



Ingeniería, investigación y tecnología

ISSN: 1405-7743

Facultad de Ingeniería, UNAM

Salmoran-López, Edgar; Rios-Lira, Armando Javier; Pantoja-Pacheco, Yaquelin Verenice
Programa computacional para generar estructuras de
alias de diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos
Ingeniería, investigación y tecnología, vol. XXI, núm. 4, 00003, 2020, Octubre-Diciembre
Facultad de Ingeniería, UNAM

DOI: <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2020.21.4.031>

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40471794003>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

UNAM
redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc
Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso
abierto



Programa computacional para generar estructuras de alias de diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos

Computational program to generate alias structures of mixed level fractional factorial designs

Salmoran-López Edgar

Tecnológico Nacional de México

Instituto Tecnológico de Celaya

Correo: ed_salz87@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-0123-7750>

Rios-Lira Armando Javier

Tecnológico Nacional de México

Instituto Tecnológico de Celaya

Correo: armando.rios@itcelaya.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0002-3661-3031>

Pantoja-Pacheco Yaquelin Verenice

Tecnológico Nacional de México

Instituto Tecnológico de Celaya

Correo: yaquelinpantoja@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-4911-1516>

Resumen

El propósito de este documento es mostrar el desarrollo de un programa codificado en MATLAB que tiene como objetivo facilitar la construcción de las estructuras de alias de diseños fraccionados de niveles mixtos. El programa es capaz de construir estructuras de alias de diseños fraccionados de niveles mixtos de 2 a 9 factores sin restricción del número de corridas. Además, realiza una búsqueda de correlaciones fuertes entre efectos principales lo que evita al experimentador la selección de un diseño en el que los efectos principales estén confundidos entre sí. Imagine que el experimentador requiere construir la estructura de alias de una matriz de diseño de 9 factores con 30 corridas, lo que involucra operaciones matemáticas básicas, operaciones matriciales y el análisis de una matriz de correlaciones de tamaño 129×129 , esto le tomaría como mínimo 3 horas si dominara el método y además utilizara una hoja de cálculo. Por lo tanto, con este programa se pretende facilitar la construcción de estructuras de alias anulando la incertidumbre de errores de cálculo e interpretativos, adicional a la reducción del tiempo. El experimentador podrá conocer la estructura de alias de una fracción de un diseño de niveles mixtos de manera sencilla pudiendo concentrarse en aquella que le proporcione la mayor información de los términos de su interés. Este trabajo está limitado a mostrar el algoritmo que se codificó en MATLAB para la construcción de estructuras de alias de los diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos, más no la eficiencia del método para mostrar estas estructuras.

Descriptores: Diseños, mixtos, estructura, alias, programa.

Abstract

The purpose of this document is to show the development of a program encoded in MATLAB that aims to facilitate the construction of alias structures of mixed levels fractional designs. The program can construct alias structures of mixed levels fractional designs of 2 to 9 factors without restricting the number of runs. In addition, it performs a search for strong correlations between main effects, which prevents the experimenter from selecting a design in which the main effects are confused with each other. Imagine that the experimenter needs to build the alias structure of a 9 factor design matrix with 30 runs, which involves basic math operations, matrix operations and the analysis of a correlation matrix of size 129×129 , this would take at least 3 hours if he master the method and also use a spreadsheet. Therefore, this program aims to facilitate the construction of alias structures and cancel the uncertainty of calculation and interpretive errors, in addition to the reduction of time. The experimenter will be able to know the alias structure of a fraction of a design of mixed levels in a simple way, being able to concentrate on the one that provides the most information of the terms of interest. This work is limited to showing the algorithm that was codified in MATLAB for the construction of alias structures of mixed levels fractional factorial designs, but not the efficiency of the method to show these structures.

Keywords: Designs, mixed, structures, alias, program.

INTRODUCCIÓN

El diseño de experimentos consiste en planear y llevar a cabo un conjunto de pruebas con el fin de obtener datos, para posteriormente ser analizados estadísticamente y así obtener evidencias objetivas que permitan responder las interrogantes planteadas por el experimentador sobre una determinada situación (Gutiérrez & de la Vara, 2008). En el diseño de experimentos se estudian procesos en los que ingresan variables para producir un resultado, a dichas variables se les denominan factores, el resultado del proceso se le conoce como variable de respuesta.

Los diseños factoriales se utilizan con frecuencia como diseños de cribado en las etapas tempranas de la optimización, con el objetivo de identificar los factores que tienen mayor influencia en el proceso y descartar los factores que no son importantes o no tienen influencia sobre la variable de respuesta (Montgomery, 2017). Al fraccionar un diseño factorial completo se pierde información, esto se debe a que habrá efectos que no se podrán estimar y además se genera confusión entre los efectos involucrados. El efecto de un factor se define como el cambio observado en la variable de respuesta a consecuencia de un cambio de nivel en el factor. A los factores que se confunden entre sí se les conoce como alias, si un efecto es alias de otro significa que son el mismo efecto, pero con distinto nombre (Gutiérrez & de la Vara, 2008) y además dichos efectos no se pueden evaluar independientemente (Barker & Milivojevic, 2016). Estos efectos pueden formar estructuras de alias, las cuales indican cómo los efectos están confundidos con otros efectos (Domínguez & Castañón, 2018).

La construcción de las estructuras de alias de los diseños de dos niveles se basa en la multiplicación de cada término por las palabras que componen la relación definidora de la fracción (Ryan, 2007). Por ejemplo, si se considera un diseño factorial 2^{3-1} con generador $C = AB$; la estructura de alias del factor A se obtiene al multiplicar dicho término por ambos lados de la relación definidora $I = +ABC$, por lo tanto $A \times I = A \times ABC = A^2BC = BC$ se obtiene $[A] = A + BC$, el factor A es alias de la interacción BC . La estructura de alias para este diseño se muestra en la Figura 1.

$$[I] = I + ABC$$

$$[A] = A + BC$$

$$[B] = B + AC$$

$$[C] = C + AB$$

Figura 1. Estructura de alias para 2^{3-1}

Los diseños factoriales de niveles mixtos se utilizan en situaciones en las que se requieren factores con más de dos niveles, esto sucede comúnmente cuando estos factores tienen niveles cualitativos (Guo *et al.*, 2007). La cantidad de corridas experimentales que se requieren para estos diseños aumenta dramáticamente a medida que aumenta el número de factores o niveles (Guo *et al.*, 2009a). Por lo tanto, la utilización de estos diseños resulta económicamente inviable a causa de que se tienen que utilizar muchos recursos para su ejecución. Una manera de llevar a cabo estos experimentos es mediante el uso de diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos, a los cuales se les referirá como diseños. Estos diseños permiten analizar solo un subconjunto de corridas o fracción de un diseño completo. A dichas fracciones también se les conoce como matriz de diseño. De esta manera se evalúan los factores involucrados en sus diferentes niveles, y así es posible minimizar el empleo de recursos dado que se reducen el número de corridas experimentales (Guo *et al.*, 2007).

Se han propuesto diferentes métodos para construir diseños de niveles mixtos, algunos métodos utilizan algoritmos y técnicas complejas de programación. Para una discusión detallada de métodos de construcción, véase Wang & Wu (1991), Wang & Wu (1992), Wang (1996), Nguyen (1996), DeCock & Stufken (2000), Xu (2002), Guo *et al.* (2007) y Pantoja *et al.* (2019). A diferencia de los diseños tradicionales de dos niveles, los diseños fraccionados de niveles mixtos no tienen relación definidora y no se construyen mediante generadores. Por lo tanto, el método para construir estructuras de alias de los diseños de dos niveles no puede ser utilizado para estos diseños. Las propiedades básicas de los diseños factoriales son balance y ortogonalidad (Ríos *et al.*, 2011). La propiedad de balance se refiere a que cada nivel de un factor se ejecute el mismo número de veces en un experimento, de esta forma se obtiene una distribución uniforme de la información para cada nivel de factor. La ortogonalidad implica la independencia lineal por pares de columnas y es útil para evaluar la importancia del factor (Pantoja *et al.*, 2019). Se han propuesto criterios para evaluar dichas propiedades para diseños de niveles mixtos (Xu & Wu, 2001; Xu, 2002; Xu, 2003; Xu & Deng, 2005; Guo *et al.*, 2007; Guo *et al.*, 2009a). Sin embargo, dichos criterios no proporcionan información relacionada con los alias del diseño.

Una estrategia utilizada para crear diseños con doble número de corridas con el propósito de liberar factores o interacciones de interés confundidos se denomina foldover (Ryan, 2007). Guo *et al.* (2009b) extendieron el concepto foldover de diseños de dos niveles a diseños factoriales de niveles mixtos mediante el desa-

rollo de planes óptimos foldover. Los planes se construyeron utilizando el enfoque de búsqueda exhaustiva que implica cualquier combinación de columnas y cualquier valor de p , donde p es el grado de rotación. Ríos *et al.* (2011) desarrollaron planes semifold para diseños factoriales de niveles mixtos mediante la selección de la mitad de las combinaciones de las corridas experimentales de una fracción foldover utilizando el enfoque de búsqueda exhaustiva. Los planes semifold resultan ser diseños de tamaño más económico en comparación con los planes óptimos foldover. Ambas estrategias utilizaron el criterio llamado Métrica General de Balance (GBM) para seleccionar los planes óptimos, el cual es un criterio de mínima aberración que mide la propiedad de balance de los diseños de niveles mixtos, es importante mencionar que este criterio no puede identificar la estructura de alias del diseño.

El programa para construir estructuras de alias para diseños de niveles mixtos se basa fundamentalmente en el principio de escasez de efectos y el análisis de la matriz de correlaciones. El principio de escases de efectos fue estipulado por Box y Myers (1986), se refiere a que las interacciones consideradas importantes son todas las combinaciones posibles entre dos y tres factores. El coeficiente de correlación lineal mide la fuerza de la relación lineal entre los valores cuantitativos apareados X_j y X_k en una muestra. La relación entre dos factores X_j y X_k se calcula mediante la Ecuación 1, donde r_{jk} es el coeficiente de correlación lineal de Pearson entre los factores X_j y X_k . $Cov(X_j, X_k)$ es la covarianza entre X_j y X_k , la cual indica el grado de variación conjunta respecto a sus medias y es un dato básico para determinar si existe dependencia entre ambos factores, $varX_j$ y $varX_k$ son las varianzas de sus respectivas columnas.

$$r_{ij} = \frac{Cov(X_j, X_k)}{\sqrt{varX_j} \cdot \sqrt{varX_k}} \quad (1)$$

La covarianza se calcula mediante la Ecuación 2, donde n es el número de corridas experimentales, x_{ij} y x_{ik} son los niveles en la fila i de las columnas del factor X_j y X_k respectivamente, $\bar{x}_j$ y $\bar{x}_k$ es el promedio de los niveles que contiene la columna del factor X_j y X_k ; es decir $\bar{x}_j = \sum_{i=1}^n x_{ij} / n$ y de la misma forma se calcula $\bar{x}_k$.

$$Cov(X_j, X_k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ik} - \bar{x}_k) \quad (2)$$

La varianza es una medida de dispersión que representa la variabilidad de una serie de datos respecto a su media, $varX_j$ se calcula mediante la Ecuación 3.

$$varX_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x})^2 \quad (3)$$

El coeficiente de correlación lineal de Pearson puede variar entre -1 a 1 (Triola, 2013). En la Figura 2 se muestra una matriz de correlaciones general. La diagonal principal está compuesta por valores 1, esta diagonal divide las correlaciones que se repiten en ambos lados como un efecto espejo. Por ejemplo, los coeficientes de correlación $r_{12} = r_{21}$ tienen el mismo valor de correlación y representan la relación entre los factores X_1 y X_2 . Una relación lineal perfecta entre dos factores puede tomar un valor de correlación de ± 1 ; una correlación de 1 indica una relación lineal perfecta positiva; una correlación -1 indica una relación lineal perfecta negativa (Anderson *et al.*, 2008). Si dos factores no están altamente correlacionados, dichos factores podrían medir diferentes características o no estar claramente definidos uno del otro.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k1} & r_{k2} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 2. Matriz de correlaciones general

Un programa computacional se define como un algoritmo desarrollado en determinado lenguaje de programación para emplearse en una computadora con el objetivo de resolver problemas o realizar tareas específicas (Corona & Ancona, 2011). Los algoritmos deben tener las siguientes características: *finito*, esto significa que debe tener un inicio y un final; *preciso*, quiere decir que debe contar con un orden entre los pasos que lo componen y *definido*, significa que no debe ser ambiguo. Joyanes (2008) comenta que las herramientas comunes para diseñar programas son: el diagrama de flujo y el pseudocódigo. El diagrama de flujo es una representación gráfica de un programa y el pseudocódigo es un lenguaje de especificaciones de programas. La codificación es la escritura en un lenguaje de programación de la representación de un programa que se desarrolla previamente. El software MATLAB es una herramienta utilizada comúnmente por ingenieros y científicos debido a sus capacidades (Holly, 2007). Por lo tanto, en esta investigación la codificación del programa propuesto se llevó a cabo en el lenguaje de pro-

gramación de MATLAB, ya que mediante los recursos de programación que posee permitió construir las estructuras de alias.

A continuación se mencionan las razones que fundamentalmente justificaron llevar a cabo esta investigación. Al incrementarse el número de factores aumenta el tamaño de la matriz de correlaciones, esto dificulta el análisis para la construcción de estructuras de alias manualmente de estos diseños. Lo anterior provoca que aumente exponencialmente el tiempo para la construcción y se incremente la probabilidad de incurrir en errores de cálculo e interpretativos al manejar un gran número de datos. Otra razón importante es que aún no existe un software especializado que permita construir estructuras de alias para los diseños fraccionados de niveles mixtos. En esta investigación se abordan la construcción de estructuras de alias para los diseños propuestos en Guo *et al.* (2007) llamados arreglos eficientes y abreviados en inglés como EA.

DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO

El algoritmo del programa codificado en MATLAB se muestra en la Figura 3, este se basa en 13 pasos. Para explicar su funcionamiento se pretende construir la es-

tructura de alias del EA (21, 3²4¹7¹) propuesto por Guo *et al.* (2007). En la Tabla 1 se muestra dicho diseño, la primera columna representa el factor A con dos niveles, la segunda columna representa el factor B con dos niveles, la tercera columna representa el factor C con cuatro niveles y la cuarta columna representa el factor D con siete niveles. El primer paso consiste en introducir la matriz de diseño al programa. El paso dos analiza si se cumple con la restricción del tamaño del diseño, en caso de que la matriz de diseño no cumpla con dicha restricción el programa se detiene e indica que la matriz excede las dimensiones y en este caso la matriz del diseño cumple con la restricción del tamaño debido a que el diseño es de 4 factores y 21 corridas experimentales.

En el paso tres se codifica la matriz de diseño en notación geométrica. La matriz de diseño que se encuentra en notación natural y para realizar la codificación a notación geométrica se utiliza la Ecuación 4, donde x_{ij} es el nivel codificado del renglón i en la columna j ; l_j es el número de niveles de la columna j y l_{ij} es el nivel del renglón i en la columna j .

$$x_{ij} = 1 - \frac{2(l_j - l_{ij})}{l_j - 1} \quad (4)$$

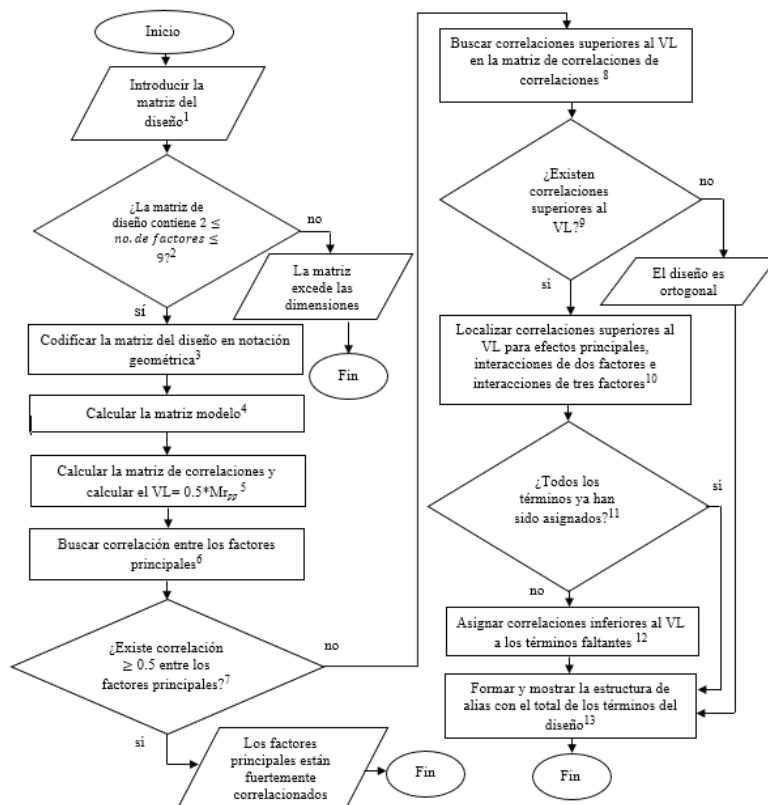


Figura 3. Algoritmo para construir estructuras de alias

Tabla 1. Diseño EA (21, 3²4¹7¹)

A	B	C	D
1	1	4	7
1	2	1	4
1	3	3	6
1	1	1	5
1	2	2	1
1	3	3	3
1	1	2	2
2	2	4	2
2	3	4	4
2	1	1	3
2	2	1	6
2	3	2	5
2	1	3	1
2	2	3	7
3	3	1	1
3	1	3	4
3	2	2	3
3	3	2	7
3	1	4	6
3	2	4	5
3	3	1	2

La notación geométrica sitúa los valores en el intervalo $[-1,1]$. En la Tabla 2 se muestra la matriz codificada. El

paso cuatro calcula la matriz modelo, esta matriz se obtiene al multiplicar las columnas de la matriz codificada para obtener las interacciones de dos factores e interacciones de tres factores, en la Tabla 3 se muestra la matriz modelo generada por el programa. El paso cinco calcula la matriz de correlaciones y el valor límite (VL), dicho valor se utiliza para filtrar las correlaciones que se consideran importantes y se obtiene encontrando la correlación más fuerte $|Mr_{pp}|$ y calculándolo con la Ecuación 5.

$$VL = 0.5 * Mr_{pp} \quad (5)$$

La matriz de correlaciones de este diseño se muestra en la Tabla 4. El programa realiza la búsqueda de correlaciones bajo la diagonal principal de la matriz de correlaciones, debido al efecto espejo de la matriz de correlaciones. Para este caso la correlación más fuerte encontrada es $|M_{pp}| = 0.8160$ y utilizando la Ecuación 6 el $VL = 0.5 * |0.8160|$ como resultado se obtiene un $VL = 0.4080$.

En el paso seis se buscan correlaciones fuertes entre efectos principales. El programa realiza una búsqueda de correlaciones cuyo valor absoluto sea mayor o igual a 0.5, esta búsqueda se realiza bajo la diagonal y solo entre efectos principales. En la Tabla 4 se observa el área de búsqueda sombreada en gris. El paso siete evalúa si

Tabla 2. Matriz codificada

A	B	C	D
-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000
-1,0000	0,0000	-1,0000	0,0000
-1,0000	1,0000	0,3333	0,6667
-1,0000	-1,0000	-1,0000	0,3333
-1,0000	0,0000	-0,3333	-1,0000
-1,0000	1,0000	0,3333	-0,3333
-1,0000	-1,0000	-0,3333	-0,6667
0,0000	0,0000	1,0000	-0,6667
0,0000	1,0000	1,0000	0,0000
0,0000	-1,0000	-1,0000	-0,3333
0,0000	0,0000	-1,0000	0,6667
0,0000	1,0000	-0,3333	0,3333
0,0000	-1,0000	0,3333	-1,0000
0,0000	0,0000	0,3333	1,0000
1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000
1,0000	-1,0000	0,3333	0,0000
1,0000	0,0000	-0,3333	-0,3333
1,0000	1,0000	-0,3333	1,0000
1,0000	-1,0000	1,0000	0,6667
1,0000	0,0000	1,0000	0,3333
1,0000	1,0000	-1,0000	-0,6667

Tabla 3. Matriz modelo

A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD
-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000
-1,0000	0,0000	-1,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-1,0000	1,0000	0,3333	0,6667	-1,0000	-0,3333	-0,6667	0,3333	0,6667	0,2222	-0,3333	-0,6667	-0,2222	0,2222
-1,0000	-1,0000	-1,0000	0,3333	1,0000	1,0000	-0,3333	1,0000	-0,3333	-0,3333	-1,0000	0,3333	0,3333	0,3333
-1,0000	0,0000	-0,3333	-1,0000	0,0000	0,3333	1,0000	0,0000	0,0000	0,3333	0,0000	0,0000	-0,3333	0,0000
-1,0000	1,0000	0,3333	-0,3333	-1,0000	-0,3333	0,3333	0,3333	-0,3333	-0,1111	-0,3333	0,3333	0,1111	-0,1111
-1,0000	-1,0000	-0,3333	-0,6667	1,0000	0,3333	0,6667	0,3333	0,6667	0,2222	-0,3333	-0,6667	-0,2222	-0,2222
0,0000	0,0000	1,0000	-0,6667	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,6667	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	-1,0000	-1,0000	-0,3333	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,3333	0,3333	0,0000	0,0000	0,0000	-0,3333
0,0000	0,0000	-1,0000	0,6667	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,6667	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	1,0000	-0,3333	0,3333	0,0000	0,0000	0,0000	-0,3333	0,3333	-0,1111	0,0000	0,0000	0,0000	-0,1111
0,0000	-1,0000	0,3333	-1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,3333	1,0000	-0,3333	0,0000	0,0000	0,0000	0,3333
0,0000	0,0000	0,3333	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3333	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000
1,0000	-1,0000	0,3333	0,0000	-1,0000	0,3333	0,0000	-0,3333	0,0000	0,0000	-0,3333	0,0000	0,0000	0,0000
1,0000	0,0000	-0,3333	-0,3333	0,0000	-0,3333	-0,3333	0,0000	0,0000	0,1111	0,0000	0,0000	0,1111	0,0000
1,0000	1,0000	-0,3333	1,0000	1,0000	-0,3333	1,0000	-0,3333	1,0000	-0,3333	-0,3333	1,0000	-0,3333	-0,3333
1,0000	-1,0000	1,0000	0,6667	-1,0000	1,0000	0,6667	-1,0000	-0,6667	0,6667	-1,0000	-0,6667	0,6667	-0,6667
1,0000	0,0000	1,0000	0,3333	0,0000	1,0000	0,3333	0,0000	0,0000	0,3333	0,0000	0,0000	0,3333	0,0000
1,0000	1,0000	-1,0000	-0,6667	1,0000	-1,0000	-0,6667	-1,0000	-0,6667	0,6667	-1,0000	-0,6667	0,6667	0,6667

Tabla 4. Matriz de correlaciones

	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD
A	1	0,1429	0,0513	0,0000	0,0000	-0,1279	0,0000	-0,4497	-0,1071	0,1423	-0,3353	-0,2002	0,5477	0,2077
B	0,1429	1	-0,1026	0,0000	0,0000	-0,4478	-0,1071	-0,0642	0,0000	-0,0285	-0,1676	-0,1201	0,2094	0,4154
C	0,0513	-0,1026	1	0,2513	-0,4202	0,0952	0,1282	-0,0989	-0,0256	0,0584	0,3612	0,1807	-0,2694	-0,4606
D	0,0000	0,0000	0,2513	1	-0,1045	0,1306	0,0000	-0,0262	0,0000	-0,0232	0,2224	0,4413	-0,3288	-0,5349
AB	0,0000	0,0000	-0,4202	-0,1045	1	-0,3130	-0,2133	-0,1389	-0,1280	0,1822	-0,0334	0,1571	-0,0376	0,1754
AC	-0,1279	-0,4478	0,0952	0,1306	-0,3130	1	0,5438	0,3795	0,2079	-0,3205	-0,1251	-0,0128	0,1086	-0,1918
AD	0,0000	-0,1071	0,1282	0,0000	-0,2133	0,5438	1	0,2088	0,4821	-0,3558	-0,0210	0,1801	-0,1450	-0,3595
BC	-0,4497	-0,0642	-0,0989	-0,0262	-0,1389	0,3795	0,2088	1	0,4175	-0,4828	0,1005	0,1517	-0,1818	-0,0027
BD	-0,1071	0,0000	-0,0256	0,0000	-0,1280	0,2079	0,4821	0,4175	1	-0,5836	0,1886	0,1401	-0,3625	-0,0479
CD	0,1423	-0,0285	0,0584	-0,0232	0,1822	-0,3205	-0,3558	-0,4828	-0,5836	1	-0,0919	-0,3316	0,1688	-0,0437
ABC	-0,3353	-0,1676	0,3612	0,2224	-0,0334	-0,1251	-0,0210	0,1005	0,1886	-0,0919	1	0,5872	-0,8160	-0,5656
ABD	-0,2002	-0,1201	0,1807	0,4413	0,1571	-0,0128	0,1801	0,1517	0,1401	-0,3316	0,5872	1	-0,6642	-0,5488
ACD	0,5477	0,2094	-0,2694	-0,3288	-0,0376	0,1086	-0,1450	-0,1818	-0,3625	0,1688	-0,8160	-0,6642	1	0,6484
BCD	0,2077	0,4154	-0,4606	-0,5349	0,1754	-0,1918	-0,3595	-0,0027	-0,0479	-0,0437	0,5656	-0,5488	0,6484	1

existen correlaciones fuertes entre efectos principales, si existen correlaciones fuertes el programa se detiene e indica que los factores principales están fuertemente correlacionados. En la Tabla 4 se puede observar que no existen correlaciones iguales o mayores a 0.5. Si no existen correlaciones fuertes entre efectos principales el programa sigue con el paso ocho, dicho paso busca correlaciones superiores al VL. El programa realiza un filtrado de correlaciones superiores al VL, cabe mencionar que el valor de las correlaciones puede ser positivo o negativo. En la Tabla 5 se muestra el resultado de la búsqueda.

El paso nueve analiza si existen correlaciones y si estas son superiores al VL, en caso de que no se cumpla con la restricción se indica que es un diseño ortogonal y se continúa con el paso trece que es donde se construye y se muestra la estructura de alias y finaliza el programa. Para este caso, como se observa en la Tabla 5, sí existen correlaciones que superan el VL. El paso diez localiza las correlaciones superiores al VL para los efectos principales, interacciones de dos factores e interacciones de tres factores siguiendo cuatro principios: las correlaciones significativas de orden menor son más importantes que las de mayor orden; las correlaciones

del mismo orden tienen igual importancia, para su selección estas deben ser desempatas por el valor de su correlación; si una interacción de segundo o tercer orden se agrega a una estructura de alias, dicha interacción ya no se puede considerar para formar otra estructura de alias; todos los efectos principales e interacciones deberán pertenecer a alguna estructura de alias del diseño. El resultado de la aplicación de estos principios se muestra en la matriz de la Tabla 6.

El paso once analiza si a todos los términos ya se les ha asignado una correlación, si esta restricción se cumple se continua con el paso trece donde se construye y se muestra la estructura de alias y el programa finaliza. Si esta restricción no se cumple el paso doce asigna correlaciones inferiores a los términos faltantes como lo indica el siguiente principio: si una interacción no tiene correlaciones superiores al VL, entonces se debe buscar

la correlación más fuerte y que dicha correlación no forme parte de otra estructura de alias.

En la Tabla 6 se observa que las interacciones CD y ABC no se han asignado. Esto se debe a que sus correlaciones no son superiores al VL, el paso doce se encarga de asignar correlaciones inferiores al VL aplicando el quinto principio del método. En la Tabla 7 se muestra la matriz que resulta de este paso.

Una vez finalizado el paso doce, el paso trece construye y muestra la estructura de alias del diseño fraccionado de niveles mixtos y el programa finaliza. La construcción se lleva a cabo tomando como base la matriz de correlaciones mostrada en la Tabla 7, las estructuras de alias se extraen de dicha matriz y se agregan las letras que representan los términos del diseño. En la Figura 4 se muestra la estructura de alias de este diseño.

Tabla 5. Matriz de correlaciones superiores al VL

	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD
A	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AB	0	0	-0,4202	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AC	0	-0,4478	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
AD	0	0	0	0	0	0,5438	1	0	0	0	0	0	0	0
BC	-0,4497	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
BD	0	0	0	0	0	0	0,48214	0,4175	1	0	0	0	0	0
CD	0	0	0	0	0	0	0	-0,4828	-0,5836	1	0	0	0	0
ABC	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
ABD	0	0	0	0,4413	0	0	0	0	0	0	0,5872	1	0	0
ACD	0,5477	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,8160	-0,6642	1	0
BCD	0	0,4154	-0,4606	-0,5349	0	0	0	0	0	0	-0,5656	-0,5488	0,6484	1

Tabla 6. Matriz de correlaciones para efectos principales e interacciones

	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD
A	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AB	0	0	-0,4202	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AC	0	-0,4478	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
AD	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
BC	-0,4497	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
BD	0	0	0	0	0	0	0,4821	0	1	0	0	0	0	0
CD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
ABC	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
ABD	0	0	0	0,4413	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
ACD	0,5477	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
BCD	0	0	0	-0,5349	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Tabla 7. Matriz de correlaciones con términos asignados

	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD
A	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AB	0	0	-0,4202	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AC	0	-0,4478	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AD	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
BC	-0,4497	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BD	0	0	0	0	0	0	0,4821	0	0	0	0	0	0	0
CD	0	0	0	0	0	0	-0,3558	0	0	0	0	0	0	0
ABC	0	0	0,3612	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ABD	0	0	0	0,4413	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ACD	0,5477	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BCD	0	0	0	-0,5349	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\begin{aligned}
 A &= A - 0.4497 \text{ BC} + 0.5477 \text{ ACD} \\
 B &= B - 0.4478 \text{ AC} \\
 C &= C - 0.4202 \text{ AB} + 0.3612 \text{ ABC} \\
 D &= D + 0.4413 \text{ ABD} - 0.5349 \text{ BCD} \\
 AD &= AD + 0.4821 \text{ BD} - 0.3558 \text{ CD}
 \end{aligned}$$

Figura 4. Estructura de alias para EA (21, 3²4¹7¹)

RESULTADOS

Por medio de esta investigación ha sido posible construir estructuras de alias para los diseños factoriales de niveles mixtos mediante un programa en MATLAB basado fundamentalmente en el principio de escasez de efectos y el análisis de la matriz de correlaciones. El programa es capaz de construir las estructuras de alias de diseños que contengan de 2 a 9 factores sin restricción del número de corridas experimentales.

El programa realiza una búsqueda de correlaciones mayores o iguales a 0.5 entre efectos principales, esto con el objetivo de informar al experimentador en el caso que exista una correlación fuerte entre efectos principales en un diseño fraccionado de niveles mixtos. Una correlación fuerte entre efectos principales implica que un efecto principal está confundido con otro efecto principal, la utilización de un diseño con este inconveniente podría resultar contraproducente para el experimentador debido a que por lo general en un experimento el interés principal es conocer los cambios en la variable de respuesta que producen los efectos principales (Kuehl, 2001). Por ejemplo, en el diseño EA (20, 4¹5¹6¹7¹) mostrado en Guo *et al.* (2007), el programa detectó una correlación fuerte entre efectos principales. En la Tabla 8 se observa que existe una correlación fuerte entre el efecto C y D, esto quiere decir que en el experimento no se podría conocer el efecto que producen

por separado ambos factores sobre la variable de respuesta. Con esta información el experimentador podrá tomar la decisión si le es conveniente utilizar este diseño.

Tabla 8. Matriz de correlaciones efectos principales vs efectos principales

EP/EP	A	B	C	D
A	1	0	0	0
B	0	1	0	0
C	0,0516	0,0204	1	0
D	0,1274	0,1282	0,7150	1

Una manera de desacoplar los efectos de interés es mediante el uso de estrategias foldover o semifold. Para visualizar el desacoplamiento de efectos de interés es necesario conocer las estructuras de alias. En la Figura 5 se muestran las estructuras de alias generadas por el programa para la fracción foldover con 40 corridas experimentales y la fracción semifold con 30 corridas experimentales del EA (20, 2⁴3¹4¹) mostrado en Guo *et al.* (2007). En esta figura se observa cómo se desacoplan algunos efectos. Por lo tanto, de esta manera se muestra la utilidad del programa desarrollado en MATLAB y la importancia de conocer la estructura de alias de estos diseños. De esta manera, el experimentador podrá elegir la estrategia de experimentación más conveniente antes o después de llevar a cabo un experimento.

El programa proveerá información si se presenta el caso que un diseño factorial fraccionado de niveles mixtos sea ortogonal. El programa propuesto en esta investigación reduce significativamente el tiempo en la construcción de las estructuras de alias para los diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos. En la Figura 6 se muestra la gráfica del tiempo de ejecución del programa, este se ejecutó en una computadora con procesador AMD E-450 y una memoria RAM de 2.00 GB. La construcción de estructuras de un diseño fraccionado de niveles mixtos de 9 factores mediante el programa en MATLAB toma solo 2 segundos. También se reduce la incertidumbre de cometer errores de cálculo e interpretativos en la construcción de estructura de alias ma-

nualmente, puesto que al incrementarse el número de factores se incrementa el tamaño de la matriz de correlaciones y se vuelve complejo el análisis para la construcción de estructuras de alias para estos diseños. Al no existir un software comercial para construir estructura de alias para los diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos, este programa desarrollado en MATLAB es una alternativa para la construcción de estas estructuras.

Por medio de este programa en MATLAB se construyeron estructuras de alias para los 20 diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos propuestos por Guo *et al.* (2007). En las siguientes Figuras 7 a 11 se muestran algunos ejemplos.

Foldover		EA (20, 2 ⁴ 3 ¹ 4 ¹)					
A = A	- 0.2000	BC	- 0.2000	BD	- 0.2000	CD	+ 0.2041
B = B	- 0.2000	AC	- 0.2000	AD	+ 0.2041	ACD	- 0.2705
C = C	- 0.2000	AB	+ 0.3360	EF	+ 0.2041	ABD	
D = D	+ 0.2041	ABC					
E = E	+ 0.3117	AF	+ 0.3445	CF	- 0.2351	DF	- 0.2131
	- 0.3507	AEF	- 0.2685	BCF			
F = F	+ 0.3131	AE	+ 0.3404	CE	- 0.2314	DE	+ 0.2042
	+ 0.3200	ABF	- 0.2050	ACE	- 0.2596	BCE	- 0.2971
BE = BE	- 0.2408	BDF	- 0.2252	DEF			
BF = BF	- 0.1659	ADE	- 0.2415	BDE			
ADF = ADF	- 0.2250	CDE	+ 0.1983	CDF			
Semifold		EA (20, 2 ⁴ 3 ¹ 4 ¹)					
A = A	+ 0.2075	BCD					
B = B	+ 0.2673	CD	- 0.2894	CEF			
C = C	+ 0.2673	BD	+ 0.5274	EF	- 0.2619	ADF	
D = D	+ 0.2673	BC	+ 0.2000	ABC			
E = E	- 0.1637	AD	+ 0.3214	AF	+ 0.5339	CF	- 0.3236
	- 0.2027	ADE	- 0.4082	AEF	- 0.3029	BEF	
F = F	+ 0.3202	AE	+ 0.5337	CE	- 0.3246	DE	+ 0.3186
	- 0.1803	ACE	+ 0.3186	ACF	- 0.3186	CDF	+ 0.3551
AB = AB	+ 0.2787	ACD					
AC = AC	+ 0.2787	ABD					
BE = BE	+ 0.5487	BCF	- 0.3224	BDF	+ 0.4000	CDE	
BF = BF	+ 0.3203	ABE	+ 0.5364	BCE	- 0.3199	BDE	

Figura 5. Estructuras de alias foldover vs semifold EA (20, 2⁴3¹4¹)

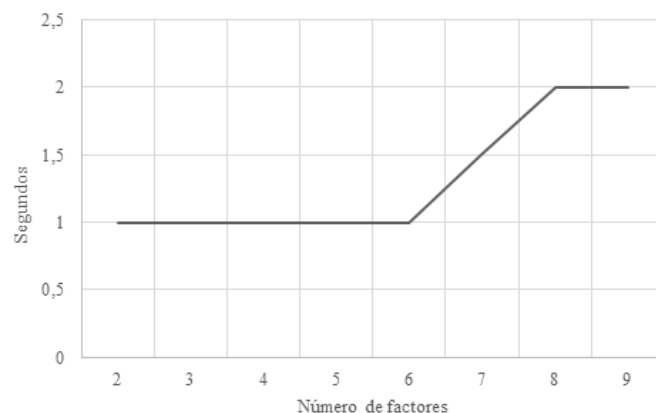


Figura 6. Gráfica del tiempo de ejecución del programa en MATLAB

A	B	C	EA(21, 3 ¹ 6 ¹ 7 ¹)
1	1	4	$A = A + 0.4588 BC$ $B = B + 0.4819 AC$ $C = C + 0.4753 AB + 0.1679 ABC$
1	2	5	
1	3	1	
1	4	6	
1	5	3	
1	6	2	
1	1	7	
2	2	2	
2	3	7	
2	4	3	
2	5	5	
2	6	1	
2	1	6	
2	2	4	
3	3	2	
3	4	5	
3	5	4	
3	6	7	
3	1	3	
3	2	1	
3	3	6	

Figura 7. Estructura de alias del EA (21, 3¹6¹7¹)

A	B	C	EA(20, 3 ¹ 4 ¹ 5 ¹)
3	1	1	$A = A + 0.1965 BC + 0.3389 ABC$ $B = B + 0.2142 AC$ $C = C + 0.1921 AB$
2	1	2	
1	1	3	
1	1	4	
2	1	5	
1	2	1	
3	2	2	
2	2	3	
1	2	4	
2	2	5	
2	3	1	
3	3	2	
1	3	3	
2	3	4	
3	3	5	
2	4	1	
1	4	2	
3	4	3	
3	4	4	
1	4	5	

Figura 9. Estructura de alias del EA (21, 3¹4¹5¹)

A	B	C	EA(15, 3 ¹ 5 ¹ 7 ¹)
1	1	7	$A = A + 0.3302 BC$ $B = B + 0.3913 AC$ $C = C + 0.3471 AB + 0.3596 ABC$
1	2	2	
1	3	5	
1	4	4	
1	5	3	
2	1	2	
2	2	5	
2	3	6	
2	4	7	
2	5	1	
3	1	4	
3	2	1	
3	3	2	
3	4	3	
3	5	6	

Figura 8. Estructura de alias del EA (15, 3¹5¹7¹)

A	B	C	D	E	F	G	$EA(20, 2^4 3^1 4^1 5^1)$						
1	1	2	2	2	3	3	A = A	+ 0.6000	BC	- 0.5657	DG	- 0.4918	BEF +
1	2	1	2	1	1	3		0.6376	CFG	- 0.4525	DEF		
1	1	2	1	3	1	2	B = B	+ 0.6000	AC	+ 0.4243	CG	+ 0.4603	EG
1	2	1	2	3	4	4		- 0.4869	AEF	- 0.4243	CDG		
1	1	2	1	1	4	1	C = C	+ 0.6000	AB	- 0.4545	DF	- 0.3723	EF +
1	2	1	1	2	3	2		0.6376	AFG	- 0.4243	BDG		
1	1	1	2	2	4	5	D = D	- 0.5657	AG	- 0.4472	CF	- 0.4685	BCG
1	2	2	1	3	2	5	E = E	+ 0.4833	BG	- 0.4821	ABF		
1	1	2	2	1	2	4	F = F	- 0.4472	CD	- 0.4799	ABE	+ 0.6325	ACG
1	2	1	1	1	2	1		- 0.4234	ADE	+ 0.4983	BDF		
2	1	2	2	2	2	2	G = G	- 0.5657	AD	+ 0.4833	BE	+ 0.6428	ACF +
2	2	2	1	1	3	4		0.4851	ADG	- 0.4330	BCD	+ 0.4408	DEG
2	1	1	1	3	2	3	AE = AE	- 0.4914	BF	+ 0.3418	ABC	+ 0.7093	BCE
2	2	2	1	2	4	3	AF = AF	- 0.3683	ACE	+ 0.5968	BCF	+ 0.5388	CDF
2	1	1	2	3	3	1		- 0.8226	DFG				
2	2	2	2	3	3	5	BD = BD	- 0.5657	ABG+	0.6124	ACD	+ 0.6403	EFG
2	1	1	1	1	1	5	CE = CE	+ 0.4902	BEG				
2	2	2	2	2	1	1	DE = DE	- 0.4665	AEG+	0.5727	BFG		
2	1	1	1	2	1	4	FG = FG	- 0.7920	ADF+	0.5698	BDE	- 0.4632	CEG
2	2	1	2	1	4	2	ABD = ABD	+ 0.5541	CEF				

Figura 10. Estructura de alias del $EA(20, 2^4 3^1 4^1 5^1)$

A	B	C	D	E	F	EA (20, 2 ⁴ 5 ¹ 7 ¹)								
1	1	1	1	1	2									
1	2	2	1	4	3									
1	1	2	1	2	1	A = A	- 0.5657	BE	+	0.4336	AEF			
1	2	1	2	4	4	B = B	- 0.5657	AE	-	0.3358	AF	- 0.5044	DF +	
1	1	2	2	5	5		0.2041	ACD	+	0.4396	BEF			
1	2	1	2	3	1	C = C	+	0.4396	CEF					
1	1	1	2	1	3	D = D	- 0.4947	BF	+	0.4370	DEF			
1	2	1	1	5	7	E = E	- 0.5657	AB	+	0.4851	ABE	+	0.4170	CDE
1	1	2	2	2	6	F = F	- 0.4921	BD	+	0.4352	ADF	- 0.3066	BCD	
1	2	2	1	3	6	AC = AC	- 0.5714	BCE						
2	1	2	2	4	7	AD = AD	+	0.3938	ACF	- 0.5657	BDE			
2	2	2	2	1	1	BC = BC	- 0.5714	ACE	+	0.4445	BDF	- 0.5321	CDF	
2	1	1	1	4	5	CD = CD	- 0.5044	BCF						
2	2	2	2	5	2	CE = CE	+	0.4383	CF	- 0.5774	ABC			
2	1	1	2	3	2	DE = DE	- 0.5774	ABD						
2	2	1	2	2	3	EF = EF	- 0.5960	ABF	- 0.4239	ADE				
2	1	2	1	3	4									
2	2	2	1	1	4									
2	1	1	1	5	6									
2	2	1	1	2	5									

Figura 11. Estructura de alias del $EA(20, 2^4 5^1 7^1)$

CONCLUSIONES

Los diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos permiten analizar solo una fracción de un diseño factorial de nivel mixto completo, de este modo es posible minimizar el empleo de recursos dado que se reducen el número de corridas experimentales. La desventaja de fraccionar es la pérdida de información y la confusión de efectos en el experimento. Es así como resulta necesario conocer la forma en que los términos del diseño quedan confundidos, esta información la proporcionan las estructuras de alias.

Las conclusiones de acuerdo con los resultados obtenidos en esta investigación demostraron que es posible construir estructuras de alias para los diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos mediante un programa en MATLAB. El programa permitió construir las estructuras de alias para los 20 diseños propuestos por Guo *et al.* (2007), sin embargo, en este documento únicamente se muestran las estructuras de 7 diferentes diseños, incluyendo las estructuras de alias de un diseño foldover y semifold. El programa muestra información que el experimentador necesita conocer para tomar la decisión en la elección del diseño y llevar a cabo el experimento, puesto que la elección del diseño es un paso importante en la planeación del experimento (Wu & Hamada, 2009). Es decir, se podrá elegir el diseño que brinde la mayor información en el experimento, esto se traduce en ahorros de recursos puesto que se reduce la probabilidad de elegir un diseño que no estime los efectos que el experimentador está interesado en conocer. También podrá ser útil para evaluar las estructuras de alias de diseños generados por las estrategias foldover y semifold de diseños fraccionados de niveles mixtos, de esta manera facilitará la elección de la estrategia que más convenga en la experimentación. El programa en MATLAB es capaz de construir estructuras de alias de 2 a 9 factores sin restricción del número de corridas experimentales, el tiempo máximo de ejecución del programa es de 2 segundos, lo que le permite al experimentador ahorrar tiempo y construir estas estructuras de alias fácilmente. Al no existir un software para construir las estructuras de alias para los diseños factoriales fraccionados de niveles mixtos el programa desarrollado en MATLAB mostrado en esta investigación es una opción importante para considerar en el ámbito de la experimentación.

REFERENCIAS

- Anderson, D. R., Sweeney, D. J. & Williams, T. A. (2008). *Estadística para administración y economía*. México: Cengage Learning Editores.
- Barker, T. B. & Milivojevich, A. (2016). *Quality by experimental design*. CRC Press.
- Box, G. & Meyer, R. (1986). An Analysis for Unreplicated Fractional Factorials. *Technometrics*, 28(1), 11-18. <https://doi.org/10.1080/00401706.1986.10488093>
- Corona, M. A. & Ancona, M. A. (2011). *Diseño de programas y su codificación en lenguaje C*. México: McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. de C.V.
- DeCock, D. & Stufken, J. (2000). On finding mixed orthogonal designs of strength 2 with many 2-Level factors. *Statistics & Probability Letters* 50(4), 383-388. [https://doi.org/10.1016/S0167-7152\(00\)00125-5](https://doi.org/10.1016/S0167-7152(00)00125-5)
- Domínguez, J. & Castañón, E. (2018). *Diseños de experimentos. Estrategias y análisis en ciencias e ingenierías*. México: Alfaomega.
- Guo, Y., Simpson, J. R. & Pignatiello, J. J. (2007). Construction of efficient fractional factorial Mixed-Level Design. *Journal of Quality*, 39(3), 241-257. <https://doi.org/10.1080/00224065.2007.11917691>
- Guo, Y., Simpson, J. R. & Pignatiello J. J. (2009). The general balance metric for mixed-level fractional factorial designs. *Quality and Reliability Engineering International*, 25(3), 335-344. <https://doi.org/10.1002/qre.982>
- Guo Y, Simpson J. R. & Pignatiello J. J. (2009). Optimal foldover plans for mixed-level fractional factorial designs. *Quality and Reliability Engineering International*, 25(4), 449-466. <https://doi.org/10.1002/qre.981>
- Gutiérrez, H. & de la Vara, R. (2008). *Análisis y diseños de experimentos*. México: McGraw-Hill.
- Joyanes, L. (2008). *Fundamentos de programación*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S. A. U.
- Kuehl, R. O. (2001). *Diseños de experimentos principios estadísticos para el análisis y diseños de investigaciones*. México: Thomson Editores.
- Holly, M. (2007). *MATLAB para ingenieros*. México: Pearson Educación México.
- Montgomery, D. (2017). *Design and analysis of experiments*. New York: John Wiley & Sons.
- Nguyen, N. K. (1996). A Note on the construction of Near-Orthogonal designs with mixed levels and economic run size. *Technometrics*, 38(3), 279-283. <https://doi.org/10.1080/00401706.1996.10484508>
- Pantoja Y. V., Ríos A. J. & Tapia M. (2019). A method for construction of mixed-level fractional designs. *Quality and Reliability Engineering International*, 1-20. <https://doi.org/10.1002/qre.2466>
- Ríos, A., Simpson, J. & Guo, Y. (2011). Semifold plans for Mixed-level designs. *Quality Reliability Engineering International*, 27(7), 921-929. <https://doi.org/10.1002/qre.1181>
- Ryan, T. (2007). *Modern experimental design*. Hoboken, New Jersey, U.S.A: John Wiley & Sons.
- Triola, M. F. (2013). *Estadística*. México: Pearson Educación.
- Xu, H. & Wu, C. J. (2001). Generalized minimum aberration for asymmetrical fractional factorial designs. *The Annals of Statistics*, 29(4), 1066-1077. <https://doi.org/10.1214/aos/1013699993>

- Xu, H. (2002). An algorithm for constructing orthogonal and nearly orthogonal arrays with mixed levels and small runs. *Technometrics*, 44(4), 356-368. <https://doi.org/10.1198/004017002188618554>
- Xu, H. (2003) Minimum moment aberration for nonregular designs and supersaturated designs. *Statistica Sinica*, 13(3), 691-708. <https://www.jstor.org/stable/24307119>
- Xu, H. & Deng, L.Y., (2005). Moment aberration projection for nonregular fractional factorial designs. *Technometrics*, 47(2), 121-131. <https://doi.org/10.1198/0040170040000000617>
- Wang, J. C. & Wu, C. F. J. (1991). An approach to the construction of asymmetrical orthogonal arrays. *Journal of the American Statistical Association*, 86(414), 450-456. <https://doi.org/10.1080/01621459.1991.10475065>
- Wang, J. C. & Wu, C. F. J. (1992). Nearly orthogonal designs with mixed levels and small runs. *Technometrics* 34(4), 409-422. <https://doi.org/10.1080/01621459.1991.10475065>
- Wang, J. C. (1996). Mixed difference matrices and the construction of orthogonal arrays. *Statistics & Probability Letters* 28(2), 121-126. [https://doi.org/10.1016/0167-7152\(95\)00105-0](https://doi.org/10.1016/0167-7152(95)00105-0)
- Wu, C. & Hamada, M. (2009). *Experiments: Planning, analysis and parameters design optimization*. New Jersey: Wiley & Sons.