Estudios de Filosofía
ISSN: 0121-3628
Instituto de Filosofía, Universidad de Antioquia.

Zarrazola**, Edwin; Chica Pérez***, Víctor Hugo; Echeverri****, Luis F.
Objetos matemáticos sensibles y objetos Matemáticos inteligibles
Estudios de Filosofía, núm. 55, 2017, Enero-Junio, pp. 187-205
Instituto de Filosofía, Universidad de Antioquia.

DOI: https://doi.org/10.17533/udea.ef.n55a11

Objetos matemáticos sensibles y objetos Matemáticos inteligibles*

Sensitive mathematical objects and intelligible mathematical objects

Por: Víctor Hugo Chica Pérez
Instituto de Filosofía
Universidad de Antioquia
Medellín Colombia
E–mail: vchica1@gmail.com

Por: Luis F. Echeverri
Instituto de Matemáticas
Universidad de Antioquia
Medellín, Colombia
E–mail: lfecheve@mat.ucm.es

Por: Edwin Zarrazola
Instituto de Matemáticas
Universidad de Antioquia
Medellín, Colombia
E–mail: edwin.zarrazola@udea.edu.co

Fecha de recepción: 20 de julio de 2016
Fecha de aprobación: 11 de septiembre de 2016
Doi: 10.17533/udea.ef.n55a11

Resumen. *En este artículo analizamos la noción de objeto matemático que tenían en la antigüedad clásica griega Platón y Aristóteles. En particular tratamos de probar que es erróneo interpretar la doble connotación que dicha noción exhibe en el pensamiento de Platón como expresión de una escisión ontológica que define dos tipos distintos de 'objetos matemáticos': los sensibles y los inteligibles. En el artículo defendemos que tal escisión es solo aparente puesto que en realidad lo que Platón introduce es una distinción entre dos maneras distintas de relacionarse con los objetos matemáticos: la de los Filósofos y la de los no Filósofos. Mostramos además que nuestra interpretación permite aclarar las ambigüedades en torno al concepto μονάς, y disolver la tensión entre la existencia de dos disciplinas aparentemente distintas dedicadas al estudio de los objetos matemáticos discretos, la λογιστική y la ἀριθμητική.*

Palabras clave: *Objetos matemáticos, antigüedad griega, aritmética, logística*

Abstract. *In this paper we study the concept of mathematical object as it was understood by ancient mathematical thought, particularly by Plato and Aristotle. We are going to prove that it is not right to interpret the duality of this concept in Plato's works as consequence of an ontological division between two kinds of mathematical objects, i.e. the sensitive and the intelligible ones. We want to prove that such a division is not a real one because, as a matter of fact, Plato is proposing a differentiation between two possible ways to be related with mathematical objects: the way of the philosophers and the way of the non–philosophers. Moreover, we show that our interpretation is able to clarify the ambiguity around the concept of μονάς and therefore eliminate the false distinction between the two subject matters devoted to the study of discrete mathematical objects: the λογιστική and the ἀριθμητική.*

Keywords: *Mathematical objects, Greek antiquity, arithmetic, logistics*

* El artículo hace parte de los productos de investigación del grupo interdisciplinario EMAC: Grupo de Enseñanza de Matemáticas y Computación, perteneciente a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Antioquia.

Cómo citar este artículo:

MLA: Chica, Víctor., Luis F. Echeverri., y Edwin Zarrazola. "Objetos matemáticos sensibles y objetos matemáticos inteligibles". *Estudios de Filosofía,*55 (2017): 187-205.

APA: Chica, V., Echeverri, L.F., Zarrazola, E. (2017).Objetos matemáticos sensibles y objetos matemáticos inteligibles. Estudios de Filosofía, 55, 187-205.

Chicago: Chica, Víctor., Echeverri, Luis F. y Zarrazola, Edwin. "Objetos matemáticos sensibles y objetos matemáticos inteligibles". *Estudios de Filosofía* n.° 55 (2017): pp–pp.ra materialista de la *antropología en sentido pragmático* de Kant." *Estudios de Filosofía* n.° 55 (2017): 187-205.

1. Introducción

Para el pensamiento matemático griego existían dos clases de objetos fundamentales, a saber: las cantidades discretas (dos, tres, etc) llamadas ἀριθμοί, y las magnitudes continuas (líneas, áreas, sólidos) llamadas μέγεθος. Tales objetos para ser objetos del conocimiento (ἐπιστήμη), solo podían ser concebidos como objetos del pensamiento (διάνοια),[1] no como objetos de los sentidos (αἰσθητά). Correspondientes a estas dos clases de objetos, se distinguían dos ramas de las matemáticas: la άριθμετική o ciencia de la cantidad discreta y la γεωμετρική o ciencia de la magnitud continua.

Las palabras μαθήματα y μαθηματικός no llegaron a significar lo que nosotros llamamos matemáticas y lo matemático, hasta tiempos de Aristóteles. Con Platón μάθημα es menos general, significando cualquier materia de instrucción o estudio (*Cf*. Heath, 1965, Vol 1: 10). Arquitas de Tarento, un matemático pitagórico contemporáneo y amigo de Platón, ofrece una clasificación de las matemáticas de su época que es, con mucha probabilidad, la que conoció Platón; son las cuatro materias del *cuadrivium* pitagórico: geometría, aritmética, astronomía y música (o armonía) (Heath, 1965, Vol 1: 11). Platón fue un heredero de esta cultura matemática, la cual asumió de manera tal que, aun cuando no hizo de él un matemático técnico con la capacidad de alcanzar grandes descubrimientos propios, sí lo colocó en la posición de un hombre que estaba al tanto de los resultados matemáticos más importantes de su época y logró ejercer gran influencia sobre grandes matemáticos como Teeteto y Eudoxo, influencia que se manifestó en la forma de una inteligente crítica del método.

En este artículo abordaremos una distinción planteada por Platón entre objetos matemáticos propios de la vida cotidiana (agricultura, comercio, etc.) y objetos matemáticos propios de la ciencia (geometría, aritmética, astronomía y música), la cual tiene lugar en el marco de una aclaración acerca de cómo y en qué disciplinas debe darse la formación de los futuros Filósofos, pues precisamente los objetos matemáticos propios de la ciencia, "*que se comportan siempre e idénticamente del mismo modo*" (*República*. 484b), son formas puras sobre las cuales el amante del saber debe reflexionar para formar su alma filosófica. Ahora bien, si por "*objeto matemático*" entendemos todo aquello que permita operaciones aritméticas (suma, resta, producto, división), geométricas ("*cuadrar, aplicar, añadir*" –*República*. 527a) y deductivas (demostración de propiedades, teoremas, etc.) nos interesa destacar que para Platón los hay de dos clases: aquellos que solo pueden ser

1 Para consideraciones de la traducción de este término, véase la traducción de *La República* de José Manuel Pabón y Manuel Fernández Galiano: Rep. 511e. nota 108.

pensados (*arithmoí* en sí mismos, *megethos* en sí mismos) y que tienen precisamente las características de las ideas con las que trabaja todo filósofo,[2] y aquellos que pueden ser percibidos (con los cuales se pueden hacer operaciones básicas, mas no demostraciones de propiedades) y que en la antigua Grecia eran útiles para la vida cotidiana, los negocios y la ingeniería militar, pero para Platón, no podían ser objeto de estudio por parte del filósofo. Pero ¿cuál es el fundamento de esta distinción y qué consecuencias tiene en el marco del pensamiento matemático de la antigüedad clásica?

Para responder a estas cuestiones estableceremos, en primer lugar, a la luz de las obras de Platón, Aristóteles y Euclides, cuál es la naturaleza de la aparente distinción entre estos dos tipos de 'objetos matemáticos' haciendo énfasis en el concepto de *arithmós*, y por tanto en la ciencia de la aritmética; luego trataremos acerca de una dificultad que surge del concepto de *monás* (μονάς) y que ayudará a una correcta comprensión del concepto de *arithmós*; a continuación, y con base en nuestra delimitación del concepto de *arithmós,* enfrentaremos el problema de decidir cuál es el menor de todos los ἀριθμοί; finalmente trataremos el problema de la diferencia entre dos aparentemente distintas disciplinas que se dedican al estudio científico de los ἀριθμοί, a saber, la *logistiké* y la *arithmetiké*. Contrario a las interpretaciones tradicionales argumentaremos que no se trata de dos disciplinas distintas sino de dos enfoque diferentes al interior de la mima ciencia de los ἀριθμοί.

2. El problema de la distinción entre objetos matemáticos

En el libro séptimo de La *República*, Platón propone un currículum para la educación de los hombres de estado, el cual incluye cinco materias en orden de complejidad: aritmética, geometría, geometría sólida,[3] astronomía matemática y finalmente armonía matemática. Aristóteles por su parte incluía entre las disciplinas matemáticas a la óptica y a la mecánica.

A propósito de la óptica y de la armonía nos dice en *Metafísica* 1078a15 que "ni una ni otra considera su objeto en cuanto sonido o en cuanto visión, sino

2 K. Sayre (1983: 26) sugiere que son cinco los rasgos característicos de las Ideas que aparecen con más frecuencia en los diálogos tempranos y medios: "(1) The Forms [Ideas] are real…, (2) The Forms are absolute, in the sense of being self–identical and 'in and by themselves.'… (3) The Forms are directly knowable by mind, independently of sense experience. (4) Participation in Forms is the cause by which sensible things come to have this o that characteristic, where 'cause' has the sense of 'necessary and sufficient conditions.' And (5) Forms provide standards or criteria by which sensible things are identified and given names".

3 Que más tarde recibiría el nombre de estereometría. Cf. Aristóteles, Anal. Post. 78b38.

en cuanto línea y números (...) y lo mismo de la mecánica". Además nos dice en *Metafísica* 1073b5 que la astronomía es la ciencia más afín a la filosofía, pues "ésta, en efecto, estudia una substancia sensible (αἰσθητς) pero eterna, mientras que las otras no estudian ninguna substancia; por ejemplo, la aritmética y la geometría.

Gracias a la obra de Proclo *Comentarios al libro primero de los elementos de Euclides*, sabemos que en la época en que vivieron Platón y Aristóteles circulaban unos trabajos de Geometría en forma de texto,[4] y que matemáticos de la academia como Teeteto y Eudoxo usaban manuales que reunían los resultado matemáticos más importantes hasta el momento, trabajos que fueron la base para la obra de Euclides. Así pues, podemos suponer que tanto la concepción de los objetos, como del método (αποδείκτικου) presentadas en este libro (el de Euclides), corresponden esencialmente a la misma concepción que de ello tenían tanto Platón como Aristóteles.

Platón no fue el primero, pero si fue uno de los que más claro habló sobre la naturaleza de los objetos de la geometría. Para él éstos no eran cosas materiales, sino objetos que solo pueden ser pensados (διανοηθηναι) (Rep. 526ª) y aun cuando los geómetras:

> se sirvan de figuras visibles (ὁρωμένοις εἰδεσι) y hagan discursos acerca de ellas pero no pensando en ellas mismas, sino en aquello a que éstas se parecen (...) discurren en vista del cuadrado en sí (τετραγώνου αύτοῦ) y de la diagonal en sí (διαμέτρου αὐτῆς), y no en vista de la que dibujan, y así con lo demás (...); de estas cosas que dibujan se sirven como imágenes (εικόνες), buscando divisar aquellas cosas en sí que no podrían divisar de otro modo que con el pensamiento (διάνοια). (Rep. 510e–511a)

La noción que de los objetos de la geometría tenía Platón no era muy diferente de la moderna, como lo acabamos de ver, pues en la geometría desde Tales y hasta nuestros días los diagramas son meramente una ayuda para guiar el razonamiento, más no parte de la demostración. De lo dibujado no se pueden sacar conclusiones. Además, las magnitudes continuas son objetos matemáticos que solo pueden ser pensados, más no experimentados. Sin embargo, no podemos decir lo mismo de los objetos de la aritmética.

A lo largo de la obra de Platón se hace notoria la importancia que este filósofo le da a la άριθμητική, entendida como el estudio de los άριθμοί, o sea, el estudio de los "números" y sus propiedades. Pasajes como *República* 522c y 525a; *Filebo* 56d; *Teeteto* 198a; *Fedón* 101c, etc, así lo demuestran. Ahora bien, el término άριθμός siendo uno de los términos que marcan la diferencia entre el pensamiento matemático antiguo y el moderno, no puede ser traducido por "número", pues la

4 Heath, 1965, Vol 1: 321. Se trata de "Los Elementos" de Theudius.

noción moderna de número[5] es un concepto abstracto, mientras que para los griegos άριθμός era un término que estaba íntimamente ligado a objetos.[6]

La primera definición de *arithmós* se debe a Tales, quien lo definió como una colección de unidades (μονάδων συστημα) (Heath, 1965, Vol 1: 69). Los pitagóricos por su parte conectaban la unidad a la aritmética y el punto a la geometría, diciendo que la unidad es un punto sin posición (στιγμή ἄθετος) y un punto es la unidad que tiene posición (μονά ςθεσιν ἒχονσα) (Heath, 1963: 38); y por su parte Eudoxo definió esta noción como una multiplicidad finita (πλῆθος ὡρισμένον) (Heath, 1963: 38). Sean cuales sean las fuentes de estas consideraciones, todas apuntan a la misma dirección: un *arithmós* es una multitud o colección de unidades. En definitiva no es posible encontrar una diferencia significativa en la concepción del objeto de la aritmética entre Euclides y los primeros matemáticos griegos (Heath, 1965), por tanto el significado fundamental de *arithmós* es el de 'colección finita de objetos', lo cual está de acuerdo, como veremos, con lo que pensaba Platón.

En efecto, Platón enuncia en varios pasajes de sus diálogos, principalmente en *República* 525d y *Filebo* 56d, una noción de *arithmós* que en principio coincide con las definiciones anteriores, pero agrega una concepción aparentemente doble de este concepto: la que tenían las personas del común (τὴν τῶν πολλῶ) y la de los filósofos (τὴν τῶν φίλοσοφον). En *República* 525d nos dice Sócrates, a propósito de la ciencia de los *arithmoí,* que esta "eleva el alma muy arriba y la obliga a discurrir (διαλέσθαι) sobre los números en sí (αύτῶν τῶν άριθμῶν) no tolerando en ningún caso que nadie discuta con ella aduciendo números dotados de cuerpos visibles o palpables (ὁρατὰ ἢ ἀπτὰ σώματα ἒχονσα). Por extraño que pueda parecer, esta última frase debe ser tomada tal cual: para las personas del común en la antigua Grecia, (y aún hoy en día es posible) algo como el *arithmós* cinco (πέντε) solo podía ser un grupo de cinco cosas que se podían ver y tocar: cinco vacas o cinco toneles de vino o cualesquiera cosas que fueran cinco. Pero para el filósofo, quien debía también estar preparado en matemáticas, algo como el *arithmós* cinco solo debía ser considerado en sí mismo (αὐτὴ πέντε), lo cual indica, que los filósofos manejaban una noción de *arithmós* que abstraía de lo cotidiano, marcando una diferencia entre dos maneras de concebir el mismo objeto. En *Filebo* 56d, no solo se retoma esta distinción, sino que nos dice Platón en qué consiste la diferencia. Sócrates pregunta "¿No debemos decir que hay una aritmética de la masa y otra de

5 En lo que sigue la palabra "número" será evitada en lo posible, en su lugar usaremos el término *arithmós*.

6 Es importante mencionar que esta interpretación del concepto de *arithmós* se inicia con la obra de Klein (1968), que se opone a las interpretaciones más tradicionales de autores como Heath (1965) y Chernis (1951) que consideran a los *arithmoí* como nuestros números naturales y que da lugar a problemas para comprender adecuadamente el pensamiento matemático de la antigüedad clásica Griega.

los Filósofos?", a lo cual el interlocutor —Protarco— pregunta por la diferencia entre ellas y Sócrates responde:

> No es pequeña la diferencia, Protarco. En efecto, algunos de los que se ocupan de los números cuentan unidades desiguales (μονάδας ἀνίσους) como dos ejércitos o dos bueyes, o dos cosas cualesquiera, así sean las más pequeñas o las mayores de todas; los otros en cambio no los acompañarían a no ser que se dé por sentado que ninguna de las infinitas unidades difiere de cada una de las demás unidades (εἰ μὴ μονάδα μονάδας ἑκάστηςτῶν μυρίων μηδεμίαν ἄλλης διαφέρουσαν τις θὴσει).

Se exhibe aquí el motivo de la distinción entre las aparentes dos clases diferentes de *arithmoí*: los de la gente del común están hechos de unidades desiguales, mientras que los del filósofo están hechos de unidades que se suponen iguales o al menos indiferenciadas. Aquí Platón claramente está ilustrando la diferencia que existe entre entidades sensibles y entidades inteligibles. La misma oposición se encuentra en *Teeteto* 195d–196b en un contexto diferente: es más fácil para alguien cometer un error al sumar un *arithmós* de cosas que son vistas o tocadas o percibidas por cualquiera de los sentidos, como una multitud de cinco o una multitud de siete personas, que cuando él considera el respectivo *arithmós* "en sí mismo", en este caso "el cinco y el siete en sí mismos" (αὐτὰ πέντε καί ἑπτὰ), los cuales él tiene únicamente en su pensamiento (έν τῇ διανοίᾳ ἒχει). Estos *arithmoí* como también "el once, el cual uno no puede aprehender sino solamente por el pensamiento (τὰ ἒνδεκα ἃ μηδέν ἄλλοὴ διανοεῖταί τίς)" y cualquier otro *arithmós* de clase similar, son casos de *arithmoí* de unidades que llamaremos "puras". Es decir, son unidades accesibles solamente al pensamiento, las cuales uno puede aprehender y contar únicamente "en sí mismas" (αὐτὸς πρὸς αὐτόν) a diferencia de "todos aquellos objetos exteriores que tengan número (τῶν ἔξω ὅσα ἔχει ἀριθμόν)" (*Teeteto* 198c).

El hecho de que estos *arithmoí* "solo admiten ser pensados (ὧν διανοηθῆναι μόνον ἐγχωρεῖ)" (*República* 526a) tiene su base en la pureza de sus unidades, de las cuales "todas y cada una son iguales entre sí sin la más mínima diferencia y sin partes en sí mismas" (ἴσον τε ἕκαστον πᾶν παντὶ καὶ οὐδέ σμικρὸν διαφέρον μοριόν τε ἒχον ἐν ἐατῷ οὐδέν)" (*República* 526a). Estas unidades "puras" con las que trabaja el aritmético son denotadas con el nombre genérico de μονάς, término que conservó su significado en el pensamiento matemático griego cuando menos hasta la obra de Euclides *Elementos de Geometría*. En efecto, las definiciones que tiene Euclides al principio del libro VII de los *Elementos* concuerdan con esta noción:

<u>Definición VII 1</u>: *Una unidad es aquello de acuerdo a lo cual cada cosa es llamada uno.*Μοσνάςἔ στιν, καθ’ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἕν λέγεται.

Definición VII 2: *Un número es una multitud hecha de unidades*. Ἀριθμός δέ, τὸ ἐκ μονάδων υγκείμενον πλῆθος.

Sobre las dificultades del concepto de μονάς volveremos más adelante, por ahora nos dedicaremos a precisar el concepto griego de *arithmós* en tanto concepto que conservó su sentido único (pese a los dos sentidos insinuados *República* 525d y *Filebo* 56d) de multiplicidad numerada de objetos.

Podemos afirmar que la noción de *arithmós* que Platón expresa en sus diálogos conserva un sentido único, tanto con respecto a predecesores (Tales) como con respecto a contemporáneos y/o sucesores (Eudoxo, Euclides). En esta noción el hecho fundamental que no se puede perder de vista es el del conteo de algún número de cosas.[7] Aquí hay que hacer énfasis en lo de "algún número de cosas", pues nada sería más extraño al pensamiento matemático griego que considerar *arithmoí* de nada. Un *arithmós* es siempre un *arithmós* de algo, de una cantidad definida de cosas definidas: de manzanas, de vacas, de toneles de vino, y, matemáticamente hablando, de unidades puras, accesibles solo al pensamiento.[8] Recordemos que la noción de *arithmós* de Tales, hablaba de una "colección de unidades", la de Eudoxo de una "multitud finita", y, la de Euclides de una "multitud hecha de unidades". Aristóteles, ofreció varias definiciones de *arithmós*, todas ellas de acuerdo con lo hasta ahora dicho: "multiplicidad limitada";[9] "multiplicidad (o combinación) de unidades";[10] "multiplicidad de indivisibles";[11] "multiplicidad medible por el uno";[12] "multiplicidad medida y multiplicidad de medidas (siendo el uno la medida)";[13] "multiplicidad de unos" (Fis. 207b7).

Así pues, sea cual sea la definición que se diera de la respectiva noción de *arithmós* que se tenía, ésta siempre apuntaba a lo mismo: colección finita de determinados objetos, y si por "objeto" entendemos en este contexto cualquier ente al que se le puedan aplicar las operaciones de la aritmética (adición, producto,

7 No es accidental que el verbo *arithmein* signifique "contar".

8 Esta noción de *arithmós* como *arithmós* de algo, nunca de nada, excluye al cero en tanto que *arithmós* para el pensamiento matemático griego. De la misma manera, las llamadas magnitudes inconmensurables, como la diagonal del cuadrado, no podían ser consideradas como *arithmoí*, pues al ser magnitudes no medibles por ninguna unidad no eran multiplicidades de ninguna clase. Platón habla de estas magnitudes principalmente en *Teeteto* 176a además de otros lugares, llamándolas ἄρρετος, intratables, pero nunca ἄλογος, irracionales, como sí las llamamos nosotros, los modernos.

9 Met. 1020a13. πλήθος μέν τὸ πεπερασμένον.

10 Met 1039a12. σὺνθεσις *μ*ονάδων.

11 Met. 1085b22. τὸ γὰρ πλῆθος ἀδιαιρέιων ἐστίν ἀριθμός.

12 Met 1057a3. πλῆθος οἷον γένος ἐστί τοῦ ἀριθμοῦ.

13 Met. 1088a5. ἀριθμός ὃτι πλῆθος *μ*εμετρημένον καὶ πλῆθος *μ*έτρδων.

etc.),[14] entonces es tan objeto de la aritmética tres vacas como el *arithmós* formado por tres unidades "*puras*".

Queremos insistir en que no es que se dieran dos nociones distintas de *arithmós* para el pensamiento matemático griego, la noción era solo una pero aplicada a dos esferas distintas del saber: los sensibles y los inteligibles. No debemos culpar a la gente del común de la Antigua Grecia por trabajar con *arithmoí* de unidades sensibles y solo "con miras a las compras y a las ventas", a la manera de "comerciantes y mercachifles" (como parece reprocharles Platón en *República* 525d), y ser indiferentes o incapaces de pensar en los "*arithmoí* en sí (περί αὐτῶν τῶν ἀριθμῶν)" con "miras al saber (τοῦ γνωρίζει ἕνεκα)". La cultura matemática de la gente del común ha sido pobre desde siempre. Incluso hoy en día a una pregunta elemental de matemáticas como por ejemplo: "*¿Cuál es el tercio de un medio*?", planteada aleatoriamente a una persona, muy probablemente obtendríamos por respuesta que no tiene ni idea, e incluso algunos justificarían no saberla, pues, no la necesitan para su actividad.

3. Las ambigüedades del concepto de *Monás*

Pasemos ahora a considerar una cuestión sobre la cual habíamos dicho más arriba que presentaba dificultades: se trata del concepto de μονάς.

En efecto, estas dificultades se dan a partir del puesto destacado que ocupa el concepto de μονάς al interior de la noción de *arithmós* y por ende de las interpretaciones que se han dado del concepto.

Algunos estudios de la filosofía e historia de la ciencia griega (Pritchard 1995: 15), consideran que hay dos errores frecuentes cometidos por quienes estudian la filosofía de las matemáticas de Platón al considerar el concepto de μονάς. Por un lado, cuando afirman que éste se refiere a la idea de unidad, y, por otro lado, cuando aseguran que denota al *arithmós* "uno". Pensamos, al igual que el autor del estudio citado (Pritchard, 1995), que ambas consideraciones tienen consecuencias inaceptables.

Examinemos esto a la luz del puesto que ocupa el mencionado concepto al interior de la noción de *arithmós* que acabamos de enunciar. En primer lugar, recordemos que el hombre que usa *arithmoí* en su actividad práctica cotidiana,

14 Estas operaciones se encuentran definidas respectivamente en Euclides: *Elementos* I (nociones 2 y 3); *Elementos* VII (definición 15) y son aplicables tanto a *arithmós* que cuentan con "cuerpos visibles y tangibles" como a *arithmós* de unidades "puras".

tiene que adoptar como sus unidades cosas como bueyes o manzanas que nunca son precisamente iguales; mientras que el matemático trata exclusivamente con unidades puras (ὑποθήσται) que se supone son iguales o idénticas. Esto último está confirmado por la práctica euclideana reflejada, por ejemplo, en pasajes como *Elementos* VII proposición 15, donde se afirma como cosa corriente que "puesto que las unidades BG, GH, GC, son iguales entre sí (...)".[15] No está demás insistir en que lo que distingue las unidades del matemático de cualquier otra clase de unidades que sirvan para contar es que todas ellas son semejantes entre sí. No es difícil ver que μονάς es usado en este sentido en las definiciones VII.1 y VII.2 de Euclides y *Filebo* 56d.

Ahora bien, sabemos que para Platón las cosas sensibles solo podían ser objeto de la opinión (δόξα) mientras que objetos como los *arithmoí* en sí debían serlo de la inteligencia (νοῦς). Que la realidad de los objetos "opinables" no es negada, mas sí devaluada, es algo que está muy claro en Platón, lo que no está muy claro y sigue siendo asunto de discusión es si Platón situó a estos dos tipos de objetos en mundos distintos, los opinables en éste y los inteligibles en uno más allá. De ahí que cuando se habla de la idea de unidad, entendiendo por idea de unidad algo como un ente metafísico separado del mundo sensible, se está tomando partido por una interpretación de la filosofía de las matemáticas de Platón muy controvertida y que complica la pregunta sobre el tipo de realidad que tenían para Platón los objetos de las matemáticas.[16]

---

15 καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσίν αἱ BH, HΘ, ΘΓ μονάδες…

16 La denominada *Teoría de las Ideas* en el pensamiento de Platón atraviesa por diversos estadios o etapas. La etapa inicial corresponde a los escritos del periodo de juventud, donde predominan preocupaciones acerca del problema de la definición y en la cual no puede hablarse con propiedad de una *Teoría de las Ideas*, aunque sí de un uso especial del concepto de *eidos*, traducido comúnmente como Idea o Forma, en función de una teoría de la definición; luego una etapa intermedia, a la que pertenecen diálogos del periodo medio como el *Fedón*, *Banquete*, *República* y *Menón*, donde la reflexión sobre las Ideas introduce problemas de carácter metafísico y de teoría del conocimiento. Durante este periodo las Ideas juegan un papel central en la explicación acerca de cómo nosotros construimos el conocimiento y cómo logramos articular teorías explicativas verdaderas, y de validez universal, acerca del mundo de experiencia, que se manifiesta cambiante y contingente a la percepción. Justo en este periodo medio es que se inscribe la reflexión acerca de la naturaleza de los objetos matemáticos que se considera en el presente artículo. A diferencia de lo que ocurre con la reflexión platónica acerca de las Ideas, el pensamiento matemático en Platón no exhibe una evolución o estadios diversos de desarrollo y consolidación; su noción de objetos matemáticos es la misma en todo su pensamiento, y como aquí se argumenta, corresponde a la de los *Elementos* de Euclides. Como corresponde a la perspectiva acerca de las Ideas en el periodo medio, Platón distingue entre los objetos matemáticos en sí y la aplicación en la vida ordinaria de las matemáticas. Es por esto que afirmamos que no hay una distinción real entre objetos matemáticos para la ciencia y objetos matemáticos para otras actividades, la diferencia aparente entre dos tipos de objetos es realmente una diferencia acerca de dos usos diferentes de la misma cosa: hay un uso científico y un uso no científico de los números y las magnitudes. Consideramos pues

El objetivo en este momento no es decidir si μονάς denota o no a la idea de unidad, lo que se pretende es llamar la atención sobre una lectura de Platón que convertiría en intratables algunos de los pasajes más importantes sobre el pensamiento matemático del filósofo. Así por ejemplo en dos pasajes de *Fedón* 101b–c y 105c–d, donde μονάς parece ser usado para referirse a la idea de unidad. En 101 b–c Sócrates hace reconocer a Cebes que "no encuentras otra causa de producirse el dos, sino la participación en la dualidad (δυάδος μετάσχεσιν), y es preciso que participen en ella los que van a ser dos, y de la unidad (ἡ μονάς) lo que va a ser uno (το ἕν)"; y en 105 c–d: "y si tu pregunta es, qué es lo que hace a un número impar (περττός) no te diré que la imparidad (περττόης) sino que la unidad (ἡ μονάς)".

Si μονάς denotara la idea de unidad y ἡ δυάς denotara a su vez a una análoga idea de dualidad, entonces el principal problema estaría en la respuesta a la pregunta: ¿Qué son los *arithmoí*en sí? Ciertamente no son ideas en el sentido antes indicado, porque cada idea es única y existen muchos *arithmoí* todos idénticos entre sí; pero tampoco son cosas sensibles pues éstas nunca son iguales entre sí. En suma lo que ocurriría es que Aristóteles tendría razón cuando afirma en *Metafísica* 987b14 que para Platón los objetos de las matemáticas son intermedios (μεταξύ) entre las ideas y los particulares sensibles. Planteamiento que ha sido ampliamente debatido en las últimas décadas (Pritchard, 1995: 156).

---

que Platón no está efectuando, como bien señala Gadamer (1995: 61), una división ontológica o una duplicación del mundo, como sugería Aristóteles; más bien, como aclara Gosling, (1993: 223) Platón lo que elabora es una distinción de orden epistemológico, la cual pretende señalar la dualidad inherente al hecho de que nosotros conocemos la realidad a partir tanto de la percepción o sensibilidad como del razonamiento o la inteligencia; y a estas corresponden, respectivamente, lo sensible y lo inteligible, siendo esto último objeto exclusivamente del pensamiento (*Cf.* McCabe 1999: 41). La inferioridad de lo sensible frente a lo inteligible, a la que alude Platón en diálogos del periodo medio, como el *Fedón* y la *República*, no es una inferioridad ontológica, como sugieren algunos intérpretes (*Cf.* Guthrie 1977 y Ross 1986), sino epistemológica (*Cf.* White 1999: 283). Consideramos con Gosling (*Cf.* 1993: 214) que en los diálogos del periodo medio nos encontramos con una noción muy estricta de conocimiento, la cual implica una acepción especial y rigurosa de lo que es la verdad, donde no cuentan enunciados sobre casos particulares o juicios sobre el mundo empírico. En este periodo Platón asume que el conocimiento, en sentido estricto, se alcanza siempre y cuando logremos articular satisfactoriamente definiciones claras y rigurosas acerca de los conceptos, las Ideas, que luego ponemos en relación con el mundo de experiencia en casos concretos, los cuales hay que diferenciar de las Ideas que no se nos dan directamente en nuestras percepciones, de ahí que se capten sólo a través del ejercicio de la razón, esto es, en el uso del pensamiento (*Cf.* Gosling 1993: 214–215). Posteriormente encontramos una etapa crítica de la *Teoría de las Ideas*, que corresponde especialmente al Parménides donde se pone a prueba la concepción metafísica que parece derivarse de los argumentos epistemológicos de los diálogos del periodo intermedio; tal crítica conduce a una etapa final de la *Teoría de las Ideas*, presente en los escritos de vejez, fundamentalmente en el Sofista, donde el problema de las Ideas se circunscribe esencialmente a la esfera de lógica y el lenguaje.

Cabe aquí insistir nuevamente en algo de suma importancia: no debemos perder de vista que la noción griega de *arithmós* es radicalmente distinta de la noción moderna de número,[17] ya que esta última se constituye a partir de la noción abstracta de conjunto, noción que, a su vez, es improbable que fuera concebida por el pensamiento matemático griego. Así pues, lo primero que debe evitarse si se quiere comprender un pensamiento matemático, que como el de Platón, estaba inmerso en una cultura distante a veinticuatro siglos de la nuestra, es traducir *arithmós* por número y sugerir así una identidad imposible entre dos nociones radicalmente distintas.

4. Superación de la ambigüedad y la cuestión acerca del menor de los números

Los modernos aceptamos que el menor de los números enteros positivos es el uno. Para los antiguos Griegos es improbable que μονάς denotara al número uno porque μονάς se refiere a un concepto del lenguaje con el que se están definiendo los objetos de la aritmética y cuando hablamos de algo como el "*número uno"* hablamos de un objeto con el cual podemos hacer matemáticas (operar y demostrar propiedades), por tanto no está del todo claro que cuando se habla del número uno se hable de un concepto. Más aun, hay una importante consecuencia de la noción griega de *arithmós* entendido como multiplicidad de unidades, a saber que el uno (το ἕν)[18] no era considerado un *arithmós* por los Griegos. Así pues, μονάς no puede denotar al número uno porque ni siquiera (το ἕν) era un *arithmós* y al hablar de *"número uno"* estaríamos hablando de un *objeto* del cual el pensamiento matemático griego no tenía ninguna noción. Decir que μονάς denota al número uno no es más que una confusión de términos que no se pueden relacionar al pensamiento matemático griego.

Ahora bien, ¿Por qué el uno (το ἕν) no era considerado un *arithmós*? Pues claramente porque un *arithmós* es una multiplicidad finita de determinados objetos y la menor multiplicidad es el dos (ἡ δὐο). En efecto, el mismo Aristóteles nos refuerza en esta dirección. En varios pasajes de la *Metafísica* es claro y enfático al afirmar que el uno (το ἕν) no es un *arithmós*. Así por ejemplo en *Metafísica* 1088a6 donde dice: "uno significa medida de alguna pluralidad (το ἕν ὅτι μέτρον πλήθους

17 La noción moderna de número natural sigue siendo la misma que propusieron los matemáticos de principios del siglo xx que se dedicaron a fundamentar la matemática sobre bases sólidas, esta define a los números naturales en términos de la noción más primitiva de conjunto. Por ejemplo, el cero es el conjunto vacío, el uno es el conjunto que tiene como único elemento al conjunto vacío, etc. (*Cf.* Enderton, 1977 Cap. iv)

18 Traduciremos το ἕν por el uno, o lo uno para diferenciarlo de ἡ μονάς que traduciremos por la unidad.

τινός) y número significa pluralidad medida y pluralidad de medidas (y por eso es razonable que el uno no sea número, pues tampoco la medida es medida, sino que son principio (ἀρχή) tanto la medida como el uno)". A pesar de esta enfática declaración de Aristóteles sobre lo que el uno (το ἕν) no es, un *arithmós*, se da sin embargo una dificultad, la cual de no ser por la noción de *arithmós* en la que nos hemos basado, sería realmente difícil de superar: se trata de una aparente indecisión por parte de Platón de considerar o no al uno (το ἕν) como un *arithmós*.

Platón unas veces sugiere que el primer *arithmós* es el dos (ή δὺο) y otras veces que es el uno (το ἕν). Así en el *Sofista* 238b coloca a los *arithmoí* y al uno en el mismo nivel: "entonces no intentamos aplicar el número ni la pluralidad, ni el uno, a lo que no es"; y en *República* 524d habla del *arithmós* y del uno como si de objetos distintos se tratara.

> Razona a partir de lo dicho. En efecto, si la unidad es vista suficientemente por si misma o aprehendida por cualquier otro sentido, no atraerá hacia la esencia como decíamos en el caso del dedo. Pero si se la ve en alguna contradicción, de modo que no parezca más unidad que lo contrario, se necesitara de un juez y el alma forzosamente estará en dificultades, e indagara, excitando en si misma al pensamiento, y se preguntara que es en sí misma la unidad...y si esto es así con lo uno (το ἕν), ¿no pasara lo mismo con todo número?

Aquí Aristóteles nos ayuda en la salida a esta cuestión. En efecto, en *Física* 220a27 dice: "el número mínimo en el sentido absoluto es el dos. Pero como número concreto a veces lo es y a veces no lo es". Recordemos que según nuestra noción de *arithmós* existen dos clases distintas de éstos, los que están compuestos de unidades sensibles (vacas, bueyes, etc.) que no son iguales entre sí, y los compuestos de unidades puras (μοναδής) las cuales se suponen iguales.

Así pues, cuando Platón nos habla del uno y los demás *arithmoí* en el citado pasaje del *Sofista*, nada impide que se esté refiriendo a *arithmoí* de la primera clase, los sensibles, y así poder hablar del uno como si se tratara de un *arithmós*, sin contradicción alguna, mientras que en el pasaje de La *República* Platón venía hablando de la necesidad de estudiar los *arithmoí* "en sí mismos" (αὐτῶν τῶν ἀριθμῶν) "con miras al saber y no a las compras y a las ventas como los comerciantes y mercachifles". Es decir, Platón aquí hablaba de los *arithmoí* de la segunda clase, los de unidades puras, entre los cuales no puede encontrarse el uno (το ἕν) pues un *arithmós* en su sentido más general es una multiplicidad finita de objetos y la menor multiplicidad de algo es la del dos.

Así pues podemos concluir que el uno no es un *arithmós,* pese a que sirva, por ejemplo, para enumerar personas concretas como en El *Timeo*,[19] pues lo que allí se

19 εἷς, δύο, τρεῖς… "Uno, dos, tres, falta uno" (Timeo 17a).

hace es utilizar el término εἷς para contar y no afirmar que se trata de un *arithmós*. Así mismo, a la pregunta ¿Cuál es el mínimo *arithmós* considerado en sí mismo (αὐτῶν τῶν ἀριθμῶν)?, la respuesta es: el dos. Y a la pregunta ¿Cuál es el mínimo *arithmós* considerado "respecto a sí mismo y a unos con otros"? (Gorgias 415c.), la respuesta será, como dijo Aristóteles: unas veces es el uno y otras veces no lo es.

Ahora bien, se dice que un *arithmós* es mínimo si no existe otro menor que él, así por ejemplo, en terminología moderna, el menor número positivo par es el dos, pero el menor número positivo racional no existe, pues dada cualquier fracción positiva siempre se puede encontrar otra menor que ella. De otro lado, dado que el concepto griego de *arithmós* está fundado en el hecho de que las unidades con las que trabaja quien está versado en la ciencia de los *arithmoí* son indivisibles, y los números de la forma p/q, con p y q enteros siempre son divisibles por cualquier entero r, entonces lo que nosotros los modernos llamamos "números fraccionarios o racionales (p/q)", no podían ser *arithmoí* para los Griegos. Por tanto, a la colección de *arithmoí* propia del pensamiento matemático griego puede y debe asignársele un *arithmós* mínimo, la cuestión es ¿cuál? Recordemos brevemente lo último que habíamos dicho sobre el uno (το ἕν) en su carácter de no ser un *arithmós* en su sentido estricto. Decíamos que negar que el uno es un *arithmós* no conduce a negar que la unidad es la mínima cantidad discreta ni alegar, por ejemplo, que alguien pueda tener menos de dos cosas. También habíamos dicho que para Aristóteles el *arithmós* mínimo cuando se refiere a algo concreto a veces es el uno y a veces no lo es. Esta indecisión frente a esta cuestión es tan solo aparente. Para aclarar esto, veamos el resto del pasaje:

> Así por ejemplo en el caso de la línea, el número mínimo con respecto a la multiplicidad es una línea o dos líneas, pero con respecto a la magnitud no hay mínimo, porque toda línea es siempre divisible. Y de la misma manera también el tiempo, pues con respecto al número hay un tiempo mínimo (uno o dos), pero con respecto a la magnitud no lo hay (Fis. 220a27).

La magnitud (μέγεθος) es lo continuo y lo continuo, según Aristóteles, es lo que puede ser dividido infinitamente en partes (Fis. 237a1.), por lo tanto no hay una magnitud mínima. Ahora, el mínimo conjunto de unidades con respecto a la pluralidad es el de dos unidades. Una única unidad es menor en pluralidad que dos unidades, sin embargo no es una pluralidad de unidades. En un pasaje de la *Metafísica*, dice Aristóteles:

Y la pluralidad (πλῆθος) es como el género (γένος) del número; pues el número es una pluralidad medible por el uno. Y uno y número se oponen en cierto modo, no como contrarios, sino, según dijimos, como algunas de las cosas relativas; pues se oponen como la medida (μέτρον) y lo mesurable (μετρητόν). Por eso no todo lo que sea uno es número: éste es el caso de lo indivisible (ἀδιαίρετον)[20], si hay algo tal.

Así, si un objeto de las matemáticas es uno y tiene la propiedad de ser indivisible, entonces no es un *arithmós*. A este respecto Platón en *República* 525e es muy claro cuando dice: "quienes entienden de estas cosas, se ríen del que en una discusión intenta dividir la unidad en sí (αὐτότὸἓν) y no lo admiten; antes bien, si tú la divides, ellos la multiplican porque temen que vaya a aparecer la unidad no como unidad (τὸἓν μὴ ἓν) sino como reunión de varias partes".

Así pues, el uno (τοἓν) es indivisible y en sentido estricto no es un *arithmós*. Solo lo continuo, las líneas del geómetra y los cuerpos visibles y tangibles son divisibles y por lo tanto se puede considerar como *arithmós*.[21] Esto tiene como consecuencia que objetos como partes fraccionales de la unidad no pertenecieran a la aritmética entendida como "ciencia de lo par y lo impar" (Met. 1057a1–7). Así lo expresa Platón en *Fedón* 105b cuando dice que "al uno y medio, al medio, y al tercio" no se les pueden aplicar las nociones de par o impar. Esto es, las fracciones con las cuales trabaja el λογιοτικός,[22] como si fueran *arithmós,* en realidad solo pueden ser partes fraccionales de las cosas que subyacen a un conteo que se esté llevando a cabo, y las cuales, en virtud de su naturaleza corpórea, pueden ser infinitamente divididas. El hecho de que las fracciones no eran consideradas como *arithmós* se encuentra confirmado, como es de esperarse, en el libro de los *Elementos* de Euclides, el cual en la proposición VII.31 afirma "cualquier número compuesto es medido por un número primo πρότοιἀριθμί",[23] y esta proposición es allí demostrada utilizando el método de reducción al absurdo, consistiendo el absurdo en mostrar la existencia de una sucesión infinita decreciente de *arithmoí*, es decir, una secuencia de *arithmoí* en la cual cada *arithmós* es menor que el anterior, lo cual es imposible, como bien lo afirma Euclides, pues tal sucesión debería detenerse en el uno (τοἓν), el cual es indivisible.[24]

20 Met. 1057a1–7.

21 Poder considerar a un *arithmós* como un segmento continuo de recta, era algo absolutamente necesario para el pensamiento matemático griego, pues la noción de *arithmós* como multiplicidad finita de determinados objetos es tan estrecha que hubiera hecho intratable el manejo de las cantidades fraccionales y de las magnitudes inconmensurables en los llamados libros aritméticos de Los Elementos de Euclides.

22 El significado de este término será precisado más adelante, pero podría traducirse al término *logistikós* por calculista y al término *logistiké* por cómputo.

23 En terminología moderna, se dice que un número entero es primo si tan sólo es divisible por sí mismo y por uno, así por ejemplo, 2, 3, 5, 7, 11, 13son primos, pero los pares distintos de 2 y 9, 15, 21,… no lo son.

24 No está demás anotar que Euclides en toda su obra y principalmente en los llamados libros aritméticos de los Elementos, se cuida de introducir partes fraccionales de la unidad y se limita a ofrecer la definición de parte o partes de un *arithmós*. Veamos:

5. *Logistiké* vs. *Arithmetiké dos artes (τεχνὴ) acerca de los arithmoí*

Solo nos resta para la conclusión de este análisis de los objetos de las matemáticas en Platón, la consideración de las dos disciplinas que, según Platón, se dedican al estudio de "lo par y lo impar", esto es: la λογιστική y la ἀριθμητική.

Para introducir esta distinción, podemos comenzar considerando la afirmación de que estas unidades con las que el matemático trabaja no admiten ser particionadas en lo absoluto, o lo que es lo mismo, que tales unidades no están compuestas de partes. Recordemos que Platón en *República* 525e nos dice que quienes saben de la ciencia de los *arithmoí* no admiten que alguien en una discusión intente dividir la unidad en sí (αὐτό τὸ ἕν), pues tal acción haría que el uno aparezca no como siendo uno, sino como conteniendo muchas partes. Justamente esta dificultad, que parece darse a propósito de la indivisibilidad de las unidades puras, es lo que se encuentra en el centro de una distinción que se hace al interior de la ciencia de los *arithmoí*, la *logistiké* y la *arithmetiké*.

Platón, en *Gorgias* 415c, hace decir a Sócrates que si le preguntaran de qué trata la *arithmetiké,* él contestaría que "sobre lo par y lo impar y la cantidad de cada uno". Y, que si le preguntaran de qué trata la *logistiké,* él respondería que "ambas se refieren a lo mismo, a lo par y a lo impar; se diferencian solamente en que la *logistiké* examina las relaciones de lo par y lo impar respecto a sí mismos y a unos con otros".[25]

Ha sido tradicional afirmar una oposición directa de la *arithmetiké* como disciplina teórica, a la *logistiké,* como el arte práctico de calcular. Así por ejemplo Heath (1965, Vol 1: 13), quien además añade que la *arithmetiké* puede ser entendida como nuestra "teoría de números". Esta interpretación moderna está apoyada por los comentarios que se encuentran a este respecto en la obra de Proclo: *Comentario al Libro Primero de los Elementos de Euclides*, libro que aun cuando es la única fuente histórica sobre la actividad matemática de la antigua Grecia, debe ser entendido en su contexto histórico y no en el nuestro. Sin embargo, es difícil ver cómo en las palabras de Platón se puede encontrar justamente esta oposición, y cómo es

V I I .Def .3. Un número es parte de un número, el menor del mayor, cuando mide al mayor. Μέρος ἐστίν ἀριθμός ἀριθμοῦ ὁ λάσσων τοῦ μείζονος ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα

V I I .Def .4 : Pero partes cuando no lo mide. Μέρη δέ ὅταν μὴ καταμετρῇ

Heath en su traducción de los Elementos Vol I pg 280, a firma que con la expresión partes (Μέρη, el plural de Μέρος), Euclides denota lo que nosotros llamamos una fracción propia. Pero esta interpretación, como venimos viendo es muy problemática.

25 Platón menciona estas dos artes (τεχνὴ) en otros lugares: *Cármides* 165e; *Teeteto* 198a; *República* 522c.

posible identificar a la *arithmetiké* con nuestra moderna teoría de números, máxime cuando sabemos que el concepto griego de *arithmós* era radicalmente distinto de nuestra noción de número.

Ciertamente, no es fácil determinar lo que quería decir Platón a propósito de estas dos artes (τεχνὴ), pero sí es posible considerar, basados en las referencias de los diálogos, que ellas no eran dos disciplinas científicas que pertenecieran a dos niveles diferentes. Antes bien, se trataba de una sola ciencia que podía tomar dos direcciones. En *República* 522c, Platón nos dice que para ser capaces de contar nosotros debemos saber distinguir los *arithmoí* particulares, debemos "distinguir el uno, el dos y el tres". Platón llama a la totalidad de esta ciencia de todos los *arithmoí* posibles la *arithmetiké.* La *arithmetiké* es pues, el arte del conteo correcto, así en *Teeteto* 198b nos dice Platón "por medio de este arte [la *arithmetiké*] tiene uno al alcance de la mano los saberes de los números", y en Ión 537e dice "que todos estos dedos son cinco, lo sabemos por el mismo arte de la *arithmetiké*".[26] Ahora bien, la *logistiké* ha de ser entendida como el arte que tiene que ver con el comportamiento de los *arithmoí* en sus mutuas relaciones y por tanto la ciencia que al relacionar *arithmoí* nos permite calcular con ellos. Todas las operaciones significativas sobre *arithmoí* presuponen un conocimiento de las relaciones que conectan a los *arithmoí* entre sí. Este conocimiento, que adquirimos en la infancia y que usamos en todo cálculo, aun cuando no esté siempre presente como tal, es la *logistiké.*

La diferencia entre estas dos ramas de las matemáticas no son sus objetos, pues en ambas los objetos son *arithmoí*. La diferencia está en que la *arithmetiké* estudia los *arithmoí* por sí mismos, mientras que la estudia sus relaciones de uno a otro con respecto a la cantidad. Así por ejemplo, como comenta Pritchard (1995: 73), es un asunto de la *arithmetiké* saber que el 10 es un *arithmós* triangular, pero es asunto de la *logistiké* saber que 2 y 6 están en la misma razón que 5 y 15. Pareciera así que la *arithmetiké* se dedica a demostrar propiedades de los *arithmoi* y la *logistike* a hacer operaciones con estos objetos, pero tal conclusión no puede obtenerse de las obras de Platón. Recordemos que Platón en *República* 525c nos decía que el estudio de la *logistiké* es un estudio necesario en tanto que obliga al alma a discurrir sobre los *arithmoí* en sí, y, un poco antes en *República* 525a nos decía que como toda la *logistiké* y la *arithmetiké* tienen por objeto el *arithmós*, ellas resultan aptas para conducir a la verdad y por lo tanto son de las enseñanzas que convendría implantar por ley para luego, "intentar persuadir a quienes vayan

26 Contar nunca ha sido una operación trivial. Al lector moderno se le puede proponer el siguiente problema de conteo: de cuántas maneras distintas se pueden sentar cinco personas en una mesa redonda? Es posible que Platón tuviera en mente problemas similares a éste cuando habla del arte del *arithmetiké.*

a participar de las más altas funciones para que se acerquen a la *logistiké* y se apliquen a ella no de una manera superficial, sino hasta que lleguen a contemplar la naturaleza de los números con la sola ayuda de la inteligencia (τῇ νοήσει αὐτῇ)". En esta actividad que pretende ser una preparación para los futuros Filósofos, se busca que el alma discurra sobre los objetos en sí de esta disciplina, sobre el uno en sí (αὐτό τὸ ἕν), sobre el *arithmós* en sí (αὐτό τῶν ἀριθμῶν), y no sobre esos objetos que sirven para realizar las compras y las ventas, en suma, se quiere acceder a una *logistiké* que podríamos calificar de "científica" frente a una que podríamos calificar de "práctica".[27]

Ahora bien, no olvidemos que un objeto de la *logistiké* en su dimensión "científica", un objeto como el uno en sí, es el límite último de toda posible partición. Así pues, objetos como las fracciones no son otra cosa que partes fraccionales de las cosas que subyacen a un conteo, las cuales, en razón de su naturaleza corpórea pueden ser infinitamente divididas. Pero, si consideramos que en la mayoría de los casos en que se realiza un cómputo, se hace necesaria la introducción de partes fraccionales de la unidad, entonces, surge un desajuste entre el material con el cual los cómputos son desarrollados y aquél otro material de *arithmoí* de unidades "puras", cuyo carácter está expresado precisamente en la indivisibilidad de sus unidades. Así, un cómputo que se pretenda lo más exacto posible simplemente no puede ser efectuado en el reino de los *arithmoí* de unidades puras. La consecuencia inmediata de esto, al menos al interior de la tradición platónica, es la exclusión de todos los problemas computacionales en el reino de las disciplinas de los *arithmoí* en su dimensión "científica". Se puede afirmar entonces que no es insostenible que las unidades con las que trabaja el *logistikós* son indivisibles. Lo que ocurre es, como dice Platón en *Filebo* 56d, que hay una disciplina de los *arithmoí* "propia de la masa, y otra que es la de los Filósofos". Es decir, que en las actividades comerciales cotidianas de la gente del común que no son, propiamente hablando, 'ciencia' hay que vérselas con cómputos que involucran partes fraccionales de cosas pero que tanto en la *arithmetiké* como en la *logistiké* entendidas como 'ciencias', que son estudiadas por los Filósofos y tan sólo con miras al saber, no se da ningún proceso que involucre partes fraccionales de las unidades puras que son las que componen a los *arithmoí* matemáticos.

Bibliografía

1. Anglin and Lambek (1995). *The Heritage of Thales*. New York: SpringerVerlag.

27 La misma separación podría plantearse para la *arithmetiké*.

2. Aristóteles (1970). *Metafísica*. Traducción: Valentín García Yebra, Edición trilingüe, Madrid: Gredos.
3. _________. (1995). *Física.* Traducción: Guillermo R. de Echandía, Madrid: Gredos.
4. _________. (1989). *Posterior Analitics*. Cambridge: Harvard University Press Classical Loeb.
5. _________. (1993). Ética Nicomaquea, traducción: Julio Palí Bonet, Madrid, Gredos.
6. Cherniss. H. (1951). *Plato as Mathematician*. En: Review of Methaphisics, (4): 395–425.
7. Euclides. (1969). *The Thirteen Books of the Elements.* Translation into English by Thomas L. Heath, (3 volumes), New York: Dover.
8. _________. (1991). *Elementos*, Traducción: María Luisa Puertas, Madrid, Gredos.
9. Enderton. H. B. (1977). *Elements of Set Theory*. New York: Academic Press.
10. Gadamer, H. G. (1995). *El inicio de la filosofía occidental*. España: Paidós.
11. Gosling, J.C.B. (1993). *Platón*. México: Universidad Nacional Autónoma De México,
12. Guthrie, W. (1977). *A History of Greek Philosophy*. (Vol. 5). Inglaterra: University of Cambridge.
13. Halmos. P. R. (1973). *Teoría Intuitiva de Conjuntos.*Trad, Antonio Martín Lunas. México: CECSA.
14. Heath. T. L. (1965). *A History of Greek Mathematics.* London: Oxford University Press.
15. _________. (1963). *A Manual of Greek Mathematics*. New York: Dover.
16. Klein. J. (1968). *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra.* Translated from the German by Eva Brann. Cambridge: MIT.
17. McCabe, M. M. (1999). *Plato's Individuals*. Princeton: Princeton University Press.

18. Meldelson. E. (1987). *Introduction to Mathematical Logic*. Monterrey (California): Wadsworth and Brooks.

19. Mosterín. J. (1980). *Teoría Axiomática de Conjuntos.* Madrid: Ariel.

20. Platón. (1992). *Diálogos*. Volúmenes I–VI, Madrid: Gredos.

21. _________. (1994). *Republic, Parmenides, Meno, Phaedo, Philebus.* Cambridge: Harvard University Press.

22. Pritchard, P. (1995). *Plato's Philosophy of Mathematics*. Sankt Agustin: Academia Verlag.

23. Proclo. (1970). *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*. Princeton: University Press.

24. Ross, D. (1986). *La teoría de las ideas de Platón*. España: Catedra.

25. Sayre, K. M. (1983). *Plato's late ontology –A riddle resolved–.* New Jersey: Princeton University Press,

26. Wedberg. A. (1955). *Plato's Philosophy of Mathematics*. Stockholm: Almquist and Wiksell.

27. White, N. P. (1999). *Plato's metaphysical epistemology.* En: KRAUT, R. (ed.). *The Cambridge Companion to Plato.* Cambridge: Cambridge university press.