



Ingeniería, investigación y tecnología

ISSN: 1405-7743

Facultad de Ingeniería, UNAM

Flores-Fuentes, Wendy; Valenzuela-Delgado, Mónica; Bravo-Zanoguera, Miguel Enrique; Rivas-López, Moisés; Hernández-Balbuena, Daniel; Rodríguez-Quinonez, Julio Cesar; Sergiyenko, Oleg; Lindner, Lars  
Estimación de la incertidumbre en un sistema de visión para la evaluación experimental de un mezclador magneto-hidrodinámico  
Ingeniería, investigación y tecnología, vol. XXI, núm. 4, 00005, 2020, Octubre-Diciembre  
Facultad de Ingeniería, UNAM

DOI: <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2020.21.4.033>

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40471794005>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

UNAM  
redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc  
Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto



# Estimación de la incertidumbre en un sistema de visión para la evaluación experimental de un mezclador magneto-hidrodinámico

## Estimation of the uncertainty in a vision system for the experimental evaluation of a magneto-hydrodynamic mixer

Flores-Fuentes Wendy  
Universidad Autónoma de Baja California  
Correo: [flores.wendy@uabc.edu.mx](mailto:flores.wendy@uabc.edu.mx)  
<https://orcid.org/0000-0002-1477-7449>

Valenzuela-Delgado Mónica  
Universidad Autónoma de Baja California  
Correo: [monicavd74@uabc.edu.mx](mailto:monicavd74@uabc.edu.mx)  
<https://orcid.org/0000-0002-3921-807X>

Bravo-Zanoguera Miguel Enrique  
Universidad Autónoma de Baja California  
Correo: [mbravo@uabc.edu.mx](mailto:mbravo@uabc.edu.mx)  
<https://orcid.org/0000-0003-1227-9726>

Rivas-López Moisés  
Universidad Autónoma de Baja California  
E-mail: [mrivas@uabc.edu.mx](mailto:mrivas@uabc.edu.mx)  
<https://orcid.org/0000-0001-8751-4693>

Hernández-Balbuena Daniel  
Universidad Autónoma de Baja California  
Correo: [dhernan@uabc.edu.mx](mailto:dhernan@uabc.edu.mx)  
<https://orcid.org/0000-0002-0055-4797>

Rodríguez-Quinonez Julio Cesar  
Universidad Autónoma de Baja California  
Correo: [julio.rodriguez81@uabc.edu.mx](mailto:julio.rodriguez81@uabc.edu.mx)  
<https://orcid.org/0000-0002-1830-0226>

Sergiyenko Oleg  
Universidad Autónoma de Baja California  
Correo: [srgnk@uabc.edu.mx](mailto:srgnk@uabc.edu.mx)  
<https://orcid.org/0000-0003-4270-6872>

Lindner Lars  
Universidad Autónoma de Baja California  
Correo: [lindner.lars@uabc.edu.mx](mailto:lindner.lars@uabc.edu.mx)  
<https://orcid.org/0000-0002-0623-6976>

### Resumen

Se presenta la metodología y los resultados de la estimación de incertidumbre de un sistema de visión basado en iluminación por campo oscuro para la evaluación experimental de un mezclador magneto-hidrodinámico (MHD, por sus siglas en inglés). Dicha evaluación se realizó a través de un sistema de visión diseñado para realizar mediciones de velocidad sobre la superficie libre del micro-fluido contenido en el mezclador MHD, el sistema de visión permite disminuir la restricción de transparencia de las paredes del contenedor (mezclador propuesto) y permite aplicar sus paredes como un par de electrodos distribuidos. La estructura del mezclador se clasifica como un canal anular abierto. El canal está formado por dos cilindros de material conductor, una base aislante y una superficie abierta. El canal anular contiene un micro-fluido de baja conductividad, el cual se gobierna por la ley de Lorenz debido a la presencia de un campo magnético y un campo eléctrico, resultando en un proceso de mezclado. La manipulación de fluidos a través de la MHD es muy útil y de gran interés para el diseño de sofisticados sistemas micro-electromecánicos (MEMS, por sus siglas en inglés), en especial para sistemas de microanálisis total ( $\mu$ TAS por sus siglas en inglés), también conocidos como dispositivos laboratorio-en-un-chip (LOC, por sus siglas en inglés). Sin embargo, no es una tarea fácil para un control preciso del micro-fluido, se requiere considerar en el diseño de los mezcladores algunos parámetros como la forma y tamaño del canal, conductividad del micro-fluido y la interacción de los campos magnético y eléctrico. Además, se requiere de una herramienta que permita evaluar el comportamiento del micro-fluido, en esta ocasión, un sistema de visión basado en velocimetría en imágenes de partículas (PIV, por sus siglas en inglés), al cual bajo las especificaciones de experimentación descritas en el presente trabajo se estimó una incertidumbre de medición de  $\pm 0.001152$  m/s para perfiles de medición con comportamiento de velocidad estables, cuya máxima velocidad de perfil es mayor a 0.003000 m/s y corresponden a micro-fluidos MHD de baja conductividad compuestos de 100 ml de agua destilada y 0.1 g de esferas S-HGS, inducidos por un campo magnético de 0.1624 T, un campo eléctrico inducido por la aplicación de una diferencia de potencial mayor a 4.0 V en un canal anular abierto con configuración de profundidad de 7 mm, relación de radios de 0.60, y relación de aspecto de 0.22. Con el sistema de visión se logra obtener una configuración optimizada geométrica y magnetohidrodinámica de mezcladores que abrirán nuevas posibilidades en la eficiencia del control automático del proceso de mezclado de fluidos.

**Descriptores:** Magneto-hidrodinámica, micro-fluidos, sistema de visión, mezclador.

### Abstract

The methodology and the result of the estimation of uncertainty of a vision system based on darkfield lighting for the experimental evaluation of a magneto-hydrodynamic mixer (MHD) are presented. The evaluation was realized through a vision system designed to perform velocity measurements on the free surface of the micro-fluid contained in the MHD mixer, said vision system allows to reduce the transparency restriction of the container walls (proposed mixer) and allows to apply its walls as a pair of distributed electrodes. The structure of the mixer is classified as an open annular channel. The channel is formed by two cylinders of conductive material, an insulating base, and an open surface. The annular channel contains a micro-fluid of low conductivity, which is governed by the Lorenz law, due to the presence of a magnetic field and an electric field, resulting in a mixing process. The manipulation of micro-fluids through the MHD is very useful and of great interest for the design of sophisticated micro-electromechanical systems (MEMS), especially for total microanalysis system ( $\mu$ TAS), known as lab-on-a-chip (LOC) devices. However, it is not an easy task, for precise control of the micro-fluid it is necessary to consider in the design of the mixers parameters such as the shape and size of the channel, conductivity of the micro-fluidic, and the interaction of the magnetic and electric fields. In addition, a tool is required to evaluate the behavior of the micro-fluid, on this time, a vision system based on particle image velocimetry (PIV), to which, under the experimentation specifications described in this work, a measurement uncertainty of  $\pm 0.001152$  m/s was estimated for measurement profiles with stable velocity behavior, whose maximum profile velocity is greater than 0.003000 m/s and correspond to low conductivity MHD fluids composed of 100 ml of distilled water and 0.1 g of S-HGS spheres induced by a magnetic field of 0.1624 T, an electric field induced by the application of a potential difference greater than 4.0 V in an open annular channel with 7 mm depth setting, radius ratio of 0.60, and aspect ratio of 0.22. With the vision system it will be possible to obtain a geometrically and magnetohydrodynamic optimized configuration of mixers that will open up new possibilities in the efficiency of automatic control of the fluid mixing process.

**Keywords:** Magneto-hydrodynamic, micro-fluid, vision system, mixer.

## INTRODUCCIÓN

El uso de micro-fluidos en el diseño de sistemas mecánicos es cada vez más frecuente. Con el desarrollo de novedosas técnicas computacionales el modelado del comportamiento de los micro-fluidos puede ser muy preciso, lo que permite figurar el uso de micro-fluidos en el diseño de sofisticados sistemas micro-electromecánicos (MEMS, por sus siglas en inglés) para aplicaciones en micro escala que requieren de gran precisión.

Los sistemas electromecánicos requieren energía eléctrica para funcionar, ya que su tarea esencial es poner piezas en movimiento, la aplicación de micro-fluidos puede producir el mismo efecto deseado en el movimiento de piezas mecánicas, dotando a los MEMS de la capacidad para llevar a cabo funciones específicas (Das, 2013), entre las más comunes el bombeo, propulsión, agitación y mezclado de fluidos, conexiones en red e incluso enfriamiento sin la necesidad de componentes mecánicos (Kumar, 2011).

En la actualidad, casi todos los mecanismos convencionales pueden perder ciertas cantidades de energía debido a condiciones como la fricción de sus partes, lo que resulta un inconveniente para algunas aplicaciones.

El diseño de MEMS está en constante evolución y varias disciplinas se unen al desarrollo de sistemas para mejorarlos. Una de ellas es el caso de la magneto-hidrodinámica (MHD), la cual proporciona una solución alternativa al problema de la fricción gracias a la ventaja de su naturaleza no intrusiva, ya que no se requiere de elementos mecánicos en movimiento para lograr el funcionamiento de los MEMS, reduciendo la posibilidad de averías, vibraciones no deseadas y del ruido, obteniendo una transformación directa de energía electromagnética a energía mecánica.

La aplicación de la MHD está ganando constantemente el interés de los diversos campos de la ingeniería y de la investigación científica para mejorar la tecnología empleada en naves espaciales, aviones y vehículos marinos, etcétera (Zhang & Chen, 2020).

Recientes experimentaciones han emergido con el propósito de manipular micro-fluidos, utilizando la inducción de una fuerza de Lorentz para impulsar el movimiento del micro-fluido, el progreso logrado en este campo multidisciplinario y su incursión en una gran variedad de aplicaciones se puede seguir a través de la literatura científica. Algunas de las aplicaciones más comunes son el micro-bombeo (Al-Hababeh *et al.*, 2016), el micro-mezclado (Yuan & Kakkattukuzhy, 2014), el control de micro sistemas a través de redes de fluidos (Bau *et al.*, 2003), y el micro-enfriamiento (Mahabales-

hwar *et al.*, 2020). Sin embargo, aún permanece como área de investigación, ya que requiere de análisis y da lugar al desarrollo y aplicación de sistemas de visión máquina para evaluar el comportamiento de micro-fluidos mediante la medición de las velocidades y direcciones del fluido presente en los MEMS.

Los sistemas de visión son una fuente esencial de información para la integración de los sistemas mecánicos y micro-fluídicos al proveer la información necesaria para el análisis, el diseño de la forma, estructura y el rendimiento de mezcladores para MEMS (Yuan & Kakkattukuzhy, 2014).

El presente artículo introduce el método original optoelectrónico y el modelo matemático para analizar variedad de campo de velocidades en micro-fluidos, asimismo presenta la configuración de un mezclador MHD propuesto, demuestra la validez teórica y experimental del modelo matemático del mezclador MHD, resume la metodología de experimentación seguida para la validación del modelo matemático del mezclador MHD y para la estimación de la incertidumbre del sistema de visión. Finalmente expresa los resultados y conclusiones, así como la necesidad de futuras acciones identificadas para la mejora del sistema de visión. Todo esto con el propósito de contribuir al desarrollo de un novedoso sistema de visión que permita caracterizar los comportamientos de los distintos micro-fluidos en las variadas configuraciones de sistemas MHD, enfocados a la optimización de su diseño en distintas aplicaciones.

## MICRO-SISTEMAS ELECTROMECAÑICOS (MEMS)

El diseño de MEMS permanece en constante evolución y varias disciplinas se involucran para aportar sus beneficios e ir resolviendo los retos que se presentan.

Los MEMS son útiles para casi todos los campos de aplicación en micro-escala debido a su bajo consumo de energía, tamaño, costo y capacidad de adaptación (Valenzuela *et al.*, 2017). La fabricación de MEMS se realiza por lotes, consiste en una serie de sustratos delgados y planos estructurados como capas, lo que resulta en dispositivos baratos para sensores y actuadores con una presencia mínima invasiva en las aplicaciones.

Los transductores MEMS convierten la energía de entrada en otro tipo de energía de salida, estos tipos de energía pueden ser mecánica, óptica, eléctrica, fluidica, magnética, térmica, etcétera. La función del transductor-sensor MEMS, se encarga principalmente de medir una cantidad física sin producir efectos de carga, mientras que la función del transductor-actuador MEMS es mover o controlar un sistema. Existen MEMS basados

en diversos fenómenos como: piezoeléctrico, resonante, magnético, termo-eléctrico, capacitivo, termo-mecánico, termo-neumático, inductivo, resistivo, óptico, y los basados en micro-fluidos. Respecto a los basados en micro-fluidos han surgido un gran número de tecnologías, entre ellas, las basadas en MHD.

La micro-fluídica permite la interconexión de redes de micro-canales (Bau *et al.*, 2003), proporcionando a los MEMS funciones de control y de multiplexación para ser parte de sistemas en diferentes aplicaciones, tales como las cabezas de impresoras de inyección de tinta, dosificadores micro-bomba no mecánica, detectores de gas y una larga lista de bio-sensores y sistemas de análisis químicos para alimentos, así como para propósitos farmacéuticos.

Por otro lado, se consideran fluidos todas aquellas sustancias que se deforman bajo la acción de un esfuerzo cortante, así, para este modelado se considera como continuo a pesar de que está formado por millones de moléculas. Por otro lado, cuando el volumen del fluido es muy pequeño, se estima utilizando el recorrido libre de las moléculas.

Para canales anulares se pueden predecir los patrones de su fluido por medio del número de Reynolds, por ejemplo, para números de Reynolds menores a 2300 al patrón se le llama “flujo laminar” y para números entre 2300 y 4000 el patrón se denomina “flujo de transición”. De la misma forma, para números mayores el patrón se nombra “flujo turbulento”. El número de Reynolds se relaciona con la velocidad media del fluido, el diámetro del canal y la viscosidad del fluido (interpretado como la relación de fuerzas de inercia a fuerzas viscosas).

### CANALES MAGNETOHIDRODINÁMICOS

El principio de funcionamiento de los canales magneto-hidrodinámicos se basa en la fuerza de Lorentz (Jewett, 2009), la cual actúa en una solución eléctricamente conductora en presencia de los campos magnético y eléctrico.

co, lo que resulta en el movimiento de flujo, como se expresa en (1) donde  $q$  es la carga móvil sobre la que actúa la fuerza de Lorentz, que tiene una velocidad  $\mathbf{v}$  en presencia tanto de un campo eléctrico  $\mathbf{E}$  y un campo magnético  $\mathbf{B}$ , experimentando a la vez una fuerza eléctrica  $q\mathbf{E}$  y una fuerza magnética  $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ .

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

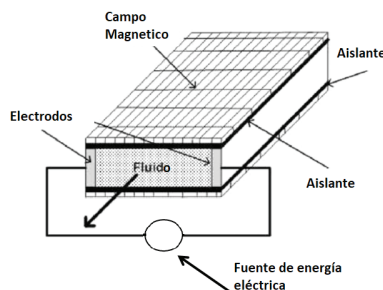
En un principio, las soluciones más empleadas fueron los metales líquidos y los gases ionizados, mientras que en investigaciones recientes se utilizan soluciones electrolíticas de baja conductividad (Yuan & Kakkatukuzhy, 2017), aunque las soluciones electrolíticas generalmente se contaminan debido a las reacciones electroquímicas que ocurren en las superficies de los electrodos (Mitra, 2011), además de propiciar la generación de burbujas (Lemoff & Lee, 2000).

Los canales rectangulares son los más comunes, estos consisten de dos paredes en paralelo actuando como electrodos (Jang & Lee, 2000), aunque también existen otras configuraciones (Rashidi *et al.*, 2017) como la del mezclador MHD propuesto, el cual consiste en un canal anular formado por un anillo interno y otro anillo externo actuando de igual manera como electrodos. Algunos canales son cerrados y otros abiertos, lo que causa la presencia de una superficie libre donde se pueden observar los efectos de la tensión superficial, así como el comportamiento del flujo. El campo magnético se puede inducir por electroimanes o imanes permanentes, mientras que el campo eléctrico por una fuente de voltaje o corriente, ya sea continua o alterna (Zhao *et al.*, 2015), ver Figura 1.

### DISEÑO DEL MEZCLADOR MAGNETOHIDRODINÁMICO

La configuración del mezclador MHD propuesto consiste en un canal anular abierto, el electrodo de cobre interno tiene un radio  $R_1$  de 18.76 mm, el electrodo de cobre externo tiene un radio  $R_2$  de 31.44 mm ( $R_1 < R_2$ ),

a) Canal rectangular



b) Canal anular

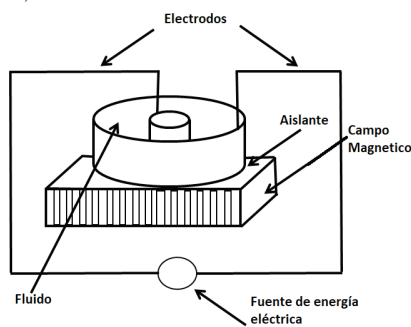


Figura 1. Canales MHD

con una profundidad  $h$  de 7 mm, la base es una pared aislante de 10 x 10 cm hecha de resina (PSP, por sus siglas en inglés). Es un mezclador con las características principales que se presentan en un micromezclador y en un microfluído que sería el flujo laminar. Asimismo, es un prototipo para el análisis de lo que podría presentarse en un micro-mezclador, donde se consigue el flujo laminar por la baja velocidad de flujo y donde se presentan vórtices que modifican su estado de laminar a turbulento debido al cambio brusco de voltaje, es decir, cambio abrupto de velocidad, que se obtiene cuando las partículas o fluido se encuentran con una velocidad que tiende a cero, lo que aplica repentinamente un voltaje alto. Este se estabiliza cuando el fluido alcanza la velocidad de acuerdo con el voltaje aplicado.

El modelado matemático de canales con una profundidad finita requiere que sean consideradas las fuerzas de arrastre ocasionadas por las superficies del canal, tanto de la base, como de la tapadera y de las paredes, como se demuestra en Bozkaya (2017). La ecuación diferencial que representa el comportamiento del flujo se puede resolver por medio del método de Galerkin con series ortogonales de Bessel-Fourier. El modelado matemático de un canal anular cerrado se analizó en Ortiz *et al.* (2017) considerando los efectos de las cuatro paredes del canal, mientras que el modelado matemático del canal anular abierto propuesto se analizó en Valenzuela *et al.* (2018b). El canal se encuentra sobre un imán permanente de neodimio, el cual induce un campo magnético  $B_0$  de 0.1624 T en dirección paralela al eje del canal. También cuenta con una fuente de corriente directa que lo induce a fluir un campo eléctrico a través del fluido contenido en el canal anular, por medio de la aplicación de una diferencia de potencial  $\Delta\phi$  entre sus electrodos cilíndricos, de modo que una corriente eléctrica circula radialmente dentro del fluido. La corriente interactúa con el campo magnético aplicado, dando lugar a una fuerza de Lorentz que impulsa el fluido en la dirección azimutal. Cuando la corriente fluye hacia adentro (hacia afuera), el fluido se moverá en sentido contrario a las manecillas del reloj. Es decir, dicho fluido es controlado por la fuerza de Lorentz debido a la presencia de los campos magnético y eléctrico. El fluido circula continuamente en un ciclo cerrado, ya sea con un perfil de velocidad estable o de manera caótica con formación de vórtices, dependiendo de la intensidad de corriente suministrada en la conductividad eléctrica  $\sigma$  (la cual de manera ideal debe ser baja y uniforme), de la densidad del fluido  $\rho$ , y de su viscosidad cinética  $\nu$ . En el caso de un fluido que se mueve en un tubo de sección circular, el flujo persistente será laminar por debajo de un número de Reynolds crítico de aproximadamente 2040 (Avila, 2011). El número de Reynolds que

delimita flujo turbulento y laminar depende de la geometría del sistema; además, la transición de flujo laminar a turbulento es generalmente sensible a ruido e imperfecciones en el sistema (Reynolds, 1883), estos flujos experimentan una transición repentina del movimiento laminar al turbulento a medida que aumenta la velocidad, y el inicio de la turbulencia cambia radicalmente la eficiencia del transporte y las propiedades de mezcla.

Por otra parte, de acuerdo con la Ley de Fuerza de Lorentz, expresada en (1), en condiciones de laboratorio el campo magnético inducido por la corriente eléctrica que circula en el fluido es muy pequeño en comparación con el campo magnético aplicado a través del imán (Flores *et al.*, 2017). Esta condición implica que el número magnético de Reynolds, expresado en (2), tome valores menores a la unidad, es decir,  $R_m \ll 1$ , donde  $\mu_0$  es la permitividad magnética en el vacío,  $\sigma$  es la conductividad eléctrica,  $U_c$  es la escala característica de velocidad y  $L$  es la escala característica de longitud (Davidson, 2001).

Ante la aproximación de  $R_m \ll 1$ , las ecuaciones que gobiernan el flujo MHD en el canal anular se pueden expresar en su forma adimensional (3)-(6), donde  $\mathbf{u}$  representa a los campos de velocidad,  $p$  es presión,  $\mathbf{j}$  es la densidad de corriente y  $\mathbf{B}$  es el campo magnético, los cuales son normalizados por  $U_c$ ,  $\sigma\Delta\phi B_0$ ,  $\sigma\Delta\phi/R_2$  y  $B_0$ , respectivamente, y donde la velocidad característica está dada por  $U_c = R_2 \sigma \Delta\phi B_0 / \rho \nu$ . Las coordenadas están normalizadas por  $R_2$ , que es la escala característica de longitud, mientras que  $R_2/U_c$  es la de tiempo. Por otra parte, el potencial eléctrico  $\phi$  es normalizado por  $\Delta\phi$ . Debido a que el campo magnético es uniforme, el campo magnético normalizado coincide con el vector unitario en la dirección axial,  $\mathbf{B} = \hat{e}_z$ . Además, los números de Hartmann y de Reynolds se definen como  $H_a = B_0 R_2 \sqrt{\sigma / \rho \nu}$  y  $Re = \rho U_c R_2 / \mu$ , respectivamente. Las ecuaciones de continuidad de Navier-Stokes se representan por (3)-(4), la ley de Ohm se representa por (5) y la ecuación para el potencial eléctrico que considera la conservación de carga por (6). Debido a que se asumirá que el número de Reynolds es muy pequeño, el término inerte de (4) puede ser descartado. Además, como la densidad de corriente es puramente radial y el campo magnético uniforme apunta en la dirección axial, la fuerza de Lorentz es totalmente azimutal.

Por lo tanto, se puede buscar una solución de eje simétrico estable en la forma  $\mathbf{u} = u_\theta(r, z) \hat{e}_\theta$ , donde  $u_\theta$  y  $\hat{e}_\theta$  son las componentes de velocidad y el vector unitario en la dirección azimutal. Como se asumirá un número de Hartmann muy pequeño,  $Ha \approx 0.01$ , el término de segundo orden  $Ha^2$  en (5)-(6) puede ser descartado. Ante esta consideración el potencial eléctrico se puede



determinar al resolver la ecuación de Laplace  $\nabla^2\phi = 0$  con las condiciones de frontera expresadas en (7), donde  $\eta = R_1 / R_2$ , cuya solución se expresa en (8).

$$R_m = \mu_0 \sigma U_c L \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \frac{1}{R_e} \{-\nabla p + \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{j} \times \mathbf{B}\} \quad (4)$$

$$\mathbf{j} = -\nabla \phi + Ha^2 (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (5)$$

$$\nabla^2 \phi = Ha^2 \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (6)$$

$$\phi(\eta) = 0, \quad \phi(1) = 1, \quad (7)$$

$$\phi(r) = \frac{\ln \frac{r}{\eta}}{\ln \frac{1}{\eta}} \quad (8)$$

Las ecuaciones que rigen la presión y el componente de velocidad azimutal se reducen a (9)-(10), donde  $\varepsilon$  es la relación de aspecto  $h / R_2$  que considera la profundidad del canal, (9) describe el equilibrio entre la fuerza centrífuga que actúa hacia afuera y la presión radial en la dirección opuesta, (10) debe complementarse con las condiciones de frontera localizadas en  $r = \eta, 1$  como se muestra en (11)-(12). Respecto a la base aislante (pared de Hartmann) y la superficie libre del canal localizados en  $z = 0, 1$ , respectivamente se obtienen (13)-(14).

$$\frac{u_\theta^2}{r} = \frac{\partial p}{\partial r} \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} - \frac{1}{r |\ln \eta|} = 0 \quad (10)$$

$$u_\theta(r, z)|_{r=1} = 0 \quad (11)$$

$$u_\theta(r, z)|_{r=\eta} = 0 \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial u_\theta(r, z)}{\partial z} \right|_{z=1} = 0 \quad (13)$$

$$u_\theta(r, z)|_{z=0} = 0 \quad (14)$$

La solución de (10) a partir de las condiciones de frontera (11)-(14), se expande en (15)-(17), donde  $J_1(\alpha_m r)$  y  $Y_1(\alpha_m r)$  son las soluciones de la ecuación de Bessel, y  $\alpha_m$  corresponde a los valores propios (*eigenvalues*) que satisfacen las condiciones de frontera (11)-(12), mientras que los valores propios (*eigenvalues*) (17) satisfacen las condiciones de frontera (13)-(14).

$$v_\theta = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_{mn} f_m(r) g_n(z) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_{mn} v_{1,m}(r) g_n(z) \quad (15)$$

$$v_{1,m} = J_1(\alpha_m r) + A_m Y_1(\alpha_m r) \quad (16)$$

$$g_n(z) = B_n \sin\left(\frac{2n-1}{2} \pi z\right) \quad (17)$$

Las condiciones de frontera (11)-(12) se pueden describir en la forma de (18), mientras que las ecuaciones (15)-(17), son sustituidas en (10), después los residuos se hacen ortogonales a las funciones básicas de prueba. Tomando la aproximación (19) y formando el residuo (20) se obtiene (21).

$$\begin{vmatrix} J_1(\alpha_m) & Y_1(\alpha_m) \\ J_1(\alpha_m \eta) & Y_1(\alpha_m \eta) \end{vmatrix} = 0 \quad (18)$$

$$Lv_\theta \approx \frac{1}{r |\ln \eta|} \quad (19)$$

$$R(v_\theta) = Lv_\theta - \frac{1}{r |\ln \eta|} \quad (20)$$

$$Lv_\theta = \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \quad (21)$$

Aplicando las propiedades de las funciones empleadas en la expansión y realizando la proyección del residuo sobre cada función propia (*eigenfunction*) igual a cero, el coeficiente de la expansión está dado por (22). Mientras que el caudal no adimensional (23) toma la forma expresada en (24).

$$A_{kl} = \frac{2}{\alpha_k \left( \alpha_k^2 + \frac{\lambda_l^2}{\varepsilon^2} \right) S_k T_l |\ln \eta|} \frac{v_0; k(1) - v_{0;k}(\eta)}{\lambda_l} \quad (22)$$

$$q = \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\eta}^1 v_{\theta} dr dz \quad (23)$$

$$q = -\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{4}{\alpha_m^2 \left( \alpha_m^2 + \frac{\lambda_n^2}{\varepsilon^2} \right) S_m T_n |\ln \eta|} \frac{(v_{0,m}(1) - v_{0,m}(\eta))^2}{\lambda_n^2} \quad (24)$$

El caudal se hace adimensional a través de la cantidad  $Q_c$  cuya expresión explícita se da en (25). Como en los experimentos, la corriente eléctrica aplicada  $I$  es un parámetro de control, es útil expresar los resultados en términos de esta cantidad. Entonces, la definición de la velocidad característica toma la forma de (26). Consecuentemente, la velocidad característica promedio, que es útil para comparar los datos experimentales se expresa por (27) después de dividir la velocidad de flujo por el área de la sección transversal del canal. La condición de frontera antideslizante (*non-slip boundary*) se aplica a las superficies de los cilindros. Para la base aislante y la superficie libre los valores propios (*eigenvalues*) de las funciones propias (*eigenfunctions*) trigonométricas toman los valores límites  $\lambda_n \rightarrow (2n-1)\pi/2$ . Los valores propios (*eigenvalues*) de las funciones de Bessel se deben determinar para cada valor de  $\eta$ . Finalmente, el caudal adimensional está dado por (28), obteniendo una aproximación casi-analítica de la velocidad del fluido (29) donde  $v_{\theta}$  es la solución aproximada para la velocidad azimutal,  $\alpha_m$  es el  $m$  valor propio de Bessel (*Bessel eigenvalue*),  $\varepsilon$  es la relación de aspecto  $h/R_2$ ,  $\eta$  es la relación entre los radios de los electrodos  $R_1/R_2$  y  $g_n$  es el  $n$  coeficiente de Galerkin,  $v_0$  es la velocidad inferior y  $v_0$  es la velocidad en la parte superior (superficie libre), para una comprensión detallada del modelado (Valenzuela *et al.*, 2018b).

$$Q_c = \frac{R_2^2 \sigma h \Delta \phi B_0}{\mu} = \frac{R_2^2 I B_0}{2\pi \mu} |\ln \eta| \quad (25)$$

$$U_c = \frac{R_2 \sigma h \Delta \phi B_0}{\mu} = \frac{R_2 I B_0}{2\pi h \mu} |\ln \eta| \quad (26)$$

$$\bar{U}_{AVG} = \frac{R_2 \sigma \Delta \phi B_0}{(1-\eta)\mu} = \frac{R_2 I B_0}{2(1-\eta)h\pi\mu} |\ln \eta| \quad (27)$$

$$q = -\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{16}{\left( \alpha_m^2 + \frac{[(2n-1)\pi]^2}{4\varepsilon^2} \right) (v_{1,m}^2(1) - \eta^2 v_{1,m}^2(\eta)) |\ln \eta|} \frac{(v_{0,m}(1) - v_{0,m}(\eta))^2}{[(2n-1)\pi]^2} \quad (28)$$

$$v_{\theta} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{8(-1)^{n+1} \alpha_m}{\left( \alpha_m^2 + \frac{[(2n-1)\pi]^2}{4\varepsilon^2} \right) (v_{1,m}^2(1) - \eta^2 v_{1,m}^2(\eta)) |\ln \eta|} \frac{v_{0,m}(1) - v_{0,m}(\eta)}{[(2n-1)\pi]} v_{1,m}(r) g_n(z) \quad (29)$$

A través del modelado matemático se puede simular en tres dimensiones el comportamiento del fluido en el canal abierto. Se puede experimentar con distintas configuraciones donde varíe la profundidad del canal, la relación entre los radios de los electrodos y las magnitudes de los campos magnéticos y eléctricos. En la Figura 2a se muestra el mezclador MHD propuesto, donde 1 es el imán permanente de neodimio; 2 es un contenedor de resina, que contribuye con la base del canal, y donde se instalan los electrodos; 3 es el electrodo exterior; 4 es el electrodo interior; 5 es la fuente de voltaje y A es un amperímetro para medir la corriente que fluye a través de los electrodos. En la Figura 2b se muestra la simulación (a partir del modelado matemático) de un corte transversal del canal MHD propuesto:  $h = 7 \text{ mm}$ ,  $\eta = 0.60$ , y  $\varepsilon = 0.22$ . Donde 3 es el electrodo exterior; 4 es el electrodo interior; 6 es la superficie libre y 7 es la base del canal.

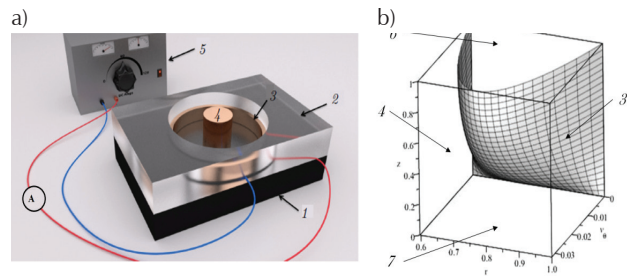


Figura 2. Mezclador magnetohidrodinámico propuesto

Para la selección de la composición de la solución micro-fluídica se analizaron cinco configuraciones (Tabla 1) en busca de aquellas soluciones que permitieran el flujo de corriente a través de dicha solución con un comportamiento Voltaje-Corriente (V-I) lineal y con un comportamiento del flujo en estado estable (no caótico, ni con presencia de vértices). Durante la experimentación se observó que con una concentración de Bicarbonato de Sodio de 1 M con o sin esferas de vidrio huecas recubiertas de plata (S-HGS, por sus siglas en inglés), se obtenía un flujo caótico, mientras que con una concentración de Bicarbonato de Sodio de 0.1 M el flujo era estable, pero los electrodos se oxidaban y se generaban burbujas (Figura 3). También se observó que al agregar esfera S-HGS a la solución aumentaba su conductividad y, consecuentemente, la velocidad convirtiéndose en flujo turbulento, el cual no es una característica de

los micro-fluidos en general. De esta manera, se concluyó que la mejor opción fue utilizar solo agua destilada con esferas S-HGS, ya que esta solución provee de conductividad, de una relación lineal V-I (Figura 4) de un flujo estable y no se presentan problemas de oxidación ni de burbujas. Se concluyó que el mejor rango de operación estaba presente de 0.5V a 6V.

#### VALIDACIÓN TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL MEZCLADOR MAGNETOHIDRODINÁMICO

Para la validación teórica del modelado matemático del mezclador MHD propuesto se realizó una investigación de los antecedentes y del estado del arte. La mayoría de los modelados asumían que la profundidad del canal  $h$  era infinita y, por lo tanto, la relación de aspecto  $\varepsilon$  también tendía al infinito (Qin & Bau, 2012). Solo se encontraron los resultados de tres prototipos con la configuración de canal anular abierto (Digilov, 2007; West, 2003; Qin & Bau, 2012), pero de distintas dimen-

siones a las propuestas. Estos modelados no proveen la simulación del flujo en tres dimensiones, pero sí la máxima velocidad del perfil de velocidad en dos dimensiones, es decir, visto sobre el plano de la superficie libre del canal anular.

Los parámetros de los dos prototipos encontrados en el estado del arte se alimentaron en el modelado del mezclador MHD propuesto, a fin de comparar los resultados y validar teóricamente el modelado planteado.

En (Digilov, 2007) se consideró un canal con una profundidad  $h = 18 \text{ mm}$ , radio interior  $R_1 = 1.5 \text{ mm}$ , radio exterior  $R_2 = 24 \text{ mm}$ , con relaciones  $\eta = 0.0625$  y  $\varepsilon = 0.75$ . Se utilizó una solución acuosa de  $\text{CuSO}_4$  a 2 % con una conductividad  $\sigma = 0.75 \text{ sm}^{-1}$ , se indujo un campo magnético  $B_0 = 20 \text{ mT}$ , con un número de Hartmann  $H_a = 0.01$  y una fuente de voltaje dc variable  $0.5 \text{ V} \leq \phi \leq 3.0 \text{ V}$ . La velocidad de flujo se modeló por una solución analítica en un análisis de dos dimensiones, obteniendo la distribución radial del vector de velocidad azimutal mediante (30). Se concluyó que para cualquier geometría de

Tabla 1. Configuración de las soluciones conductoras

Número de configuración	Parámetros de la solución			Campos magnético y eléctrico inducidos (el campo eléctrico se expresa por la diferencia de potencial que lo induce)	
	Agua destilada	Bicarbonato de sodio $\text{NaHCO}_3$	Esferas S-HGS	$B_0$	$\Delta\phi$ Voltaje directo
1	100 ml	0.84 g	None	0.1624 T	$0.5 \text{ V} \leq \Delta\phi \leq 10 \text{ V}$
2	100 ml	0.84 g	0.1 g	0.1624 T	$2 \text{ V} \leq \Delta\phi \leq 24 \text{ V}$
3	100 ml	8.4 g	None	0.1624 T	$0.5 \text{ V} \leq \Delta\phi \leq 5 \text{ V}$
4	100 ml	8.4 g	0.1 g	0.1624 T	$0.5 \text{ V} \leq \Delta\phi \leq 8 \text{ V}$
5	100 ml	None	0.1 g	0.1624 T	$0.5 \text{ V} \leq \Delta\phi \leq 6 \text{ V}$



Figura 3. Oxidación de electrodos, flujo turbulento y burbujas

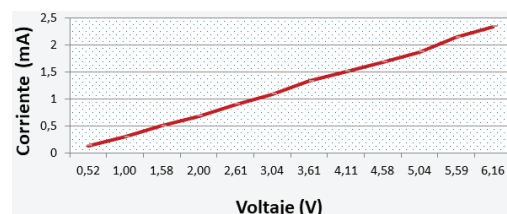


Figura 4. Caracterización eléctrica V-I de la solución conductora de la configuración cinco mostrada en la Tabla 1

Tabla 2. Validación del modelado del mezclador MHD propuesto vs modelado propuesto en Digilov (2007)

Voltaje	Velocidad máxima en cm/s por Digilov (2007)	Velocidad máxima en cm/s por Valenzuela <i>et al.</i> (2018b)	Valor absoluto de la diferencia de resultados en cm/s
0.5	1.11	0.99	0.12
1.0	2.22	1.98	0.24
1.5	3.34	2.98	0.36
2.0	4.45	3.97	0.48
2.5	5.56	4.96	0.6
3.0	6.67	5.95	0.72



canal dada, la velocidad es proporcional al voltaje aplicado. En la Tabla 2 se realizó una validación de este modelado *vs* el desarrollado para el mezclador MHD propuesto, donde se observa una variación de 0.12 a 0.72 cm/s entre los dos modelos.

$$v_{\theta(r)} = \frac{\sigma \phi B_0}{2v \ln(1/\eta)} r \left\{ \ln\left(\frac{R_2}{r}\right) + \frac{\ln(1/\eta)}{(1/\eta)^2 - 1} \left[ 1 - \left(\frac{R_2}{r}\right)^2 \right] \right\} \quad (30)$$

Por otra parte, West (2003) utilizó el Método de Elemento Finito (FEM, de sus siglas en inglés) para estimar el perfil de velocidad en 2 dimensiones. Su experimentación se ejecutó en un anular con una profundidad  $h = 500 \mu m$ , con Radio interior  $R_1 = 4 mm$ , con radio exterior  $R_2 = 6 mm$ , con relaciones  $\eta = 0.667$  y  $\varepsilon = 0.083$ .

Se utilizó una solución acuosa dopada con KCl con una concentración 1M y se agregaron 20 partículas que le otorgaron una viscosidad  $\nu = 0.9 \times 10^{-3} kg m^{-1} s^{-1}$  al fluido. Se indujo un campo magnético  $B_0 = 6.6 m T$ , y un campo eléctrico con una señal ac con parámetros  $I_{RMS} = 85.5 mA$ ,  $V_{RMS} = 6.5 V$ ,  $f = 1 kHz$ . En la Tabla 3 se realizó la validación de este modelado *vs* el propuesto, desarrollado para el mezclador MHD, donde se observó una variación de 0.002 mm/s ente los dos modelos.

Finalmente, se realizó una comparación con los resultados de Zhong *et al.* (2002), donde se reportan varios experimentos realizados con canales de forma anular (toroidal) y rectangular. También con distintas soluciones, entre ellas agua desionizada y soluciones

salinas, así como el uso de dos magnitudes distintas de campo magnético.

La experimentación comparada es la de un canal anular con una profundidad  $h = 700 \mu m$ , con radio interior  $R_1 = 11 mm$ , con radio exterior  $R_2 = 12.4 mm$ , con relaciones  $\eta = 0.887$  y  $\varepsilon = 0.0565$ . En la Tabla 4 se muestran los resultados obtenidos al utilizar agua desionizada con una conductividad  $\sigma = 2.2 \times 10^{-4} S / m$ . En la Tabla 5 se muestran los resultados obtenidos al utilizar una solución salina con una conductividad  $\sigma = 2.2 \times 10^{-3} S / m$ . En ambas experimentaciones se indujo un campo magnético  $B_0 = 1.3 T$ , y una fuente de voltaje dc variable  $0.5 V \leq \phi \leq 20.0 V$ , donde se observó una variación de 0.025 a 0.170 mm/s ente los dos modelos.

Respecto a la validación teórica, aunque las dimensiones de los prototipos simulados en los tres modelados que se tomaron como punto de referencia no coinciden con las del mezclador MHD propuesto, se concluyó que sí había una congruencia entre los resultados de los cuatro modelados, ya que bajo las condiciones indicadas los resultados de ambos modelos en comparación sí coincidían, además de que cada uno de los tres modelados tomados como referencia para la comparación fueron respectivamente validados experimentalmente por los investigadores que los desarrollaron (Digilov, 2007; West, 2003; Zhong *et al.* 2002).

Para la validación experimental del modelado matemático del mezclador MHD propuesto se desarrolló un sistema de visión, del cual se describen sus componen-

Tabla 3. Validación del modelado del mezclador MHD propuesto *vs* modelado propuesto en West (2003)

Voltaje	Velocidad máxima en mm/s por West (2003)	Velocidad máxima en mm/s por Valenzuela <i>et al.</i> (2018b)	Valor absoluto de la diferencia de resultados en mm/s
6.5	4.597	4.599	0.002

Tabla 4. Validación del modelado del mezclador MHD propuesto *vs* modelado propuesto en Zhong *et al.* (2002) con agua de-ionizada

Voltaje	Velocidad máxima en mm/s por Zhong <i>et al.</i> (2002)	Velocidad máxima en mm/s por Valenzuela <i>et al.</i> (2018b)	Valor absoluto de la diferencia de resultados en mm/s
5.0	0.120	0.145	0.025
10.0	0.230	0.290	0.060
15.0	0.345	0.440	0.095
20.0	0.460	0.582	0.122

Tabla 5. Validación del modelado del mezclador MHD propuesto *vs* modelado propuesto en Zhong *et al.* (2002) con solución salina

Voltaje	Velocidad máxima en mm/s por Zhong <i>et al.</i> (2002)	Velocidad máxima en mm/s por Valenzuela <i>et al.</i> (2018b)	Valor absoluto de la diferencia de resultados en mm/s
2.5	0.650	0.820	0.170
3.0	1.950	0.970	0.122

tes, configuración y la estimación de su incertidumbre en la siguiente sección.

Se partió de la preparación de las soluciones conductoras mostradas en la Tabla 1. Se prosiguió con el llenado del canal anular hasta la profundidad definida  $h = 7 \text{ mm}$ , se indujo la fuerza de Lorentz debido a la presencia del campo magnético y del encendido de la fuente de voltaje directo. Se realizó la caracterización eléctrica V-I de las distintas configuraciones de soluciones conductoras mostradas en la Tabla 1 y se observó el comportamiento del fluido. Para la configuración 1, no se observó movimiento del fluido. En la configuración 2 se observó un flujo turbulento y la generación de burbujas. Para las configuraciones 3 y 4 la conductividad era tan alta que el flujo fue de alta velocidad y turbulento. Tras estos experimentos fue notorio que al agregar las esferas S-HGS la conductividad aumentaba, por lo que se decidió probar la configuración 5, que mostró un flujo estable, sin burbujas ni problemas de oxidación, y con una relación V-I lineal como se muestra en la Figura

4. Después se procedió a la validación experimental preliminar, donde se compararon las predicciones del modelo matemático contra las lecturas obtenidas a través del sistema de visión diseñado para analizar el mezclador MHD, como se muestra en la Figura 5 y se describe en la Tabla 6. Donde se obtuvo una variación máxima de 0.00060 m/s.

#### ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE DEL SISTEMA DE VISIÓN

La medición del comportamiento del micro-fluido en un mezclador MHD es una fuente de información indispensable para analizar la forma del diseño, las dimensiones del canal y la caracterización del funcionamiento de dicho mezclador MHD. Además, se requiere experimentar con los efectos de la variación de intensidad de campos magnético y eléctrico inducidos en el micro-fluido, así como con la conductividad del micro-fluido.

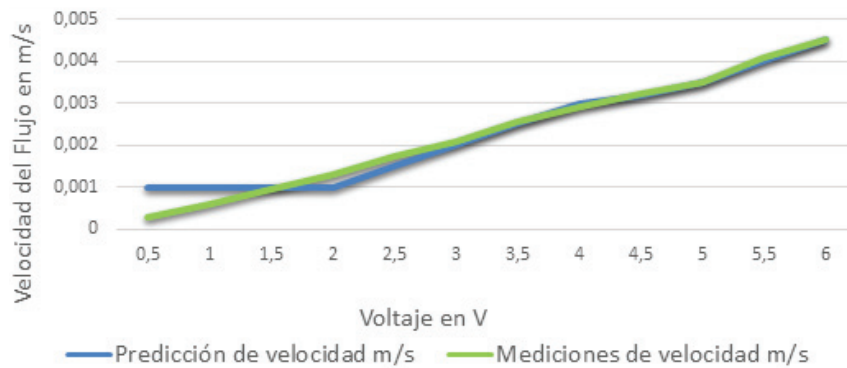


Figura 5. Validación experimental del mezclador MHD

Tabla 6. Validación del modelado del mezclador MHD propuesto vs mediciones experimentales

Voltaje (V) / Corriente (mA)	Velocidad máxima en m/s por Valenzuela <i>et al.</i> (2018b)	Velocidad máxima en m/s Medidas en el sistema de visión	Valor absoluto de la diferencia de resultados en m/s
0.5 / 0.140	0.00023	0.00040	0.00017
1.0 / 0.300	0.00058	0.00049	0.00009
1.5 / 0.500	0.00095	0.00075	0.00020
2.0 / 0.680	0.00130	0.00131	0.00001
2.5 / 0.900	0.00170	0.00173	0.00003
3.0 / 1.087	0.00208	0.00220	0.00012
3.5 / 1.330	0.00250	0.00255	0.00005
4.0 / 1.510	0.00300	0.00290	0.00010
4.5 / 1.680	0.00320	0.00322	0.00002
5.0 / 1.870	0.00350	0.00350	0.00000
5.5 / 2.15	0.00400	0.00370	0.00030
6.0 / 2.34	0.00450	0.00390	0.00060

En previas experimentaciones, se recurrió al análisis visual del flujo usando tinte para revelar su comportamiento (Pérez *et al.*, 2015). Sin embargo, a través de esta examinación solo se lograba identificar los vórtices y su tiempo de permanencia cuando el flujo era turbulento, debido a un cambio brusco de voltaje (Figura 6). Se sabe que los sistemas de visión permiten modelar el comportamiento de micro-fluidos en sistemas mecánicos manipulados por MHD a través del trazado de partículas (Kavitha & Sathiseelan, 2017), por tal razón, se procedió al diseño de un sistema de visión con los requerimientos necesarios para poder medir el flujo en el mezclador MHD propuesto. Con este propósito se inició una línea de investigación para el diseño de un sistema de visión apoyado en el análisis de los campos de velocidad presentes en un micro-fluido a partir del trazado de partículas, y a través del procesamiento digital, basado en un análisis de velocimetría de partículas en las imágenes (PIV, de sus siglas en inglés), cuya metodología de diseño se describe en Valenzuela *et al.* (2018a). A continuación se resumen brevemente sus componentes y configuración para dar lugar al análisis de la estimación de su incertidumbre.

En la Figura 7 se observan los siguientes componentes del sistema de visión:

- El mezclador MHD con canal anular.
- Micro-fluido dopado con esferas S-HGS.
- Fuente de corriente directa.
- Imán.
- Soporte para cámara de 25 cuadros por segundo (FPS, por sus siglas en inglés), e iluminación basada en campo oscuro (Flores *et al.*, 2017).
- Sistema de cómputo con programa MATLAB y aplicación PIVLAB (Thielicke & Stamhuis, 2014).

A través de la aplicación PIVLAB, se realiza la carga de cuadros con la secuencia de estilo  $x_1 - x_2, x_2 - x_3, \dots, x_{n-1} - x_n$ . Se selecciona la región de interés (ROI, de sus

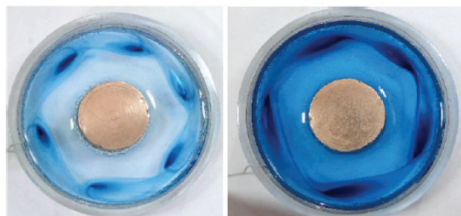


Figura 6. Análisis visual de vórtices

siglas en inglés), y se aplica la máscara a todos los cuadros. Se pre-procesan las imágenes con el algoritmo “contrast-limited adaptive histogram equalization (CLAHE)” con una ventana a tamaño 20 píxeles. Para el procesamiento se utilizó la transformada rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) con 4 ciclos de interrogación de áreas de 128, 64, 32 y 16 píxeles. Se utiliza interpolación lineal con una ventana de Gauss 2x3-puntos para la estimación de sub-píxeles. El sistema se calibra con el diámetro interno del mezclador MHD (37.52 mm) y con el intervalo de tiempo provisto por la cámara entre cuadros ( $dt = 40 \text{ ms}$ ).

La cuantificación de la incertidumbre en sistemas de PIV aún es un campo de experimentación en desarrollo, se han realizado algunas estimaciones a partir de datos sintéticos, pero al evaluar dicha incertidumbre con datos reales se ha observado que no han sido consideradas las fuentes de error presentes en el proceso real de medición (Wieneke, 2015). En Timmins *et al.* (2012) se establece la definición de incertidumbre de cualquier medición, como el intervalo en el cual reside el error, y se detalla una metodología de medición de incertidumbre en donde se concluye que para mediciones basadas en PIV el error de mediciones depende de varios factores que varían en el dominio del espacio y del tiempo produciendo un error no uniforme a través de las mediciones de todo el fluido. Entre estos factores se encuentran el algoritmo PIV utilizado, las características del micro-fluido, el diámetro de las partículas (esferas), la densidad de las partículas, el patrón de desplazamiento de las partículas y su gradiente de velocidad, así como de todos los parámetros utilizados en la configuración de la experimentación.

Considerando estos antecedentes, se decide cuantificar la incertidumbre del sistema de visión para las condiciones de la experimentación descrita en la Tabla 6.

Para cada nivel de voltaje aplicado (de 0.5 V a 6.0 V) al mezclador MHD se le aplicó la medición de 30 perfiles de velocidad distribuidos en 3 cuadrantes. Se esti-

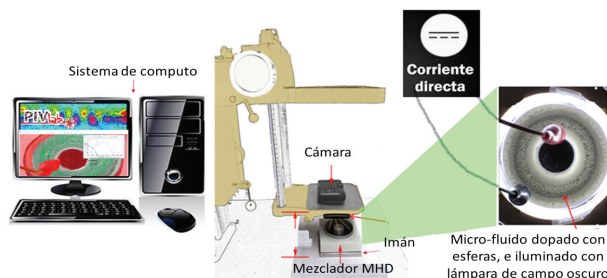


Figura 7. Sistema de visión para medición de velocidad del micro-fluido en el mezclador MHD

mó la incertidumbre de medida  $U$  de acuerdo con (31) para cada uno de estos niveles de voltaje a un nivel de confianza de 99 %, donde  $k = 3$  es el factor de cobertura, debido a que los datos presentan una distribución normal y  $\varphi$  es la desviación estándar de la distribución de datos. De manera que la estimación de medida  $M$  se

define por (32), donde  $V$  es la media aritmética de los datos (Ramón, 2006). Se obtuvo la gráfica de calibración mostrada en la Figura 8 de acuerdo con los datos de la Tabla 7. Donde se puede observar que el canal de incertidumbre para las mediciones se vuelve regular a partir de mediciones de velocidad mayores a 0.003 m/s, para

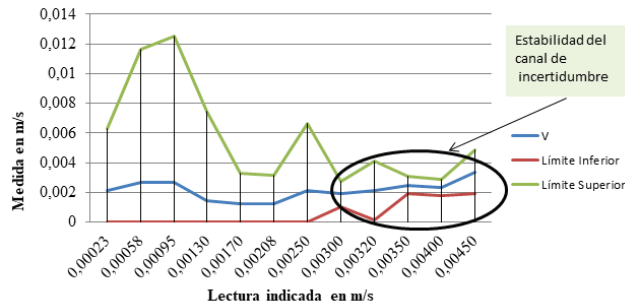


Figura 8. Gráfico de calibración,  $-U$  (Límite inferior),  $+U$  (Límite superior)

Tabla 7. Estimación de incertidumbre

Perfil/ Voltaje	Magnitud de la máxima velocidad en el perfil de medición [m/s]											
	0.5 V	1.0 V	1.5 V	2.0 V	2.5 V	3.0 V	3.5 V	4.0 V	4.5 V	5.0 V	5.5 V	6.0 V
1	0.003023	0.001162	0.009114	0.000748	0.001580	0.001492	0.002402	0.002238	0.002276	0.002660	0.002300	0.003919
2	0.000739	0.001150	0.005671	0.001531	0.000595	0.000713	0.001401	0.001658	0.002271	0.002674	0.002006	0.003262
3	0.000634	0.001123	0.000750	0.000597	0.000764	0.000502	0.001365	0.002333	0.003768	0.002934	0.002228	0.003444
4	0.001313	0.000907	0.000992	0.000901	0.000910	0.001390	0.001617	0.001757	0.002081	0.002444	0.002522	0.003421
5	0.003096	0.000912	0.000937	0.000805	0.000827	0.003514	0.001381	0.002023	0.002168	0.002761	0.002787	0.002954
6	0.001699	0.003824	0.001100	0.001439	0.000798	0.001052	0.002704	0.001772	0.002168	0.002678	0.002282	0.002930
7	0.001610	0.001783	0.001292	0.000806	0.001359	0.001024	0.001519	0.001522	0.001986	0.002341	0.002465	0.003303
8	0.002019	0.000900	0.001309	0.000936	0.001320	0.000671	0.001323	0.001592	0.002129	0.002645	0.002268	0.003143
9	0.000944	0.001383	0.001474	0.001052	0.000990	0.001588	0.001322	0.001552	0.002042	0.002291	0.002308	0.003891
10	0.002341	0.001346	0.000990	0.001974	0.000785	0.000804	0.001338	0.001536	0.001725	0.002436	0.002585	0.003782
11	0.000960	0.004175	0.001292	0.001448	0.002541	0.001377	0.001448	0.001962	0.001998	0.002319	0.002405	0.003664
12	0.000631	0.000492	0.000440	0.000368	0.000717	0.000712	0.001179	0.001953	0.002047	0.002668	0.002322	0.001234
13	0.002917	0.001591	0.001537	0.000966	0.000694	0.001164	0.004536	0.001543	0.001956	0.002448	0.002384	0.003269
14	0.000978	0.005884	0.001733	0.000911	0.001842	0.001130	0.001703	0.001758	0.002011	0.002197	0.002522	0.003324
15	0.004228	0.010132	0.002497	0.000590	0.001088	0.001137	0.001744	0.001756	0.002011	0.002197	0.002315	0.003538
16	0.004580	0.001570	0.010406	0.000880	0.001432	0.001127	0.001664	0.001530	0.001767	0.002453	0.002475	0.003278
17	0.001016	0.001635	0.001567	0.001411	0.002668	0.001443	0.002176	0.002068	0.001774	0.002287	0.002491	0.003819
18	0.001693	0.003469	0.001368	0.001257	0.001678	0.002156	0.003114	0.001774	0.001912	0.002588	0.002359	0.003262
19	0.004580	0.002873	0.001634	0.008655	0.001888	0.001201	0.001734	0.002004	0.004054	0.002387	0.002363	0.003585
20	0.001955	0.011061	0.002347	0.000817	0.002069	0.001663	0.002115	0.001730	0.004054	0.002235	0.002243	0.003202
21	0.003010	0.001615	0.001548	0.001215	0.002149	0.002403	0.008598	0.001854	0.001902	0.002696	0.002191	0.004018
22	0.002548	0.000987	0.002151	0.001269	0.001298	0.001080	0.004475	0.001807	0.001447	0.002287	0.002398	0.003319
23	0.000563	0.000518	0.004816	0.000466	0.000646	0.000988	0.001052	0.002500	0.001777	0.002533	0.002035	0.003551
24	0.003970	0.010435	0.002302	0.008710	0.002811	0.001373	0.002676	0.002301	0.001836	0.002512	0.002843	0.003570
25	0.000876	0.000547	0.000762	0.000412	0.000552	0.001201	0.000987	0.001931	0.001543	0.002240	0.002382	0.003208
26	0.004301	0.000689	0.001205	0.000441	0.000606	0.000682	0.001333	0.001630	0.001847	0.002639	0.002220	0.003470
27	0.004217	0.001233	0.000815	0.000649	0.000617	0.000710	0.002527	0.002000	0.001677	0.002563	0.002176	0.003725
28	0.001009	0.000971	0.002103	0.000436	0.000574	0.000850	0.002237	0.002224	0.001712	0.002369	0.002152	0.003424
29	0.001926	0.004479	0.000684	0.000921	0.000512	0.000907	0.001016	0.002231	0.001757	0.002510	0.002362	0.003608
30	0.000407	0.000726	0.014632	0.000731	0.000923	0.000690	0.001209	0.002143	0.002100	0.002713	0.002174	0.003623
V	0.002126	0.002652	0.002649	0.001445	0.001241	0.001225	0.002130	0.001889	0.002127	0.002490	0.002352	0.003391
$\sigma$	0.0014000	0.0030000	0.0033000	0.0020000	0.0006830	0.0006510	0.0015000	0.0002750	0.0006650	0.0001950	0.0001870	0.0004890
U	0.004200	0.009000	0.009900	0.006000	0.002049	0.001953	0.004500	0.000825	0.001995	0.000585	0.000561	0.001467
Límite Inferior	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001064	0.000132	0.001905	0.001791	0.001924
Límite Superior	0.006326	0.011652	0.012549	0.007445	0.003290	0.003178	0.006630	0.002714	0.004122	0.003075	0.002913	0.004858

lo cual se estimó una incertidumbre de medición de  $\pm 0.001152$  m/s para perfiles de medición con comportamiento de velocidad estables, a partir del promedio de las incertidumbres ( $U$ ) obtenidas de las mediciones de los perfiles de velocidad con diferencias de potencial de 4.0, 4.5, 5.0, 5.55, y 6.0 volts.

$$U = k\phi \quad (31)$$

$$M = V \pm U \quad (32)$$

## CONCLUSIONES

Existen estudios sobre flujos MHD en canales anulares con metales líquidos, pero pocos trabajos han sido publicados en el caso de los electrolitos, asimismo no se encontró registro en la literatura científica de que se hayan utilizado las esferas S-HGS para proporcionarle conductividad al micro-fluido y solucionar problemas de oxidación y burbujas propios del uso de electrolitos. En algunos de estos estudios se menciona el comportamiento estable e inestable del micro-fluido y qué se requiere para medir este fenómeno, sin embargo, en muchos de ellos no se ha realizado debido a la falta de un sistema de medición.

En este artículo se resumen los fundamentos científicos para la aplicación de micro-fluidos y MHD en sistemas mecánicos, se describe la configuración de un mezclador MHD propuesto, el cual opera con un micro-fluido de baja conductividad debido al dopado de esferas S-HGS en agua destilada, sin problemas de oxidación, ni burbujas. Se evaluó el comportamiento del fluido en su etapa estable a través de la simulación de las distintas configuraciones de mezcladores MHD encontrados en la literatura científica. Se demostró la validez experimental del modelo matemático a través de un sistema de visión desarrollado específicamente para la configuración del mezclador MHD propuesto. Se realizó un análisis de incertidumbre y se entregó la tabla de calibración del sistema de visión para la medición de la máxima velocidad del fluido en su perfil de velocidad, donde se pudo observar que el canal de incertidumbre para las mediciones se volvió regular a partir de mediciones de velocidad mayores a 0.003 m/s. De esta manera se estimó una incertidumbre de medición de  $\pm 0.001152$  m/s para perfiles de medición con comportamiento de velocidad estables, a partir del promedio de las incertidumbres ( $U$ ) obtenidas de las mediciones de los perfiles de velocidad con diferencias de potencial de 4.0, 4.5, 5.0, 5.55, y 6.0 volts. Este análisis de incertidumbre permitirá tomar decisiones y controlar el sistema de medición para avanzar a la medición del

perfil de velocidad completo en 2D y posteriormente replicar estas mediciones en n cantidad de planos para obtener el perfil de velocidad en 3D, ya que como futuras actividades se prevé la necesidad de validar no solo la máxima velocidad del perfil, sino el perfil completo para posteriormente diseñar un mezclador MHD, que permita la penetración de hojas de laser a fin de poder desarrollar un sistema de visión que pueda medir simultáneamente varios planos a través de la profundidad del canal para recrear el comportamiento del micro-fluido en 3 dimensiones.

## NOMENCLATURA

$A_n$  = n coeficiente de Bessel Galérkin  
 $B_n$  = n coeficiente del coseno de Galérkin  
 $A_{mn}$  = n-m coeficientes de Galérkin  
 $f_n$  = n coeficiente de Galérkin  
 $g_n$  = n coeficiente de Galérkin  
 $u_\theta$  = solución exacta de la velocidad azimutal  
 $v_\theta$  = aproximación de la velocidad azimutal  
 $F$  = fuerza de Lorentz  
 $\mathbf{v}$  = velocidad de una partícula con carga eléctrica  
 $E$  = campo eléctrico  
 $q$  = carga eléctrica  
 $\mathbf{e}_\theta$  = vector unitario azimutal  
 $\mathbf{e}_r$  = vector unitario vertical  
 $h$  = profundidad del canal  
 $j$  = densidad de corriente adimensional  
 $\mathbf{B}$  = campo magnético adimensional  
 $B_0$  = campo magnético  
 $H_a$  = número de Hartmann  
 $R_m$  = número Magnético de Reynolds  
 $R_e$  = número de Reynolds  
 $U_c$  = velocidad característica  
 $L$  = longitud característica  
 $U$  = incertidumbre  
 $k$  = coeficiente arbitrario para expresar la incertidumbre en términos de la desviación estándar  
 $\phi$  = desviación estándar  
 $M$  = el valor de una medición de velocidad  
 $\alpha_m$  = m valor propio de Bessel  
 $\lambda_n$  = n coseno valor propio  
 $\eta$  = relación de radios  $R_1 / R_2$   
 $\Delta\phi$  = diferencia de potencial eléctrica (voltaje)  
 $\nu$  = viscosidad cinemática  
 $\rho$  = densidad  
 $\sigma$  = conductividad eléctrica  
 $\mu_0$  = permitividad magnética en el vacío  
 $r$  = radio, utilizado para definir las fronteras radiales (paredes del canal anular)



$z$  = eje vertical, utilizado para definir las fronteras superior e inferior (base aislante y superficie libre del canal anular)

## REFERENCIAS

- Al-Hababeh, O. M., Al-Saqq, M., Safi, M. & Abo-Khater T. (2016). Review of magnetohydrodynamic pump applications. *Alexandria Engineering Journal*, 55(2), 1347-1358. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2016.03.001A1>
- Avila, K. M. (2011). The onset of turbulence in pipe flow. *Science*, 333(6039), 192-196.
- Bau, H. H., Zu, J., Qian S. & Xiang, Y. (2003). A magneto-hydrodynamically controlled fluidic network. *Sensors and actuators B: Chemical*, 88(2), 205-216. [https://doi.org/10.1016/S0925-4005\(02\)00325-8](https://doi.org/10.1016/S0925-4005(02)00325-8)
- Bozkaya, C. (2017). Effect of boundary conditions on magnetohydrodynamics duct flow. *Journal of Coupled Systems and Multiscale Dynamics*, 5(2), 168-176.
- Das, C. W. (2013). Some practical applications of magnetohydrodynamic pumping. *Sensors and Actuators A: Physical*, 201, 43-48.
- Davidson, P. (2001). *An introduction to magnetohydrodynamics*. Cambridge Books Online.
- Digilov, R. M. (2007). Making a fluid rotate: Circular flow of a weakly conducting fluid induced by a Lorentz body force. *American Journal of Physics*, 75(4), 361-367. [https://ui.adsabs.harvard.edu/link\\_gateway/2007AmJPh..75..361D/doi:10.1119/1.2372472](https://ui.adsabs.harvard.edu/link_gateway/2007AmJPh..75..361D/doi:10.1119/1.2372472)
- Flores-Fuentes, W., Valenzuela-Delgado, M., Bravo-Zanoguera, M., López, M., Sergiyenko, O., Lindner, L., Ortiz-Pérez, A. S., Hernandez-Balbuena, D. & Rodríguez-Quirón, J. (2017). Mechanical systems and microfluidics: The application of a vision system in the testing of fluids behavior. En Kadry S., *Mechanical Systems: Research, Applications and Technology* (p. 305). Hauppauge, NJ, USA: Nova Publisher.
- Jang, J. & Lee S. (2000). Theoretical and experimental study of MHD (magnetohydrodynamic) micropump. *Sensors and Actuators A: Physical*, 80(1), 84-89. [https://doi.org/10.1016/S0924-4247\(99\)00302-7](https://doi.org/10.1016/S0924-4247(99)00302-7)
- Jewett, J. W. (2009). *Física para ciencias e ingeniería con física moderna*. Cengage Learning.
- Kavitha, C. & Sathiseelan D. (2017). A new approach to spindle radial error evaluation using a machine vision system. *Metrology and Measurement Systems*, 24(1), 201-219. <https://doi.org/10.1515/mms-2017-0018>
- Kumar, V. P. (2011). Ingle-phase fluid flow and mixing in microchannels. *Chemical Engineering Science*, 66(7), 1329-1373.
- Lemoff, A. V. & Lee A. (2000). An AC magnetohydrodynamic micropump. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 63(3), 178-185. [https://doi.org/10.1016/S0925-4005\(00\)00355-5](https://doi.org/10.1016/S0925-4005(00)00355-5)
- Mahabaleshwar, U. S., Nagaraju, K. R., Vinay, P.N., Nadagoud, M. N., Bennacer, R. & Dumitru, B. (2020). An MHD viscous liquid stagnation point flow and heat transfer with thermal radiation and transpiration. *Thermal Science and Engineering Progress*, 16, 100379. <https://doi.org/10.1016/j.tsep.2019.100379>
- Mitra, S. K. (2011). *Microfluidics and Nanofluidics Handbook: Chemistry, physics, and life science principles*.
- Ortiz, A., Ángel, V., Acuña, A. & Vargas, L. E. (2017). Magnetohydrodynamic flow with slippage in an annular duct for microfluidic applications. *Microfluidics and Nanofluidics*, 21(8), 138. <https://doi.org/10.1007/s10404-017-1972-x>
- Pérez-Barrera, J., Pérez-Espinoza, J. E., Ortiz, A., Ramos, E. & Cuevas, S. (2015). Instability of electrolyte flow driven by an azimuthal Lorentz force. *Magnetohydrodynamics*, 51(2), 203-213. <http://doi.org/10.22364/mhd>
- Qin, M. & Bau, H. (2012). Magnetohydrodynamic flow of a binary electrolyte in a concentric annulus. *Physics of Fluids*, 24(3), 037101. <https://doi.org/10.1063/1.3689187>
- Ramón-Pallas A. (2006). *Instrumentos electrónicos básicos*. Barcelona: Marcombo S.A.
- Rashidi, S. E., Javad-Abolfazli, E. & Mahla, M. (2017). Applications of magnetohydrodynamics in biological systems a review on the numerical studies. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 439, 358-372. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2017.05.014>
- Reynolds, O. (1883). An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Philosophical Transactions of the Royal society of London*, 174, 935-982. <https://doi.org/10.1098/rstl.1883.0029>
- Thielicke, W. & Stamhuis, E. (2014). PIVlab—towards user-friendly, affordable and accurate digital particle image velocimetry in MATLAB. *Journal of Open Research Software*, 2(1). <http://doi.org/10.5334/jors.bl>
- Timmins, B. H., Wilson, B., Smith, B. & Vlachos, P. (2012). A method for automatic estimation of instantaneous local uncertainty in particle image velocimetry measurements. *Experiments in fluids*, 53(4), 1133-1147. <https://doi.org/10.1007/s00348-012-1341-1>
- Valenzuela-Delgado, M., Flores-Fuentes, W., Bravo-Zanoguera, M., Ortiz-Pérez, A., Hernandez-Balbuena, D., Rivas-López, M., Sergiyenko, O. & Gonzalez-Navarro, F. (2017). Machine vision system to measuring the velocity field in a fluid by Particle Image Velocimetry: Special Case of Magnetohydrodynamics. *IEEE 26th International Symposium*, (1621-1625).
- Valenzuela-Delgado, M., Flores-Fuentes, W., Rivas-López, R., Sergiyenko, O., Lindner, L., Hernández-Balbuena, D. & Rodríguez-Quirón, J. C. (2018a). Electrolyte magnetohydrodynamics flow sensing in an open annular channel-A vision system for validation of the mathematical model. *Sensors*, 18(6), 1683. <https://doi.org/10.3390/s18061683>
- Valenzuela-Delgado, M., Ortiz-Pérez, A. S., Flores-Fuentes, W., Bravo-Zanoguera, M.E., Acuña-Ramírez, A., Ocampo-Díaz, J. D., Hernández-Balbuena, D., Rivas-López, M. & Sergiyenko O. (2018b). Theoretical and experimental study of low con-

- ducting fluid MHD flow in an open annular channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 127, 322-331. <https://ma.x-mol.com/paperRedirect/786476>
- West, J. G. (2003). Structuring laminar flows using annular magnetohydrodynamic actuation. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 96(1-2), 190-199. [https://www.researchgate.net/deref/http%3A%2F%2Fdx.doi.org%2F10.1016%2FS0925-4005\(03\)00525-2](https://www.researchgate.net/deref/http%3A%2F%2Fdx.doi.org%2F10.1016%2FS0925-4005(03)00525-2)
- Wieneke, B. (2015). PIV uncertainty quantification from correlation statistics. *Measurement Science and Technology*, 26(7), 074002. <https://doi.org/10.1088/0957-0233/26/7/074002>
- Yuan, F. & Kakkattukuzhy M. (2014). A study of MHD-induced mixing in microfluidics using CFD. *Simulations*, 6(3), 178-192. <https://doi.org/10.2174/187640290603150112123333>
- Yuan, F. & Kakkattukuzhy M. (2017). A study of MHD-based chaotic advection to enhance mixing in microfluidics using transient three dimensional CFD simulations. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 238, 226-238. <https://doi.org/10.1016/j.snb.2016.07.063>
- Zhang, G. D. & Chen C. (2020). Uniformly robust preconditioners for incompressible MHD system. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 112914. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2020.112914>
- Zhao, G. J., Jian, Y., Chang, L. & Buren, M. (2015). Magnetohydrodynamic flow of generalized maxwell fluids in a rectangular micro-pump under an AC electric field. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 387, 111-117. [https://ui.adsabs.harvard.edu/link\\_gateway/2015JMMM..387..111Z/doi:10.1016/j.jmmm.2015.03.094](https://ui.adsabs.harvard.edu/link_gateway/2015JMMM..387..111Z/doi:10.1016/j.jmmm.2015.03.094)
- Zhong, J., Yi, M. & Bau H. (2002). Magneto hydrodynamic (MHD) pump fabricated with ceramic tapes. *Sensors and Actuators A: Physical*, 96(1), 59-66. [https://doi.org/10.1016/S0924-4247\(02\)80129-0](https://doi.org/10.1016/S0924-4247(02)80129-0)