



Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa

ISSN: 1665-2436

ISSN: 2007-6819

Comité Latinoamericano de Matemática Educativa

Guerrero Contreras, Oscar
Construcción de conocimiento sobre la enseñanza de la matemática
en estudiantes para profesores de matemática a través de vídeos

Revista latinoamericana de investigación en
matemática educativa, vol. 24, núm. 1, 2021, pp. 61-82
Comité Latinoamericano de Matemática Educativa

DOI: <https://doi.org/10.14482/INDES.30.1.303.661>

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33571915004>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en [redalyc.org](https://www.redalyc.org)



Sistema de Información Científica Redalyc
Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso
abierto

OSCAR GUERRERO

CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES PARA PROFESORES DE MATEMÁTICA A TRAVÉS DE VÍDEOS

KNOWLEDGE CONSTRUCTION ON THE TEACHING OF MATHEMATICS
IN STUDENTS FOR MATHEMATICS TEACHERS THROUGH VIDEOS

RESUMEN

La presente investigación estudia de qué manera la integración de registros de la práctica (videos) a través de ambientes que favorezcan la interacción durante el análisis de esos registros de la práctica apoya la construcción de conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas. Se han analizado las respuestas de 23 estudiantes para profesor de matemáticas de educación secundaria a dos preguntas relacionadas con la competencia matemática presentadas en dos debates virtuales. Los resultados indican que las participaciones a los debates en forma de concuerda, concuerda y amplia, discrepa o discrepa o amplia favorecieron el proceso de instrumentalización de las herramientas conceptuales provenientes de la didáctica de la matemática. Estos resultados subrayan como el uso de los Videos como recurso de aprendizaje favorece la construcción del conocimiento en los procesos de negociación de significados por parte de los estudiantes para profesor de matemática.

PALABRAS CLAVE:

- *Construcción del Conocimiento*
- *Aprender a Enseñar Matemática*
- *Formación Inicial de Profesores de Matemática*
- *Videos*

ABSTRACT

This research studies how the integration of practice records (videos) through environments that favor interaction during the analysis of those practice records supports the construction of knowledge about the teaching of mathematics. We analyzed the responses of 23 students for secondary school mathematics teacher to two questions related to mathematical competence presented in two virtual debates. The results indicate that the participations to the debates in the form of agree, agree and broad, disagree or disagree or broad favored the process of instrumentalization of the conceptual tools coming from the didactics of mathematics. These results emphasize how the use of Videos as a learning resource favors the construction of knowledge in the processes of meaning negotiation by students for mathematics teacher.

KEY WORDS:

- *Building Knowledge*
- *Learning to Teach Mathematics*
- *Initial Training of Mathematics Teachers*
- *Videos*



RESUMO

Esta pesquisa estuda como a integração de registros práticos (vídeos) por meio de ambientes que favorecem a interação durante a análise desses registros de práticas favorece a construção de conhecimentos sobre o ensino de matemática. Analisamos as respostas de 23 alunos para o professor de matemática do ensino médio a duas questões relacionadas à competência matemática apresentadas em dois debates virtuais. Os resultados indicam que as participações nos debates na forma de concordo, concordo e amplo, discordo ou discordo ou amplo favoreceram o processo de instrumentalização das ferramentas conceituais oriundas da didática da matemática. Esses resultados enfatizam como o uso de vídeos como recurso de aprendizagem favorece a construção do conhecimento nos processos de negociação de significados pelos alunos para o professor de matemática.

PALAVRAS CHAVE:

- *Construindo Conhecimento*
- *Aprendendo a Ensinar Matemática*
- *Formação Inicial de Professores de Matemática*
- *Vídeos*

RÉSUMÉ

Cette recherche étudie comment l'intégration des enregistrements de pratique (vidéos) dans des environnements qui favorisent l'interaction lors de l'analyse de ces enregistrements de support favorise la construction de connaissances sur l'enseignement des mathématiques. Nous avons analysé les réponses de 23 élèves de professeur de mathématiques du secondaire à deux questions relatives aux compétences en mathématiques présentées dans deux débats virtuels. Les résultats indiquent que les participations aux débats sous forme d'accord, d'accord et large, en désaccord ou en désaccord ou large ont favorisé le processus d'instrumentalisation des outils conceptuels issus de la didactique des mathématiques. Ces résultats soulignent le fait que l'utilisation de la vidéo comme ressource d'apprentissage favorise la construction de connaissances dans les processus de négociation de la signification par les élèves pour les enseignants de mathématiques.

MOTS CLÉS:

- *Acquérir des connaissances*
- *Apprendre à enseigner les mathématiques*
- *Formation initiale de professeurs de mathématiques*
- *Vidéos*

1. INTRODUCCIÓN

En la formación inicial del profesor de matemática se han aplicado programas de formación que apuntan al desarrollo de diversas competencias docentes dirigidas al proceso de “aprender a enseñar”, y a desarrollar competencias y conocimientos necesarios para aprender desde la práctica (Hiebert; Morris; Berk; Jansen, 2007; Llinares; Krainer 2006). Una perspectiva en formación inicial utiliza los video-clips de clases grabadas para ayudar a los estudiantes para profesor a desarrollar

competencias docentes necesarias para aprender a enseñar matemática (Borko; Koellner; Jacobs; Seago, 2011). Aprender desde la práctica, permite analizar e identificar eventos, y, aspectos que suceden en la enseñanza para interpretarlos y generar información que fundamente las próximas decisiones de acción.

Asimismo, desde perspectivas socioculturales (Goos; Geiger, 2012), el proceso de aprendizaje es visto como una actividad social en la que el pensamiento es mediado por el discurso social a través del aprovechamiento de las tecnologías, las cuales, ofrecen entornos de aprendizaje que reflejan estos principios con el objetivo de apoyar el desarrollo en los estudiantes para profesor de la competencia docente de analizar la enseñanza como un mecanismo de apoyo a aprender desde la práctica.

Desde estas perspectivas, se pueden diseñar ambientes de aprendizaje que integran elementos como: registros de la práctica (videos), información teórica que desempeña el papel de instrumentos conceptuales, y la participación en espacios virtuales por parte del estudiante en proceso de formación. Los estudiantes para profesor visionan los videos, creando condiciones para que puedan aprender a “ver” y a reflexionar sobre situaciones de enseñanza que ocurren en los salones de clase. Tales competencias, requeridas para aprender desde la práctica, deben permitir la interpretación, análisis e identificación de eventos y aspectos que suceden en la enseñanza. En este sentido, el proceso de aprender a enseñar hace referencia a la activación de los procesos constructivos por parte del aprendiz.

En consecuencia, es necesario investigar la manera como el estudiante para profesor de matemática conforma y construye conocimiento sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje a partir de contextos de interacción específicamente el vídeo y el uso de los principios y herramientas conceptuales proporcionadas por la didáctica de la matemática (Arce; Conejo; Muñoz, 2019; Cantoral; Farfán; Cordero; Alanís; Rodríguez; Garza, 2008; Castro, 2001; Chamorro, 2006; D’Amore, 2006; Linares y Sánchez, 1988; Penalva y Llinares, 2011; Rico; Moreno, 2016; Roller, 2016; Sherin, 2001). Es por ello, que la presente investigación tiene como propósito investigar de qué manera la integración de registros de la práctica (videos) en ambientes que favorezcan la interacción durante el análisis de esos registros de la práctica apoya la construcción de conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. *El vídeo en la enseñanza de la Matemática*

Aprender de la enseñanza de la matemática y sus efectos en el aprendizaje de los alumnos y alumnas significa reflexionar, interpretar, valorar observar

lo que hace un docente cuando enseña matemáticas por parte de un futuro profesor de matemática. Este futuro profesor le ayuda a notar aspectos como las actividades que realizan docentes, alumnos y las relaciones que se establecen con la matemática, las interacciones entre alumnos, alumno docente, el proceso de aprendizaje, el aprendizaje logrado y sin lograr, la relación entre las estrategias didácticas empleadas por los docentes y los aprendizajes logrados; además de promover en ellos el planteamiento de nuevas estrategias y formas de presentar el contenido matemático a sus alumnos y el discurso elaborado en el aula.

Algunos autores (Borko, Jacobs, Eiteljorg y Pittman, 2008; Borko, Koellner, Jacobs y Seago, 2011; Coles, 2012; Kang y van Es, 2019; Kersting, Givvin, Sotelo y Stigler, 2010; Llinares y Sánchez, 1998; Males, 2017) plantean el desarrollo de estas capacidades mediante los vídeos como contexto en el que se puede representar la enseñanza de la matemática, lo cual tiene la ventaja de poder observar con detalle los eventos de enseñanza allí representados, pero la desventaja de que esas situaciones de enseñanza de la matemática no son en “vivo”. Otros autores (Goos y Benninson, 2008; Penalva, Rey y Llinares, 2011) incorporan los entornos de aprendizaje para incentivar a los estudiantes para profesor de matemática a dialogar sobre las formas de enseñar y aprender matemáticas.

En este sentido la investigación desarrollada por Santagata y Guarino (2011) tenía como propósito de su investigación el uso del video para enseñar al futuro profesor a aprender desde la enseñanza. Esta investigación proporcionaba a los futuros profesores la oportunidad de aprender a reflexionar sobre la enseñanza de una manera disciplinada y estructurada para desarrollar habilidades relacionadas con la reflexión y el aprendizaje desde la enseñanza como: atender elementos importantes de la instrucción, razonar sobre esos elementos de forma integral y proponer estrategias de enseñanza alternativas.

Por otra parte, Van Es y Sherin (2010) desarrollaron una investigación para ayudar a los profesores a que aprendan a notar e interpretar los rasgos significativos de las interacciones que se dan en el aula de clases. Estos autores proponen que la habilidad de darse cuenta de la enseñanza se compone de tres aspectos principales: (a) determinar lo que es importante en una situación de enseñanza, (b) con lo que se sabe sobre el contexto razonar acerca de una situación, y (c) establecer las conexiones entre los eventos específicos y principios más amplios de la enseñanza y el aprendizaje.

De igual forma Van Es, Tekkumru-Kisa y Seago (2020) desde una perspectiva situada proponen un marco teórico para integrar el video en la formación de profesores de matemática. Para estos autores el video es un instrumento central dentro de la formación de profesores que permite capturar la enseñanza para ser reflexionada tanto por los estudiantes para profesor de matemática como por los profesores en formación permanente y a desarrollar

un lenguaje que sea común con respecto a la enseñanza. Para ello propone el uso del video como un sistema de actividad que sirve de marco para articular las prácticas docentes de los formadores de profesores. Este sistema tiene las siguientes dimensiones: objetivos, audiencia, selección del video, diseño de las tareas, planificación y facilitación, y evaluación del aprendizaje. Esta forma de concebir el uso de los videos como un sistema de actividad puede contribuir a una aplicación sistemática y estructurada y en consecuencia al diseño de entornos de aprendizaje basados en videos para la formación y mejora docente.

De esta forma hay pocas investigaciones realizadas sobre el análisis de la enseñanza de las matemáticas en contextos de formación inicial de profesores de matemática (Alsawaie y Alghazo, 2010) que utilicen entornos de aprendizaje, los cuales integren:

- el video, en el que se presente eventos de enseñanza de la matemática,
- el uso de las ideas y principios teóricos procedentes de la didáctica de la matemática como instrumentos conceptuales para el análisis de la enseñanza de la matemática,
- la discusión online como espacio de debate e interacción de las ideas que progresivamente se van integrando en el discurso de los estudiantes para profesor de matemática para una visión interpretativa de la enseñanza de la matemática.

2.2. Perspectiva sociocultural del aprendizaje del estudiante para profesor de matemática

Tomando en consideración los argumentos anteriores, la perspectiva sociocultural del aprendizaje puede ayudar a la comprensión de cómo aprenden a convertirse los estudiantes para profesor en profesores de matemática. Esto es, cómo aprenden los estudiantes para profesor de matemática en el contexto de la enseñanza de la matemática y al resolver problemas profesionales propios de un profesor que enseña matemática. Es decir, los estudiantes deben aprender a usar instrumentos conceptuales / técnicos y a participar en espacios de interacción social como los debates virtuales (Llinares, 2012) para interpretar eventos de enseñanza registrados en los videos.

En este sentido, Llinares (2008), Monaghan, Trouche y Borwein (2016), Verillon y Rabardel (1995) plantean la relación entre la actividad cognitiva del aprendiz y los instrumentos que utilizan para apropiarse del conocimiento. En particular Monaghan, Trouche y Borwein (2016) sostienen que en la actividad instrumental los sujetos usan herramientas y desarrollan instrumentos los cuales tienen una doble naturaleza: materiales e ideales por lo que demandan de sus usuarios una actividad física e intelectual. Esa naturaleza dual de los instrumentos permite una clasificación no solo en términos de objetos físico o materiales sino

también de conceptos y constructos teóricos que han sido desarrollados por la investigación en Educación Matemática.

De esta forma Llinares (1998) plantea que los instrumentos median las acciones y actividades que realizan los estudiantes para profesor de matemática al darles significado y usarlos en el desarrollo de las mismas. Este autor clasifica los instrumentos en técnicos y conceptuales. Los primeros se refieren a materiales y recursos didácticos (geoplanos, software didáctico, videos), y los segundos son aquellas construcciones teóricas que se han desarrollado producto de las investigaciones realizadas en el campo disciplinar de la Educación Matemática.

De igual manera, recientes investigaciones en la formación del profesor de matemática han focalizado su atención hacia aspectos sociales, culturales e institucionales sobre el aprendizaje del estudiante para profesor y del profesor de matemática (Lerman, 2010; Llinares, 2009; Llinares, 1998; Llinares, y Krainer, 2006). Estas investigaciones han puesto de manifiesto que el aprendizaje es producto de la interacción de la gente con las herramientas representacionales y materiales que les ofrece el medio ambiente. Bajo esta perspectiva, el aprendizaje, por lo tanto, no se considera solo la adquisición de conocimientos por los individuos, sino como un proceso de participación social. Al respecto, Peressini, Borko, Romagnano, Knuth y Willis (2004) consideran dos aspectos relacionados que son consecuencia de estas investigaciones. Primero, el aprendizaje es situado al considerar cómo una persona aprende un determinado conjunto de conocimientos y habilidades, y la situación en la que una persona aprende, son una parte fundamental de lo que se aprende. Segundo, los conocimientos y creencias de los docentes interactúan con los contextos históricos, sociales y políticos para crear las situaciones en las cuales el aprender a enseñar se produce. Desde esta perspectiva sociocultural, el aprendizaje del estudiante para profesor de matemática se considera como un proceso de participación creciente en la práctica de la enseñanza de la matemática, y a través de esta participación, se da el proceso de llegar a “ser profesor de matemática”.

Así mismo, Lave y Wenger (1991) plantean el aprendizaje como una actividad situada, e introducen el concepto de “participación periférica legítima” (Legitimate peripheral participation)

Con esto queremos destacar el hecho de que los principiantes participan inevitablemente en comunidades de profesionales y que el dominio del conocimiento y de la práctica les exige que participen cada vez más plenamente en las prácticas socioculturales de una comunidad. La expresión “participación periférica legítima” proporciona una manera de hablar sobre las actividades, las identidades, los artefactos y las comunidades de conocimiento y de práctica. Se refiere al proceso por el que los principiantes pasan a formar parte de una comunidad de práctica. Mediante el proceso

de llegar a participar plenamente en una práctica sociocultural, se activan las intenciones de aprender de una persona y se configura el significado del aprendizaje. Este proceso social incluye, y en realidad subsume, el aprendizaje de capacidades avanzadas. (Lave y Wenger, 1991, p. 29).

Por ello, la presente investigación está relacionada con el aprendizaje del profesor. Así mismo, la caracterización de la problemática (problemática) es el aprendizaje del profesor del conocimiento necesario para enseñar, la forma en que se conceptúa tanto el conocimiento, el proceso de generación, los mecanismos que se conjeturan y organizan dicho proceso y las variables que influyen. Considerando esta problemática, el contexto general es el aprendizaje, los referentes previos de los aprendices, mecanismos que intervienen en la generación de nuevo conocimiento, diseño de entornos de aprendizaje específicos para facilitar un determinado aprendizaje. Por ello, ¿Cómo se concibe “aprender a enseñar”? Se concibe como un proceso activo en el que el individuo construye su conocimiento tomando como referencia su conocimiento previo y el contexto en el que está, siendo este supuesto el que ayuda a definir algunas interrogantes de investigación específicas planteadas, los mecanismos de cambio, fases en el desarrollo, procesos característicos del aprendizaje.

Todo lo anterior hace que la construcción del conocimiento suponga del estudiante para profesor de matemática desarrolle una postura activa e integradora al dedicarse a la elaboración y comprensión de significados con los demás por medio de la interpretación de vídeos para la construcción, la utilización y la mejora progresiva de artefactos de representación al participar en entornos de aprendizaje que se centran en el análisis de la enseñanza de la matemática.

3. CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS

Está enmarcada dentro de la investigación cualitativa, considerando el método de análisis de contenido, bajo un posicionamiento epistemológico interpretativo a través del análisis de Vídeos como herramienta de aprendizaje a través del entorno del Campus Virtual de la Universidad de Alicante – España.

El entorno virtual de aprendizaje llamado Competencia Matemática y su Enseñanza está estructurado en tres partes (ver Figura 1). La primera corresponde al vídeo que puede ser visualizado; la segunda (interactiva) hace referencia al título de la sesión con los siguientes elementos: Guía de sesión, Materiales: pueden ser descargados a un ordenador, Debates (aparece un listado de los debates en los que pueden participar), Controles (permite la entrega de los informe-síntesis).

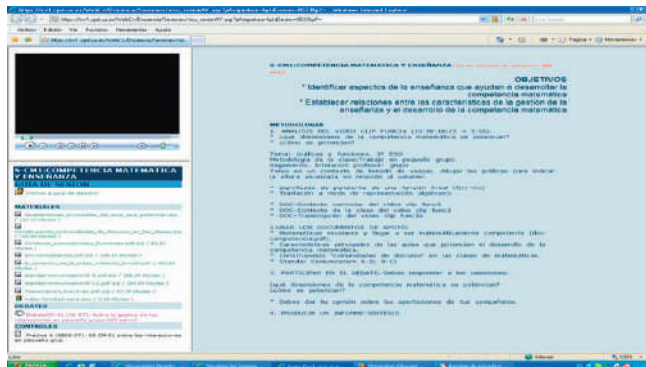


Figura 1. Entorno virtual de aprendizaje llamado Competencia Matemática y su Enseñanza.

La tercera, textual, aparecen los objetivos de la sesión y la metodología. En esta última se presenta una serie de documentos conceptuales que pueden ser descargados al ordenador. Está formada por:

1. Análisis del video-clip
2. Usar los documentos de apoyo
3. Participar en el debate
4. Producir un informe-síntesis

En conjunto, los tres elementos que están unidos e interrelacionados en este entorno de aprendizaje son: video, interacción y texto (Véase Figura 2).

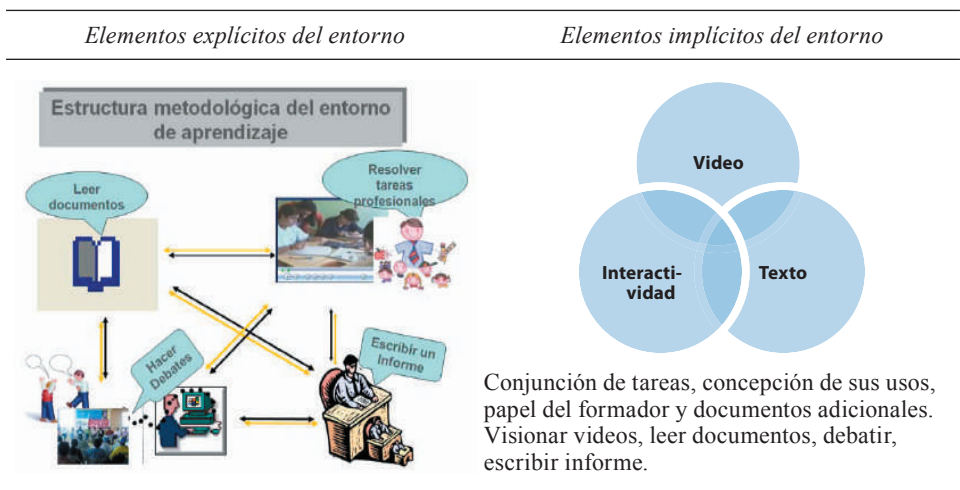


Figura 2. Conjunción de elementos en un entorno de aprendizaje. Fuente: autor.

Participaron en esta investigación 23 estudiantes (9 alumnas y 14 alumnos) del 5to año de la Licenciatura en Matemáticas (estudiantes para profesor de matemáticas) de la Universidad de Alicante. Estos estudiantes estaban matriculados en la asignatura Didáctica de la Matemática en la Educación Secundaria, y participaron en las actividades o tareas que fueron elaboradas en grupo son: visionar videos, leer documentos y debatir.

Los vídeos poseían las siguientes características, tal como se evidencia en la tabla I.

TABLA I
Características de los Vídeos para la construcción del conocimiento para la enseñanza de la Matemática

<i>Nombre del video</i>	<i>Objetivo de la profesora del video</i>	<i>Tiempo del video</i>	<i>El video está centrado en la gestión de las interacciones en</i>	<i>Objetivo del debate</i>	<i>Los estudiantes para profesor debían responder las siguientes preguntas</i>
<i>Debate CM-E1 (06-07)</i>	Sus alumnos doten de sentido a la idea de pendiente de una función lineal	minuto 10:30 al minuto 16:25 (duración del segmento: 5:55 minutos)	pequeño grupo	analizar el video-clip func3-a	– ¿Qué dimensiones de la competencia matemática se potencian?, ¿cómo se potencian (tipos de tareas, características de la comunicación, ...)?
<i>Debate CM-E2 (06-07)</i>		del minuto 25 al 34:10 (duración del segmento: 9:10 minutos)	gran grupo	analizar el video-clip func3-b	– Debes dar tú opinión sobre las aportaciones de tus compañeros

Para el análisis de las participaciones en los debates sobre las dos interrogantes planteadas sobre cada video utilizado, se implementó la inducción analítica conservando su naturaleza textual y la elaboración de categorías consideradas en función de su contenido e interpretación (Coffey; Atkinson, 2003). El procedimiento de análisis se desarrolló considerando aspectos cuantitativos y cualitativos. Los primeros, hacen referencia al número de aportaciones y distribución temporal de las participaciones. En los segundos,

se toma en cuenta dos perspectivas: forma de participar (tipos de interacción) y calidad del discurso (niveles de construcción de conocimiento) de los estudiantes para profesor de matemática.

En primer lugar, se identificaron “cadenas conversacionales” y temas sobre los que interaccionaban los estudiantes. Una cadena conversacional, es una secuencia de mensajes y participaciones interactivos y se identifica cuando los estudiantes para profesor generan una serie de interacciones en relación al mismo tópico (Hara; Bonk; Angeli, 2000; Penalva; Rey; Llinares, 2013).

En relación a las formas de participar, cada participación se categorizó utilizando un sistema de 6 categorías:

- Aporta información (AI). Son aportaciones que responden a las cuestiones planteadas, pero sin hacer referencia a ninguna aportación previa.
- Clarifica (CI). Participación que sirve para ampliar y/o refinar algún aspecto de alguna aportación anterior, propia o de otro participante, mediante el uso de nueva información, describiendo experiencias propias.
- Concuerda (C). Son aportaciones que manifiestan conformidad o apoyo hacia alguna de las intervenciones dadas anteriormente.
- Concuerda y amplía (C+A). Son participaciones que concuerda y amplía aspectos mencionados en otras aportaciones. Argumenta y genera hipótesis.
- Discrepa (D). Son aportaciones que manifiestan desacuerdo con ideas, disconformidad hacia parte del contenido de otra participación anterior.
- Discrepa y amplía (D+A). Son participaciones que manifiestan disconformidad y argumenta su discrepancia.

Para determinar los niveles de construcción de conocimiento (cognición), se caracterizó la calidad del discurso desarrollado y se utilizaron las siguientes categorías:

- Descriptivo-Narrativo (N1). Lo narrativo, supone la simple relación de acciones o eventos relacionados con acciones. El participante, de manera natural, sin utilizar aquellas ideas de la teoría que son necesarias y relevantes para analizar la situación, presenta rasgos, cualidades características asociadas a la situación que promueve la construcción de conocimiento. Sólo describen las partes diferentes de la enseñanza mostradas en el vídeo, pero sin hacer uso explícito de las ideas teóricas proporcionadas durante el curso.
- Retórico (N2). En la intervención se evidencia el uso de ideas teóricas de los documentos de apoyo (herramientas conceptuales) para construir un discurso, sin establecer relaciones entre estas ideas o de ellas con la situación. Falta cohesión en el discurso. Hacen referencia retórica a las ideas teóricas sin unirlos con los aspectos específicos del proceso de enseñanza identificado en los vídeos.

- Identificación e inicio de un uso instrumental de la información (N3). El participante identifica uno o varios aspectos relevantes de la situación y los interpreta utilizando ideas teóricas y los relacionan o no entre ellos. Identifican los aspectos específicos de la enseñanza y los relacionan con ciertos puntos teóricos para llegar a una interpretación; sin embargo, estas contribuciones no revelan una capacidad clara de establecer relaciones entre varios aspectos del proceso de enseñanza – evidencias empíricas - y las diferentes ideas teóricas expresadas en la documentación que tienen disponible.
- Teorizar – conceptualizar. Integración relacional (N4). Son intervenciones donde la información teórica se transforma en herramienta conceptual. Las herramientas conceptuales se identifican y se usan integrándolas para dar una respuesta a la tarea. Las contribuciones de los estudiantes para profesor de matemática forman o conceptúan opiniones mediante un proceso teórico de razonamiento (conceptuación). La característica relevante de este nivel es el empleo o uso integrado de la información teórica proporcionada para la identificación de ciertos aspectos relevantes de la enseñanza de la matemática.

4. RESULTADOS

4.1. *Forma de Participación en los debates luego de visualizar el vídeo*

El número de aportaciones que realizaron los estudiantes para profesor de matemática en el Debate D1: CM-E1: Sobre la gestión de las interacciones en pequeño grupo, fue de 88. En los primeros siete días no hubo aportaciones al debate, estas comenzaron a partir del octavo día. El 91 % (80) de las contribuciones se realizaron en los tres últimos días el período establecido en el debate en línea 1, mientras que el resto (9 %) se repartió entre los días 8 y 13 (Tabla II).

TABLA II
Número de aportaciones por cada día de Debate D1 CM-E1
sobre la gestión de las interacciones en pequeño grupo

Días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	13	14	15	16	Total
Nº de aportaciones	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	3	13	33	34	88

Fuente: autor.

En el debate 2: CM-E2 sobre la gestión de las interacciones en gran grupo, hubo 89. En los primeros cinco días no hubo participaciones, estas comenzaron a

partir del sexto día. El 71 % (63) de las aportaciones se realizaron en los días doce (26 %), trece (21%) y catorce (24 %), mientras que el resto (29 %) se realizaron los días ocho, diez y once con 6 % (5) cada uno, y los días sexto y decimoquinto con 4 % (4) cada uno. Los días siete y nueve, fue de 1 % (1) y 2 % (2) de participaciones, respectivamente (Tabla III).

TABLA III
Número de aportaciones por cada día de Debate D2 CM-E2
sobre la gestión de las interacciones en gran grupo

Días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total
Nº de aportaciones	0	0	0	0	0	4	1	5	2	5	5	23	19	21	4	89

Fuente: autor.

La tabla IV muestra las formas de participación entre los veintitrés estudiantes para profesor de matemática en los dos Debates. En el debate D1 sobre la gestión de las interacciones en pequeño grupo, 19 participaciones (21 % del total) no hicieron referencia a otra contribución realizada por sus compañeros. Lo que indica que más de las tres cuartas partes (79%) de todas las contribuciones a la discusión hicieron referencia explícita a alguna aportación hecha por otro estudiante. Este resultado es un indicador del esfuerzo realizado por los estudiantes durante la discusión en línea para llegar a una comprensión recíproca de los aspectos de la enseñanza que promuevan el desarrollo de la competencia matemática.

TABLA IV
Forma de participar en los Debates en línea D1 y D2

<i>Categorías</i>	<i>D1</i>		<i>D2</i>	
	f	% ^a	f	% ^a
<i>AI: Aporta información</i>	19	21	15	16
<i>Cl: Clarifica</i>	18	20	23	25
<i>C: Concuerda</i>	2	2	3	3
<i>C+A: Concuerda y Amplia</i>	32	35	16	17
<i>D: Discrepa</i>	0	0	1	1
<i>D+A: Discrepa y amplia</i>	20	22	35	38
<i>Otros</i>	0	0	0	0
<i>Total de unidades de significado</i>	91	100	93	100

Nota: D1: Debate de discusión en línea 1; D2: Debate de discusión en línea 2. ^a Los porcentajes se han redondeado a un número entero. Fuente: autor.

El hecho de que el 59 % de las participaciones se correspondan a las categorías “Concuerda”, “Concuerda y Amplia”, “Discrepa” y “Discrepa y Amplia”, indican el grado de implicación cognitiva con cada una de las contribuciones que realizaron los demás estudiantes en el debate. Esto parece indicar que los estudiantes además de expresar sus propias ideas y opiniones intentaban contraponerlas o complementarlas con las de sus compañeros animando algunas veces a la yuxtaposición de diferentes puntos de vista. De las 54 aportaciones que reflejan interacción con otros estudiantes, el 63 % fueron “Concuerda” (34) y 37 % del tipo “Discrepa” (20). Es decir, más de la mitad de las aportaciones en este debate (54 de 91), muestran que los estudiantes contrastaron sus propias ideas con las de los demás y fueron capaces de ilustrar las diferencias o coincidencias ampliando sus argumentos.

En el debate D2 sobre la gestión de las interacciones en gran grupo, 15 participaciones (16 % del total) no hicieron referencia a cualquier otra contribución realizada por sus compañeros. Este hecho muestra que más de las cuatro quintas partes de todas las aportaciones a la discusión hicieron referencia explícita a alguna aportación hecha por otro estudiante. El hecho de que la mayoría de las contribuciones de los estudiantes establecen relación con las aportaciones de otros estudiantes también evidencia el esfuerzo realizado por los estudiantes durante la discusión en línea para llegar a una comprensión recíproca de los aspectos de la enseñanza que promuevan el desarrollo de la competencia matemática. El hecho de que también en este debate el 59 % de las aportaciones que hicieron los estudiantes se relacionan a las categorías “Concuerda”, “Concuerda y Amplia”, “Discrepa” y “Discrepa y Amplia”, muestran el grado de implicación cognitiva con cada una de las aportaciones que realizaron los demás estudiantes en el debate. De las 55 contribuciones que reflejan la interacción con otros estudiantes, el 35% fue de la forma de participación “Concuerda” (19) y 65 % del tipo “Discrepa” (36). Es decir, más de la mitad de las contribuciones en este debate (55 de 93), evidencian que los estudiantes compararon sus propias ideas con las de sus compañeros y fueron capaces de ilustrar las diferencias o coincidencias ampliando sus argumentos. La existencia de un gran número de contribuciones de este tipo muestra que los estudiantes interactuaron juntos en la realización de las tareas profesionales establecidas en el debate sobre la gestión de las interacciones en gran grupo.

Considerando los resultados anteriores en conjunto, los hallazgos sugieren que cuanto mayor es el número de participaciones correspondiente a las categorías relativas al reconocimiento de tener en cuenta lo que ha dicho el otro mayor es la indicación de que los estudiantes para profesor de matemática estaban tratando, durante el debate en línea, de comprender a los demás puntos de vista y de concordar o discrepar conclusiones diferentes. Los aportes en esta dimensión pueden ser interpretados en el sentido de que indican intentos de negociación de significados, y de conseguir la comprensión recíproca de otros puntos de vista relacionados con la enseñanza de la matemática.

4.2. Cadenas conversacionales: negociando significados

En el debate 1 sobre la gestión de las interacciones en pequeño grupo pudimos identificar 8 cadenas conversacionales (Tabla V). Los contenidos de las cadenas conversacionales fueron: C1: Dimensiones de la competencia matemática; C2: Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática; C3: Influencia de la tarea en la competencia matemática; C4: Algunas características que potencian la competencia matemática; C5: Desafíos de un profesor de matemática en secundaria; C6: Sara, ¿matemáticamente competente?; C7: La metodología de Sara; C8: El contenido del ejercicio.

Cada estudiante para profesor de matemática contribuyó en más de una cadena conversacional y lo hizo más de una vez en el debate D1 sobre la gestión de las interacciones en pequeño grupo. La participación en el debate D1 se focalizó en ciertas cadenas conversacionales, lo que parece indicar que los estudiantes para profesor identificaron tópicos o temas que son de su interés. En el debate D1, 70 aportaciones (77 %) se realizaron solo en cuatro cadenas: C2 (19), C4 (12), C5 (13) y C6 (26). Estas cadenas conversacionales trataban los tópicos: C2: Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática; C4: Algunas características que potencian la competencia matemática; C5: Desafíos de un profesor de matemática en secundaria; C6: Sara, ¿matemáticamente competente?) en las que se desarrollaron la mayoría de aportaciones (70 de 91).

Mientras que en el debate D2 (Ver Tabla VI), 73 contribuciones (casi el 80 %) se realizaron en cuatro cadenas conversacionales: C1 (43), C3 (14), C5 (8) y C7 (8); cuyos tópicos eran C1: Objetivos de la clase; C3: El papel del profesor; C5: Aspectos del rol del profesor; C7: Contexto curricular del video.

La Tabla V, muestra la forma de participar en cada cadena conversacional en el Debate 1 sobre la gestión de las interacciones en pequeño grupo, evidenció un número desigual de aportaciones y de participantes en cada cadena conversacional. En estas cadenas, básicamente los estudiantes para profesor compartieron con sus compañeros sus opiniones de acuerdo o desacuerdo, tal y como se presenta en la C2 (14 de 19), C4 (7 de 12), C5 (6 de 13) y C6 (18 de 26).

De igual manera, la forma de interacción en la que los estudiantes para profesor manifiestan que concuerdan o discrepan de otras opiniones, o amplían sus argumentos de acuerdo o desacuerdo (54 de 91) sugiere que los participantes en el debate D1 sobre la gestión de las interacciones en pequeño grupo generaron como temas de interés aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática; algunas características que potencian la competencia matemática; desafíos de un profesor de matemática en secundaria; Sara, ¿matemáticamente competente? alrededor de los cuales ocurrió la negociación de significados.

Finalmente, en la cadena C2 (4) y cadena C6 (6) sobre Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática y Sara, ¿matemáticamente competente? se aprecia una fuerte presencia de la dimensión “Clarifica”, lo cual hace suponer la necesidad que sentían los participantes en ampliar y/o refinar algún aspecto de alguna aportación anterior, propia o de otro participante, mediante el uso de nueva información, describiendo experiencias propias o para presentar información relevante en relación a la comunicación como la dimensión de la competencia matemática que más se potencia y el ambiente de la clase, la motivación e interés como focos de interés de las cadenas conversacionales mencionadas.

TABLA V

Forma de participar por cada cadena conversacional en el debate de discusión en línea D1

<i>Cadena conversacional</i>	<i>AI</i>	<i>CI</i>	<i>C</i>	<i>C+A</i>	<i>D</i>	<i>D+A</i>	<i>Total</i>
<i>C1</i>	2	1	0	1	0	1	5
<i>C2</i>	1	4	0	11	0	3	19
<i>C3</i>	1	0	0	1	0	0	2
<i>C4</i>	3	2	0	4	0	3	12
<i>C5</i>	4	3	1	2	0	3	13
<i>C6</i>	2	6	0	8	0	10	26
<i>C7</i>	1	1	1	3	0	0	6
<i>C8</i>	1	1	0	2	0	0	4
<i>Otros</i>	4	0	0	0	0	0	4
<i>Total</i>	19	18	2	32	0	20	91

Nota: C1: Dimensiones de la competencia matemática; C2: Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática; C3: Influencia de la tarea en la competencia matemática; C4: Algunas características que potencian la competencia matemática; C5: Desafíos de un profesor de matemática en secundaria; C6: Sara, ¿matemáticamente competente?; C7: La metodología de Sara; C8: El contenido del ejercicio. Fuente: autor.

La tabla VI muestra la forma de interacción por cada cadena conversacional en el debate D2 sobre la gestión de las interacciones en gran grupo. En este debate identificamos cuatro cadenas principales (C1: Objetivos de la clase; C3: El papel del profesor; C5: Aspectos del rol del profesor; C7: Contexto curricular del video) en las que se generaron la mayoría de contribuciones (73 de 93) y en las que básicamente los estudiantes para profesor compartieron con sus compañeros

sus opiniones de ampliar o refinar alguna aportación anterior o de acuerdo o desacuerdo. El que los estudiantes para profesor se centraran en estos tópicos parece indicar que sentían la necesidad de ampliar o refinar alguna participación anterior, argumentar sus comentarios y opiniones bien sea a favor o en desacuerdo con ideas de otras participaciones hechas por sus compañeros del debate virtual.

Así mismo, la forma de interacción en la que los estudiantes para profesor manifiestan sus acuerdos o desacuerdos o ampliación de sus argumentos de acuerdo o desacuerdo (55 de 93) sugiere que en las interacciones virtuales en el debate D2 sobre la gestión de las interacciones en gran grupo, se desarrollaron como tópicos de interés los objetivos de la clase; el papel del profesor; aspectos del rol del profesor; contexto curricular del video) alrededor de los cuales ocurrió la negociación de significados.

Finalmente, en relación al tópico “los objetivos de la clase” (C1) se aprecia una fuerte presencia de la dimensión “Clarifica” (8) lo cual hace suponer la necesidad que sentían los participantes en ampliar y/o refinar algún aspecto de alguna aportación anterior, propia o de otro participante.

TABLA VI

Forma de participar por cada cadena conversacional en el debate de discusión en línea D2

<i>Cadena conversacional</i>	<i>AI</i>	<i>CI</i>	<i>C</i>	<i>C+A</i>	<i>D</i>	<i>D+A</i>	<i>Total</i>
<i>C1</i>	4	8	2	11	0	18	43
<i>C2</i>	3	0	0	1	0	2	6
<i>C3</i>	2	3	0	2	1	6	14
<i>C4</i>	1	1	1	1	0	0	4
<i>C5</i>	0	4	0	0	0	4	8
<i>C6</i>	0	2	0	0	0	2	4
<i>C7</i>	1	3	0	1	0	3	8
<i>Otros</i>	4	2	0	0	0	0	6
<i>Total</i>	15	23	3	16	1	35	93

Nota: C1: Objetivos de la clase; C2: Dimensiones de la competencia matemática; C3: El papel del profesor; C4: Competencia matemática; C5: Aspectos del rol del profesor; C6: La equidad; C7: Contexto curricular del video. Fuente: autor.

La fuerte presencia de las dimensiones relacionadas con la forma de interactuar (C, C+A, D, D+A) en los dos debates hace suponer la necesidad de los estudiantes para profesor de matemática de compartir sus opiniones y

expresar sus propios puntos de vista relacionados con tópicos como: Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática; algunas características que potencian la competencia matemática; desafíos de un profesor de matemática en secundaria; Sara, ¿matemáticamente competente?; Objetivos de la clase; El papel del profesor; Aspectos del rol del profesor; Contexto curricular del video; en los que negociaban significados relacionados con el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática y la enseñanza de la matemática.

4.3. Niveles de construcción de conocimiento

La manera como los estudiantes para profesor utilizaron las herramientas conceptuales (herramientas teóricas) para interpretar y analizar la enseñanza de la matemática fue diferente (Ver Tabla VII). En el debate sobre la gestión de las interacciones en pequeño grupo (D1), un poco más de las tres cuartas partes (76 %) de las aportaciones muestra indicios de que los estudiantes comenzaron a interpretar la enseñanza de la matemática mediante el uso de las ideas teóricas. Es decir, en los niveles N3 y N4.

En relación con el debate sobre la gestión de las interacciones en gran grupo (D2), 61 % de las participaciones se ubicaron en los niveles de uso instrumental de la información (N3) y teorizar (N4); mientras que un 39 % de las contribuciones se corresponden a los niveles narrativo-descriptivo (N1) y retórico (N2). Esto parece indicar que el uso de las herramientas teóricas para analizar e interpretar la enseñanza de la matemática no es fácil.

TABLA VII
Dimensión *Epistémica*, niveles de construcción de conocimiento
en los Debates en línea D1 y D2

<i>Categorías</i>	<i>D1</i>		<i>D2</i>	
	<i>f</i>	<i>%^a</i>	<i>f</i>	<i>%^a</i>
<i>N1: Narrativo-Descriptivo</i>	11	13	32	36
<i>N2: Retórico</i>	10	11	3	3
<i>N3: Uso instrumental de la información</i>	57	65	50	56
<i>N4: Teorizar conceptualizar</i>	10	11	4	5
<i>Otros</i>	0	0	0	0
<i>Total</i>	88	100	89	100

Nota: D1: Debate 1 sobre la gestión de las interacciones en pequeño grupo; D2: Debate 2 sobre la gestión de las interacciones en gran grupo. ^a Los porcentajes se han redondeado a un número entero. Fuente: autor.

Finalmente, los resultados anteriores pueden interpretarse como un indicio de que la implicación cognitiva con los demás ayuda a los estudiantes a generar argumentos en un mayor nivel cognitivo. Los datos parecen mostrar que el contexto mediado por los debates de discusión en línea alienta a los estudiantes para mejorar el discurso generado con el fin de llegar a una comprensión compartida de la enseñanza de la matemática relacionada con la competencia matemática.

5. CONCLUSIONES

El objetivo de esta investigación era estudiar de qué manera la integración de registros de la práctica (videos) con ambientes que favorezcan la interacción durante el análisis de esos registros de la práctica apoya la construcción de conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas. En particular, esta investigación aporta información en relación a cómo la participación en debates en línea en entornos de aprendizaje b-learning apoya el desarrollo de una comprensión compartida entre los estudiantes para profesor de la enseñanza de las matemáticas. El foco específico en estos entornos de aprendizaje era cómo los estudiantes para profesor empezaban a identificar el papel de mediador en el aprendizaje matemático que desempeña las características específicas del problema planteado por el profesor y el papel del discurso generado en el aula. En este sentido, los resultados de esta investigación aportan dos ideas relativas al (i) papel de las diferentes formas de participar en un debate en relación a la negociación de los significados, y (ii) los niveles de construcción de conocimiento que se generan durante procesos de interacción virtual. Por ello, en esta investigación se evidenció cómo los estudiantes focalizaron la atención en temas sobre los cuales giraba las participaciones y discusiones a la vez que relacionaron o vincularon evidencias particulares del video con ideas teóricas. Lo cual demuestra que hay intereses comunes y por tanto modos de interacción como concuerda y amplía o discrepa y amplía que se convierten en mecanismos generadores de formas discursivas que son utilizadas por los estudiantes para profesor de matemática (instrumentalización o teóricas), (campo conceptual y teórico, en las que deben construir argumentos para lograr convencer a los demás participantes. Esta investigación de alguna manera afirma que la construcción del conocimiento argumentativo se produce en las interacciones desarrolladas en entornos virtuales a la vez que contribuyen con la negociación de significados y la construcción del conocimiento sobre el tema de discusión que es el desarrollo de la competencia matemática en la enseñanza de la matemática.

Finalmente, los resultados obtenidos en la presente investigación contribuyen a la agenda de investigación sobre el aprendizaje del profesor de matemática. En particular, sobre qué y cómo aprenden los estudiantes para profesor de matemática a dotar de sentido y usar los instrumentos conceptuales en situaciones de enseñanza de la matemática en entornos virtuales de aprendizaje. Las evidencias obtenidas en la presente investigación sugieren que la presencia de “formas de interacción”, en las participaciones de los estudiantes, indica un esfuerzo por la negociación de significados a la vez que hay una evolución en el uso progresivo de los instrumentos conceptuales para interpretar la enseñanza de la matemática.

RECONOCIMIENTO

Este trabajo ha sido apoyado por el Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico, Tecnológico y de las Artes (CDCHTA), de la Universidad de Los Andes Venezuela, bajo el proyecto de investigación identificado con el código NUTA-H-366-13-04-B, organismo al que le agradecemos su apoyo financiero e institucional.

AGRADECIMIENTO

Quiero agradecer a los revisores del presente artículo por las sugerencias dadas, lo cual contribuyo a una mejora del mismo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsawie, O. y Alghazo, I. (2010). The effect of video-based approach on prospective teachers' ability to analyze mathematics teaching. *Journal of mathematics Teacher Education*, 13 (3), 223-241.
- Arce, M. Conejo, L. y Muñoz, J. (2019). *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Editorial Síntesis S. A.
- Borba, M.C., y Llinares, S. (2012). Online mathematics teacher education: overview on an emergent field of research. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education*, 44(6), doi 10.1007/s11858-012-0457-3.

- Borko, H., Jacobs J., Eiteljorg, E. y Pittman, M. (2008). Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education*, 24 (2), 417-436
- Borko, H., Koellner, K., Jacobs, J. y Seago, N. (2011). Using video representations of teaching in practice-based professional development programs. *ZDM (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik)*, 43 (1), 175-187.
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R., y Garza, A. (2008). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.
- Castro, E. (Ed.). (2001). *Didáctica de la matemática en la educación primaria*. Madrid: Síntesis Educación.
- Chamorro, C. (2006). Herramientas de análisis en didáctica de las matemáticas. En M.C. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 69-94). Madrid: PEARSON Prentice Hall.
- Coffey, A. y Atkinson, P. (2003). *Encontrar el sentido a los datos cualitativos. Estrategias complementarias de investigación*. Colombia: Editorial Universidad de Antioquia.
- Coles, A. (2012). Using video for professional development: the role of the discussion facilitator. *Journal of mathematics Teacher Education*, 16(3), 165-184.
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Goos, M., y Benninson, A. (2008). Developing a communal identity as beginning teachers of mathematics: emergence of an online community of practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11 (1), 41-60.
- Goos, M. y Geiger, V. (2012). Connecting social perspectives on mathematics teacher education in online environments. *ZDM Mathematics Education*, 44 (6), 705-715.
- Hara, N., Bonk, C.J. y Angeli, C. (2000). Content análisis of online discusión in an applied educational psychology course. *Instructional Science*, 28, 115-152.
- Hiebert, J., Morris, A., Berk, D. y Jansen, A. (2007). Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, 58 (1), 47-61.
- Kang, H., & van Es, E. A. (2019). Articulating design principles for productive use of video in preservice education. *Journal of Teacher Education* 70(3), 237-250.
- Kersting, N., Givvin, K., Sotelo, F. y Stigler, J. (2010). Teacher's analyses of classroom video predict student learning of a novel measure of teacher knowledge. *Journal of Teacher Education*, 61 (1-2), 172-181.
- Krainer, K. y Llinares, S. (2010). Mathematics teacher education. En Peterson P, Baker E, McGaw B (Eds.) *International Encyclopedia of Education*, vol 7. Elsevier, Oxford, UK, pp 702-705.
- Lave, J., y Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lerman, S. (2010). Theories of mathematics education: Is plurality a problem? En B. Sriraman y L. English (Eds.), *Theories of mathematics education seeing new frontiers* (pp. 123-146). Heidelberg: Springer.
- Llinares, S. (1998). La investigación "sobre" el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula*, 10, pp153-179
- Llinares, S. (abril 24-25, 2008). *Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de la comunicación*. Conferencia invitada en: III Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas. Bogotá, Colombia.
- Llinares, S. (2009). Learning to "notice" the mathematics teaching. Adopting a socio-cultural perspective on student teachers' learning. En A. Gómez (Ed.), *EME2008 Elementary Mathematics Education* (pp. 31-44). Portugal: Barbosa y Xavier, Lda.

- Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 2, 53 – 70.
- Llinares, S., y Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teachers educators as learners. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 429–459). Rotterdam/Taipe: Sense Publishers.
- Llinares, S. y Sánchez, V. (1988). *Fracciones. La relación parte-todo*. España: Editorial Síntesis.
- Llinares, S. y Sánchez, V. (1998). Aprender a enseñar matemáticas: los videos como instrumento metodológico en la formación inicial de profesores. *Revista de Enseñanza Universitaria*, 13, 29-44.
- Llinares, S. y Valls, J. (2010). Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussions in a virtual video-based environment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13 (2), 177-196.
- Males, L. (2017). Using video of peer teaching to examine grades 6-12 preservice teachers' noticing. En E. O. Schack; M. H. Fisher y J. A. Wilhelm, J. (Eds.), *Teacher noticing: bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 91-109). New York, NY: Springer.
- Monaghan, J. Trouche, L. y Borwein, J. M. (2016). *Tools and mathematics: Instruments for learning*. Cham: Springer International Publishing.
- Penalva, C. y Llinares, S. (2011). Las tareas matemáticas en la educación secundaria. En J. M. Goñi (Ed.), *Didáctica de las matemáticas* (pp. 27-51). Barcelona: Editorial Graó.
- Penalva, C., Rey, C. y Llinares, S. (2011). Identidad y aprendizaje de estudiantes de psicopedagogía. Análisis en un contexto b-learning en didáctica de la matemática. *Revista Española de Pedagogía*, LXIX (248), 101-118.
- Penalva, C., Rey, C. y Llinares, S. (2013). Aprendiendo a interpretar el aprendizaje de las matemáticas en educación primaria. Características en un contexto B-Learning. *Educación Matemática*, 25 (1), 7-34.
- Peressini, D., Borko, H., Romagnano, L., Knuth, E. y Willis, C. (2004). A conceptual framework for learning to teach secondary mathematics: A situative perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 56, 67-96.
- Rico, L. y Moreno, A. (Eds.) (2016). *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria*. Madrid: Pirámide.
- Roller, S. A. (2016). What they notice in video: A study of prospective secondary mathematics teachers learning to teach. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(5), 477–498.
- Santagata, R. y Guarino, J. (2011). Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM*, 43 (1), 133-145.
- Sherin, M. G. (2001). Developing a professional vision of classroom events. En T., Wood; B., Nelson y J., Warfield (Eds.), *Beyond Classical Pedagogy: Teaching Elementary School Mathematics* (pp. 75-93). Hillsdale, NJ: Erlbaum.Wei.
- Van Es, E. A. Miray Tekkumru-Kisa, M. y Seago, N. (2020). Leveraging the power of video for Teacher learnings. En S. Llinares y O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2* (pp. 23-54). Leiden: Brill Sense.
- Verillon, P., y Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1), 77–101.

Autor

Oscar Guerrero. Universidad Arturo Prat (UNAP). Iquique - Chile. oguerrero@gmail.com