Tópicos (México)
ISSN: 0188-6649
Universidad Panamericana, Facultad de Filosofía

López-Orellana, Rodrigo; Redmond, Juan
La aserción dialógica como unidad mínima de conocimiento
Tópicos (México), núm. 60, 2021, -Junio, pp. 103-151
Universidad Panamericana, Facultad de Filosofía

DOI: https://doi.org/10.21555/top.v0i60.1136 http://doi.org/10.21555/top.v0i60.1136

Dialogical Assertion as a Minimum Unit of Knowledge

La aserción dialógica como unidad mínima de conocimiento

Rodrigo López-Orellana
Universidad de Valparaíso
Chile
rodrigo.lopez@uv.cl
https://orcid.org/0000-0002-3576-0136

Juan Redmond
Universidad de Valparaíso
Chile
juan.redmond@uv.cl
https://orcid.org/0000-0003-3436-9490

Recibido: 04 – 01 – 2019.
Aceptado: 30 – 05 – 2019.
Publicado en línea: 28 – 10 – 2020.

Abstract

The aim of this paper is to propose the notion of *dialogical assertion* as a minimal unit of knowledge in the frame of dialogical pragmatism. We argue that this minimal unity is the dialogue for the *p* thesis, accompanied by its game of giving and asking for reasons (Play-Level) for a winning strategy for the proponent. Thereby, we explore the problem from the semantic framework proposed by Shahid Rahman to present a dialogical definition of that concept. Furthermore, we show how the notion of proposition ceases to be the primordial logical concept and how it is replaced by the notion of *assertion* as an act in the process of a dialogue game and following the fundamental insights of Brandom (1994, 2000) and Martin-Löf (1984). This pragmatic approach to logic will abandon the idea that the proposition is the minimum logical unit of true knowledge.

Keywords: assertion; proposition; dialogue; dialogic; interaction; truth; inferentialism; Brandom; norms.

Resumen

El objetivo del presente artículo es proponer la noción de *aserción dialógica* como unidad mínima de conocimiento dentro del enfoque del pragmatismo dialógico. Defendemos que esta unidad mínima es el diálogo para la tesis *p*, acompañada de su juego interactivo y dinámico de dar y pedir razones (nivel dialógico de partida) para una estrategia ganadora del proponente. Exploramos entonces el problema a partir del marco semántico propuesto por Shahid Rahman para presentar una definición dialógica del concepto. Además, con ello mostramos cómo la noción de proposición deja de ser el concepto lógico primordial y es reemplazado por la noción de *aserción* como acto dentro del proceso del juego de un diálogo y siguiendo las ideas principales de Brandom (1994, 2000) y Martin-Löf (1984). Este enfoque pragmático de la lógica abandona la idea de que la proposición es la unidad lógica mínima de conocimiento verdadero.

Palabras clave: aserción; proposición; diálogo; dialógica; interacción; verdad; inferencialismo; Brandom; normas.

1. Introducción

El presente trabajo se inscribe dentro de la filosofía de la lógica. Específicamente, pretende contribuir al desarrollo de las investigaciones en *filosofía de la dialógica* (o de la "lógica dialógica"). Tiene como objetivo principal caracterizar la noción de unidad lógica mínima de conocimiento lógico o "verdadero" que asume la dialógica, que pertenece al enfoque lógico la teoría de juegos. Exploramos aquí entonces la perspectiva del pragmatismo dialógico. Además, mostramos con ello cómo la noción de proposición deja de ser el concepto lógico primordial para ser reemplazada por la noción de *aserción* como acto dentro del proceso del juego de un diálogo.

En la tradición de la lógica se ha entendido por "conocimiento lógico" simplemente aquel conocimiento de las formas o de los principios del razonamiento abstracto, en otras palabras, de las inferencias relacionales abstractas que tienen por contenido los juicios verdaderos acerca del mundo (Haack, 1978; Corcoran, 2009). Ahora bien, ya algunos de los primeros lógicos modernos, como Bolzano (1837/1973), Frege (1879, 1892) o Russell (1918, 1940/1995), intentaron fundamentar una "forma básica" subyacente a todo tipo de enunciado (verdadero) que lograra garantizar el conocimiento científico (sea formal o natural); esto es, buscaron una *garantía extralingüística* de conocimiento. Llamamos aquí a esa garantía "unidad mínima de conocimiento" (UMC). Esta unidad debe entenderse simplemente como la mínima parte que da *sentido* a un enunciado —ejemplos de esto se darán en las siguientes secciones—.

Cabe advertir que podemos identificar por lo menos dos enfoques acerca de esa unidad: 1) uno clásico o *estático*, que pone el énfasis en el resultado y por ello esa unidad es la *proposición*, que da cuenta de que el enunciado "es verdadero" (Haack, 1978; Lopez-Orellana y Redmond, 2018); y 2) otro *dinámico* o procedural, que da cuenta de "cómo llegó a ser verdadero" por lo que pone énfasis en el *juicio* o en la *aserción* y, por ello, en la *interacción* y sistematización de los diálogos o juegos del lenguaje (Martin-Löf, 1996; van Benthem, 2010; 2014). En este último, cabe remarcar que dicha unidad es una *acción*. En nuestro caso, afirmamos que el enfoque de la dialógica pertenece al segundo grupo.

Por supuesto, la noción de proposición ha cumplido un papel central en la filosofía de la lógica, desplazando a la aserción a un rol secundario. En efecto, la proposición atraviesa la mayoría de los problemas filosóficos más relevantes, como los problemas de la verdad, del conocimiento *a priori*, la validez y la consecuencia, entre otros. Analizamos entonces este problema a partir del marco teórico semántico propuesto por Shahid Rahman (2014, 2012, 1993; Rahman *et al.*, 2018; Rahman y Keiff, 2010), que es uno de los desarrollos actuales más importantes del enfoque dinámico de teoría de juegos y que conlleva una propuesta filosófica interesante.

Nuestro objetivo es realizar una contribución desde el enfoque pragmatista de la dialógica. Sobre todo desde los últimos desarrollos siguiendo los *insights* del inferencialismo de Brandom y los desarrollos de Rahman en torno a la TCT (o CTT en inglés: *Constructive Type Theory*) de Per Martin-Löf. En efecto, en nuestra propuesta abandonamos los enfoques estáticos que ven la UMC como un núcleo estático que en lógica toma el nombre de proposición y la ubicamos en el dominio dinámico de las aserciones. Esto último siguiendo las condiciones establecidas por Brandom y capturadas en dialógica en el trabajo de Rahman. En efecto, sostenemos aquí la idea de que una estructura lingüística no puede ser una UMC si no está inserto como siendo parte de un juego normado y social con reglas que regulan el dar y pedir razones (Brandom, 1994, 2000). Llamamos entonces UMC a la aserción dialógica o diálogo D(*p*) a partir de la tesis *p* y con estrategia ganadora para P (el Proponente).

2. El punto de partida y giro de perspectiva

2.1 ¿Cuál es la clase de ítem del que debe ocuparse primeramente la lógica?

En general, la noción de proposición ha tenido un papel central en el análisis de argumentos, haciendo referencia principalmente a la relación que existe entre los argumentos del lenguaje natural y su reconstrucción en argumentos de los lenguajes formales. Según Haack (1978, cap. 6), el problema de la proposición hace referencia directa a la pregunta acerca de cuál es la clase de ítem del que debe ocuparse primeramente la lógica, que ha sido ampliamente tratado desde una perspectiva sintáctica o semántica y, en menor medida, desde una perspectiva pragmática.

Aristóteles (en *Peri hermeneias*) fue el primero en introducir el concepto de *proposición*. La noción de proposición que manejaba Aristóteles era simplemente la de una "expresión lingüística" del juicio emitido por un pensamiento (Aristóteles, 1938, p. 119 [III]; cfr. Barnes, 1993; Corcoran, 1974; Łukasiewicz, 1957). A partir de esta idea, algunos continuadores de Aristóteles (cfr. Tomás de Aquino, 2001, p. 199) entendieron que el juicio es el *acto* por medio del cual se afirma o se niega algo de algo y la proposición es el *producto* lógico de dicho acto (es *lo pensado* en el juicio). Esta concepción resultó del interés de Aristóteles por saber cuándo, en realidad, tenemos un enunciado *verdadero*.

Desde la *Conceptografía* de Frege (1879), la fundamentación de las proposiciones lógicas en toda argumentación ha intentado sustentarse en la fuerza de la demostración o prueba que establece la conexión de verdades a través de las cadenas de inferencia dadas en un argumento. Según Frege, el conocimiento de una verdad científica radica —en última instancia— en una prueba lógica pura, "la cual, prescindiendo de las características particulares de la cosa, solo se funda en las leyes sobre las que descansa todo conocimiento" (Frege, 1972a, p. 3). En efecto, la importancia de la noción de proposición abarca una cuestión filosófica fundamental referente a la relación que se establece entre lenguaje y mundo (Frege, 1972b). Los diferentes sistemas formales han intentado capturar dicha relación.

Específicamente, a partir de las primeras consideraciones de Bolzano (1837), Brentano (1874, 1923) y Frege (1879) se ha discutido sobre qué es aquello que hace verdadero al enunciado con el que se habla con verdad. Con ello surgió la pregunta: ¿cuál es la unidad lógica mínima de conocimiento verdadero?[1] Estos autores pusieron el acento distintamente en el juicio o en la proposición; no obstante, concordaron en la idea de que el único camino a seguir era el del análisis lógico del lenguaje. Entendieron la lógica como el estudio de una estructura compuesta de proposiciones (objetos independientes) y de relaciones

[1] En el caso de Bolzano, este filósofo analizó en extenso la noción de proposición como noción prioritaria con el fin de elaborar un programa para una teoría general de la ciencia. Bolzano (1837) sugirió que el conocimiento (específicamente el matemático) estaba garantizado por enunciados que poseían una *forma fundamental subyacente*. Y que para descubrir esta forma fundamental lo esencial era excluir todo elemento psicológico que pudiera confundirse con la lógica. En este sentido propone la doctrina de las "proposiciones en sí" (*Sätze an sich*) y de las "verdades en sí" (*Wahrheiten an sich*), tomando distancia de las nociones ortodoxas de proposición (cualquier 'enunciado': *Satz, statement*), representación (psicológica) y verdad (cfr. Lopez-Orellana y Redmond, 2018, pp. 640-641).

entre esas proposiciones (la de consecuencia lógica es la más importante). Se inauguraba así un nuevo tratamiento lógico-filosófico del problema para una nueva lógica, a finales del siglo XIX.

En el seno de la lógica matemática del siglo XX surgió un conjunto de técnicas, conceptos y resultados que constituyeron un enfoque (teoría de juegos) desde el cual la idea de inferencia lógica es un caso particular de la interacción entre los participantes de un *diálogo crítico* (cfr. Von Neumann y Morgenstern, 1953, pp. 88-97). La *dialógica* participará de este enfoque, que abarca un conjunto de lógicas que pueden ser llamadas "las lógicas de la interacción" (cfr. Van Benthem, 2010), ya que tienen un interés por la teorización y sistematización del diálogo. A partir de modelos matemáticos que describen las interacciones, estudian las estrategias y las decisiones de jugadores sobre sistemas o estructuras matemáticas formalizadas.

El enfoque dialógico le concede a la noción de *di*álogo un rol protagónico, cuestión que se remonta a la antigua concepción griega de la lógica como estudio sistemático de los diálogos en los que dos agentes intercambian argumentos sobre un mismo tema en discusión (como en Platón). Actualmente, el interés está en diseñar juegos de diálogo que proporcionen una semántica para una amplia gama de sistemas lógicos (cfr. Keiff, 2009). Según Van Benthem (2014), el atractivo que tienen los juegos es que proporcionan un enfoque *dinámico* y fructífero de los procesos cognitivos. En este sentido, tienen una estrecha y natural conexión con el campo de la lógica. El acento en lo *dinámico*, con el que se caracteriza a este enfoque, hace hincapié en lo dicho por Martin-Löf (1996), quien sugiere que el vocabulario filosófico ha presentado a menudo la siguiente ambigüedad: un mismo término designa a la vez una *acción* y el *contenido* o resultado de dicha acción. Es el caso, entre otros, de 'conocimiento', 'razonamiento' y 'proposición'. En efecto, para Van Benthem, en lógica se ha dado esa ambivalencia de términos que oscila entre un polo "estático", el contenido, y otro "dinámico", la acción, confirmando las diferentes representaciones de lo que debe ser la tarea propia de la lógica. En el pragmatismo dialógico se pone el acento en la acción; por este motivo, cuestiones como las *reglas de juego*, *estrategias*, *conjunto de movimientos de ataque*, *conjunto de movimientos de defensa*, *niveles de juego*, *niveles de estrategia* y *aserción* (entre otros) serán muy importantes y marcarán el rumbo del análisis lógico.

2.2 Intuicionismo, constructivismo y giro dinámico

La teoría de juegos tiene como base lógico-filosófica una crítica directa contra el enfoque *clásico* ("estático") de la lógica, que aquí identificamos con la lógica y filosofía de Frege, con el enfoque de teoría de modelos y con el enfoque de teoría de la prueba. Su principal fuente es el *intuicionismo* de L. E. J. Brouwer, que se desarrolla especialmente a partir de una crítica al concepto de *verdad lógica* (cfr. Brouwer, 1975a, 1975b). La idea central es que la cuestión de la verdad de las proposiciones de la matemática sólo se sustenta en una "evidencia intuitiva" que no hace referencia a ninguna clase de hechos u objetos externos o de clase superior, como las proposiciones *a priori*. La matemática no sería nada más que una *construcción* del espíritu humano y su única limitante es la *posibilidad* de esa construcción: "*la existencia de un objeto matemático es equivalente a la posibilidad de su construcción*" (Heyting, 1971, pp. 1-12). Por este motivo, Brouwer sostiene que "las matemáticas no pueden lidiar con ninguna otra cuestión más que con la que ella misma ha construido" (Brouwer, 1975a, p. 51).

Según Read (1995, pp. 203-240), la teoría de la verdad que critica el intuicionismo es una teoría de la correspondencia en dos sentidos:

i. Es *ontológicamente realista* ya que afirma la existencia de una serie de objetos o hechos abstractos, las *proposiciones*, cuya existencia es adicional y no reducible a la existencia de sus entidades constitutivas; *v. g.* el criterio de adecuación material de la definición de verdad de Tarski —*Esquema T*: «'A' es verdadera si y solo si A»; T(A)↔A—, que implica la siguiente equivalencia. Si decimos "los cuervos son negros", será verdadero o falso dependiendo de las condiciones en las que esta oración es verdadera o falsa: es verdadera si y sólo si los cuervos son negros "*en realidad*". Que una proposición sea verdadera o falsa depende de los hechos u objetos *relacionados* con ella —que hay cuervos y que son negros— (cfr. Tarski, 1972).
ii. Es *epistemológicamente realista* ya que cree en valores de verdad *objetivos*, esto es, que las proposiciones son verdaderas o falsas *independientemente* de nuestra capacidad de descubrir qué valor de verdad poseen. De esta manera, la verdad se entiende como *epistémicamente sin restricciones*: las proposiciones

> tendrán un valor de verdad sin tener en cuenta la posibilidad de que nosotros lo obtengamos o no. Incluso puede que, en principio, haya verdades que no tengamos manera de conocer.

Este realismo ontológico resulta del intento de explicar esa independencia de las proposiciones; desplaza el problema desde el valor de verdad objetivo de las proposiciones hacia la existencia objetiva de los hechos con la intención de lograr abordarlo de una manera más sencilla: "la existencia de los hechos es una perogrullada que nadie querría negar" (Read, 1995, p. 204). Esta concepción particular de los hechos y de sus relaciones con las proposiciones fue (y sigue siendo) un aspecto distintivo del realismo lógico. Fundamentar una teoría en los objetos autosubsistentes y autónomos ontológicamente ha sido, históricamente, la forma estándar de afirmar la creencia en la objetividad sobre esta zona del discurso.

El constructivismo (intuicionismo) ha intentado mostrar que una noción epistémica de verdad sin restricciones es incoherente, no por sus consecuencias ontológicas, sino por sus consecuencias epistémicas. Su incoherencia emerge por la pretensión de objetividad de su noción de verdad, no por su compromiso con los objetos. El problema central se refiere al *compromiso* del realismo con la existencia de proposiciones cuya verdad no podemos, de ninguna manera, demostrar o verificar.

El constructivismo intuicionista es un antirrealismo. En efecto, esto quiere decir que afirma que la verdad no es una característica intrínseca de una proposición como algo que ocurre independientemente de nosotros y como resultado de alguna estructura objetiva (*v. g.* de los números reales o de una estructura espacio-extensional, geométrica). La verdad es sólo *una noción epistémica*: la verdad de una proposición consiste en nuestra capacidad para demostrarla o verificarla. A partir de aquí, la prueba ocupará un lugar central para la teoría constructivista. Entonces, afirmar una proposición como verdadera es tener una prueba de ello, o ser capaz de ofrecer un procedimiento efectivo para encontrarla.

En el enfoque clásico la *prueba* es concebida como una noción puramente sintáctica, como una forma de generar verdades lógicas (teoremas) por medio de un procedimiento que sólo se fija en las propiedades formales de las expresiones lógicas, abstraídas completamente de las consideraciones de su significado. La semántica está pensada aquí para introducir fórmulas con significado, correlacionándolas con propiedades de otras varias estructuras. Esta dicotomía entre semántica y sintaxis, en relación con la noción de prueba, no será aceptada por el constructivismo: *la prueba es una noción semántica* (cfr. Read, 1995, p. 222; Lorenz, 2010, pp. 71-79). La prueba es la que nos entrega expresiones que significan. Por lo tanto, las estructuras matemáticas no tienen ninguna realidad más allá de lo que podemos probar por medio de ellas. Lo que es real son los procedimientos que generan nuevos casos y las pruebas que los verifican.

De todo esto se desprende que la restricción epistémica de la verdad del constructivista se convierte en una *concepción epistémica del significado*. La teoría realista del significado se caracteriza a menudo por su énfasis en las "condiciones de verdad"; en cambio, el antirrealista lo vincula con una noción epistémica restringida como *garantía de asertividad* (Read, 1995, p. 222). Esto se debe a que las "condiciones de verdad" son una concepción realista, una creencia en hechos que determina el significado sin hacer referencia a nuestra capacidad para descubrir hechos.

Ahora bien, hay al menos dos principios que son considerados como válidos para la lógica clásica pero que se presentan como problemáticos para quienes pretenden considerar el modo de aprehensión de la verdad de un enunciado por un sujeto de conocimiento: el primero es la *doble negación*, el segundo es el *tercero excluido* (cfr. Iemhoff, 2013).

El primero es el núcleo de un modo de inferencia crucial en matemáticas: el razonamiento por el absurdo. Deducir A a partir de su doble negación ($\sim\sim A$), según los intuicionistas, genera problemas que conciernen directamente el cuantificador existencial ($\exists$): podemos mostrar por el absurdo la existencia de entidades matemáticas sin necesidad de exhibirlas o de construirlas, lo cual pone en duda la significación del cuantificador. Parece más razonable, si lo que nos interesa es el modo de aprehensión de la verdad de un enunciado, exigir que la condición de reconocimiento de la verdad de un existencial sea la capacidad de determinar un valor particular para la variable cuantificada, de tal modo que el enunciado de la formula correctamente instanciada sea verdadero.

Respecto del tercero excluido, el argumento que demuestra su validez esconde una sutileza inaceptable para los intuicionistas: la demostración de la disyunción principal es realizada sin que ninguno de los dos miembros de la disyunción sea probado. Lo razonable, argumentan, es que la demostración se lleve a cabo como una demostración por un miembro o por el otro (tal y como es definido el comportamiento de una disyunción en teoría de la demostración).

En otras palabras: la demostración del tercero excluido se apoya en el razonamiento por el absurdo, o en una estructura más compleja en la cual no se tiene en cuenta la demostración de los componentes de la disyunción. Como bien lo remarca Dummett (1977), si no queremos considerar una teoría de la verdad de modo independiente de una teoría del modo de reconocimiento de esa verdad, el tercero excluido resulta entonces inaceptable.

Por todo esto, el lógico que decide tener en cuenta el reconocimiento de la verdad, bajo la forma de una teoría de la construcción de demostraciones o de una epistemología de los medios de verificación, es conducido sin retraso a modificar su concepción de las leyes de la lógica, lo que da lugar a las lógicas no clásicas. El criterio teórico del intuicionismo será entonces que toda definición dentro de la teoría (o sistema) es *constructiva*, es decir, que debe indicar la manera de obtener o conocer los objetos definidos en los sistemas. De ello se desprende que la matemática *no* depende de la lógica porque el razonamiento lógico intuitivo es un tipo especial de razonamiento matemático que, teniendo presente las estructuras matemáticas, se limita a las relaciones de *todo* y *parte* de esas estructuras. En sí mismas, las estructuras matemáticas no tienen una característica *elemental* especial (en su origen), por lo que no hay ninguna justificación respecto de la prioridad del razonamiento lógico sobre el razonamiento matemático ordinario (cfr. Brouwer, 1975a, p. 73).

En efecto, el punto de partida de la estructura del conocimiento matemático se encontrará entonces en los números naturales, los cuales se construyen de inmediato en la mente del matemático ya que su verdad se basa en la evidencia intuitiva a partir de la cual se construye toda la estructura (cfr. Brouwer, 1975a, p. 75). El enfoque lógico-matemático clásico tenía la convicción de que la matemática se ocupa de verdades eternas. La justificación de esa convicción ha tenido que lidiar con enredos metafísicos como, por ejemplo, los de la semántica de Tarski.

Siguiendo a Brouwer, Heyting (1971) reafirma que las matemáticas no pueden depender de un dominio *a priori*. Sostiene que, si bien es cierto que los matemáticos en general —e incluso los intuicionistas— están convencidos que "en algún sentido" las matemáticas suponen verdades eternas, al intentar definir con precisión dicho sentido no les cabe más remedio que enredarse en un laberinto de cuestiones metafísicas respecto de la objetividad de las proposiciones matemáticas. La lógica clásica la considera inadecuada para evitar este problema, porque ahora se hace necesario asumir que en matemáticas sólo se estudian construcciones (Heyting, 1971, p. 3). Como señalamos anteriormente, la lógica intuicionista no admite que toda proposición tenga que ser verdadera o falsa. Algunas no serán ni verdaderas ni falsas, pero tampoco tendrán algún otro valor (como en las lógicas polivalentes). Entonces parece ser necesario elaborar un criterio de verdad muy diferente, que afectaría por consecuencia e inmediatamente a los criterios de *negación* y de *existencia* —incluso tendría una nueva interpretación del cuantificador existencial— (cfr. Heyting, 1971, pp. 101-26). No obstante, afirmará que no necesitaremos explicitar ningún criterio de verdad lógica.

Para Heyting (cfr. 1971, pp. 9-12; 1968), la característica principal del pensamiento matemático es que no transmite *la verdad* acerca de un mundo externo, ya que sólo puede referirse a construcciones mentales: *v. g.* cuando miramos un árbol en una plaza, estamos convencidos de que vemos un árbol allí, y cuesta un entrenamiento considerable sustituir esta convicción por el conocimiento de que, en realidad, son las ondas de luz las que llegan a nuestros ojos y las que nos llevan a construir una imagen mental del árbol. De la misma manera, al hablar con alguien estamos convencidos de que expresamos e imprimimos nuestras opiniones en él, pero en realidad son las vibraciones en el aire las que le causan algunas reacciones, por ejemplo, que él produzca otras vibraciones. En ambos casos el primer punto de vista es *natural* y el segundo es una *construcción teórica*. Por este motivo, para Heyting "la verdad" de esas construcciones depende del estado actual de las ciencias; lo que referimos con la palabra "realidad" debe ser mejor traducido como 'de acuerdo con la visión contemporánea de los científicos'. Lo mismo ocurre con las matemáticas desde un punto de vista intuicionista: lo que hacemos en matemáticas no debe tomarse en un sentido *filosófico*, metafísico, sino en el sentido de lo que hacemos cotidianamente con ellas (cfr. *ibid.*).

Entonces, la verdad será una construcción teórica que depende de cómo han sido relacionados los símbolos en la estructura en la que participan, o de cómo se establecen las relaciones entre estructuras o sistemas de inferencia. En efecto, Brouwer sostenía que era infructuoso hacer un estudio matemático de los símbolos lingüísticos para saber qué son las matemáticas, sin importar si son palabras o símbolos de Peano. De esta manera, ningún tipo de fórmula debe ser considerada como una verdad que *exista independientemente*, como los axiomas de Hilbert (cfr. Hilbert, 2005a, 2005b), a menos que lo hagamos sólo como un recurso para entender y recordar cómo, por medio de los símbolos, una determinada estructura fue incrustada en otra. Por ejemplo, la fórmula (ejemplo de Brouwer) 13 = 6 + 7 nos recuerda el hecho de que un conjunto originado por yuxtaposición de otros dos conjuntos a lo largo de lo que podríamos contar hasta 6, de lo que podríamos contar hasta 7, fue incrustado en un conjunto a lo largo del cual podríamos contar hasta 13 (cfr. Brouwer, 1975a, p. 96). Esto lo podemos captar simplemente por una intuición natural al realizar la acción de contar. El entendimiento de lo realizado en la operación es sólo una construcción teórica.

El intuicionismo considerará entonces que la matemática es independiente de la lógica ya que no necesita de ella para justificar la existencia de los objetos con los cuales trata. La existencia de un objeto matemático es equivalente a la posibilidad de su construcción. "Verdadero" o "falso" sólo podrían estar por la *posibilidad* o imposibilidad de hallar una prueba constructiva de una proposición dentro del sistema. Por consiguiente, *la validez del sistema depende de la posibilidad de que sus proposiciones hayan sido probadas*. Este concepto de prueba no es asimilable con el de Hilbert (cfr. 1950, 2005a), ya que en este último la prueba se sustenta en la independencia de los axiomas de cualquier construcción mental, en un apriorismo de proposiciones lógicas que son la primera fuente del conocimiento.

Esta crítica generará un giro en la tradición de la lógica, una nueva corriente que concebirá que la teoría de la significación y de los *contenidos* del pensamiento debe ir acompañada de la teoría del *acto* de pensar o de significar, que es una *construcción*. Las construcciones lógico-matemáticas son, por característica propia, *dinámicas*. En contraposición, la *tradición* sólo pone el énfasis en los aspectos estáticos, es decir, en la estructura *a priori* de proposiciones verdaderas como *contenido* lógico del pensamiento (cfr. Van Benthem, 1994, pp. 108-109).

En toda la tradición estática, la estructura proposicional se define semánticamente como una estructura booleana, donde las proposiciones son consideradas como valores de verdad y las constantes lógicas como operadores sobre esos valores; sintácticamente, como un álgebra de signos puros sobre los cuales operamos *vía* reglas de cálculo. Dicha estructura se basa en las propiedades de los conectores lógicos de *conjunción*, *disyunción* y *negación*, a la par de las propiedades de la *intersección*, *unión* y *complemento* sobre el conjunto de proposiciones o valores. La existencia de tales estructuras es considerada como un hecho matemático, y su adecuación para dar las normas del razonamiento como una evidencia. Según Van Benthem, esta concepción pone el énfasis en el hecho de que o de "si" ciertas oraciones son verdaderas respecto de una situación, pero no pone el interés en *cómo llegaron a ser* consideradas como verdaderas (cfr. Van Benthem, 1994, p. 109; Redmond, 2015, pp. 178-180).

En el enfoque dinámico la cuestión del 'cómo' resulta muy importante. Introducir esta idea como una interrogante principal de la lógica posee consecuencias tanto filosóficas como técnicas muy importantes. Es aquí, justamente, donde la lógica intuicionista entra en juego en tanto que es ella la primera tentativa de desarrollar estas consecuencias. Sin embargo, según Redmond (2015), el desarrollo de la lógica intuicionista encuentra una dificultad mayor de orden semántico. Para la estructura proposicional, que es objeto de estudio de la lógica clásica, se proporciona una noción de semántica desarrollada a partir de la teoría de modelos de Tarski (1983). Esta teoría se hace cargo de la noción de verdad *vía* la noción de referencia: a partir de una función de interpretación de términos individuales y de predicados, es posible hacer explícito el valor de verdad de un enunciado relativo a la estructura. Pero he aquí lo problemático: la definición tarskiana de modelos presupone la validez del tercero excluido y, por tanto, la lógica intuicionista emerge como un cálculo puro sin que se le pueda asociar una semántica entendida en el sentido de una teoría de la referencia (de una semántica referencialista). En este sentido, emerge la lógica dialógica en 1950 como un programa, desarrollado por Paul Lorenzen (1955, 1958), con la intención de dar a la lógica intuicionista una semántica propia.

Es importante hacer aquí la siguiente observación. La característica de la semántica dada por la lógica dialógica a la lógica intuicionista debe entenderse a partir del enfoque pragmático del significado inaugurado por el segundo Wittgenstein (1953/2009) con su concepción del significado *por el uso*. La idea es que el significado de las constantes lógicas está dado por las reglas para su uso. La terminología puede ser engañosa ya que induce a pensar que la teoría del significado que subyace a la lógica dialógica no es una semántica en absoluto. Por esto, es más apropiado concebirla a partir de la formulación pragmatista de la semántica (cfr. Fontaine y Redmond, 2008, p. xiv; Rahman y Clerbout, 2013; Rahman and Rückert, 2001). Veremos esto más adelante.

2.3 El enfoque dialógico de la lógica: Lorenzen y Lorenz

El enfoque dialógico surge en el marco del programa constructivista de la escuela de Erlangen a finales de la década del cincuenta. Su propósito principal era dar una semántica a la lógica intuicionista, pues ni la teoría de modelos ni otros proyectos renunciaban al principio del tercero excluido. El proyecto se desarrolla alrededor de la obra de Paul Lorenzen (1915-1994). Junto con Kuno Lorenz (1932-presente) propuso una semántica de juegos (cfr. Lorenzen y Lorenz, 1978) a partir de las ideas del carácter constructivo de las pruebas lógicas de Brouwer y Heyting y las ideas sobre le significado del segundo Wittgenstein. Intentan dar una mejor salida a los problemas de las semánticas tradicionales. Como señala Marion (2009), Lorenzen estaba insatisfecho con las definiciones semánticas habituales en lógica ("in the *usual Tarski-style*"), especialmente con la noción de verdad lógica de Tarski. "Como dijo una vez Jean-Yves Girard: para entender a Tarski se necesita a 'Mr. Metatarski', y así sucesivamente" (Marion, 2009, p. 9; cfr. Girard, 1999, p. 220).

El objetivo de Lorenzen (1955) era poder dar una definición más precisa de los conceptos lógicos fundamentales; creía que lo desarrollado por el intuicionismo entregaba un mejor abordaje para las matemáticas y la lógica, específicamente como abordaje constructivista que inicia con el análisis de la dimensión *procedural* de la prueba o derivación, donde vislumbra la necesidad de una mejor semántica de los enunciados. Cabe señalar que una definición *procedural* u *operacional* es una demostración de un proceso (variable, un término o un objeto) en términos de proceso o sistema específico de pruebas de validación, usadas para determinar su presencia y cantidad.

Keiff (2009) señala que la noción procedural de derivación, que es esencial para la definición de una noción operacional de proposición, es —en general— *indecidible*. Además, incluso si el predicado de derivación fuera decidible, seguiría existiendo aún un grave problema: la definición de una proposición *vía* la noción de prueba tiene la extraña consecuencia de que las proposiciones indecidibles no son proposiciones en absoluto. Para hacer frente a estos problemas, Lorenzen y Lorenz propusieron el concepto de *diálogo*. La clave es traer a colación la noción de juego, *juego de diálogo*. La noción de prueba de la dialógica se basará en la concepción *finitista* de los sistemas de la teoría de juegos: una prueba se logra después de un número finito de movimientos de acuerdo con unas reglas definidas y según un conjunto de estrategias. Lo que está en juego en un diálogo es una fórmula. En ese proceso el conjunto de reglas hace que una fórmula sea válida si y sólo si el jugador que defiende esa fórmula tiene una estrategia ganadora. El problema que señala Keiff se resolverá entendiendo que el juego dialógico se define como un juego *abierto* de suma cero de dos personas, P y O (Proponente y Oponente).

La noción de *diálogo* les permite a Lorenzen y Lorenz (1978) dar el significado de las constantes lógicas guardando intactas las intuiciones lingüísticas corrientes y remarcando la importancia de la dimensión procedural y epistémica de la noción de prueba. Los diálogos son juegos de lenguaje matemáticamente definidos para que establezcan la interfaz entre la actividad lingüística concreta y la noción formal de demostración. Dos interlocutores, P y O (Proponente y Oponente), intercambian movimientos que son concretamente actos lingüísticos. P enuncia una tesis, la tesis del diálogo, y se compromete a defenderla respondiendo a todas las críticas de O. Las críticas permitidas son definidas en términos de la estructura de los enunciados afirmados en el diálogo. Por ejemplo, si un jugador afirma la conjunción *A B*, al mismo tiempo concede al adversario la posibilidad de elegir uno de los dos y de exigirle que lo afirme. La noción misma de afirmar se encuentra definida por el contexto de la *interacción crítica*: afirmar significa *comprometerse* a proporcionar una justificación a un interlocutor crítico. Pero en los diálogos no hay una teoría general de la justificación sino sólo en la medida en que se trate de enunciados lógicamente complejos que encuentran su justificación a partir de enunciados simples. A su vez, los enunciados simples se justifican en acción recíproca con el interlocutor crítico. Esto es, según la regla, P podrá considerar justificado un enunciado elemental si y solamente si O ha concedido esa justificación. Esta regla confirma la *formalidad* de los diálogos: P gana sin presuponer justificaciones por ningún enunciado particular.

3. El enfoque dialógico de Shahid Rahman: el *marco semántico*

Según Van Benthem (1994, pp. 107-108; 2001), para que el enfoque dinámico se configure como una propuesta general, especialmente para el análisis de diferentes tipos de razonamiento, necesitará de: 1) nuevas perspectivas sobre las constantes lógicas, 2) una nueva perspectiva de la nociones de inferencia (que puedan clasificarse a través de conjuntos de reglas estructurales y teoremas de representación correspondientes), y 3) un estudio sistemático de mecanismos de conmutación entre los niveles *estáticos* y *dinámicos* del lenguaje, efectuando un flujo de información entre corto plazo y el razonamiento a largo plazo.

Actualmente, Shahid Rahman ha logrado sistematizar la dialógica con el fin de permitir el desarrollo y combinación de diferentes enfoques lógicos, lo que le ha permitido ir más allá del proyecto de Lorenzen y Lorenz de fundamentación de la lógica intuicionista. Su contribución principal es la propuesta de *la dialógica como marco semántico*, que se traduce en un enfoque semántico *pragmatista* de la lógica. Rahman afirmará que el enfoque dialógico debe ser entendido como una semántica pragmatista porque el enfoque dialógico no entrega un sistema lógico específico, sino más bien un marco semántico basado en reglas en el que se pueden desarrollar diferentes lógicas, teniendo la posibilidad de combinarlas y compararlas. En efecto, en esta nueva perspectiva podemos tener más de un tipo de reglas que fijen el significado (Rahman y Clerbout, 2013). El tipo de reglas que se empleen determinará el tipo de reconstrucción de la práctica argumentativa que un determinado tipo de juegos de lenguaje proporciona (Redmond y Fontaine, 2011, p. xvii).

Detrás de este enfoque dialógico de la semántica está la idea de que no existe un sistema que represente la única lógica "correcta" (cfr. Rückert, 2011, p. 2). Por lo tanto, es posible presentar este enfoque como *lógico pluralista*. Que tengamos un mejor y más adecuado sistema lógico dependerá siempre del contexto de aplicación y de los propósitos que tengamos para utilizar esas herramientas formales: *diferentes sistemas lógicos serán diferentes instrumentos formales para diferentes propósitos*. En este sentido, la dialógica presentará un desarrollo positivo para la combinación de nuevas lógicas.

A partir del enfoque pluralista de Rahman, la dialógica se convierte en un marco teórico general para el tratamiento de diferentes lógicas, como la lógica libre, la lógica condicional, la lógica modal normal e híbrida, la lógica modal de primer orden, la lógica paraconsistente, la lógica lineal, la lógica relevante, lógica de ficciones (cfr. Redmond, 2010), entre otras (cfr. Keiff, 2009). Ese marco teórico supone la concepción de la verdad del intuicionismo y determina una nueva teoría del significado y de la proposición.

A continuación mostraremos la descripción formal de la dialógica sólo para lógica proposicional, a manera de ejemplo, que sirve tanto para sus versiones clásica e intuicionista. Para un detalle más amplio ver el apéndice de este artículo.

3.1 Lógica proposicional dialógica

i) Conceptos y/o elementos básicos[2]

Proponente (P) y Oponente (O)

Como señalamos anteriormente, en un diálogo discuten o argumentan dos partes sobre una tesis determinada respetando ciertas reglas previamente fijadas. Al jugador que defiende la tesis los llamaremos *Proponente* (P), y a su rival, que se opone a la tesis, lo llamaremos *Oponente* (O).

En su forma original, los diálogos fueron diseñados de tal manera que todas las jugadas finalizan después de un número finito de movimientos donde un jugador gana, mientras que el otro pierde. Las acciones o movimientos en un diálogo suelen entenderse como actos de habla que implican enunciados declarativos o posturas y enunciados interrogativos o peticiones por parte de los participantes.

Ataques y defensas

Específicamente, el diálogo después de entregada la tesis (la fórmula) consiste en ataques y defensas:

- *Ataques*: son realizados por medio de fórmulas o preguntas.
- *Defensa*: es realizada sólo por medio de fórmulas.

La acción de atacar o defender con fórmulas será expresada como *afirmar* fórmulas.

Afirmación y compromiso

Al *afirmar* una fórmula (cualquiera que sea), un jugador X se *compromete* con su retador Y a defender la fórmula contra todos los ataques que le son permitidos a Y.

Para cada partícula hay un compromiso especial. En otras palabras, existe un compromiso específico dependiendo de cuál sea la fórmula que se ha afirmado (una conjunción, una disyunción, un condicional, una negación o una fórmula atómica).

---

[2] Cfr. Redmond y Fontaine (2011, p. 3).

Todos los diálogos son desplegados a partir de los compromisos que toman los jugadores al afirmar fórmulas: las tesis o fórmulas se afirman para atacar o defender otras fórmulas.

Se debe tener siempre presente que, como ya se ha expresado, una pregunta es siempre un ataque, pero no viceversa. Un ataque puede ser realizado con una pregunta o con afirmar una fórmula. Una defensa es siempre, y sólo, afirmar una fórmula.

Prueba

Una prueba o demostración de la fórmula es cuando P tiene una estrategia ganadora.

Tabla de juegos

El diálogo puede esquematizarse con la siguiente tabla de juego (*Game board*):

a	*B*	*C*	*c′*	*b′*	*a′*
	O			P	
				Tesis	0
1	Primer ataque	0			

En las columnas *a* y *a′* colocamos los números que corresponden a cada movimiento. En la columna *b* colocamos los movimientos (afirmaciones) del Oponente (O) y en la columna *b′* los movimientos del Proponente (P). En las columnas *c* y *c′* colocamos los movimientos que han sido blancos de ataque.

ii) El lenguaje para una lógica proposicional dialógica

Para una lógica proposicional tenemos un vocabulario *L* que consiste en un conjunto de letras (*p*, *q*, *r*, ...) que representan los enunciados más simples de este lenguaje formal. Además, se pueden obtener en él proposiciones complejas a partir de las conectivas lógicas: negación ‘~’, conjunción ‘’, disyunción ‘’, condicional ‘’ y paréntesis ‘(’ y ‘)’.

Las fórmulas bien formadas de la lógica proposicional son expresiones que se definen inductivamente de la siguiente manera:

1. Cada letra proposicional es, por sí misma, una fórmula bien formada (*fbf*).
2. Si Φ es una *fbf*, entonces ~Φ es una *fbf*.
3. Si Φ y Θ son *fbfs*, y '&' es una conectiva binaria, entonces, 'Φ & Θ' es una *fbf*. & puede ser '∧', '∨', o '→'.
4. Sólo lo que puede ser generado por las cláusulas 1. y 3., en un número finito de pasos, es una *fbf*.

Cuando enriquecemos el lenguaje de *L* con los siguientes símbolos meta-lógicos, obtenemos un lenguaje para la lógica proposicional dialógica, L_d. Estos símbolos son:

1. Símbolos de fuerza: '?' y '!'.
2. Los símbolos '1' y '2'.
3. Dos etiquetas: 'O' y 'P' (Oponente y Proponente).

iii) Las reglas

Las reglas estarán divididas en dos tipos:

a. Reglas de partículas o locales

Son reglas para las constantes lógicas: nos muestran qué movimientos están permitidos para atacar los movimientos de nuestro contrincante, o para defendernos de nuestros propios movimientos.

Están diseñadas para proporcionar una descripción esquemática de los rasgos semánticos clave de los operadores lógicos. Una regla de este tipo describe la manera en la cual la fórmula de una conectiva principal puede ser objetada, y también describe cómo responder a una objeción. Específicamente, por definición, una forma de argumentación es una *tupla* que consiste en 1) una fórmula, 2) un conjunto de ataques, 3) un conjunto de defensas, y 4) una relación específica para el ataque de la correspondiente defensa.

Según Redmond y Fontaine (2011, p. 2), las formas de argumentación no son abstractas en el sentido en que en su definición no se hace referencia alguna al contexto argumentativo en el cual se aplica la regla. Por este motivo, las reglas de partículas constituyen la semántica local de una lógica (la que se esté aplicando), porque determinan el significado dialógico para cada constante lógica, pero no dicen nada acerca de la forma en que este significado puede relacionarse con cualquier otra cosa del sistema.

Esquemáticamente, las reglas de partículas para los operadores lógicos son:

~, ∧, ∨, →, ∀,∃	***Ataque***	***Defensa***	***Anotación de los movimientos en la tabla de juego***
X - ~A	Y – A	⊗ (Sin defensa, sólo un contraataque es posible)	N
X - $A \wedge B$	Y - ?L(eft) ——— Y - ?R(ight) (El Proponente, atacante, elige su movimiento)	X - A ——— X - B	C
X - $A \vee B$	Y - ?	X - A ——— X - B (El Oponente, defensor, elige su movimiento)	D
X - $A \rightarrow B$	Y - A	X - B	I
X - $\forall_x A$	Y - $?_n$ (El Proponente)	X - $A[n/x]$	U
X - $\exists_x A$	Y - ?	X - $A[n/x]$ (El Oponente elige)	E

Nota: Las reglas de partículas son reglas para jugadores anónimos en el sentido de que el defensor puede ser tanto P como O (por eso también se las llama *reglas simétricas*). Por eso están formuladas con la ayuda de variables que pueden ser substituidas (uniformemente) por P u O. No sería razonable basar un enfoque lúdico-teórico del significado de las constantes lógicas en un sistema de reglas que determine que una constante tal tiene un significado diferente cuando es jugada por un jugador diferente. Esto haría de cualquier interacción un sinsentido.

b. Reglas estructurales o generales

Las reglas estructurales determinan el curso y organización general del juego de diálogo. Se eligen de forma diferente para los diferentes propósitos que se tenga. Lo que está en juego en un diálogo es decidir si existe una estrategia ganadora o no para la tesis planteada. En efecto, su objetivo es proporcionar un *método de decisión*. El diálogo comienza por la tesis, que es la primera fórmula pronunciada por P, y que debe defenderse contra todos los posibles ataques permitidos a O. Las reglas son:

SR 0 (*regla de partida*): Las expresiones de un diálogo están numeradas, y son afirmadas alternativamente por P y O. La tesis es el número 0, y es afirmada por P. Todos los movimientos que siguen a la tesis son respuestas a un movimiento jugado por el otro jugador, y obedecen a las reglas de partículas y las otras reglas estructurales. D(A) se llama a un diálogo que comienza con la tesis A, los movimientos pares son movimientos hechos por P, los movimientos impares son hechos por O.

A partir de aquí el jugador elige jugar de acuerdo con reglas clásicas (SR 1c) o reglas intuicionistas (SR 1i).

SR 1i (*regla intuicionista*): Con cada jugada, cada jugador puede atacar una fórmula compleja enunciada por el otro jugador, o defenderse del último ataque contra el que aún no se ha defendido. Puede esperar a defenderse de un ataque mientras aún hay ataques por jugar. Si le toca a X jugar el movimiento n, y Y ha jugado dos ataques con los movimientos l y m (con l<m<n) a los que X aún no ha respondido, X ya no puede defenderse de l. En resumen, sólo puede defenderse del último reto aún no defendido.

O también:

SR 1c (*regla clásica*): en cualquier movimiento, a cada jugador le es permitido atacar una fórmula (compleja) afirmada por su contrario, o puede defenderse a sí mismo de cualquier ataque (incluyendo el último ataque que haya sido defendido).

SR-2 (regla de ramificaciones): O abre dos nuevos diálogos separados cuando realiza las siguientes elecciones:

1. Defiende una disyunción.
2. Ataca una conjunción.
3. Responde al ataque de un condicional.

Cada una de estas elecciones da una nueva rama, es decir, una nueva parte. Sin embargo, las elecciones del Proponente no generan nuevas ramas.

SR-3 (regla formal): P no puede introducir fórmulas atómicas; cualquier fórmula atómica debe ser primeramente enunciada sólo por O.

SR-4 (regla de rango): El Oponente y el Proponente eligen sucesivamente un número entero positivo llamado "rango de repetición". El papel de estos números enteros es asegurar que cada jugada termine después de muchos movimientos finitos, estableciendo el rango de repetición del jugador como el número máximo de veces que puede atacar o defenderse de una jugada dada del otro jugador.

SR-6 (regla de ganancia): Un diálogo está cerrado si y sólo si contiene dos ocurrencias de la misma fórmula atómica, etiquetadas X y Y respectivamente. En caso contrario, el diálogo permanece abierto. El jugador que ha enunciado la tesis gana el diálogo si y sólo si el diálogo está cerrado. Un diálogo se termina si y sólo si está cerrado, o si las reglas (estructurales y de partículas) no permiten ningún otro movimiento. El jugador que ha jugado el papel de Oponente gana el diálogo si y sólo si el diálogo está terminado y abierto.

Terminado y cerrado: P gana.

Terminado y abierto: O gana.

Definición de Validez: Una tesis A es dialógicamente válida (en clásica o intuicionista) cuando todos los juegos del diálogo D(A) está cerrados.

Notas

Las reglas estructurales con SR 1i, junto con las reglas de partículas, definen el *juego dialógico intuicionista*. Las reglas estructurales con SR 1c, junto con las reglas de partículas, definen el *juego dialógico clásico*. A partir de esto, la *validez* en el marco semántico dialógico se define así:

Una fórmula es válida en un determinado sistema dialógico si y sólo si P [el Proponente] *tiene una estrategia formal ganadora para esa fórmula* (tener una estrategia formal ganadora significa que para cualquier elección de movimiento de tu oponente tienes al menos una posibilidad de movimiento a tu disposición; entonces finalmente, ganas el juego) (cfr. Rückert, 2011, p. 4).

Rahman y Tulenheimo (2009) han demostrado, a partir de este marco de reglas y esta definición de validez, que se obtienen las mismas fórmulas válidas para ambos tipos de lógicas, clásica e intuicionista, las cuales resultan siendo dos enfoques lógicos comunes.

iv) Estado de un diálogo

Una cuestión importante, respecto a los ataques y defensas, es que en dialógica el desarrollo de un diálogo se describe usando el concepto de *estado de diálogo*. Un estado de diálogo es un par < ρ, Φ > en el que r es el rol de un jugador, ya sea de atacante o defensor. El atacante X o Y atacará las fórmulas del otro jugador con una pregunta (?) o afirmando una fórmula (!). Los roles se anotarán de la siguiente manera:

Rol de atacante = *CH.*

Rol de defensor = *D.*

Φ: es una expresión dialógica (Γ o Δ): (X-!-Ψ, Y-!-Ψ, X-?-Ж y Y-?-Ж).

v) Breve ejemplo de una tesis condicional

Explicaremos brevemente cómo opera la dialógica. Veamos un ejemplo de un diálogo para la tesis condicional: $(p \wedge q) \rightarrow p$.

Dicha tesis contiene dos partículas: un condicional y una conjunción. Primeramente explicaremos la regla de partícula del condicional y luego la regla para la conjunción. Según Redmond y Fontaine (2011, pp. 6-7):

Regla de partícula para el condicional: I

$\rightarrow$		
Fórmula enunciada	Ataque	Defensa
$A \rightarrow B$	A Una fórmula.	B Una fórmula que debe ser defendida: '!'.
Expresiones dialógicas:		
X-!-$A \rightarrow B$	Y-!-A	X-!-B
Explicación: "Hic Rodhus, hic salta" X afirma el condicional $A \rightarrow B$, que deberá ser defendido (!). Específicamente, el jugador X se compromete a afirmar B si el atacante enuncia primeramente A. ¿Cómo podemos atacar esa afirmación? El atacante Y concede el primer miembro del condicional, A: Y-!-A. La defensa de X consiste en afirmar B, el segundo miembro del condicional: X-!-B. Después del último movimiento, el jugador X debe defender B.		

Regla de partícula para la conjunción: C

<table>
<tr><td colspan="3">$\wedge$</td></tr>
<tr><td>Fórmula enunciada</td><td>Ataque</td><td>Defensa</td></tr>
<tr><td>$A \wedge B$</td><td>Una pregunta: ‘?’.</td><td>A o B

Una fórmula
que debe ser
defendida: ‘!’.</td></tr>
<tr><td colspan="3">expresiones dialógicas:</td></tr>
<tr><td>X-!-$A \wedge B$</td><td>Y-?-$\wedge_1$
Y-?-$\wedge_2$
$\wedge_1$: lado izquierdo de la
conjunción.
$\wedge_2$: lado derecho de la
conjunción.
Y ha elegido.</td><td>X-!-A
X-!-B</td></tr>
<tr><td colspan="3">Explicación:
X afirma la conjunción $A \wedge B$, que deberá ser defendida (!). Específicamente, el jugador X se compromete a afirmar cada miembro de la formula si su retador (Y) se lo pide. ¿Cómo podemos atacar esa fórmula? A partir de que X se comprometió a afirmar cada miembro de la conjunción, el atacante Y tiene el derecho de decidir cuál de los dos miembros deberá afirmar el jugador X. Hay dos posibilidades no exclusivas: ya sea Y pregunta (?) por el primer miembro de la conjunción (Y-?-$\wedge_1$), o Y pregunta por el segundo (Y-?-$\wedge_2$). La defensa consiste en afirmar, cuando sea posible, el primer miembro (X-!-A) o el segundo (Y-?-B), respectivamente. Después del último movimiento, el jugador X debe defender A y B por separado.</td></tr>
</table>

Ahora estamos en condiciones de analizar el diálogo para una tesis condicional:

$$(p \wedge q) \rightarrow p$$

a	*b*	C	*c′*	*b′*	*a′*
	O			**P**	
				$(p \wedge q) \rightarrow p$	0
1	$p \wedge q$	0		p ☺	4
3	p		1	?-$\wedge_1$	2

Explicación:

Movimiento 0: $I_1 = < t$, P-!-$(p \wedge q) \rightarrow p >$

- I_1 = refiere al primer movimiento bajo la regla de partícula para el condicional a partir de la tesis en juego, que es un condicional (luego, en adelante, I_2, I_3 y I_4).
- ‘*t*’ = significa que esa fórmula es una tesis.
- El Proponente (P) afirmó un condicional y debía defenderlo.
- Lo que se inicia es una *jugada condicional*: conjunto de movimientos que conciernen a la partícula ‘→’.

Movimiento 1: $I_2 = < CH$, O-!-O-$(p \wedge q) >$ (=C_1)

- C_1 = significa que se ha realizado el primer movimiento bajo la regla de partícula para la conjunción.
- El Oponente (O) ataca el movimiento 0 demandando una justificación para ‘*p*’, concediendo el miembro del lado izquierdo del condicional. Esa concesión es una conjunción.
- Comienza un *nuevo juego* equivalente a C_1 para X=O, lo que significa que, atacando el condicional, O está jugando una conjunción introducida por primera vez en el diálogo. Por lo tanto, tendremos un nuevo conjunto de movimientos permitidos de acuerdo con la regla de conjunción. Este es una *jugada de conjunción*: un conjunto de movimientos que conciernen a la partícula ‘∧’.

Movimiento 2: I_3 = < *CH*, P-« ataque 2 » > = < *CH*, P-?-$\wedge_1$> (=C_2)

- P no puede defenderse respondiendo directamente '*p*' porque es una fórmula atómica y aún no ha sido afirmada por O. Sólo O tiene el derecho de afirmar una fórmula atómica por primera vez en el juego (SR 3).
- La estrategia de (ataque 2) consiste en responder preguntando por el primer miembro de la conjunción: exactamente lo que P necesita para defenderse del ataque del movimiento 1: '*p*'.
- El ataque 2 corresponde a C_2.

Movimiento 3: C_3 = < *D*, O-!-*p* >

- O se defiende del ataque afirmando '*p*'.
- Entonces, el conjunto de movimientos que conciernen a la partícula '∧' ha finalizado, esto es, ha terminado la *jugada de conjunción*.

Movimiento 4: I_3 = < *D*, P-!-*p* >

- P se defiende del ataque del movimiento 1 con la fórmula atómica '*p*', concedida por O en el movimiento 3.
- Entonces, el conjunto de movimientos que conciernen a la partícula '→' ha finalizado, esto es, ha terminado la *jugada condicional*.

Score ☺

- P gana el juego con el último movimiento: el diálogo ha concluido y está cerrado; O no tiene otro movimiento posible, la misma fórmula atómica aparece en los últimos dos movimientos, 3 y 4.
- Diremos entonces que P tiene una estrategia ganadora para la tesis.
- Como observación, resulta interesante ver cómo la serie consiste en jugadas de condicional y de conjunción que, combinadas estratégicamente, les permiten a los jugadores lograr sus objetivos en el juego.

4. Algunas consideraciones filosóficas

La dialógica como *marco general semántico* supone algunas cuestiones lógico-filosóficas interesantes respecto de los conceptos de verdad, validez y proposición.

En primer lugar, afirmamos que toda la caracterización clásica de las proposiciones como entidades verdaderas o falsas es insuficiente para la dialógica. En efecto, la unión de la clase de todos las proposiciones verdaderas y la clase de todas las proposiciones falsas no contiene todos los compuestos lógicos fuera de estas proposiciones, tal como lo sugiere Lorenz (2010, pp. 3-6). Ni siquiera contiene las proposiciones universales probadas de la aritmética, lo cual pretendía ser el objetivo del proyecto de Hilbert (1993; cfr. Lopez-Orellana, 2019). Incluso Brouwer ya había observado que las proposiciones con un valor definido (verdaderas o falsas) no transfieren el valor a sus componentes lógicos. Nos preguntamos entonces: ¿tales proposiciones deberían contar como proposiciones *efectivamente*? Según Lorenz, es habitual que podamos formar compuestos lógicos finitos e infinitos sin necesidad de tener que referirnos a su valor de verdad. Por lo tanto, creemos que es necesario buscar una mejor manera de introducir sintáctica y semánticamente el término 'proposición', superando ya la noción clásica.

En segundo lugar, la dialógica propone un nuevo concepto de validez que no recurre al valor de verdad de las proposiciones. Incluso abandona la clásica introducción de las partículas lógicas mediante el método de las tablas de verdad, y cualquier definición de partículas lógicas limitada sólo a los valores de verdad de las proposiciones. En efecto, Lorenz (2010, pp. 3-19) aboga por una nueva perspectiva que debe ser capaz de equilibrar un concepto más amplio de proposición con un concepto correspondientemente más amplio de *composición lógica*; deberá también añadir un adecuado concepto de validez para los esquemas proposicionales.

Finalmente, remarcamos que ganar o perder una partida no significa de ninguna manera ni que la proposición sea verdadera ni que sea falsa. Es más, se puede ganar una partida aunque la proposición no sea ni verdadera ni falsa. Por ende, ganar y perder no se resume en verdad y falsedad.

Definición de verdad en dialógica

Según Rückert (2011, pp. 7-8), la validez clásica (estándar) es entendida como una *generalización* de la verdad: *una proposición A es lógicamente verdadera si y sólo si es verdad bajo todas sus interpretaciones*. Por ello, aquí la noción de verdad es llamada "verdad formal", porque la verdad depende de la forma lógica de la proposición en cuestión y no de la interpretación de sus componentes.

En dialógica, el concepto de *verdad lógica* se dividirá en dos nociones conceptualmente diferentes: verdad general, que corresponde a la concepción común de verdad, y verdad formal, donde 'formal' se entiende en sentido estricto.

Así, la verdad debe ser entendida en dialógica simplemente como la existencia de una estrategia ganadora para P. Entonces para la noción de validez en cuanto "verdad general" se introducirán los llamados *diálogos materiales* mediante la introducción de la siguiente regla estructural del marco semántico de Rahman:

SR 6 (*regla para diálogos materiales*): sólo una fórmula atómica que ocupe el lugar de una proposición verdadera puede ser afirmada. Una fórmula que ocupe el lugar de una proposición falsa no deberá ser jamás afirmada, o enunciada.

Entonces, definimos la validez para las dos acepciones:

> ***Validez como verdad general:*** una fórmula es válida si y sólo si existe una estrategia ganadora para P en todos los diálogos materiales sobre esa fórmula.

De esta manera se muestra claramente cómo la lógica dialógica resulta efectivamente un marco semántico general. Tal como lo señala Rückert (2011, p. 8), para este concepto de validez no hay diferencia entre un uso intuicionista o uno clásico de SR 6.

> ***Validez como verdad formal:*** una fórmula es válida si y sólo si existe una estrategia ganadora formal de P en un diálogo sobre esa fórmula. En otras palabras, P debe tener una estrategia ganadora cuando la regla estructural formal esté en uso.

Esta noción de validez es *en sentido estricto* (podríamos llamarla "validez estricta") porque exige la existencia de una estrategia ganadora para P en un determinado juego de diálogo, que es un diálogo formal específico para esa fórmula en cuestión. Además, aquí no se presupone que todas las proposiciones elementales tienen un valor de verdad. En este sentido, el concepto de formalidad de la dialógica es más estricto: la forma no es sólo independiente de la verdad o falsedad de las proposiciones elementales, sino que incluso es independiente de que esas proposiciones tengan o no un valor de verdad.

5. La aserción dialógica como UMC

5.1 Proposiciones y diálogos asociados

En nuestro trabajo tomamos distancia de la concepción dialógica de proposición propuesta por Kuno Lorenz (2001, p. 258). Según el autor, para que una entidad sea considerada como proposición debe existir un juego dialógico asociado con esta entidad. En sus palabras:

> Fully spelled out it means that for an entity to be a proposition there must exist a dialogue game associated with this entity, i.e., the proposition A, such that an individual play of the game where A occupies the initial position, i.e., a dialogue D(A) about A, reaches a final position with either win or loss after a finite number of moves according to definite rules: the dialogue game is defined as a finitary open two-person zero-sum game. Thus, propositions will in general be dialogue-definite, and only in special cases be either proof-definite or refutation-definite or even both which implies their being value-definite (Lorenz, 2001, p. 258).

Específicamente, en nuestra propuesta tomamos distancia de la idea de Lorenz de pensar en una proposición en —lo que nosotros entendemos como— la línea clásica (Frege y Russell). Por eso el detalle de que puede haber estrategia ganadora o no, al modo como se define que las proposiciones pueden ser V o F. en este sentido nos parece más acertado hablar de aserción con todos los compromisos que conlleva (ver más abajo) y no de proposición.

5.2 El inferencialismo pragmatista de Brandom y la inferencia comunicativa de Sundholm

El inferencialismo pragmatista de Brandom se configura a partir de lo que él llama o podría llamarse su enfoque filosófico de múltiples capas (*multilayer*). Estas capas corresponden a las siguientes cuatro ideas principales (cfr. Koreň y Kolman, 2018): (i) la primacía de juicio o aserción (Kant); (ii) la normatividad del lenguaje (Wittgenstein y Sellars); (iii) un enfoque pragmático del significado (Peirce); (iv) un logocentrismo fregeano, todo junto con la visión general de Hegel de la naturaleza social de la razón. De modo resumido este entramado conceptual se articula en las siguientes ideas: (1) los juicios o aserciones son las unidades fundamentales del conocimiento; (2) la cognición y la acción humanas se caracterizan por cierto tipo de evaluación normativa implementada por los juegos de dar y pedir razones;[3] (3) la comunicación se concibe principalmente como cooperación en una *actividad* social conjunta[4] en lugar de compartir solo unos contenidos determinados.

El punto crucial de este enfoque epistémico para nuestro trabajo es que la aserción o juicio equivale a una afirmación de conocimiento. De esta manera, si se considera que el significado de una expresión depende de su rol como aserciones, entonces estamos dentro de un enfoque epistémico del significado.

Respecto del punto (2), Brandom implementa el aspecto normativo con la ayuda de la noción de Sellars (1954) de *juegos de dar y pedir razones*. En efecto, según Brandom (2000), lo que conecta la aserción con las inferencias es la cadena de compromisos y derechos establecida en un juego de dar y pedir razones.[5]

---

3 El aspecto normativo, basado en el cambio de la *certeza* cartesiana por la *obligatoriedad* de las reglas, es el que distingue el pragmatismo de Brandom: "One of the strategies that guided this work is a commitment to the fruitfulness of shifting theoretical attention from the Cartesian concern with the grip we have on concepts – for Descartes , in the particular form of the centrality of the notion of certainty […] – to the Kantian concern with the grip concepts have on us, that is the notion of necessity as the bindingness of the rules (including inferential ones) that determine how it is correct to apply those concepts" (Brandom, 1994, p. 636).

4 En relación con el modelo de comunicación holística, Brandom (1994, p. 479) escribe: "Holism about inferential significances has different theoretical consequences depending on whether one thinks of communication in terms of sharing a relation to one and the same thing (grasping a common meaning) or in terms of cooperating in a joint activity […]".

5 Además, según Brandom, los juegos de pedir y dar razones constituyen la base de cualquier práctica lingüística: "Sentences are expressions whose unembedded utterance performs a speech act such as making a claim, asking a question, or giving a command. Without expressions of this category, there can be no speech acts of any kind, and hence no specifically linguistic practice" (Brandom, 2000, p. 125).

Podemos presentar esto de modo esquemático señalando las condiciones que deben cumplir los juegos de dar y pedir razones:

i. Atribución de los compromisos asumidos por una afirmación.
ii. Atribución de los derechos asumidos por una afirmación.
iii. Respaldo de la afirmación y los compromisos y derechos que lleva aparejados.

A este respecto, convenientemente, Sundholm (2013) proporciona la siguiente formulación de la noción de inferencia en un contexto comunicativo y que puede ser entendida como una descripción del núcleo del inferencialismo pragmático de Brandom: "When I say "Therefore" *I give others my authority for asserting the conclusion, given theirs for asserting the premisses*" (Sundholm, 2013, p. 17).

Como antecedente en dialógica cabe señalar que algunos trabajos recientes implementan este tipo de juegos entre compromisos (*commitments*) y derechos (*entitlements*) en el contexto de una teoría pragmática del significado de las *ficciones* con la ayuda de la noción de *existencia como elección*. En efecto, en el enfoque dialógico general de la ficción (introducido por primera vez en Rahman, Rückert y Fischer, 1997) se dice que el uso de un término singular tiene un compromiso ontológico *si y sólo si* se ha elegido sustituyendo una variable ligada que aparece en una expresión existencialmente cuantificada. Sin embargo, en un contexto argumentativo, el Proponente no tiene derecho a sostener, por ejemplo, la expresión *los vampiros existen* a menos que el Oponente le haya concedido el derecho de hacerlo eligiendo un individuo que satisfaga la variable ligada de la expresión. Además, Rahman (2001), Redmond (2010) y Fontaine (2011; cfr. también Fontaine y Redmond, 2011) —junto con otros de sus últimas publicaciones— han profundizado tanto en la estructura dialógica de varias lógicas libres como en los aspectos dinámicos propios de los contextos argumentativos.

5.3 Inferencialsimo y dialógica: Rahman y el *immanent reasoning*

Como señalamos anteriormente, con los estudios sobre la interfaz entre juegos, lógica y epistemología —en palabras de Van Benthem (1994)— se ha producido un giro dinámico donde los aspectos epistémicos de la inferencia se vinculan ahora con enfoques del significado desde la teoría de juegos.[6] Este giro tiene como base los nuevos estudios en

[6] Nuevos resultados en la lógica lineal de J.-Y. Girard, en las interfaces entre la teoría matemática de juegos y la teoría de la prueba, por un lado, y

historia y filosofía de la lógica, que van desde la teoría lógica medieval de las *obligationes* (cfr. Vincent, 2014), pasando por el razonamiento lógico indio, griego y árabe, hasta la lógica medieval y de los desarrollos más contemporáneos en la teoría informática y la lingüística computacional o aplicada (cfr. Rahman, 2014; Rahman *et al*., 2018). Además, se han desarrollado estudios relacionados con la inteligencia artificial, las ciencias sociales y el razonamiento jurídico (cfr. Rahman *et al*., 2019).

Nuestro punto es que el nacimiento de este giro se ubica en la dialógica de Lorenzen y Lorenz de la década de 1960, inspirada en los juegos de lenguaje de Wittgenstein y en la teoría matemática de juegos. Posteriormente, Hintikka (1962, 1973) combinó la semántica teórica de juegos con la lógica epistémica (modal). Sin embargo, aunque el enfoque de Hintikka se basa en una semántica de teoría de modelos, el marco dialógico está más relacionado con los principios filosóficos que subyacen al constructivismo. De hecho, una forma posible de vincular diálogos y constructivismo es utilizando el enfoque pragmático de Robert Brandom (1994, 2000) sobre el inferencialismo. Esto último fue propuesto originalmente por Mathieu Marion (2006, 2009, 2010).[7]

En efecto, Marion afirma que “In the Erlangen School, attacks were indeed described as ‘rights’ and defences as ‘duties’, so we have the following equivalences: Right to attack$\boxed{\leftrightarrow}$asking for reasons; Duty to defend$\boxed{\leftrightarrow}$giving reasons” (Marion, 2010, p. 490). En efecto, el enfoque dialógico entiende que el razonamiento y el significado se constituyen a través de la interacción. Rahman (2018, 2019) desarrolla esta idea dentro de la TCT de Martin-Löf (1984) y sostiene que de este modo emerge una nueva concepción de *conocimiento* que posee una relación significativa con el inferencialismo pragmático de Brandom (1994, 2000).

---

entre la teoría de la argumentación y la lógica, por otro, han sido ofrecidos por: S. Abramsky, J. van Benthem, A. Blass, H. van Dit-marsch, D. Gabbay, M. Hyland, W. Hodges, G. Japaridze, E. Krabbe, H. Prakken, G. Sandu, D. Walton y J. Woods. Todos ellos exploran el alcance de un nuevo concepto de lógica entendida como un instrumento dinámico de inferencia.

7 De hecho, M. Marion (2006, 2009, 2010) fue el primero en proponer un vínculo entre el infe-rencialismo pragmático de Brandom y la lógica dialógica en el contexto de ataques de W. Hod-ges (2001) para los enfoques teóricos de los juegos. Otro antecedente relevante es la propuesta de L. Keiff (2007), quien proporcionó una formulación completa de la lógica dialógica dentro del marco de la teoría de los actos de habla.

De este modo, el objetivo central del trabajo de Rahman consistió en elaborar juegos dialógicos de dar y pedir razones que a través de ciertas jugadas específicas (*moves*) completaran las condiciones mencionadas en el punto anterior. Esto último lo implementa a través de las siguientes correspondencias:

i. Las obligaciones corresponden a la jugada defensiva a la cual está obligado un jugador luego de realizar una aserción.
ii. Los derechos corresponden, justamente, al derecho que posee el adversario de atacar esa aserción.
iii. El respaldo corresponde a la llamada "regla formal" (también conocida como la regla socrática).

Estas correspondencias están reflejadas en el llamado "nivel de partida dialógico" (reglas locales y generales) y ofrecen un sistema formal que hace explícitas las características principales de los juegos epistemológicos de Brandom. Sin embargo, como hace notar Rahman (2019), este sistema no hace explícitas las razones que están por detrás fundamentando las aserciones. Para lograr esto es necesario incorporar en dialógica expresiones que estén en lugar de esas razones. Esto último debe emerger en el marco de la combinación entre dialógica y la TCT de Per Marin-Löf (1984). El resultado es un aumento en el poder expresivo de la dialógica (cfr. Rahman *et al*., 2018) y lleva por nombre "Diálogos para el razonamiento inmanente" (*Dialogues for Immanent Reasoning*), precisamente porque las razones que respaldan una aserción, ahora explícitas en el lenguaje-objeto de las jugadas, son internas al desarrollo de la interacción dialógica en sí misma.

En efecto, Rahman distingue en dialógica dos niveles: el de partida (*Play-Level*) y el estratégico (*Strategy-Level*). El nivel estratégico consiste en la tesis más la receta de cómo construir razones para justificarla. En efecto, lo que está en potencia en el nivel estratégico (cómo ganar una partida) se funda en lo que está en acto en el nivel de partida (que son las reglas mismas: locales y generales). Esto significa que en potencia se encuentran ahí las razones para respaldar una afirmación. Por ejemplo, P para ganar conmutativa ($A \wedge B \vdash B \wedge A$) sigue la siguiente "receta (nivel estratégico)": "cualquiera que sea la razón que O dé para la izquierda [derecha], P la puede usar para la derecha[izquierda]". Esto nos daría, de acuerdo con lo desarrollado por Rahman (2018), para las razones individuales d:A∧B y e:B∧A la siguiente fórmula: '[Izq(d)=Der(e)]: A'. Respecto de esta receta, al jugar e instanciar las jugadas se actualiza la estrategia en un diálogo particular de acuerdo con el nivel de partida.

En nuestra propuesta la aserción dialógica, el diálogo completo (según lo que proponemos), corresponde sólo al nivel de partida. En este sentido podemos afirmar que la UMC dialógico corresponde a la actualización de la estrategia ganadora de P para la tesis *p* de acuerdo con el nivel de partida.

6. Conclusiones

En consecuencia, sobre la base de lo expuesto, proponemos la idea de una *aserción dialógica* como unidad mínima de conocimiento (UMC). Tomamos como punto de partida la idea de que las aserciones son las unidades fundamentales del conocimiento (Brandom). Luego, siguiendo los desarrollos de Rahman (2018, 2019), que establecen un *link* entre el inferencialismo de Brandom y la dialógica, entendemos los diálogos como juegos de dar y pedir razones (Marion y Sundholm). Estos elementos nos permiten proponer la idea de "aserción dialógica" como unidad mínima que corresponde a un diálogo D(*p*) en el nivel de juego (*Play-Level*), con estrategia ganadora para P, donde *p* es la tesis del diálogo.

No se trata de que *p* sea una proposición porque tiene asociado un diálogo sino que *p* es la tesis de una "aserción dialógica" o juego de dar y pedir razones dialógicamente —en el nivel de juego— para una estrategia ganadora de P. De este modo, la idea de unidad mínima recupera las condiciones y compromisos que creemos están invisibilizados en las nociones clásicas de proposición como unidad mínima. Algo no puede ser una UMC si no es parte de un juego normado y social con reglas que regulan el dar y pedir razones y que la dialógica refleja de modo fiel.

Como notas finales, en primer lugar, afirmamos que la primer condición o capa del enfoque de Brandom, expresado en la afirmación "los juicios o aserciones son las unidades fundamentales del conocimiento" —que hemos ofrecido anteriormente—, corresponde en dialógica —en el nivel de juego (*Play-Level*)— a la *aserción dialógica*.

En segundo lugar, respecto al problema clásico de la proposición, el enfoque dialógico claramente conlleva que la noción de valor de verdad, o como lo llama Lorenz, el "valor definido" de una proposición (*value-definite*), deberá entonces sustituirse. Para ello, Lorenz (2010, pp. 9-11) propuso el concepto de *definición-en-el-diálogo* (*dialogue-definiteness*). En concordancia con Lorenz, Rahman (2018, p. 222) afirma que esta noción sustenta la teoría del significado de la dialógica: el significado es inmanente al diálogo, ya que lo que constituye el significado de las afirmaciones en un diálogo particular depende únicamente de las reglas que determinan la interacción. De esta manera, la *definición-en-el-diálogo* determina que la teoría dialógica del significado se estructure en tres niveles: 1) el significado local, determinado por las reglas de partículas para las constantes lógicas; 2) el significado global, determinado por las reglas estructurales; y 3) el nivel estratégico del significado, determinado por el requerimiento de una estrategia ganadora. En efecto, las reglas de 1) son independientes de los jugadores; así, el significado está definido de la misma manera para cada jugador previamente: tienen el mismo conjunto de deberes y derechos cuando comienzan un diálogo. Las reglas de 2) son específicas y precisas para el juego de diálogo particular que se lleva a cabo: entregan entonces un significado global determinado por la elección de las reglas para determinados propósitos. 1) y 2) conforman lo que se llama *el nivel de juego* (*Play Level*). El nivel 3) se basa en ese nivel de juego y, de esta manera, la noción de prueba (o demostración) operará en el nivel de estrategia ("tener una estrategia ganadora"). Por este motivo decimos que la verdad (o falsedad) de las proposiciones estará definida sobre la base del juego de diálogo asociado a cada proposición que es afirmada. Es en este sentido que tenemos aquí una semántica pragmática. Las proposiciones se introducen por la acción de afirmar, *aserción*, en el marco de un juego de diálogo; obtienen su significado por las reglas de argumentación o del diálogo.

De acuerdo con todo esto, Rahman (2018, p. 223) señala que dos principios conforman la teoría dialógica del significado (provenientes del segundo Wittgenstein):

i. La característica interna del significado.
ii. El significado como mediado por los juegos de lenguaje.

Ambos principios tienen consideraciones lógicas y filosóficas interesantes. Respecto de ii., los juegos de lenguaje (efectivamente realizados) son considerados aquí como mediadores del significado, llevado a cabo por la interacción entre Proponente y Oponente. Por esta razón el concepto de *definición-en-el-diálogo* de Lorenz es esencial para que los diálogos sean mediadores del significado y también es constitutivo de lo que son las proposiciones:

> Una proposición se define, entonces, [...] como una expresión definida-en-el-diálogo, es decir, una expresión *A* tal que existe una jugada individual sobre *A* y que se puede decir de ella que se ha perdido o ganado

> después de un número finito de pasos, siguiendo las reglas dadas de la interacción dialógica (Rahman *et al*., 2018, p. 223).

Creemos que la propuesta de Shahid Rahman proporciona un marco semántico libre de compromisos con tesis ontológicas innecesarias. Para una teoría de la unidad lógica mínima de conocimiento verdadero, el énfasis está puesto ahora en el acto de la aserción: *las proposiciones se introducen por la acción de afirmar (juicio) dentro del marco de un juego de diálogo, y obtienen su significado por las propias reglas de la argumentación o del diálogo en las que* éstas *ocurren*. La aserción es entonces esa "unidad mínima": *es el concepto lógico primordial como acto en un proceso de juego de diálogo*.

Apéndice
Una presentación técnica condensada de lógica dialógica estándar[8]

Sea L un lenguaje de primer orden construido con base en conectivas proposicionales, cuantificadores, un conjunto numerable de variables individuales, un conjunto numerable de constantes individuales y un conjunto numerable de símbolos de predicado (cada uno con una aridad fija).

Extendemos el lenguaje L con dos etiquetas O y P que corresponden a los participantes del diálogo, y el signo de interrogación '?'. Cuando la identidad del jugador no importa, utilizamos variables X o Y (con X≠Y). Un movimiento es una expresión de la forma X-*e*, donde *e* es o bien una proposición *A* de L o una de las expresiones siguientes:

$$?_{\wedge i\ (i=L\text{ o }i=R)},\ ?_{\vee},\ ?_{[A(a/x)]},\ ?_{[A(a_1/x),\ldots,A(a_n/x)]}$$

Hay dos tipos distintos de reglas, llamadas reglas de partículas (que proveen el significado local) y reglas estructurales (que proveen el significado global). Comenzamos con las reglas de partículas.

Movimiento previo	X-$A\wedge B$	X-$A\vee B$	X-A$\rightarrow B$	X-$\sim A$
Ataque	Y-$?_{\wedge L}$ o Y-$?_{\wedge 2}$	Y-$?_{\vee}$	Y-A	Y-A
Defensa	X-A resp. X-B	X-A o X-B	X-B	– –

Movimiento previo	X-$\forall xA$	X-$\exists xA$
Ataque	Y-$?_{[A(a/x)]}$	Y-$?_{[A(a_1/x),\ldots,A(a_n/x)]}$
Defensa	X-$A(a/x)$	X-$A(a_i/x)$ con $1\leq i\leq n$

[8] La siguiente presentación de *lógica dialógica estándar* ha sido resumida de Clerbout (2014a, 2014b) y ligeramente adaptada a la notación utilizada en el presente artículo.

En esta tabla, una expresión de tipo a_i es una constante individual y $A(a_i / x)$ expresa la proposición obtenida mediante la sustitución de cada ocurrencia de x en A por a_i. Cuando un movimiento consiste en una pregunta de la forma '$?_{[A_1, \ldots, A_n]}$' o de la forma '$?_{\vee}$', el otro jugador elige una proposición entre $A_1, \ldots, A_n$ y la juega. Así, podemos —en términos de qué jugador tiene una opción— distinguir entre la conjunción y disyunción, por una parte, y la cuantificación universal y la existencial, por otra parte. En los casos de la conjunción y la cuantificación universal, el retador (o atacante) elige, mediante un ataque de la forma '$?_{\wedge i}$' (para la conjunción) o de la forma '$?_{[A(a/x)]}$' (para el universal) la proposición por la cual preguntar. Por el contrario, en los casos de disyunción y cuantificación existencial, el defensor es el único que puede elegir entre varias proposiciones. Obsérvese que no hay defensa en el caso de la regla de partículas para la negación.

Las reglas de partículas proporcionan una descripción abstracta de cómo se procede en el diálogo a nivel local: especifican el modo en el que una proposición puede atacarse y defenderse de acuerdo con su constante lógica principal. Decimos que tales reglas gobiernan el nivel local del significado. En rigor, las expresiones que aparecen en la tabla más arriba no son movimientos reales porque tienen proposiciones esquemáticas y los jugadores no están especificados. Además, estas reglas son indiferentes al rol de la proposición en las diversas variedades de diálogos en los que pueda intervenir: por ejemplo, las reglas locales de las constantes lógicas no varían si los diálogos son clásicos o intuicionistas. Por este motivo decimos que la descripción dada por las reglas de partículas es en cierto modo abstracta.

Las expresiones "ataque" y "defensa" son convenientes para prescribir ciertas interacciones entre movimientos. Tales interacciones pueden ser definidas con precisión de la forma siguiente. Sea Σ una secuencia de movimientos. La función p_{Σ} asigna una posición para cada movimiento en Σ, comenzando con 0. La función F_{Σ} asigna un par $[m, Z]$ para ciertos movimientos N en Σ, donde m denota una posición menor que $p_{\Sigma}(N)$ y Z es o bien A (un ataque) o bien D (una defensa). Es decir, la función F_{Σ} permite seguir la "historia" de las interacciones ataque-defensa que originaron un movimiento dado. Un diálogo (o partida) es una secuencia legal de movimientos, es decir, una secuencia de movimientos que observa las reglas del juego. La segunda clase de reglas que hemos mencionado, las reglas estructurales, dan las condiciones exactas en las que una oración dada genera un juego dialógico. Un juego dialógico para *A*, escrito D(*A*), es el conjunto de todas las partidas con *A* como la tesis (ver la regla de inicio más abajo). Las reglas estructurales son los siguientes:

SR0 (Regla de inicio)

Sea *A* una proposición compleja[9] de L. Para cada $\pi \in D(A)$ tenemos:

- $p_\pi(\text{P-}A)=0$
- $p_\pi(\text{O-n:=}i)=1$
- $p_\pi(\text{P-m:=}j)=2$

En otras palabras, cualquier partida π en D(*A*) comienza con P-*A*. Llamamos *A* a la tesis de la partida y del juego dialógico correspondiente. Después de eso, el Oponente y el Proponente eligen sucesivamente un número entero positivo llamado *rango de repetición*. El papel de este entero es asegurar que cada partida termine después de un número finito de movimientos, de una manera especificada por la siguiente regla estructural.

SR1 (regla clásica)

- Sea $\pi \in D(A)$. Para cada *M* en π donde $p_\pi(M)>2$ tenemos $F_\pi(M)=[m', Z]$ donde $m'<p_\pi(M)$ y $Z\in\{A,D\}$.
- Sea *r* el rango de repetición del jugador X y $\pi \in D(A)$ tal que:
  - el último miembro de π es un movimiento de Y,
    - M_0 es un movimiento de Y de posición m_0 en π,
    - $M_1,\ldots,M_n$ son los movimientos de X en π tal que $F_\pi(M_1)=\ldots=F_\pi(M_n)=[m_0,Z]$.

Considérese la secuencia[10] $\pi' = \pi * N$ donde *N* es un movimiento de X tal que $F_{\pi'}(N)=[m_0, Z]$. Tenemos $\pi' \in D(A)$ solo si $n < r$.

La primera parte de la regla establece que cada movimiento, después de la elección de los rangos de repetición, es o bien un ataque o una defensa. La segunda parte asegura la finitud de las partidas mediante el establecimiento de un rango de repetición del jugador como el número

9 Si la tesis es una proposición elemental, hay que implementar una pequeña modificación de la regla formal SR2, como detallamos más abajo.

10 Usamos $\pi * N$ para denotar la secuencia obtenida agregando el movimiento *N* al juego π.

máximo de veces que puede desafiar o defenderse de un movimiento determinado de otro jugador.

SR2 (regla formal)

Sea *B* una proposición elemental, *N* el movimiento P- *B* y *M* el movimiento O-*B* . Una secuencia π de movimientos es una partida sólo si se cumple: si $N \in \pi$ entonces $M \in \pi$ y $p_{\pi}(M) < p_{\pi}(N)$.

Es decir, si el Proponente afirmó una proposición elemental, entonces O la afirmó ya antes. En el caso de juegos en los que se permite que la tesis sea una proposición elemental, hay que reformular la regla formal de la siguiente manera:

SR2* (regla formal modificada)

O puede atacar una proposición atómica si y sólo si él mismo no la afirmó aun. Sólo el oponente puede atacar proposiciones atómicas. El proponente se defiende de un ataque a una proposición atómica mostrando que en el ulterior desarrollo del juego el oponente se verá forzado a conceder la proposición atómica atacada, digamos en el movimiento *n*. En cuanto O jugó *n*, entonces P se defiende del ataque respondiendo sic (*n*) (léase: acabas de conceder en *n* la proposición atómica buscada)

Decimos que una partida es terminal cuando no puede ampliarse en sucesivos movimientos legales. Decimos que es X-terminal cuando el último movimiento en la partida es un movimiento del jugador X.

SR3 (regla de ganancia)

El jugador X gana la partida π sólo si es terminal X.

Por ejemplo, considérese las siguientes secuencias de movimientos: P-*Q*a→*Qa*, O-n:=1, P-m:=12, O-*Qa*, P-*Qa*, que pueden ser escritas del siguiente modo:

	O			P	
				*Q*a→*Qa*	0
1	n:=1			m:=12	2
3	*Qa*	(0)		*Qa*	4

Los números de las columnas externas son las posiciones de los movimientos en la partida. Cuando un movimiento es un ataque, la posición del movimiento desafiado se indica en las columnas internas, como ocurre con el movimiento 3 en este ejemplo. Nótese que este tipo de tablas llevan la información facilitada por las funciones *p* y F, además de representar la partida en sí.

Sin embargo, cuando queremos considerar varias partidas juntas —por ejemplo, en la construcción de una estrategia— dichas tablas no proporcionan el medio de representación más adecuado. De hecho, cuando queremos representar la construcción de una estrategia usamos lo que se conoce como la *forma extensiva*. La forma extensiva del diálogo D(A) es simplemente la representación del árbol del mismo, también a menudo llamado árbol-lúdico. Más precisamente, la forma extensiva EA de D(A) es el árbol (T, l, S) tal que:

i. Cada nodo t en T está etiquetado con el movimiento que ocurre en D(A).
ii. $l : T \rightarrow N$
iii. $S \subseteq T^2$ donde:
   - Hay un único t_0 (la raíz) en T tal que $l(t_0)=0$, y t_0 es etiquetado con la tesis del juego.
   - Para cada $t \neq t_0$ hay un único t' tal que $t'St$.
   - Para cada t y t' en T, si tSt' entonces $l(t')=l(t)+1$.
   - Dada la partida π en D(A) tal que $p_\pi(M')=p_\pi(M)+1$ y t, t' respectivamente etiquetadas con M y M', entonces tSt'.

Una *estrategia* para un jugador X en D(A) es una función que asigna un movimiento M a cada partida no terminal π con un movimiento Y como último miembro tal que si extendemos π con M obtenemos una partida. Una estrategia de X es *ganadora* si jugando de acuerdo con ella nos lleva a una victoria de X sin importar cómo juegue Y.

La forma extensiva de una estrategia σ de X en D(A) es el fragmento de árbol $E_{A,\sigma}=(T_\sigma, l_\sigma, S_\sigma)$ de E_A tal que:

i. La raíz de $E_{A,\sigma}$ es la raíz de E_A.
ii. Dado el nodo t en E_A etiquetado con un movimiento X, tenemos que $tS_\sigma t'$ sea cual fuere tSt'.
iii. Dado el nodo t en E_A etiquetado con un movimiento Y y con al menos un t' tal que tSt', entonces hay una única $\sigma(t)$ en T_σ donde $tS_\sigma\sigma(t)$ y $\sigma(t)$ es etiquetada con el movimiento de X prescrito por σ.

He aquí algunos ejemplos de resultados metalógicos obtenidos en la literatura reciente y que corresponden al nivel de las estrategias.[11]

- Estrategias de ganancia para P y hojas. Sea w una estrategia ganadora para P en D(*A*). Entonces, cada hoja en $E_{A,w}$ está etiquetada con una proposición elemental de P.
- Determinación. Hay una estrategia ganadora para X en D(*A*) si y sólo si no hay una estrategia para Y en D(*A*).
- Corrección y completitud para tablas semánticas (también llamadas árboles semánticos). Considérese una tabla semántica de primer orden y una estrategia dialógica de primer orden. Hay una tabla cerrada para *A* si y sólo si existe una estrategia ganadora para P en D(*A*).
- Dado que las tablas semánticas (para lógica de primer orden) son correctas y completas respecto de una semántica modelo-teorética, se sigue que la existencia de una estrategia ganadora para P coincide con la validez. Es decir: hay una estrategia ganadora para P en D(*A*) si y sólo si *A* es válida.

El hecho de que la existencia de una estrategia P-ganadora coincida con la validez (hay una estrategia P-ganadora en D(*A*) si y sólo si *A* es válida) se sigue de la corrección (*soundness*) y completitud (*completeness*) del método de tableau con respecto a la semántica modelo-teorética.

Ejemplos de formas extensivas

Las formas extensivas de juegos dialógicos y de estrategias son árboles generados infinitamente (árboles con un número infinito de ramas). Así, no es posible representarlos en su totalidad. Pero una ilustración sigue siendo útil, por lo que añadimos las siguientes figuras 1 y 2 a continuación:

[11] Estos resultados están probados, junto con otros, en Clerbout (2014a, 2014b).

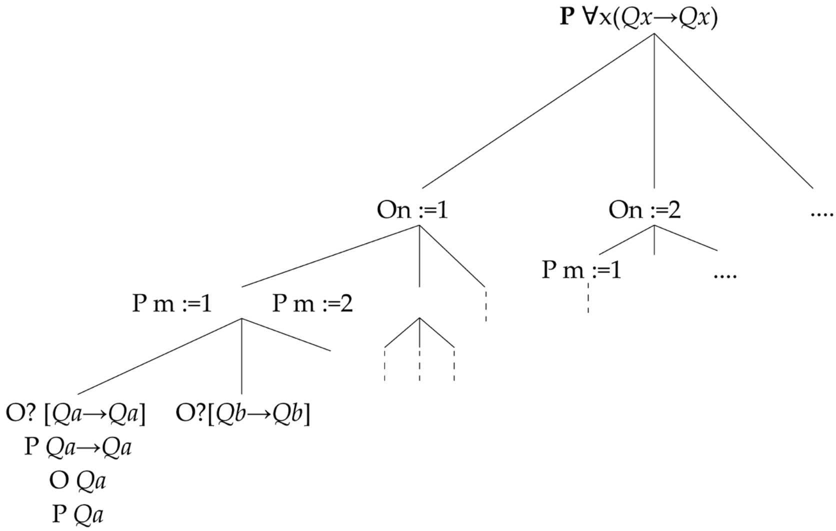

Figura 1

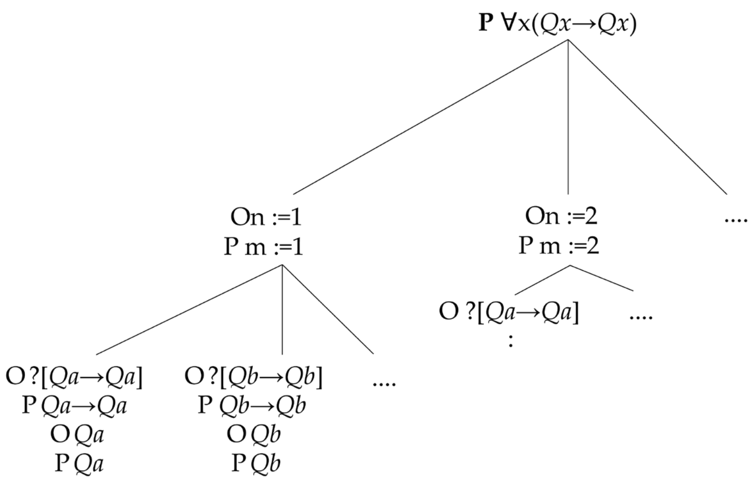

Figura 2

La Figura 1 representa parcialmente la forma extensiva del juego dialógico para la proposición ∀x(Q (x)→Q (x)). Cada partida en este diálogo se representa como una rama en la forma extensiva: hemos dado un ejemplo en el que la rama de la izquierda representa una de las partidas más simples y cortas en el juego dialógico. La raíz de la forma extensiva se etiqueta con la tesis. Después de eso, el oponente tiene un número infinito de opciones posibles para su rango de repetición: esto está representado por el número infinito de sucesores inmediatos en la raíz de la forma extensiva. Lo mismo vale para el rango de repetición del Proponente, y por cada vez que un jugador va a elegir una constante individual.

La Figura 2 representa parcialmente la forma extensiva de la estrategia del Proponente en este juego. Se trata de un fragmento del árbol de la Figura 1 en la que cada nodo etiquetado con un movimiento de O tiene a lo sumo un sucesor. No mantenemos más que un registro de todas las opciones posibles para P: cada vez que el Proponente tiene una opción en el juego, la estrategia selecciona exactamente uno de los movimientos posibles. Pero como todas las formas posibles para que el Oponente juegue deben ser tomadas en cuenta por una estrategia, las otras ramificaciones se mantienen. En nuestro ejemplo, la estrategia prescribe la elección del mismo rango de repetición que el Oponente. Por supuesto que hay un número infinito de otras estrategias disponibles para P.

Referencias

Aristóteles. (1938). On Interpretation. En H. P. Cooke y H. Tredennick (eds.), *Aristotle: The Categories. On Interpretation. Prior Analytics.* (pp. 112–181). Harvard University Press.

Barnes, J. (1993). *Aristotle's Posterior Analytics*. Clarendon Press.

Bolzano, B. (1837/1973). *Theory of Science*. D. Reidel Publishing Company.

Brandom, R. (1994). *Making It Explicit*. Harvard University Press.

____ (2000). *Articulating Reasons*. Harvard University Press.

Brentano, F. (1874/2009). *Psychology from an Empirical Standpoint*. Routledge.

____ (1923/1981). *The Theory of Categories*. Martinus Nijhoff Publishers.

Brouwer, L. E. J. (1975a). On the Foundations of Mathematics. En A. Heyting (ed.), *Collected Works. Philosophy and Foundations of Mathematics I.* (pp. 72–97). North-Holland Publishing Company.

____ (1975b). The Unreliability of The Logical Principles. En A. Heyting (ed.), *L. E. J. Brouwer - Collected Works. Philosophy and Foundations of Mathematics I.* (pp. 107–111). North-Holland Publishing Company.

Clerbout, N. (2014a). First-Order Dialogical Games and Tableaux. *Journal of Philosophical Logic*, 43(4), 785–801.

____ (2014b). *La sémantique dialogique. Notions fondamentales et éléments de metathéorie*. College Publications.

Corcoran, J. (1974). Aristotle's Natural Deduction System. En J. Corcoran (ed.), *Ancient Logic and its Modern Interpretation.* (pp. 85–131). D. Reidel Publishing Company.

____ (2009). Sentence, Proposition, Judgment, Statement, and Fact: Speaking About the Written English Used in Logic. En W. Carnielli, M. E. Coniglio, I. M. Loffredo D`Ottaviano (eds.), *The Many Sides of Logic*. (pp. 71-103). Studies in Logic (vol. 21). College Publications.

De Aquino, T. (2001). *Suma de teología*. Biblioteca de Autores Cristianos.

Dummett, M. (1977). *Elements of Intuitionism*. Clarendon Press.

Fontaine, M. y Redmond, J. (2008). *Logique Dialogique. Une introduction*. College Publications.

Frege, G. (1879). *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. Verlag von Louis Nebert.

____ (1892). Über Sinn und Bedeutung. *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, Neue Folge, 100(1), 25-50.

____ (1972a). *Conceptografía*. Universidad Nacional Autónoma de México.

____ (1972b). *Lógica y semántica*. Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Girard, J.-Y. (1999). On the Meaning of Logical Rules I: Syntax Versus Semantics. En U. Berger y H. Schwichtenberg (eds.), *Computational Logic.* (pp. 215–272). Springer.

Haack, S. (1978). *Philosophy of Logics*. Cambridge University Press.

Heyting, A. (1968). La concepción intuicionista de la lógica. *Tarea*, 1, 86–92.

____ (1971). *Intuitionism. An Introduction. Studies in Logic and The Foundations of Mathematics*. North-Holland Publishing Company.

Hilbert, D. (1950). *The Foundations of Geometry*. The Open Court Publishing Company.

____ (1993). *Fundamentos de las matemáticas*. Mathema.

____ (2005a). Axiomatic Thought. En W. B. Ewald (ed.), *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics. Vol. II.* (pp. 1105–1115). Clarendon Press.

____ (2005b). Logic and the Knowledge of Nature (1930). n W. B. Ewald (ed.), *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics. Vol. II.* (pp. 1157–1165). Clarendon Press.

Iemhoff, R. (2013). Intuitionism in the Philosophy of Mathematics. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. URL: http://plato.stanford.edu/entries/intuitionism/

Keiff, L. (2009). Dialogical Logic. *Stanford Ecyclopedia of Philosophy*. URL: http://plato.stanford.edu/entries/logic-dialogical/

Koreň, L. y Kolman, V. (2018). Inferentialism's Years of Travel and Its Logico-Philosophical Calling. En O. Beran, V. Kolman y L. Koreň (eds.), *From Rules to Meanings. New Essays on Inferentialism.* (pp. 1-46). Routledge.

Lopez-Orellana, R. (2019). El enfoque epistemológico de David Hilbert: el *a priori* del conocimiento y el papel de la lógica en la fundamentación de la ciencia. *Principia: an international journal of epistemology*, 23(2), 279-308. DOI: https://doi.org/10.5007/1808-1711.2019v23n2p279.

Lopez-Orellana, R. y Redmond, J. (2018). La noción de proposición lógica de Bernard Bolzano. En A. Cuevas, O. Torres, R. Lopez-Orellana, D. Labrador (eds.), *Cultura científica y cultura tecnológica.* (pp. 637-646). Universidad de Salamanca.

Lorenz, K. (2001). Basic Objectives of Dialogical Logic in Historical Perspective. *Synthese*, 127, 255-263. DOI: http://dx.doi.org/10.1023/A:1010367416884.

____ (2010). *Logic, Language and Method. On Polarities in Human Experience*. De Gruyter.

Lorenzen, P. (1955). *Einführung in die operative Logik und Mathematik*. Springer.

____ (1958). Logik und Agon. En *Atti del XII Congresso Internazionale di Filosofia, Venezia, 12-18 settembre.* (pp. 187–194). Sansoni.

Lorenzen, P. y Lorenz, K. (1978). *Dialogische Logik*. Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Łukasiewicz, J. (1957). *Aristotle's Syllogistic*. Oxford University Press.

Marion, M. (2006). Hintikka on Wittgenstein: From Language-Games to Game Semantics. En T. Aho y A.-V. Pietarinen (eds.), *Truth and Games: Essays in Honour of Gabriel Sandu. Volume 78.* (pp. 223-242). Acta Philosophica Fennica.

____ (2009). Why Play Logical Games? In O. Majer, A.-V. Pietarinen y T. Tulenheimo (eds.), *Logic and Games: Foundational Perspectives.* (pp. 3-26). Springer. DOI: http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-9374-6_1

Martin-Löf, P. (1996). On the Meanings of the Logical Constants and the Justifications of the Logical Laws. *Nordic Journal of Philosophical Logic*, 1(1), 11–60.

Rahman, S. (1993). *Über Dialogue, Protologische Kategorien und andere Seltenheiten*. P. Lang.

____ (2012). Negation in the Logic of Firstdegree Entailment and Tonk: A Dialogical Study. En S. Rahman, G. Primiero y M. Marion (eds.), *The Realism-Antirealism Debate in the Age of Alternative Logics.* (pp. 213–250). Springer.

____ (2014). From Dialogue to Dialogue: Conversations and the Dialogical Approach to Meaning. En C. Bowao y S. Rahman (eds.), *De l'orature à l'écriture.* (pp. 70–106). College Publications.

____ (2019). Dialogues, Reasons and Endorsement. En C. Weiss (ed.), *Constructive Semantics. Meaning in Between Phenomenology and Constructivism*. (pp. 15-84). LEUS Series. Springer.

Rahman, S. y Clerbout, N. (2013). Constructive Type Theory and the Dialogical Approach to Meaning. *The Baltic International Yearbook of Cognition, Logic and Communication*, *8*, 1–72. DOI: https://doi.org/10.4148/1944-3676.1077.

Rahman, S., Iqbal, M. y Soufi, Y. (2019). *Inferences by Parallel Reasoning in Islamic Jurisprudence. al-Shīrāzī's Insights into the Dialectical Constitution of Meaning and Knowledge*. Springer.

Rahman, S. y Keiff, L. (2010). La Dialectique entre logique et rhétorique. *Revue de Métaphysique et de Morale*, 66(2), 149–178.

Rahman, S., McConaughey, Z., Klev, A. y Clerbout, N. (2018). *Immanent Reasoning or Equality in Action. A Plaidoyer for the Play Level*. Springer.

Rahman, S. y Rückert, H. (2001). Dialogical Connexive Logic. *Synthese*, 127, 105–139.

Read, S. (1995). *Thinking About Logic. An Introduction to the Philosophy of Logic*. Oxford University Press.

Redmond, J. (2015). Dialogando entre niñas y niños. Aprender lógica jugando con niñas y niños: por un proyecto dialógico para el aprendizaje de la lógica. En J. Pérez, J. Álvarez y C. Guerra (eds.), *Hacer filosofía con niños y niñas. Entre educación y filosofía*. Serie Selección de Textos. Universidad de Valparaíso.

Redmond, J. y Fontaine, M. (2011). *How to Play Dialogues. An Introduction to Dialogical Logic*. College Publications.

Rückert, H. (2011). *Dialogues as a Dynamic Framework for Logic*. College Publications.

Russell, B. (1940/1995). Sentences, Syntax, and Parts of Speech. En *An Inquiry into Meaning and Truth.* (pp. 30-47). Routledge.
Tarski, A. (1972). *La concepción semántica de la verdad y los fundamentos de la semántica*. Ediciones Nueva Visión.
___ (1983). *Logic, Semantics, Metamathematics*. Hackett.
Van Benthem, J. (1994). General Dynamic Logic. En D. M. Gabbay (ed.), *What is a Logical System?* (pp. 107–140). Clarendon Press.
___ (2010). *Logical Dynamics of Information and Interaction*. Cambridge University Press.
___ (2014). *Logic in Games*. MIT Press.
Von Neumann, J. y Morgenstern, O. (1953). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press.
Wittgenstein, L. (1953/2009). *Philosophical Investigations*. Wiley-Blackwell.