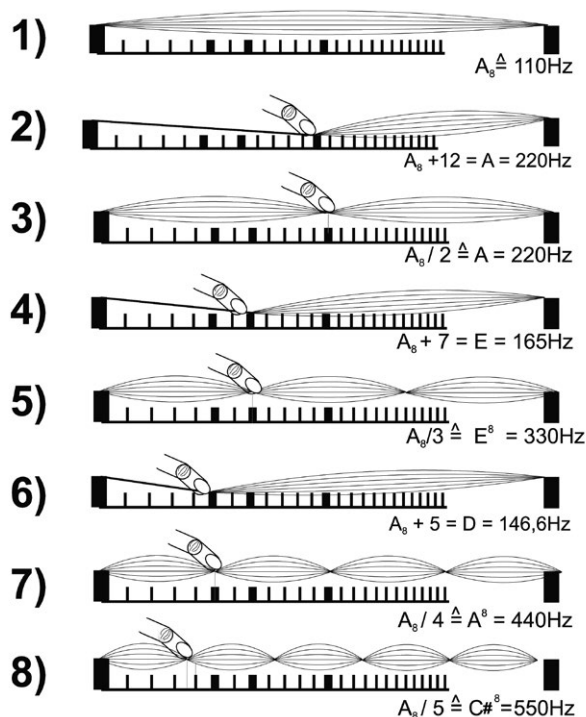
> > Figura 7. El arpeggio planetario de Anselmi expresado en notación musical.
Fuente: Elaboración propia.

Sistemas de asignación planetaria basados en los puntos fijos de la teoría musical griega y las proporciones pitagóricas de las cuerdas sonoras

El tercer tipo de atribución de planetas a alturas (los modelos de tipo C de Godwin, cfr. Godwin 1987, 126-131) es mucho más técnico y requiere un buen nivel de conocimiento previo de los detalles de la teoría musical griega, por lo que no entraré en grandes detalles aquí. Baste mencionar, para nuestro argumento, que se basa más en la teoría musical “práctica” que en la observación de los fenómenos astronómicos —un modelo más especulativo— que hemos visto en los dos modelos anteriores. Para empezar, no toma como base alturas específicas de una escala o el orden



> > Figura 8. Los llamados puntos fijos del sistema mayor de teoría musical griega y su asignación directa a los siete planetas antiguos relacionado con su cercanía al centro del sistema solar.
Fuente: Elaboración propia.



> > Figura 9. Los nodos de una cuerda y su relación con los armónicos naturales.
Fuente: Wikimedia (2018).

de las notas en ella, sino los puntos fijos de afinación de todos los modos (o escalas) y especies (o maneras de expresar estas escalas) en la teoría musical griega (figura 8) (Gombosi 1951, 109-138; Landels 2002, 86-109; Mathiesen 2002, 109-138). Compara, luego, los puntos fijos de este llamado sistema mayor (Landels 2002, 89-90) con las distancias entre los nodos donde aparecen los armónicos naturales en la teoría de cuerdas vibrantes de Pitágoras (figura 9). Asume, además, como universo sonoro no la octava sino toda la gama de alturas conocida y manejada por los instrumentos o la música vocal de cada época de la historia de la música, o inclusive teorizaciones que aún no se habían implementado en la música “real” de la época de sus autores.³

Evidentemente, en la medida en que esta gama musical aumenta al hacerlo las capacidades técnicas de los instrumentos y los desarrollos de la teoría que permiten nuevas propuestas en la práctica musical (Henbuehl y Schmidt 1962, 32-65), también la gama del universo musical se hace cada vez más amplia, y con ello van cambiando las atribuciones a cada uno de los planetas. Como muestra de este tercer tipo de asignaciones de alturas a los planetas, se ha incluido en la tabla 4 una selección de algunas de las propuestas históricas en este sentido. Nótese que algunos de estos sistemas también dan atribuciones a los cuatro elementos aristotélicos que forman la materia en la esfera de la Tierra. También resulta interesante notar que la orden monástica musulmana medieval Ikhwān al-Ṣafā’ (Hermandad de la Pureza) estableció en la Basora abasí (actualmente en Irak) un sistema de atribuciones basadas en su propio sistema musical no occidental (nótese en este sentido los intervalos microtonales).

Tabla 4. Algunas de las propuestas de equivalencia planetaria basadas en los puntos fijos de la teoría musical griega y las proporciones pitagóricas de cuerdas. Fuente: Elaboración propia.

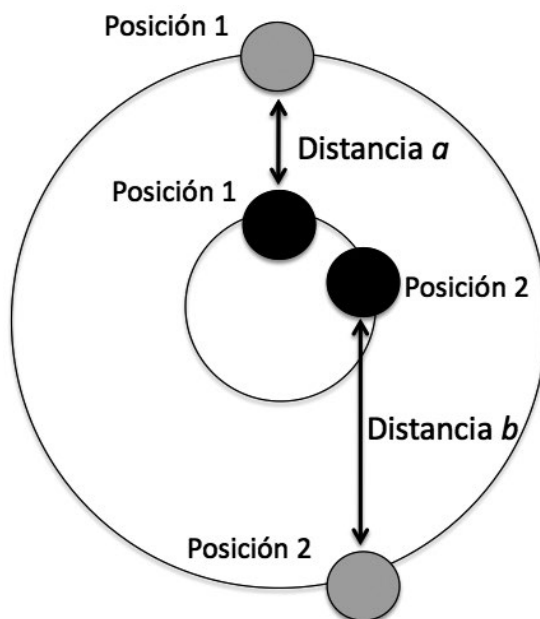
Λ
Λ

Esferas planetarias → Atribución según ↓	⊕	☾	☿	♀	☼	♂	♃	♄	♆
	Tierra	Luna	Mercurio	Venus	Sol	Marte	Júpiter	Saturno	Estrellas fijas
Plutarco (siglo I E.C.)	No se menciona								No se menciona
Claudio Ptolomeo en su libro <i>Armónicas</i> (siglo I E.C.)	No se menciona		No se menciona						No se menciona
Primer trabajo conocido de Ptolomeo, la inscripción canónica (ca. 146/147 E.C.)	 para los elementos pesados (agua y tierra)								
	 para los elementos livianos (aire y fuego)								
Ikhwān al-Ṣafā’ (Basora del s.X)	 (para la tierra elemental)								
	 (para el aire elemental)								

Combinación de los sistemas de velocidad y distancia orbital

Hasta la época de Johannes Kepler (1571-1630), los tres modelos discutidos hasta aquí constituían el estado actual en cuanto a la atribución de alturas musicales a los planetas. En la medida en que el interés de la teoría musical viraba su enfoque de modelos especulativos a modelos normativos (Christensen 2002, 1-26) más afines con el gran cambio paradigmático de la primera modernidad y la revolución científica (Chua 2001, 17-29), asimismo, el número de autores que se interesaron en estos temas fue disminuyendo, y se convirtieron ya en el siglo XVII en una minoría excéntrica con reputación de anacrónica e intelectualmente reaccionaria. Más adelante, en los siglos XVIII y sobre todo en el siglo XIX, estos autores fueron asociados manifiestamente al misticismo cristiano o a movimientos ocultistas o esotéricos.⁴ Por ello, en un sondeo de sus documentos, la tradición de la música especulativa parece disminuir hasta casi desaparecer, pero en realidad continuaba “subterráneamente” como insólito interés de estos excéntricos personajes alejados del paradigma dominante a partir del siglo de la luz (Godwin 1982, 373).

A pesar de que no sería sino hasta el siglo XVII cuando Kepler elegantemente combinaría los modelos de velocidad y distancia orbital en su propia versión heliocéntrica de la música de las esferas, existe un interesante aunque poco conocido precursor de una idea comparable ocho siglos antes: el filósofo neoplatónico Juan Escoto Erígena (810?-877?) llegó a la conclusión de que los planetas no producen una sola altura invariable y constante, como es de suponer tanto en los modelos de velocidad orbital \approx altura musical como en los de distancia orbital \approx altura musical, porque antes de Kepler ambos estaban basados en el modelo aristotélico de órbitas perfectamente circulares. Erígena amplía su perspectiva, y en vez de fijarse solo en una medida fija de la órbita, tal como el radio o el diámetro de un círculo dibujado sobre un plano, se enfoca en las relaciones entre los objetos celestes, que varían según diversos momentos de sus ciclos orbitales, pues, a veces, están más cerca entre sí y otras más alejados, aun en un modelo orbital perfectamente circular (figura 10). Afirma Erígena:



> >

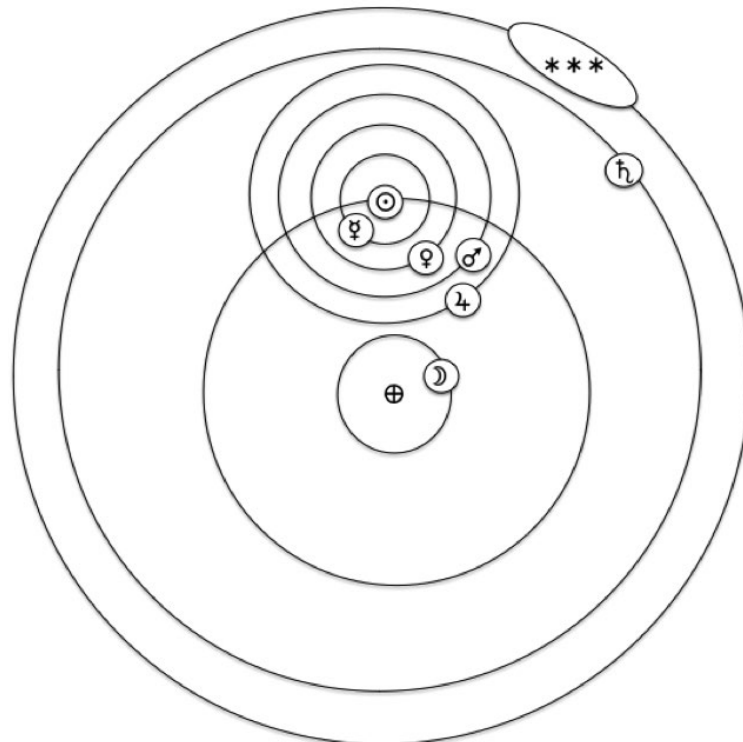
Figura 10. Variación de distancia entre los planetas, aun en órbitas perfectamente circulares. Nota: Obsérvese que la distancia a entre la posición 1 del planeta gris y el planeta negro es menor que la distancia b, entre las posiciones 2 de los mismos planetas. Fuente: Elaboración propia.

Los sonidos [de los planetas] no se relacionan siempre por los mismos intervalos, sino de acuerdo con la altitud de sus órbitas. No es sorprendente, pues, que el Sol produzca una octava con Saturno cuando avanza a la mayor distancia respecto de él: pero cuando comienza a acercarse, producirá una quinta, y cuando se acerque más, una cuarta. Considerado de esta manera, pienso que no sorprenderá que diga que Marte dista del Sol a veces un tono, a veces un semitono. Pues lo que prevalece en las cuerdas según su largura o cortedad, según su tensión y aflojamiento, sucede también en los tubos del órgano, en los que es la medida longitudinal la que provoca la distancia de las notas. Sucede lo mismo con los planetas, según la altitud de sus órbitas y su lejanía o cercanía con respecto al Sol; y lo que decimos del Sol debe ser entendido también de todos los demás planetas entre sí. Pues no siempre están separados, ni se acercan unos a otros, por los mismos intervalos, debido a la naturaleza de sus órbitas. (citado en Godwin 2009a, 144).

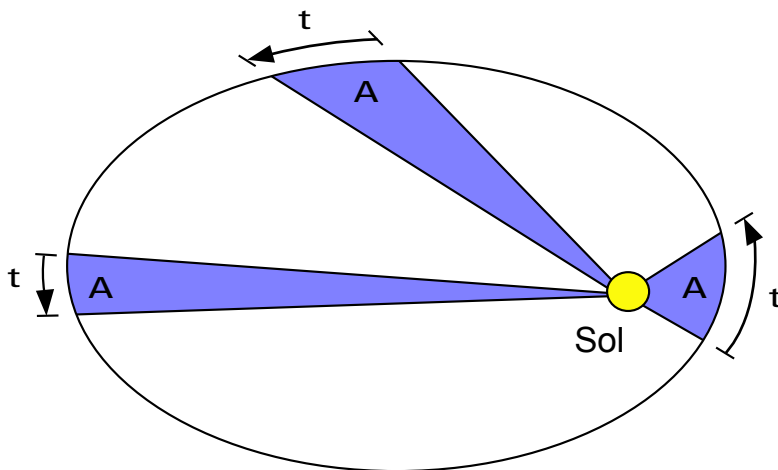
Otro factor que aumenta considerablemente las posibilidades polifónicas de la propuesta de Erígena es su modelo cosmológico innovador, en el cual todos los planetas antiguos, salvo la Luna y Saturno, rotan alrededor del Sol, que a su vez rota alrededor de la Tierra, centro final de todo el sistema. En este sentido, tenemos un modelo cosmológico mixto, en parte geocéntrico (con la Luna, el Sol y Saturno rotando alrededor de la Tierra), pero con otro foco de rotación alrededor del Sol (con los demás planetas rotando alrededor de este), y por tanto heliocéntrico, al menos en parte (figura 11).

Desde el punto de vista de la tradición de la música de las esferas, este modelo cosmológico más complejo genera posibilidades polifónicas mayores y más variadas que todos los sistemas basados en los modelos A y B, que asignan alturas fijas a cada uno de los planetas. El propio Erígena menciona explícitamente la posibilidad de otros tipos de escala más allá de los usados en la música de su tiempo, “incluso a otros que están más allá de la concepción de todos los mortales” (citado en Godwin 2009a, 144).

Figura 11. Modelo cosmológico mixto (semi-heliocéntrico) de Erígena (nótese que Mercurio, Venus, Marte y Júpiter rotan alrededor del Sol, en tanto que los cuerpos celestes más rápido y más lento —la Luna y Saturno— rotan alrededor de la Tierra). Fuente: Elaboración propia.



Ocho siglos después de Erígena, las elaboraciones geométricas de Kepler sobre la excentricidad observada en los movimientos de Marte lo llevaron a proponer órbitas elípticas para los planetas con el Sol como uno de los focos de la elipse, en vez de órbitas perfectamente circulares, como se venía aceptando desde que Aristóteles determinara, siguiendo a Platón, que es el círculo la figura más simple y perfecta, y que la naturaleza no podría estar diseñada sino basada en tan simple y elegante perfección (cf. Zubiría 2005). De acuerdo con la segunda ley de movimiento planetario que Kepler publicó en 1609 en *Astronomia nova*, las órbitas elípticas generan variaciones tanto en la distancia entre el Sol y los planetas en diferentes lugares de su órbita como en sus velocidades en diversos momentos de estas órbitas (figura 12).



> > Figura 12. Modelo orbital elíptico de Kepler en el que queda claro cómo en el mismo tiempo (t) un planeta recorre un segmento de arco diferente (A), debido a que la diferencia de la distancia entre el planeta y el Sol influye en la intensidad gravitacional que empuja al planeta en su movimiento. Fuente: Wordpress (2014).

En la historia de la música de las esferas, es con Kepler cuando en la visión antigua y medieval de las músicas planetarias ocurre una revolución comparable a la que Galileo, Copérnico y el mismo Kepler causaron en la astronomía de su tiempo. Se discutirá aquí lo que respecta a la combinación que hace Kepler de los modelos tipo A (por velocidad de traslación planetaria) y B (por distancia entre las órbitas de los planetas), en un novedoso modelo que da cuenta de ambos, y así se adaptan a la cosmología heliocéntrica copernicana y a las órbitas elípticas de los planetas que él propone (cf. Hasler 2015, 171-196). Vemos a través de este interesante caso cómo los modelos de pensamiento sobre la música de las esferas no son estáticos, sino que los autores los van adaptando según cambien sus paradigmas científicos, y en este caso particular, sus modelos cosmológicos.

Este cambio de concepción orbital de circular a elíptica implica que cada planeta no emitirá una sola altura, sino que cubrirá una gama de alturas (figura 13); la más grave corresponde al punto más alejado de la órbita al Sol (donde el planeta, además, se mueve más lentamente), y la más aguda al punto más cercano de su órbita, donde el planeta se mueve con más rapidez.

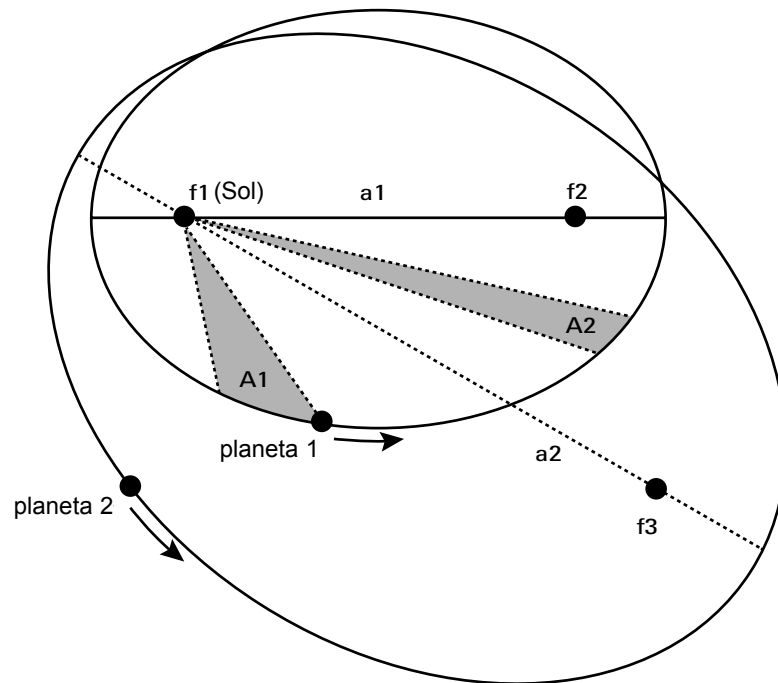


> > Figura 13. Facsimil de la página 207 del *Harmonices mundi* de Johannes Kepler, donde nos muestra la gama completa de alturas que cada planeta produce de acuerdo con el lugar de su órbita donde se encuentre. Fuente: Kepler (1619).

Dado que no todas las órbitas de los planetas son igualmente elípticas, y hay algunas más excéntricas, es decir, que se desvían más del círculo, que otras, el juego entre las diversas órbitas, cada una con diferente excentricidad, con los planetas recorriéndolas a diferentes velocidades (figura 14), generará inevitablemente un concierto de mucha más complejidad contrapuntística que lo que se da cuando todos los planetas viajan en órbitas perfectamente circulares y a velocidad uniforme. De este modo, deduce Kepler, el concierto de la armonía de las esferas bajo el nuevo modelo cosmológico de órbitas elípticas no puede sino llevar a una complejidad polifónica comparable a la de la música vocal de su tiempo, y en este sentido su concepción parece plegarse también a los modelos de atribución del tipo C, ya discutidos:⁵

Los movimientos de los cielos, por tanto, no son otra cosa sino un eterno concierto (racional, que no vocal) que tiende, a través de las disonancias, a través de lo que pudiéramos considerar como ciertas suspensiones o fórmulas cadenciales (por las cuales los hombres imitan esas disonancias naturales [de los cielos]), hacia cadencias definidas y prescritas, con cada acorde con seis términos (es decir a seis voces), y que a través de esas marcas [es decir las cadencias] se distingue y articula la inmensidad del tiempo; de tal manera que ya no es de maravillarse que finalmente esta manera de cantar a varias partes, desconocida para los antiguos, haya sido inventada por el Hombre, el Simio de su Creador; de tal manera que a través de la sinfonía artificial de varias voces pueda él representar, en la breve duración de una hora, la perpetuidad de la duración total del cosmos, y de este modo pueda percibir en cierto grado la satisfacción de Dios el Creador con Sus propias obras, con el más intensamente dulce placer obtenido de su Música, que imita a Dios. (Kepler 1940, 328, citado en Walker 1967, 250).

Figura 14. Esquema de las complejas variaciones de distancias y velocidades que se dan cuando dos órbitas elípticas presentan diferentes focos secundarios (f2 y f3), además de uno compartido (el Sol, f1), lo que genera sus diferentes excentricidades. En el sistema solar observable en la época de Kepler, se trataría de seis diferentes elipses con excentricidades diferentes, y así generan una complejidad tal en la relación entre los diversos sonidos deducibles a través de los sistemas A y B que Kepler los interpreta como comparables a la polifonía vocal de su época.
Fuente: Wikipedia (2018).



De esta forma, en la propuesta orbital que Kepler hace en *Astronomia nova*, y que luego retoma con un énfasis más musical en *Harmonices mundi* (Kepler 1997), encontramos la más importante transformación que hace dentro de la continuidad de la tradición de la música de las esferas: él conoce todos los modelos anteriores de atribución de alturas a los planetas,

pero en el suyo propio, en consideración a los datos astronómicos y nuevas teorías cosmológicas (p. ej., el copernicanismo y las órbitas elípticas), decide, no simplemente rechazarlos de plano al no coincidir con los datos cosmológicos observados, sino que los combina, y genera si se quiere un modelo $A + B + C$. Es más, dado que para Kepler resulta lógico que el concierto celeste sea polifónico y a seis voces (una voz por cada planeta, sin considerar al Sol ni a la Luna), como lo era la elaborada música contrapuntística de su tiempo, también hay mucho del modelo C en su razonamiento, como queda demostrado por la cita presentada más arriba.

Kepler tiene la esperanza de que la tradición de la música de las esferas evolucione a la par de la nueva ciencia, en vez de convertirse en obsoleta, como, en efecto, ocurrió pocas décadas después de su muerte: para el siglo XVIII ya ningún científico tomaba en serio la idea de que los planetas, en sus movimientos, llevaran una cierta armonía proporcional comparable a la de la música de los seres humanos, y la idea de la música de las esferas migró del campo científico y filosófico al metafísico, místico o puramente esotérico (Godwin 1986), en tanto que a nivel científico apenas hasta el siglo XX empieza a resurgir la idea en el ámbito de la ciencia, pero solo en los gremios un tanto “paralelos” de la nueva “ciencia armónica” (*Harmonik*), que surge en los países germanos tras la Segunda Guerra Mundial, con un programa neopitagórico de volver a buscar la unidad de los diversos aspectos del universo a través del *trivium* de aritmética, geometría y música (Godwin 1982, 373-389; Godwin 1989, 2009a).

Como representantes de esta más reciente encarnación de la música especulativa – con un enfoque ahora desde las ciencias matemáticas o la arqueoastronomía – deben mencionarse las contribuciones de Hans Kayser (2006), Eberhard Wortmann (2006), Hans Erhard Lauer (en Godwin 1989, 150-225), Marius Schneider (1998), Rudolf Haase (en Godwin 1989, 91-144) y más recientemente Hartmut Warm (2010), junto con el ya mencionado Hans Cousto (2015), todos ellos estudiando, en el siglo xx, esas relaciones armónicas de los movimientos de los cuerpos celestes, y buscando traducirlos a sonidos, como hicieron ya sus antecesores en la tradición desde la escuela Pitagórica en el siglo vi a.e.c.

Conclusiones

Tras este panorama histórico, notamos que los sistemas o modelos de atribución de alturas musicales a los cuerpos celestes del sistema solar no han sido estáticos, sino que han variado según cambian tanto los sistemas cosmológicos como las teorías y prácticas musicales de la época y el entorno cultural de sus proponentes: notemos que en el Mundo Antiguo estos no dan cuenta de la polifonía, pues tampoco tenemos noticias ciertas de que la práctica musical europea explorase activamente la polifonía antes de la Edad Media. Pero, tan pronto como aparecen los tratados de polifonía a dos voces a finales del siglo IX (*Musica enchiriadis* y *Scolica enchiriadis*), encontramos también acercamientos a una polifonía de los planetas en la propuesta de Juan Escoto Erígena, contemporáneo de estos tratados. Similarmente, al imponerse la visión heliocéntrica propuesta por Copérnico y tras la modificación de la teoría de las órbitas circulares y los epiciclos de Ptolomeo por el de las órbitas elípticas de Kepler, él mismo propone una teoría de música planetaria que sea acorde con este nuevo modelo cosmológico. En cuanto a las diferencias en la práctica y las tradiciones musicales, el trabajo de la orden monástica musulmana Ikhwān al-Ṣafā’ incluye intervalos microtonales que son de práctica habitual en la música del mundo árabe, pero que no lo eran en la Europa cristiana, que teorizaba en la misma época sobre la música de los planetas a partir de su propio sistema musical diatónico, por lo que las propuestas europeas se limitan a ese sistema escalístico.

Se concluye, por tanto, que, lejos de ser un aspecto autónomo e independiente, la música de las esferas, y por extensión la música especulativa en general, responde, reacciona y se adapta a los desarrollos históricos de los ámbitos que intenta conectar o mutuamente reflejar (*speculum*), en nuestro caso la teoría musical (y la práctica que esta teoriza) y los paradigmas o modelos cosmológicos que dan cuenta de los movimientos proporcionales (y en este sentido armónicos) de los cuerpos celestes.

NOTAS

1. Dada su antigüedad y enfoque metafísico, sería excusable pensar que la teoría musical especulativa ya ha sido abandonada, y no ha habido desarrollos o investigaciones que continúen trabajando en este paradigma desde por lo menos la “cientificación” de la teoría musical con Rameau, Mersenne o Helmholtz. Sorprendentemente, hay un amplio trabajo en este tipo de teoría, que desde la década de 1970 ha venido en franco aumento (cf. Godwin 1982, 1989; Hasler 2005).
2. Se puede acceder a una impresionante selección del trabajo de cuarenta y ocho diferentes autores en esta tradición en Godwin (2009).
3. Notable en este aspecto es la propuesta del parmesano Giorgio Anselmi, ya discutida más arriba.
4. Con respecto a estos autores, resultan muy útiles las antologías de Godwin (1986, 1995, 2009).
5. Recordemos que en los modelos del tipo C el reflejo es al contrario de los otros dos modelos, pues en la tradición de la música especulativa no se considera problemático que la teoría cosmológica se deduzca y refleje el comportamiento de la música humana acá en la Tierra: el “reflejo” del espejo (*speculum*) de la música especulativa puede ser en ambos sentidos (cf. Hasler 2005, 257-259).

[REFERENCIAS]

- Anselmi, Giorgio. 1961. *De musica*. Editado por Giuseppe Massera. Florencia: Leo S. Olschki.
- Assayag, Gerard, Hans Georg Feichtinger y José Francisco Rodrigues, eds. 2002. *Mathematics and Music: A Diderot Mathematical Forum*. Berlín: Springer.
- Christensen, Thomas, ed. 2002. *The Cambridge History of Western Music Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Chua, Daniel. 2001. "Vincenzo Galilei, Modernity and the Division of Nature". En *Music Theory and Natural Order from the Renaissance to the Early Twentieth Century*, editado por Suzannah Clark y Alexander Rehding, 17-29. Cambridge: Cambridge University Press.
- Cicerón, Marco Tulio. 2002. *El sueño o visión de Escipión*. Barcelona: Humanitas.
- Ciro Restrepo, Omar. 2011. *Historia y epistemología del número*. Bogotá: Fibonacci.
- Cousto, Hans. 2015. *The Cosmic Octave: Origin of Harmony (Planets, Tones, Colors-the Power of Inherent Vibrations)*. Mendocino: LifeRhythm.
- Dorce Polo, Carlos. 2006. *Ptolomeo, el astrónomo de los círculos*. Madrid: Nivola.
- Ghyka, Matila. 1988. *Filosofía y mística del número*. Barcelona: Apóstrofe.
- Godwin, Joscelyn. 1982. "The Revival of Speculative Music". *Musical Quarterly* 67 (3): 373-89.
- Godwin, Joscelyn, ed. 1986. *Music, Mysticism and Magic: A Sourcebook*. Nueva York: Routledge & Kegan Paul.
- Godwin, Joscelyn, ed. 1989. *Cosmic Music: Musical Keys to the Interpretation of Reality*. Rochester: Inner Traditions.
- Godwin, Joscelyn. 1987. *Harmonies of Heaven and Earth: Mysticism in Music from Antiquity to the Avant-garde*. Vermont: Inner Traditions.
- Godwin, Joscelyn. 1992. "Speculative Music: the Numbers Behind the Notes". En *Companion to Contemporary Musical Thought*, editado por John Paynter, Tim Howell, Richard Orton y Peter Seymour, 256-71. Londres: Routledge.
- Godwin, Joscelyn. 1993. *The Harmony of the Spheres: The Pythagorean Tradition in Music*. Rochester: Inner Traditions.
- Godwin, Joscelyn. 1995. *Music and the Occult: French Musical Philosophies, 1750-1950*. Rochester: University of Rochester Press.
- Godwin, Joscelyn, ed. 2009a. *Armonía de las esferas: un libro de consulta sobre la tradición pitagórica en la música*. Girona: Atalanta.
- Godwin, Joscelyn. 2009b. "El resurgimiento de la música especulativa". En *La cadena áurea de Orfeo: el resurgimiento de la música especulativa*, 117-56. Madrid: Siruela.
- Gombosi, Otto. 1951. "Key, Mode, Species". *Journal of the American Musicological Society* 4 (1): 20-26.
- Haase, Rudolf Graz. 1951. "Musik und Astrologie". *Musica* 5: 511-513.
- Haase, Rudolf Graz. 1989. "The Sequel to Kepler's World Harmony". En *Cosmic Music: Musical Keys to the Interpretation of Reality*, editado por Joscelyn Godwin, 131-44. Rochester: Inner Traditions.
- Hasler, Johann F. W. 2005. "La música especulativa". *Ensayos: Historia y Teoría del Arte* 10: 241-60.
- Hasler, Johann F. W. 2015. "Contribuciones de Kepler a la continuidad y transformación de la tradición de la música de las esferas". *Per Musi: Revista de Performance Musical* 32: 171-196. DOI: 10.1590/permusi2015b3206
- Henbuehl, David Krae y Christopher Schmidt. 1962. "On the Development of Musical Systems". *Journal of Music Theory* 6 (1): 32-65.
- Joan Oró. 2018. "Missió Unifers - Projectes 1 ESO C WEp". Consultado el 5 de agosto de 2018. <http://insjoanoro.cat/projectes1coro1617/wp-content/uploads/sites/7/2017/02/geocentrismo.png>
- Kayser, Hans. 2006. *Textbook of Harmonics. Vol. 2*. Idyllwild-Pine Cove: Sacred Science Institute.
- Kepler, Johannes. 1619. "Ioannis Keppleri Harmonices mundi libri V". Consultado el 7 de agosto de 2018. <https://archive.org/details/ioanniskeplerih00kepl>
- Kepler, Johannes. 1940. *Kepler, Johannes. 'Harmonices mundi' [1619] en el volumen 6 de Gesamte Werke Ed. Max Caspar. Vol. 6*. Editado por Max Caspar. Múnich: Beck.
- Kepler, Johannes. 1997. *The Harmony of the World*. Editado por E. J. Aiton, Alistair Matheson Duncan y Judith Veronica Field. s. l.: American Philosophical Society.
- Landels, John G. 2002. "Scales, Intervals and Tuning". En *Music in Ancient Greece and Rome*, 86-109. Abingdon: Taylor & Francis.
- Mathiesen. 2002. "Greek Music Theory". En *The Cambridge History of Western Music Theory*, editado por Thomas Christensen, 109-38. Cambridge: Cambridge University Press.
- Schneider, Marius. 1998. *El origen musical de los animales-símbolos en la mitología y la escultura antiguas: ensayo histórico-etnográfico sobre la subestructura totemística y megalítica de las altas culturas y su supervivencia en el folklore español*. Girona: Siruela.
- Walker, Daniel Pickering. 1967. "Kepler's Celestial Music". *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes* 30: 228-50.
- Warm, Hartmut. 2010. *Signature of the Celestial Spheres: Discovering Order in the Solar System*. Forest Road: Sophia Books.
- Wikimedia. 2018. "File:Flageolette.svg". Consultado el 5 de agosto de 2018. <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1251597>
- Wikipedia. 2018. "Kepler's laws of planetary motion". Consultado el 5 de agosto de 2018. https://en.wikipedia.org/wiki/Kepler%27s_laws_of_planetary_motion#/media/File:Kepler_laws_diagram.svg
- Worldpress. 2014. "File:keplers_law_2_en-svg.png". Consultado el 28 de octubre de 2019. https://borntoscience.files.wordpress.com/2014/01/2000px-keplers_law_2_en-svg.png
- Wortmann, Eberhard. 2006. *The Law of the Cosmos: The Divine Harmony According to Plato's Republic-Timaeus*. Idyllwild-Pine Cove: Sacred Science Institute.
- Zubiría, Martín. 2005. *Aristóteles y el cosmos*. Buenos Aires: Quadrata.