



Ingeniería, investigación y tecnología

ISSN: 1405-7743

Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería

Sánchez-Guzmán, Jesús; Auvinet-Guichard, Gabriel
Mejoramiento de terreno afectado por grietas para la cimentación de viviendas de mampostería
Ingeniería, investigación y tecnología, vol. XXII, núm. 1, 2021, Enero-Marzo, pp. 01-09
Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería

DOI: <https://doi.org/10.22201/ii.25940732e.2021.22.1.003>

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40471795003>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en [redalyc.org](https://www.redalyc.org)

UNAM [redalyc.org](https://www.redalyc.org)

Sistema de Información Científica Redalyc
Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto



Mejoramiento de terreno afectado por grietas para la cimentación de viviendas de mampostería

Improvement of ground affected by cracks for the foundation of masonry houses

Sánchez-Guzmán Jesús

Universidad Nacional Autónoma de México

Instituto de Ingeniería

Correo: sangjesus@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-2214-8156>

Auvinet-Guichard Gabriel

Universidad Nacional Autónoma de México

Instituto de Ingeniería

Correo: gauvinetg@iingen.unam.mx

<https://orcid.org/0000-0003-4674-1659>

Resumen

Este trabajo se refiere al problema del agrietamiento del suelo, el cual afecta gran parte de la zona lacustre del valle de México. Por medio de simulaciones por el Método de Elementos Discretos se estudia el efecto de las grietas sobre el comportamiento de viviendas de mampostería. Específicamente, se consideran las grietas con escalón que se presentan en las zonas de transición entre suelos blandos y firmes de la ciudad. Los modelos reproducen en forma cualitativa los mecanismos de deformación y de fracturamiento que se observan típicamente en las viviendas afectadas. Se pone en evidencia que al incluir una caja disipadora de deformaciones constituida por material granular en la cimentación, los daños en las viviendas se reducen considerablemente. Además, se revisa el comportamiento de la cimentación de “viviendas tipo” en construcción en el área y se emiten algunas recomendaciones complementarias para el mejoramiento del terreno de cimentación.

Descriptores: Grieta, escalón, vivienda de mampostería, cimentación, caja disipadora, material granular.

Abstract

This work refers to the problem of soil cracking that affects a large part of the former lake area of the valley of Mexico. The effect of cracks on the behavior of masonry houses is studied by means of simulations performed using the Discrete Elements Method. Specifically, the cracks with escarpment occurring in the transition zones between soft and firm soils of the city are considered. The models reproduce qualitatively the deformation and fracturing mechanisms that are typically observed in the affected buildings. It is evidenced that by including a dissipative box of granular material in the foundation, the damages in the houses are reduced considerably. In addition, the expected behavior of the foundation of typical new housing build in the area is reviewed and some complementary recommendations for improvement of the foundation ground are given.

Keywords: Crack, escarpment, masonry house, foundation, dissipative box, granular material.

INTRODUCCIÓN

El agrietamiento del suelo de la Ciudad de México induce daños en las vialidades, servicios públicos y edificaciones. Las grietas asociadas al hundimiento regional en zonas de transición son particularmente problemáticas debido a que presentan un escalón y son difíciles de controlar (Auvinet *et al.*, 2017).

Los sismos de 2017 agravaron el problema del agrietamiento y de los daños a las edificaciones. Por lo anterior, se puso en marcha el Programa de Reconstrucción de la Ciudad de México, que contempla el diseño de viviendas familiares para la reconstrucción de edificaciones dañadas.

Tomando en cuenta que no es posible detener el hundimiento regional de la ciudad en el corto plazo, los esfuerzos deben concentrarse en implementar medidas de mitigación de daños para prolongar la vida útil de las viviendas por reconstruir. Auvinet *et al.* (2019a) han propuesto recurrir a una “caja disipadora de deformaciones unitarias” para distribuir el desplazamiento vertical del escalón de una grieta en una distancia horizontal considerable en la superficie del terreno (Figura 1).

Este trabajo se enfoca en el estudio del efecto de la caja disipadora sobre el comportamiento de viviendas. Los análisis se realizan por medio de simulaciones numéricas con el Método de Elementos Discretos (Cundall y Strack, 1979), tomando en cuenta tanto las grietas en el suelo como las características estructurales de las viviendas.

Los objetivos de este trabajo son el comportamiento de una vivienda simplificada de mampostería afectada por una grieta con escalón en el suelo, sin y con caja disipadora, y proponer algunas modificaciones a dicha caja para obtener un mejor comportamiento en una vivienda tipo.

Por convención, en el presente trabajo se le denomina grieta a una discontinuidad en el terreno y fractura a una discontinuidad en los muros de las viviendas.

DAÑOS EN LAS VIVIENDAS CAUSADOS POR EL AGRIETAMIENTO DEL SUELO

Las viviendas que se encuentran directamente sobre grietas en el suelo pueden verse afectadas en diferentes

formas dependiendo de las condiciones que la grieta impone, así como de las características de su estructura. Frecuentemente, la estructura se constituye por muros de mampostería reforzados con algunos elementos de concreto. Se ha observado que, generalmente, las edificaciones afectadas no cuentan con una cimentación formal, sino únicamente con un firme sobre el cual se desplantan (Auvinet *et al.*, 2019b).

Cuando la vivienda es de dimensiones pequeñas y se encuentra bien estructurada se mueve como cuerpo rígido, sin daños, pero con inclinaciones considerables (Figura 2a).

Frecuentemente, los muros de mampostería son los primeros en fracturarse. Las fracturas se propagan por las juntas entre los ladrillos con una trayectoria que cambia de dirección cuando alcanza un elemento estructural más resistente, sea un elemento de concreto reforzado o un muro perpendicular (Figura 2b).

Cuando los escalones en las grietas alcanzan alturas considerables, se imponen desplazamientos tan grandes a las viviendas, que los muros de mampostería pueden presentar fracturas con amplias aberturas (Figura 2c).

SIMULACIÓN SIMPLIFICADA DEL COMPORTAMIENTO DE VIVIENDAS

Para analizar el comportamiento de viviendas en presencia de grieta se recurre al Método de Elementos Discretos (DEM), (Cundall y Hart, 1992). El medio se representa mediante un conjunto de partículas individuales que interactúan en sus puntos de contacto. Los contactos entre partículas se crean y se destruyen durante el proceso de cálculo. El método es capaz de reconocer automáticamente los nuevos contactos. A la escala de las partículas se hace uso de la mecánica del cuerpo rígido. El cálculo numérico se realiza alternando la aplicación de la segunda ley de Newton en cada partícula y de una ley fuerza-desplazamiento (modelo de contacto) en los puntos de contacto. La forma elemental de las partículas es la esfera, sin embargo, es posible considerar cualquier geometría.

Desde un punto de vista macroscópico, las deformaciones se deben a los movimientos relativos entre granos, siendo despreciables las deformaciones internas de las partículas (Sánchez, 2017).

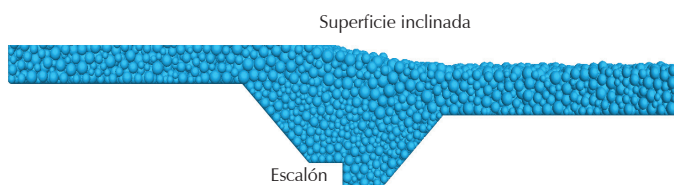


Figura 1. Caja disipadora de deformaciones unitarias



Figura 2. Daños observados en viviendas de mampostería afectadas por grietas en el suelo

Tomando en cuenta lo anterior, se construye un modelo tridimensional simplificado con elementos discretos recurriendo al programa PFC v5 (Itasca, 2016). La edificación consta de cuatro muros de ladrillos. Se acepta que los ladrillos son cuerpos rígidos que interactúan en sus contactos por fricción (coeficiente de fricción $\mu = 0.7$) y con una densidad de sólidos $\rho = 1.7$; no se toma en cuenta la cohesión del mortero de unión ni los elementos de refuerzo estructural de la vivienda.

Cada ladrillo se representa por medio de un grupo de esferas secantes que se construye con el algoritmo de Taghavi (2011). Entre mayor sea el número de esferas y más diversos sean sus diámetros, mejor será la representación geométrica del ladrillo, sin embargo, esto implica un mayor tiempo de cálculo. Los ladrillos interactúan unos con otros en sus puntos de contacto y no se pueden romper.

Los muros de mampostería se construyen colocando uno a uno los ladrillos en un arreglo conveniente. La Figura 3 presenta un ejemplo de ladrillo y el modelo simplificado de la vivienda. En el modelo se considera que se presenta una grieta en el suelo de desplante que cruza perpendicularmente dos de los muros. En otro caso de análisis se considera que la grieta incide con un ángulo de 60° respecto a la dirección longitudinal del muro.

El estado inicial de la vivienda de mampostería es el que se presenta en la Figura 3; los muros se encuentran

en equilibrio estático. Para generar un escalón en la grieta, se impone una velocidad descendente en el plano horizontal ubicado del lado derecho del modelo. Esta velocidad es lo suficientemente baja para no inducir efectos de inercia en los muros de la vivienda. Los resultados se revisan cuando el escalón presenta una altura final de $\delta_z = 0.05, 0.1$ y 0.2 m.

La Figura 4 presenta los desplazamientos verticales de la construcción de mampostería para diferentes alturas δ_z del escalón de la grieta. Se observa que para $\delta_z = 0.05$ m, los ladrillos que están en contacto con la grieta se separan entre sí y se abre una fractura en la base de los muros. Los ladrillos que se encuentran del lado alto de la grieta permanecen en su posición inicial. Los desplazamientos relativos entre ladrillos se presentan del lado bajo de la grieta en una región en forma de "V" y el resto de los ladrillos del lado bajo de la grieta se desplazan con el terreno subyacente. Se obtienen resultados semejantes cuando la grieta cruza los muros en forma oblicua.

Para $\delta_z = 0.1$ m, la abertura en la base de los muros es del mismo orden de magnitud que el escalón en la grieta. Los desplazamientos relativos entre ladrillos se distribuyen en una región cada vez más amplia y se observa una separación horizontal entre ladrillos del lado alto de la grieta, principalmente cuando la grieta cruza al centro de los muros. Cuando la grieta cruza

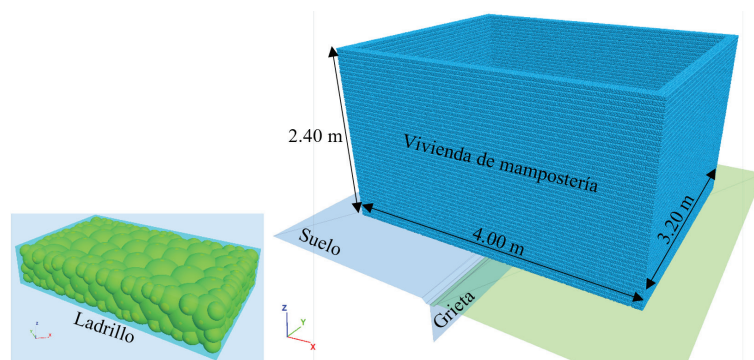


Figura 3. Ladrillo y modelo simplificado de una vivienda de mampostería

cerca de una esquina de la vivienda, la zona de desplazamientos relativos entre ladrillos es más estrecha.

Un escalón $\delta_z = 0.2$ m en la grieta causa severos daños en los muros afectados. Se observa un desprendimiento de ladrillos en la parte baja del muro y una separación horizontal entre ladrillos en una región considerable.

En todos los casos presentados en la Figura 4, los muros que no son cruzados por la grieta no presentan daños.

Estos resultados coinciden cualitativamente con los casos reales presentados en la Figura 2. Por tanto, se concluye que este modelo simplificado reproduce en forma aceptable los mecanismos de deformación y fracturamiento de las viviendas de mampostería. Para una comparación cuantitativa sería necesario tomar en cuenta las condiciones particulares de cada vivienda de interés.

Retomando el concepto implícito en el diseño de la caja disipadora (Auvinet *et al.*, 2019a), las edificaciones se pueden proteger en cierta medida colocando material granular limpio (menos de 5 % de finos) en la cimentación. El material granular colocado sobre las grietas distribuye horizontalmente los desplazamientos verticales que se presentan en la superficie del terreno.

El medio granular está constituido por esferas rígidas, con densidad de sólidos $\rho = 2.6$ y un coeficiente de fricción $\mu = 0.7$ (equivalente a un ángulo de fricción

interparticular $\phi_\mu = 35^\circ$). En los modelos numéricos se considera una granulometría con coeficiente de uniformidad $C_u = 2.5$. Resulta difícil modelar materiales mejor graduados debido a que el número de partículas crece drásticamente. Se considera que el material se encuentra en estado compacto.

El comportamiento de una vivienda protegida con material granular se estudia a continuación considerando, por una parte, una capa de 0.4 m de espesor constante y, por otra, una caja disipadora adicional con dentellón granular de 0.5 m de profundidad como se indica en la Figura 5.

La Figura 6 muestra los desplazamientos verticales correspondientes a un escalón en la grieta con altura $\delta_z = 0.2$ m. Se observa que los desplazamientos de los muros del lado alto de la grieta varían gradualmente y los ladrillos presentan desplazamientos relativos entre sí. La parte de la vivienda situada del lado bajo de la grieta se desplaza aproximadamente como un cuerpo rígido. En el material granular de la cimentación se presentan desplazamientos verticales diferentes en la región sobre la grieta y debajo de los muros de la vivienda.

Debido al reacomodo del material granular, los muros se hincan en él y los desplazamientos se distribuyen en distancias horizontales importantes. El agrietamiento de los muros de la vivienda inicia cerca del ápice de la grieta. El dentellón de la caja disipadora ayuda a evi-

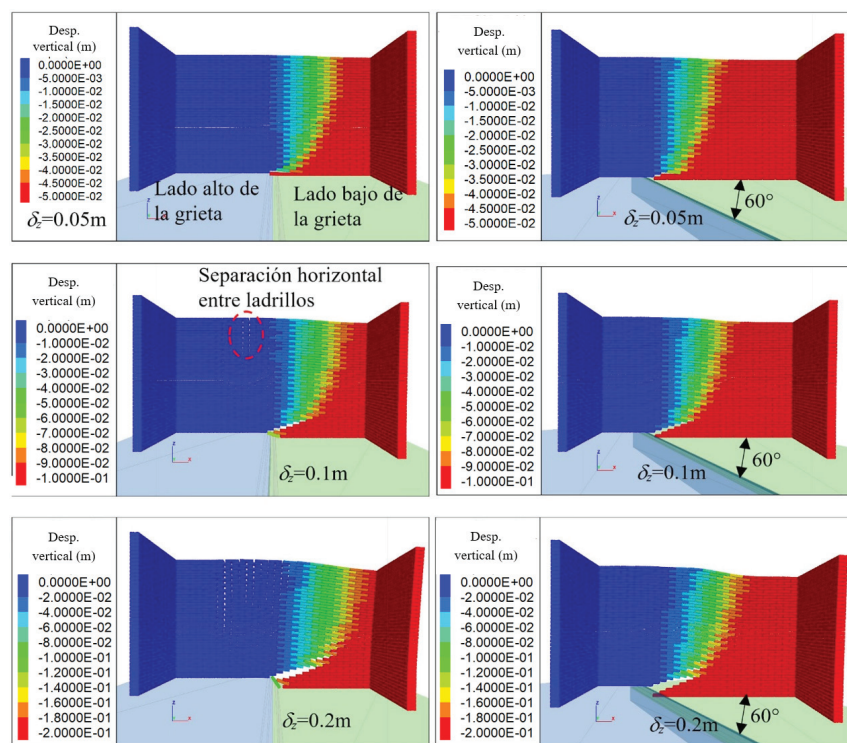


Figura 4. Desplazamientos verticales de una vivienda de mampostería afectada por una grieta en el suelo

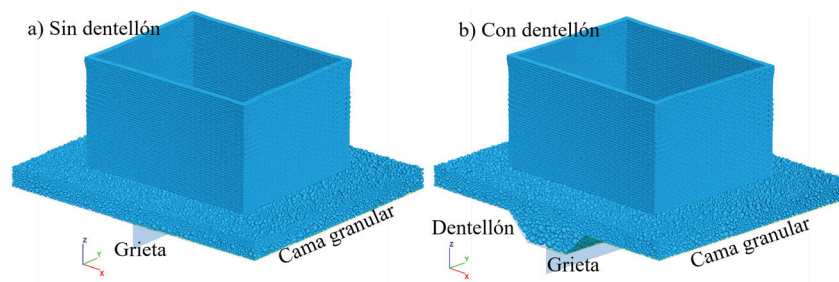


Figura 5. Modelos simplificados de viviendas protegidas con material granular en la cimentación

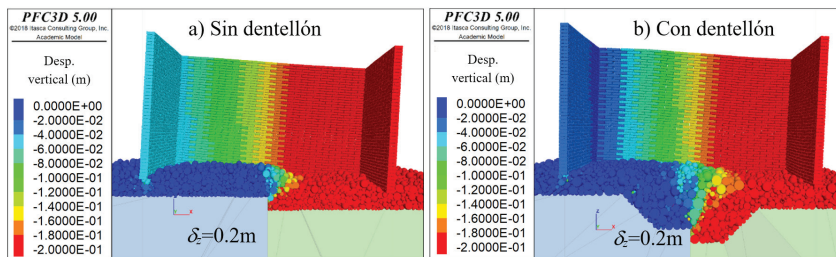


Figura 6. Desplazamientos verticales de viviendas protegidas con material granular en su cimentación

tar la aparición de una fractura en la parte baja de los muros.

El caso más desfavorable se presenta cuando la grieta cruza los muros en forma perpendicular y al centro de los mismos. Si la grieta incide cerca de una esquina de la vivienda, la intersección entre muros aporta una mayor rigidez y la vivienda se comporta como cuerpo rígido deformando el material granular de la cimentación.

La utilidad del material granular en la cimentación de una vivienda afectada por una grieta es evidente. Para un mejor control de la aparición de fracturas en los muros es conveniente aumentar el espesor del material granular sobre la grieta, lo cual se logra con el dentellón de la caja disipadora.

SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE UNA VIVIENDA TIPO

Los modelos que se presentan permiten tomar en cuenta las características particulares de las “viviendas tipo” que la Comisión para la Reconstrucción del Gobierno de la Ciudad de México tiene contemplado construir en distintas alcaldías de esta ciudad.

Para contribuir a un mejor desempeño de estas viviendas cuando se desplantan sobre una grieta con escalón moderado, el Instituto de Ingeniería de la UNAM sugirió agregar una caja disipadora de deformaciones en la cimentación (Comité de Grietas, 2019). A continuación, se presenta un análisis bidimensional sobre esta situación.

La Figura 7 muestra el modelo empleado, correspondiente a un corte longitudinal de la vivienda tipo. Se in-

cluyen los elementos de refuerzo, las diferentes capas de material de la cimentación consideradas en el diseño inicial y se agrega un dentellón de material granular.

El modelo de elementos discretos representa el comportamiento de tres materiales esencialmente diferentes. El *tezontle* (escoria volcánica empleada localmente) se simula con interacción mecánica entre partículas por fricción en la superficie de los granos. Para los granos de *tepetate* (suelo limo arenoso compactado) se considera, además, una cohesión $c = 0.1$ MPa para representar la presencia de finos. Para los contactos entre partículas que representan al concreto reforzado se consideran propiedades de rigidez y cohesión equivalentes.

La granulometría de los materiales granulares presenta un coeficiente de uniformidad $C_u = 2.5$; las partículas que representan los elementos de concreto son todas del mismo tamaño.

Los materiales se depositan verticalmente por capas. Para introducir los elementos de concreto reforzado, se realiza la excavación para las contratraves y posteriormente se generan las partículas de concreto en forma ordenada. Después de alcanzar el equilibrio inicial, se aplica un movimiento vertical en la grieta hasta generar un escalón de altura δ_y .

La Figura 8 presenta los desplazamientos verticales correspondientes a $\delta_y = 0.05$ m. Se observa que el escalón vertical de la grieta se disipa en una distancia horizontal importante gracias al material granular. En la losa de cimentación, los desplazamientos verticales diferenciales se distribuyen en una distancia horizontal $L = 3.24$ m que corresponde a una pendiente media $\delta_y / L = 0.05 / 3.24 = 0.015$.

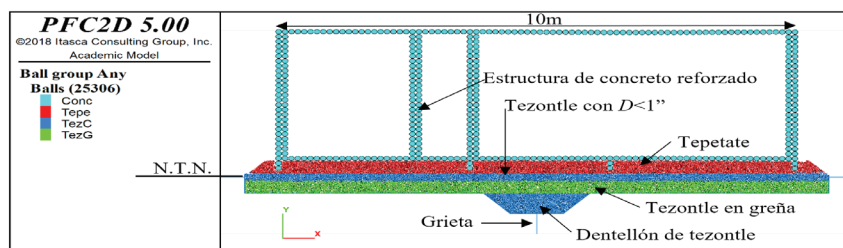


Figura 7. Modelo 2D de una vivienda tipo con caja disipadora en la cimentación

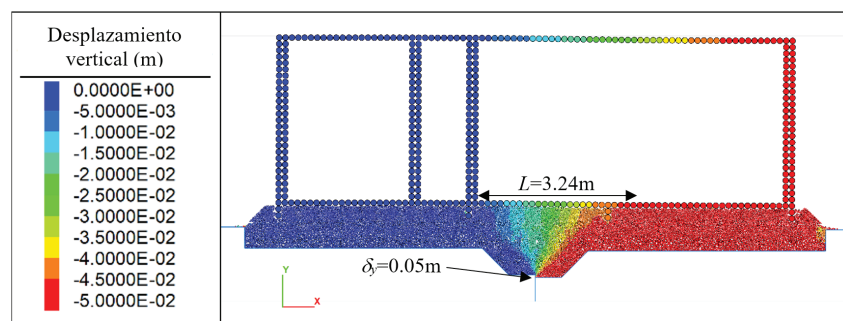


Figura 8. Desplazamientos verticales en el modelo 2D de una vivienda tipo con caja disipadora en la cimentación

En la Figura 8 también se observa que el material granular del lado alto de la grieta no presenta movimientos. Es conveniente que los desplazamientos verticales se propaguen hacia esta zona para reducir la flexión en la vivienda. Una posibilidad consiste en reemplazar parcialmente el *tepetate* por un material deformable, como el poliestireno expandido (unicel).

El poliestireno expandido se puede colocar en la zona de concentración de esfuerzos donde queda apoyada la losa de cimentación una vez que se presenta un escalón en la grieta (Figura 9).

Los desplazamientos correspondientes a diferentes alturas del escalón en la grieta se presentan en la Figura 10. Cuando el escalón es $\delta_y = 0.05$ m, la presencia del poliestireno conduce a una mejor redistribución espacial de desplazamientos verticales del lado alto de la grieta en comparación con los resultados de la Figura 8. La vivienda tiende a girar como cuerpo rígido.

Cuando el escalón en la grieta aumenta a $\delta_y = 0.1$ m (Figura 10), los desplazamientos verticales se distribuyen en una distancia horizontal que abarca todo el lado alto de la grieta. Es más evidente el comportamiento de la vivienda como cuerpo rígido. El extremo izquierdo de la vivienda presenta un ligero movimiento hacia arriba; por el contrario, el extremo derecho de la vivienda se hince ligeramente en el terreno de cimentación. Aceptando que la vivienda gira como cuerpo rígido, se tiene una inclinación media de 1 %.

En el caso extremo en que $\delta_y = 0.2$ m (Figura 10), se observan zonas donde se pierde el contacto entre la losa de cimentación y el terreno subyacente. Esta situación no es deseable, pero de presentarse, podría corregirse

mediante inyecciones, por ejemplo, con espumas o resinas para recuperar el contacto y eventualmente renivelar la vivienda para mejorar su habitabilidad. Previendo la necesidad de estas inyecciones, es recomendable colocar membranas impermeables justo debajo de la losa de cimentación para aislar el material granular.

El efecto del poliestireno expandido en el comportamiento de la cimentación también puede observarse a través de las fuerzas de contacto entre partículas y los esfuerzos verticales asociados. La Figura 11 presenta las fuerzas de contacto; el espesor de las barras indica la magnitud de las fuerzas.

Sin poliestireno expandido, para $\delta_y = 0$ se observa una distribución uniforme de las fuerzas de contacto (Figura 11a). Para $\delta_y = 0.2$ m (Figura 11b) se observa una concentración de fuerzas del lado alto de la grieta (Región A) y una disminución de las fuerzas en el fondo de la caja disipadora, principalmente del lado bajo de la grieta (Región C).

Con poliestireno expandido, en el estado inicial se observa una distribución no uniforme de las fuerzas de contacto en el terreno de cimentación (Figura 11c), debido a la baja capacidad portante de este material. Cuando se presenta el escalón (Figura 11d), las fuerzas máximas del lado alto de la grieta se distribuyen en un espacio más amplio de la cimentación.

Llamando σ_y al esfuerzo vertical local y σ^* al esfuerzo vertical medio en todo el ancho del modelo a la elevación de la región A, la relación de esfuerzos verticales σ_y/σ^* en las regiones A, B y C indica que el poliestireno expandido contribuye a distribuir más uniformemente los esfuerzos cuando se presenta el escalón (Tabla 1). La

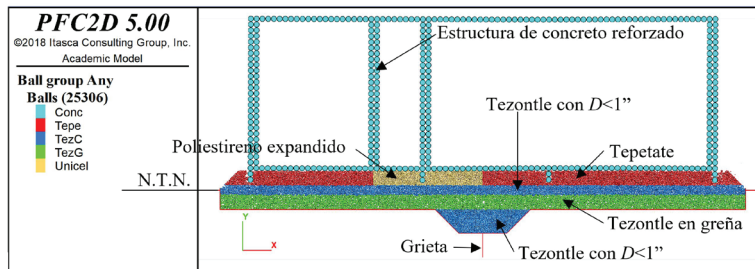


Figura 9. Modelo 2D de una vivienda tipo con caja disipadora y poliestireno expandido

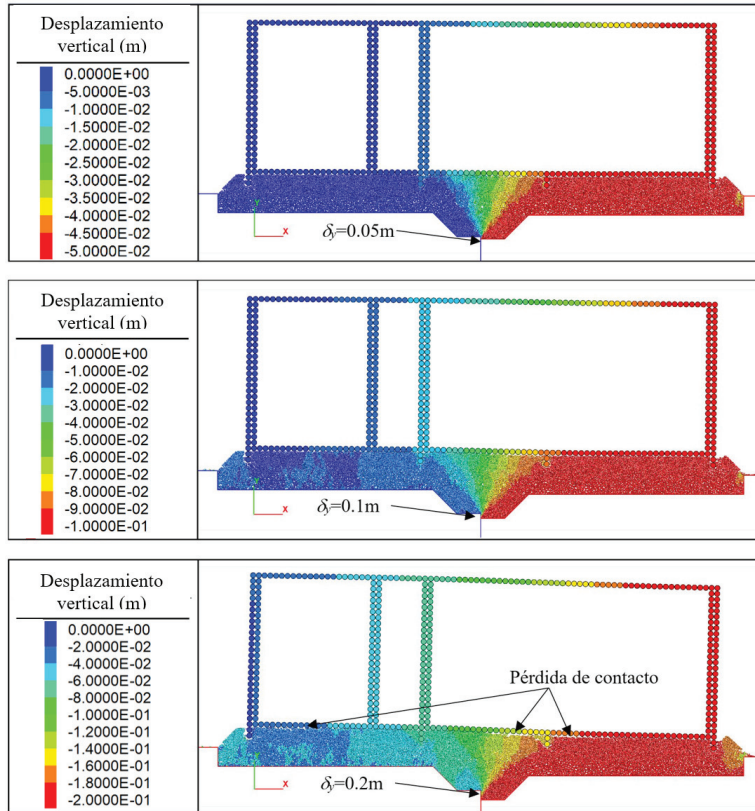


Figura 10. Desplazamientos verticales en modelo 2D de una vivienda tipo con caja disipadora y poliestireno expandido

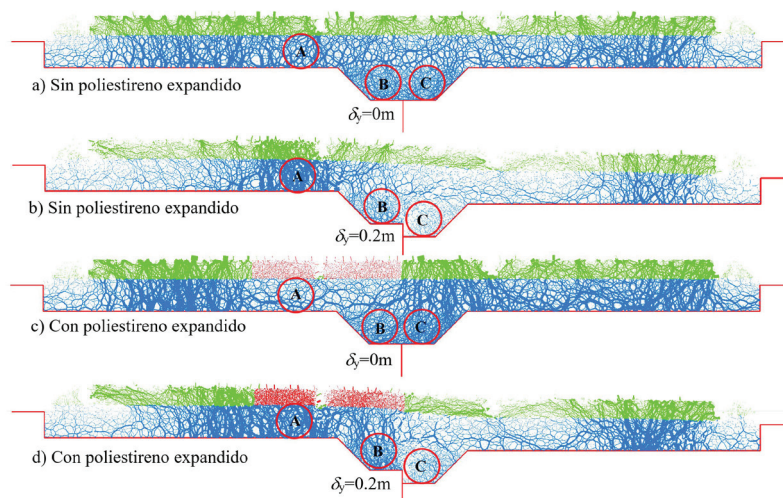


Figura 11. Distribución de fuerzas de contacto entre partículas del terreno de cimentación de una vivienda tipo

Tabla 1. Relación de esfuerzos verticales σ_v/σ^* en la cimentación de una vivienda tipo

Escalón	Cimentación	Región A	Región B	Región C
$\delta_z = 0$	Sin poliestireno	1.22	1.15	1.07
$\delta_z = 0$	Con poliestireno	0.45	0.80	1.43
$\delta_z = 0.2$ m	Sin poliestireno	3.80	1.25	0.40
$\delta_z = 0.2$ m	Con poliestireno	1.70	1.67	0.99

concentración de esfuerzos en la región A y los esfuerzos de flexión en la losa de cimentación disminuyen.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El agrietamiento del suelo de la Ciudad de México puede generar daños en edificaciones. Ante esta situación, se ha propuesto incluir una “caja disipadora de deformaciones unitarias” de material granular en la cimentación de las viviendas.

Las simulaciones con medios discretos permiten reproducir cualitativamente los daños que las grietas del suelo causan en las viviendas de mampostería. Estos daños consisten en apertura de fracturas en los muros y separación entre ladrillos.

Los modelos simplificados de una vivienda presentados, muestran que al insertar material granular en la cimentación, se reducen considerablemente los daños que podría inducir una grieta con escalón en el suelo. Esto se debe a que los movimientos individuales de las partículas del medio granular distribuyen el desplazamiento vertical en un espacio amplio. El comportamiento mejora cuando el espesor del material granular aumenta, por lo que en caso de confirmarse la existencia de una grieta es conveniente agregar un dentellón (caja disipadora) en la cimentación.

Los análisis realizados para las viviendas tipo, que se construyen en la Ciudad de México indican que los materiales granulares en el terreno de cimentación, incluyendo en su caso una caja disipadora, permiten que la vivienda tienda a moverse como cuerpo rígido cuando se presenta un escalón en el suelo.

Para contribuir a una distribución de esfuerzos más uniforme en la cimentación de una vivienda tipo, el tepetate de la cimentación del lado alto de la grieta se puede reemplazar localmente por un material más deformable, como el poliestireno expandido.

Los modelos de elementos discretos sugieren que, con las mejoras del terreno de cimentación propuestas en este trabajo, una vivienda tipo puede tolerar un escalón en el suelo de hasta 0.1 m sin presentar daños.

En caso de que en la práctica se identifique un escalón de mayor altura (por ejemplo $\delta_y = 0.2$ m) afectando

una vivienda, las simulaciones muestran que se perdería el contacto de la losa de cimentación con el terreno que la subyace. En este escenario sería recomendable la aplicación de inyecciones debajo de la losa de cimentación para ayudar a recuperar el contacto, a reducir la flexión en la losa de cimentación de la vivienda y eventualmente renivelarla. Las inyecciones demandarían la colocación de membranas impermeables para aislar el material granular.

Existen programas para la construcción de viviendas afectadas por grietas con escalón. Los análisis aquí presentados han sido tomados en cuenta para el diseño de estas viviendas. Será importante observar su comportamiento para validar los estudios realizados en este trabajo, o bien, realizar las modificaciones pertinentes.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo de la Secretaría de Educación, Ciencia, Tecnología e Innovación de la Ciudad de México para la realización de la presente investigación.

REFERENCIAS

- Auvinet G., Méndez E. & Juárez M. (2017). *El subsuelo de la ciudad de México* (“The Subsoil of Mexico City”), Vol III, Ciudad de México: Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Auvinet G., Sánchez J. & Pineda A. (2019a). Mitigación de daños ocasionados por grietas en el suelo. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, XX(4), 1-8. FI-UNAM, México. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2019.20n4.046>
- Auvinet G., Juárez M., Méndez E., Martínez S., Hernández F., Sánchez J., Delgado M., Pineda A. & Román H. (2019). Investigación sobre el agrietamiento del suelo en las alcaldías de Iztapalapa, Tláhuac, Xochimilco y Milpa Alta y acompañamiento técnico en la definición e implementación de soluciones para las edificaciones afectadas de dichas demarcaciones. Informe elaborado por el Laboratorio de Geoinformática del II-UNAM para el Instituto para la Seguridad de las Construcciones en el Distrito Federal, CDMX, México.
- Comité de Grietas de la ciudad de México. (2019). Nota técnica No. G-02. Evaluación de soluciones propuestas para cimentaciones de edificaciones en zonas de agrietamiento. Documen-

to elaborado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM para el Instituto para la Seguridad de las Construcciones del Gobierno de la Ciudad de México.

Cundall P. & Hart R. (1992). Numerical modeling of discontinua. *Engineering Computations*, 9, 101-113. <https://doi.org/10.1108/eb023851>

Cundall P. & Strack O. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1), 47- 65. <https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>

Itasca Consulting Group Inc. (2016). Particle flow code. Minneapolis, USA.

Sánchez J. (2017). *Estudio de los medios granulares por el método de elementos discretos*. (Tesis doctoral), Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México.

Taghavi R. (2011). Automatic clump generation based on mid-Surface. Proceedings of second international FLAC/DEM symposium. Melbourne, Australia.