



Sophia

ISSN: 1794-8932

ISSN: 2346-0806

Universidad La Gran Colombia

Gutiérrez Zuluaga,, Heiller; Aristizabal Zapata, Jorge Hernán; Rincón Penagos, Julián Andrés  
Procesos de visualización en la resolución de problemas de matemáticas en  
básica primaria apoyados en ambientes de aprendizaje mediados por las TIC  
Sophia, vol. 16, núm. 1, 2020, pp. 120-132  
Universidad La Gran Colombia

DOI: <https://doi.org/10.18634/sophiaj.16v.1i.975>

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=413764955010>

- ▶ [Cómo citar el artículo](#)
- ▶ [Número completo](#)
- ▶ [Más información del artículo](#)
- ▶ [Página de la revista en redalyc.org](#)



Sistema de Información Científica Redalyc

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# ΣΟΦΙΑ—SOPHIA

DOI: <http://dx.doi.org/10.18634/sophiaj.16v.1i.975>

Procesos de visualización en la resolución de problemas de matemáticas en básica primaria apoyados en ambientes de aprendizaje mediados por las TIC

Visualization Processes in Mathematics Problem Solving at the Primary School Level supported by ICT-Mediated Learning Environments

Processos de visualização na solução de problemas de matemática no nível primário, suportados por ambientes de aprendizado mediados pelas TIC

HEILLER GUTIÉRREZ ZULUAGA \*

JORGE HERNÁN ARISTIZABAL ZAPATA \*\*

JULIÁN ANDRÉS RINCÓN PENAGOS \*\*\*

## Información del artículo

Recibido: nov 10 de 2019  
Revisado: dic 03 de 2019  
Aceptado: enero 12 de 2020

## Cómo citar: /how cite:

Gutiérrez, H., Aristizabal, J.H., Rincón, J.A. (2020) Procesos de visualización en la resolución de problemas de matemáticas en básica primaria apoyados en ambientes de aprendizaje mediados por las TIC. *Sophia*, 16(1), 120-132.

\*Magister en Educación. Docente Titular del programa de licenciatura en matemáticas - Universidad del Quindío. Armenia, Quindío, Colombia. [hgutierrez@uniquindio.edu.co](mailto:hgutierrez@uniquindio.edu.co)  
<https://orcid.org/0000-0003-2057-5859>

\*\*Magister en Educación. Docente del programa de licenciatura en matemáticas - Universidad del Quindío. Armenia, Quindío, Colombia. [jhaz@uniquindio.edu.co](mailto:jhaz@uniquindio.edu.co)  
<https://orcid.org/0000-0002-8875-1823>

\*\*\*Magister en Educación. Filiación: Docente del programa de licenciatura en matemáticas - Universidad del Quindío. Armenia, Quindío, Colombia. [jarincon@uniquindio.edu.co](mailto:jarincon@uniquindio.edu.co)



ISSN (electrónico): 2346-0806 ISSN (impreso): 1794-8932



UNIVERSIDAD  
La Gran Colombia

Fundada en 1951

Sophia-Educación, volumen 16 número 1. enero/junio 2020. Versión español

## RESUMEN

En el departamento del Quindío se evidencia en los resultados de las Pruebas Saber de grado 3° y 5° que los estudiantes presentan diversas dificultades en matemáticas, una de las causas es enfrentarse a la resolución de problemas. Esto se debe a que muchos docentes en ocasiones dan poca trascendencia a procesos como la visualización, que contribuye al desarrollo de una comprensión más profunda y significativa tanto de las ideas matemáticas, así como de las relaciones entre los conceptos matemáticos. En otros casos, desconocen el potencial que poseen los ambientes de aprendizaje y la integración de las TIC, que hacen trascender el aula física, enriqueciéndola con nuevas alternativas pedagógicas y dando a los estudiantes experiencias significativas y mejores oportunidades de aprendizaje. La investigación se desarrolló bajo una metodología cualitativa de tipo interpretativa cuyo objetivo fue analizar incidencias de los procesos de visualización apoyados con ambientes TIC en la resolución de problemas de matemáticas por estudiantes de la educación básica primaria. Se encontró mediante el uso de software educativo que la visualización juega un papel muy importante en cuanto a los estilos de resolución de problemas de los estudiantes de acuerdo a la categorización de las tareas propuestas.

Palabras clave: Procesos de visualización, solución de problemas de matemática, ambientes de aprendizaje mediados por TIC, software educacional.

## ABSTRACT

In the department of Quindío, it is evident from the results of the 3rd and 5th grade Saber Tests that students present various difficulties in mathematics, one of the causes being problem solving. This is due to the fact that many teachers sometimes give little importance to processes such as visualization, which contributes to the development of a deeper and more meaningful understanding of both mathematical ideas and the relationships between mathematical concepts. Alternatively, in other cases, they are unaware of the potential of learning environments and the integration of ICTs that transcend the physical classroom, enriching it with new pedagogical alternatives and giving students meaningful experiences and better learning opportunities. This research was developed under an interpretative qualitative methodology whose objective was to analyze the impact of visualization processes supported by ICT environments on the resolution of mathematics problems by students in primary education. It was found through the use of educational software that visualization plays a very important role in terms of students' problem-solving styles according to the categorization of the proposed tasks.

Keywords: visualization processes in mathematics, mathematical problem solving, ICT-mediated learning environments, educational software.

## RESUMO

No departamento de Quindío, é evidenciado nos resultados dos testes do Saber de 3ª e 5ª séries que os alunos apresentam várias dificuldades em matemática, uma das causas é enfrentar a resolução de problemas. Isso ocorre porque muitos professores às vezes dão pouca importância a processos como a visualização, o que contribui para o desenvolvimento de um entendimento mais profundo e significativo das idéias matemáticas e das relações entre os conceitos matemáticos. Ou, em outros casos, eles não conhecem o potencial dos ambientes de aprendizagem e a integração das TICs, que transcendem a sala de aula física, enriquecendo-a com novas alternativas pedagógicas e proporcionando aos alunos experiências significativas e melhores oportunidades de aprendizagem. A pesquisa foi realizada sob uma metodologia qualitativa de tipo interpretativo, cujo objetivo foi analisar incidentes dos processos de visualização suportados em ambientes de TIC na resolução de problemas de matemática por estudantes do ensino fundamental. Foi constatado através do uso do software educacional que a visualização desempenha um papel muito importante em termos de estilos de resolução de problemas dos alunos, de acordo com a categorização das tarefas propostas.

Palavras-chave: Processos de visualização, solução de problemas de matemática, ambientes de aprendizado mediados pelas TIC. Software educacional.

## Introducción

La Educación Matemática es un área de investigación con resultados teóricos y prácticos relevantes para los problemas educativos en pro del desarrollo integral de los estudiantes y de la sociedad. Las pruebas Saber como un indicador de verificación de las competencias que adquieren los estudiantes; muestran un bajo desempeño académico en el área de matemáticas, lo que se convierte en un gran desafío tanto para los educadores de las instituciones educativas como lo mencionan Aristizábal, Colorado, & Gutiérrez (2016: p. 118). “Los docentes de hoy tienen el reto de resignificar sus prácticas pedagógicas donde busquen que sus estudiantes se apropien de los conceptos y entiendan la importancia de las matemáticas”, como para los investigadores en educación matemática, debido a que “... el investigador busca interpretar el significado que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas tienen para los participantes, al vivir dentro del salón de clases, participando o no del proceso de instrucción” (Kilpatrick, 1998: p. 5). Lo que resulta alarmante es que el Quindío no aparece dentro de los departamentos con mejores puntajes según los resultados de la prueba Saber en los últimos años.

Estos resultados podrían cambiar con la incorporación de las tecnologías de información y comunicación (TIC) en el aula, como lo plantea (Jaramillo, Castañeda, 2009, p.160) “El docente crea las condiciones necesarias para que el estudiante pueda aprender directamente frente a los estímulos del ambiente de aprendizaje”, ya que la utilización adecuada de estas, permiten ofrecer al docente de Matemáticas la oportunidad de crear ambientes de aprendizaje enriquecidos para que los estudiantes la perciban como ciencia experimental y proceso exploratorio significativo dentro de su formación. Hecho que afirma Ordaz (2002) al manifestar que:

El uso de la tecnología puede mejorar de manera significativa el aprendizaje, pues se enfoca en manipulables virtuales que ayudan a los estudiantes a incrementar

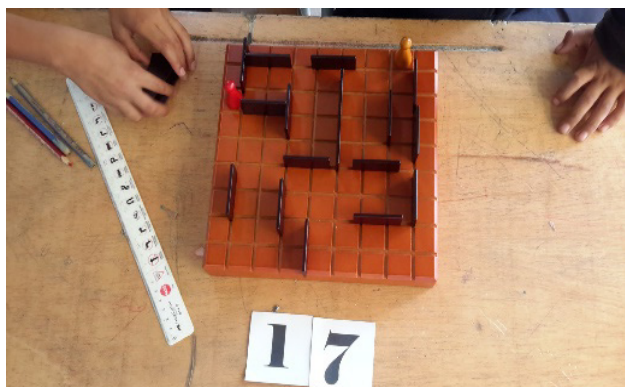
su capacidad para adquirir habilidades y conceptos, al ofrecer una representación física, móvil, armable y desarmable, que permite visualizar conceptos matemáticos de manera concreta (p.2).

Por otro lado, los procesos de visualización juegan un papel muy importante en el aprendizaje de las matemáticas y en la resolución de problemas como lo señala Arcavi (2003 citado por Fernández, 2013: p. 21) “la visualización puesta al servicio de la resolución de problemas puede también ir más allá de su papel procedimental e inspirar una solución general y creativa. Asimismo, las representaciones de formas visuales pueden ser elementos legítimos en las demostraciones matemáticas”, además, de contribuir a una comprensión significativa de las ideas matemáticas y las relaciones entre los conceptos matemáticos (Zimmermann y Cunningham, 1991).

A pesar de los esfuerzos del gobierno por dotar las instituciones educativas con recursos tecnológicos como son los computadores para educar y las tabletas, muchos de los docentes que orientan en básica primaria no cuentan con la formación necesaria para articular el uso de las TIC con las matemáticas, desconociendo lo que plantean Akkuffl (2000: p.25) “la capacidad computacional de las herramientas tecnológicas amplía la gama de problemas accesibles para los estudiantes y también les permite ejecutar procedimientos de rutina de forma rápida y precisa, lo que les da más tiempo para conceptualizar y modelar”, y en especial con la resolución de problemas al privilegiar los procesos de visualización cuya función entre otras “soportar o guiar el desarrollo de un problema planteado o permitir la comprensión del despliegue de un procedimiento dado” (Marmolejo, & González, 2013: p. 90), hecho por el cual la investigación se enmarcó en la incidencia que tienen los procesos de visualización en la resolución de problemas de matemáticas en ambientes de aprendizaje, mediante el uso de TIC con estudiantes de Educación Básica Primaria que pertenecen al sector oficial del Departamento del Quindío.

La investigación se desarrolló en dos momentos. En el primero se realizaron diferentes actividades con material tangible para este caso: bloques lógicos y el juego barreras (figura 1) y, en el segundo momento se implementaron cuatro programas educativos: Sokoban, El reloj, Máquinas y Ángulos<sup>1</sup> (figura 2). Ambos con el propósito de identificar los procesos de visualización que privilegiaban los estudiantes mientras se enfrentaban a algunos problemas de matemáticas propuestos. Al propiciar en los estudiantes de básica primaria el uso de materiales tangibles y digitales para la enseñanza de diferentes conceptos en matemáticas, se potencian su aprendizaje, tal como lo plantean Escrivà, Jaime, & Gutiérrez, (2018: 42) “La enseñanza de las matemáticas en Educación Primaria incluye un uso permanente de representaciones visuales de conceptos, relaciones y operaciones, mediante materiales manipulativos y dibujos, diagramas, etc., tanto reales como digitales”.

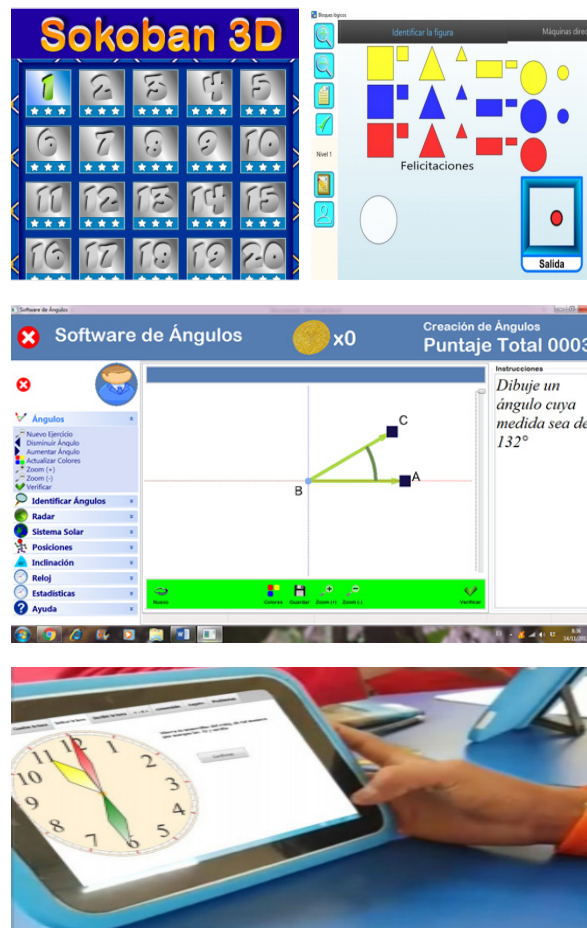
Figura 1. Juego barreras y bloques lógicos.



Fuente propia

1. Programa educativo para tabletas con sistema operativo Android, diseñado por Gedes (Grupo de Estudio y Desarrollo de Software Universidad del Quindío).

Figura 2. Sokoban, Máquinas, Ángulos y El Reloj,



Fuente propia

Por otro lado, se indagó con los docentes que dirigen los grados en los que se realizó la investigación, la forma como desarrollan la clase, la concepción teórica en cuanto a la enseñanza de la matemática y el abordaje de la resolución de problemas, recursos didácticos utilizados y estrategias de evaluación que aplican con sus estudiantes.

### Materiales y métodos

El proceso de investigación se enmarcó en un diseño cuasiexperimental en cuanto tomó tres instituciones por sus características (Bisquerra, & Alzina, 2009: p. 188). este tipo de diseño se da por la “imposibilidad de asignar al azar los sujetos a los grupos experimentales y de control, o el hecho de no poder disponer de un grupo de control porque no es conveniente o es demasiado costoso”. La metodología fue

de tipo cualitativa orientada a la comprensión, según Dorio, Sabariego y Massot (2009), porque centra su atención en describir e interpretar una realidad educativa desde el interior de los sujetos; es una investigación acción, de acuerdo con (Latorre, 2009), en cuanto se trata de un plan para ejecutar, una acción o intervención de los investigadores, una observación orientada a la recogida y análisis de datos, y una reflexión final de los resultados obtenidos. Las observaciones se hicieron sobre 115 estudiantes, de los grados tercero (62 estudiantes) y quinto (53 estudiantes), de tres instituciones educativas del departamento del Quindío en las cuales se contemplaron cuatro fases metodológicas.

### Las instituciones educativas seleccionadas

Las instituciones educativas seleccionadas pertenecientes a dos municipios del departamento del Quindío (Colombia) fueron:

- Institución Educativa Libre de Circasia: En esta institución se trabajaron dos temas

**Manejo del tiempo próximo:** se implementaron una serie de problemas que los estudiantes debían resolver para poder observar la incidencia que tiene la visualización al momento de enfrentarse a estos por medio del programa educativo “El Reloj”. Los problemas planteados fueron: armar el reloj, sincronizar, indicar, escribir y realizar suma y resta entre horas.

**Ángulos:** este concepto se desarrolló por medio del programa educativo “Ángulos”. Las siguientes son las actividades desarrolladas con el programa educativo: construir e identificar ángulos, ubicarlos, estimarlos en el sistema solar, representarlos mediante posiciones, indicar su inclinación, y medir el ángulo formado por las manecillas del reloj.

- Institución Educativa Hojas Anchas<sup>2</sup>: en la primera parte se realizaron actividades con el material tangible *Bloques lógicos* y posteriormente se trabajo con el programa educativo *Relaciones lógicas*. En este se realizaron cuatro actividades: identificar figura, relación directa, relación inversa,

y hallar relación. Para cada una de las actividades se prepararon diferentes ejercicios, acordes a cada uno de los niveles del programa.

- Institución Educativa Jesús María Morales del municipio de Calarcá: en la primera parte se planteó trabajar con el juego *Barreras* como material manipulativo. Posteriormente se seleccionó el programa educativo *Sokoban*, el objetivo de este juego es llevar las cajas marcadas con una X desde una posición inicial, hasta el destino final marcado de con rojo.

### Fases metodológicas

*Fase diagnóstica.* En esta fase se desarrollaron actividades dirigidas a conocer los estilos de resolución de los problemas que utilizan los niños y la forma como el profesor desarrolla la clase, la concepción teórica del profesor en cuanto a la enseñanza de la matemática y los recursos didácticos utilizados y el proceso de evaluación que aplica a los estudiantes.

*Fase Planificación.* Se propuso un conjunto de actividades con el propósito de retroalimentar y transformar la práctica pedagógica desarrollada por los docentes, en cuanto a la identificación en la incidencia de los procesos de visualización utilizando un programa educativo en el momento que los estudiantes solucionan problemas de matemáticas.

Para esta fase se consideraron entre otras las siguientes actividades:

- Construcción de la base de temas y problemas a implementar en el proceso de investigación.
- Diseño y selección del programa educativo que apoya la resolución de los problemas.
- Formación de los docentes y del equipo de trabajo.

*Ejecución (trabajo de campo).* Comprendió las actividades realizadas en el salón de clase y se enfocó en identificar la incidencia que tienen los procesos de visualización en la resolución de los problemas por parte de los estudiantes

2. Institución educativa rural

al implementar los programas informáticos diseñados. De igual manera, en esta fase, se observaron los cambios significativos que introduce la tecnología como apoyo a los procesos de visualización en la resolución de problemas de matemáticas.

*Fase de evaluación.* En esta, con las evidencias recolectadas en trabajo de campo y de acuerdo al desempeño de los estudiantes partícipes, se realizó el análisis e interpretación de la información obtenida contrastándola con los fundamentos epistemológicos de la visualización.

### Resultados

De acuerdo con la metodología planteada y las tareas de visualización estudiadas por los teóricos como Gonzato, Fernández & Díaz (2011), se hizo una categorización de las tareas que se pueden privilegiar al trabajar con *software* educativo, las cuales son hacer gráficas o bosquejos, construcciones, esquemas sinópticos, transformaciones, conteo, plegables, vistas, composiciones, gestos, descripción desde el lenguaje, *demostraciones sin palabras* y *usar sistemas de representación*. Para el trabajo de campo, se realizaron jornadas en las tres instituciones educativas con estudiantes de grado tercero y quinto, en dos de las cuales, Hojas Anchas y Jesús María Morales, se desarrollaron actividades con y sin *software* y en la Institución Educativa Libre solo se trabajó con él.

El trabajo que se realizó sin *software* educativo consistió en tareas con material manipulable (Bloques Lógicos) orientadas a desarrollar procesos de visualización. Al respecto Álvarez (2009: p. 2) afirma que “la enseñanza de las matemáticas inicia con una etapa exploratoria, la que requiere de la manipulación de material concreto, y sigue con actividades que facilitan el desarrollo conceptual a partir de las experiencias recogidas por los alumnos durante la exploración”. Además, en las diferentes actividades diseñadas para el trabajo con los estudiantes en las instituciones educativas, se privilegió la resolución de problemas apoyados en las propuestas de George Polya (1965) y

Alan Schoenfeld (1992) sobre la resolución de problemas en matemáticas. La tabla 1 presenta un resumen de las habilidades de visualización que privilegian los estudiantes de acuerdo con los programas implementados.

Tabla 1 Contraste habilidades de visualización usando programas informáticos

Habilidades de visualización	Programa implementado			
	Sokoban	Reloj	Ángulos	Máquinas
Hacer gráficas o bosquejos		X		
Hacer construcciones	X			X
Hacer esquemas sinópticos		X		X
Hacer transformaciones		X	X	
Hacer conteo	X	X		
Hacer plegables	X			
Vistas, composiciones	X		X	
Gestos			X	X
Descripción desde el lenguaje	X	X		X
Demostraciones sin palabras		X	X	X
Sistemas de representación		X		X

Fuente propia

A continuación se describen las actividades realizadas, los procesos que privilegian los estudiantes y los resultados obtenidos en la institución educativa Hojas Anchas con el programa “Relaciones Lógicas” (figura 3)

#### Actividad 1. Identificar figura

- Hacer construcciones: A los estudiantes se les daba una o varias condiciones y ellos debían encontrar la figura que cumpliera estas condiciones, por lo cual ellos debían hacer la representación mental.
- Gestos: los estudiantes muestran diferentes gestos acompañados de expresiones corporales durante y después de enfrentarse a la solución de cada actividad. Estos gestos pueden realizarse de forma inconsciente, lo cual indica el estado emocional de los

estudiantes en la resolución de los problemas con el programa educativo.

- Descripción desde el lenguaje: se pudo observar que los estudiantes cuando se les pedía más de una condición, siempre repetían estas en voz alta hasta encontrar las figuras. Además, expresaban en voz alta lo que la actividad les pedía.
- Demostraciones sin palabras: los estudiantes con sus manos intentaban formar o dibujar la figura que se les estaba pidiendo, teniendo en cuenta los diferentes códigos gráficos.
- Usar sistemas de representación: desde sus conceptos previos de objetos geométricos, los estudiantes, de acuerdo con las diferentes actividades planteadas en el programa, hacían construcciones mentales usando sus representaciones geométricas como cuadrados o triángulos y de esta forma las articulaban con tamaño y color.

#### Actividad 2. *Relación directa*

- Gestos: El gesto que se observó fue formar figuras, pues los estudiantes utilizan sus manos para representar las diferentes figuras (círculo, triángulo).
- Descripción desde el lenguaje: los estudiantes expresan las transformaciones que deben realizar en voz alta, repitiéndolas constantemente hasta tener claro cuál es la solución a cada actividad.
- Sistemas de representación: desde sus conceptos previos de objetos geométricos, los estudiantes, de acuerdo con las diferentes actividades planteadas en el *software*, hacían construcciones mentales usando sus representaciones geométricas como cuadrados o triángulos y de esta forma lo articulaban con tamaño y color.
- Demostraciones sin palabras: los estudiantes utilizan más el movimiento de sus manos o realizan mentalmente las diferentes transformaciones.

#### Actividad 3. *Relación inversa*

Gestos: se observó que el gesto más común era el movimiento de las manos: al intentar comprender o expresar las soluciones de las actividades.

- Descripción desde el lenguaje: los estudiantes utilizan más el movimiento de sus manos o realizan mentalmente las diferentes transformaciones.
- Sistemas de representación: desde sus conceptos previos de objetos geométricos, los estudiantes, de acuerdo a las diferentes actividades planteadas en el programa, elaboraban construcciones mentales usando sus representaciones geométricas como cuadrados o triángulos y de esta forma lo articulaban con tamaño y color.
- Demostraciones sin palabras: los estudiantes utilizan más el movimiento de sus manos o realizan mentalmente las diferentes transformaciones.

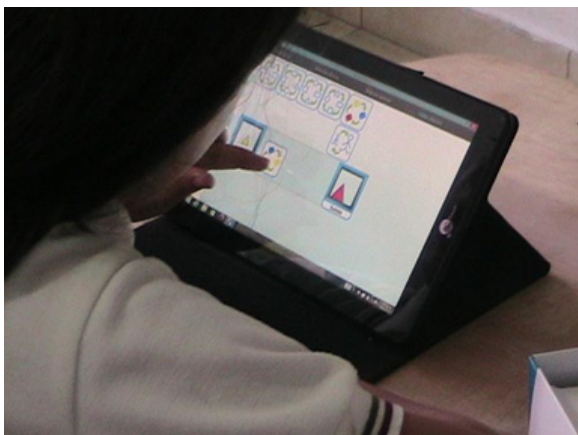
#### Actividad 4. *Hallar relación*

- Hacer construcciones: A los estudiantes se les daba dos figuras, una en la ventana de entrada y otra en la ventana de salida, luego debían construir la transformación que permitiera pasar de un lado al otro.
- Hacer transformaciones: en esta actividad los estudiantes debían identificar por ejemplo un círculo grande rojo a círculo pequeño amarillo.
- Gestos: Señalar con el dedo: los estudiantes señalan las diferentes opciones hasta escoger la transformación que ellos consideran correcta. Rosas de las manos: mientras desarrollan o piensan la solución a una actividad.
- Sistemas de representación: desde sus conceptos previos de objetos geométricos, los estudiantes, de acuerdo con las diferentes actividades planteadas en el programa, crean construcciones mentales usando sus repre-

sentaciones geométricas como cuadrados o triángulos y de esta forma lo articulaban con tamaño y color.

- Demostraciones sin palabras: los estudiantes utilizan más el movimiento de sus manos o realizan mentalmente las diferentes transformaciones.

Figura 3. Construcción lógica de la respuesta



Fuente propia

En la Institución Educativa Jesús María Morales de Calarcá se trabajó con el programa *Sokoban*. A continuación, se describen las actividades realizadas, los procesos que privilegian los estudiantes y los resultados obtenidos.

- Vistas: Se utilizan en cuanto a la dirección que puede tomar las cajas a mover.
- Descripción desde el lenguaje: los estudiantes utilizan expresiones como derecha, izquierda, arriba, abajo se queda en la esquina, no puede mover hacia ningún lado.
- Hacer construcciones: los estudiantes con su compañero plantean una estrategia para resolver el juego.
- Hacer composiciones: con los dos compañeros, se reúnen las ideas para realizar la estrategia a resolver.
- Hacer conteo: los estudiantes determinan el tiempo que falta para terminar. También se devuelven para ver lo que le ha quedado mal y corregirlo.

En la Institución Educativa Libre de Circasia se trabajó con dos programas.

Con el programa *Ángulos* de desarrollaron siete actividades. A continuación, se describen las actividades realizadas, los procesos que privilegian los estudiantes y los resultados obtenidos como se evidencia en la imagen cuatro.

#### Actividad 1. Construir ángulos

- Conteo: en un comienzo se quiso usar conteo por parte de un estudiante, ya que no había observado que la pantalla mostraba el número de ángulos.
- Gestos: los estudiantes usaban una expresión facial muy particular cuando no daban exactamente con la medida pedida en las instrucciones.
- Demostración sin palabras: los estudiantes saben que para dibujar ángulos se debía mover el segmento no fijo y quedaba otro fijo.

#### Actividad 2. Identificar ángulos

- Composiciones: para identificar los tipos de ángulos, en el caso del ángulo agudo, los niños saben que son menores que  $90^\circ$  y a su vez recto, ellos usan esta transformación de numérica a espacial para señalar ángulos con esta descripción.
- Gestos: se usaban las dos manos para mostrar que un ángulo agudo es más cerrado que un ángulo obtuso y para mostrar un ángulo llano o nulo, También se usaron lápices para representar.
- Demostración sin palabras: los estudiantes comentan cómo identificaban los tipos de ángulos describiéndolos.

#### Actividad 3. Ubicar en el Radar.

- Conteo: los estudiantes usaban las rayas del radar para estimar medida de los ángulos, usaban las rayas más largas para contar ángulos de cinco en cinco.
- Composiciones: para estimar la medida desde el cero hasta el avión en caso de ser un

ángulo grande estos usaban la información de ángulos rectos y llanos para facilitar la estimación por ejemplo si eran  $270^\circ$  ellos usaban tres ángulos rectos y lo convertían numéricamente.

- Gestos: los estudiantes simulaban con las manos los segmentos que forman ángulos para mirar si eran mayores o menores que los ángulos más comunes, también usaban el dedo índice para contar cada raya del radar.
- Demostración sin palabras: Algunos estudiantes a simple vista estimaban medidas de ángulo recto, llano, nulo y completo, esto porque las prácticas anteriores del *software* se lo facilitan.

#### Actividad 4. Estimar ángulos en el Sistema Solar.

- Conteo: los estudiantes suman y multiplican la cantidad numérica que representa la distancia entre cada estrella para obtener el resultado del ángulo de acuerdo con las instrucciones dadas por el programa.
- Gestos: mediante la expresión del rostro los estudiantes daban a entender cuando no estimaban la medida del ángulo y cuando si la lograban estimar.
- Demostración sin palabras: los estudiantes se basaron en lo trabajado en las actividades anteriores para comparar los tipos de ángulos, sus medidas y mirar si los ángulos que se muestran en la pantalla son mayores, menores o iguales.

#### Actividad 5. Representar ángulos mediante posiciones

- Hacer construcciones: para determinar la figura de acuerdo con las instrucciones dadas por el programa, los estudiantes manipulan las extremidades del muñeco hasta que en la pantalla salgan los ángulos correspondientes.

#### Actividad 6. Indicar la inclinación de un ángulo.

- Sistemas de representación: desde el concepto de ángulo, los estudiantes, de acuerdo con las diferentes actividades planteadas en el

programa, hacían construcciones mentales usando sus representaciones geométricas, ellos solo se concentraban en disparar calculando el ángulo necesario para disparar a cada barril.

#### Actividad 7. Medir el ángulo formado por las manecillas del reloj.

Composiciones: para identificar los casos donde las manecillas muestran ángulos de  $90^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $180^\circ$  se identificaba fácilmente, pero algunos de los estudiantes usaron composiciones encontrando que la amplitud entre cada hora es de 30 grados y entre cada minuto es de  $6^\circ$ , con lo cual podían encontrar todas las cantidades.

Con el programa “El reloj” las actividades realizadas, los procesos que privilegian los estudiantes evidenciado. Los resultados obtenidos fueron:

#### Actividad 1. Armar el reloj

- Descripción desde el lenguaje: los estudiantes observaron muy bien las manecillas y expresaban que eran muy diferentes por su color y tamaño, llegando a la conclusión que la que indicaba la hora es la más gruesa, corta y su color es amarillo. La de los minutos es un poco menos gruesa que la de la hora, pero más larga y de color verde. Por último, la de los segundos que era la más delgada y la más larga y su color es rojo.
- Transformaciones: cuando tuvieron claro lo que debía hacer todos sin ninguna excepción observaron que al lado derecho de la pantalla estaban los números del 1 al 12 y las manecillas del reloj, y decidieron primeramente ubicar cada número en el orden lógico para ellos de menor a mayor, desde el 1 y terminando con el 12. La mayoría de los estudiantes ubicaron primero la manecilla de la hora, luego la del minuto y por último la de los segundos, argumentando que según como se lee la hora así mismo es el orden de las manecillas. Los demás estudiantes las ubicaron las manecillas de manera aleatoria sin tener en cuenta un orden.

- **Conteo:** algunos estudiantes contaron las rayitas rojas para determinar hasta qué número necesitaban y así poder ubicarlos en orden.

#### Actividad 2. Sincronizar la hora

- **Demostración sin palabras:** los estudiantes al llegar a la casilla cuadrar la hora, lo primero que hicieron fue observar muy bien las manecillas del reloj para identificar la de la hora, la del minuterero y la del segundero. Algunos estudiantes sin ayuda de alguien las identificaron por sus experiencias con el reloj en su vida cotidiana. Algunos si notaron que eran diferentes, pero no lograban identificarlas, por lo cual pidieron ayuda a sus compañeros e incluso al guía.
- **Descripción desde el lenguaje:** observaron muy bien las manecillas y expresaban que las manecillas eran muy diferentes por su color y tamaño, llegando a la conclusión que la que indicaba la hora es la más gruesa y corta y su color es amarillo, la de los minutos es un poco menos gruesa que la de la hora, pero más larga y de color verde. Por último, la de los segundos que era la más delgada y la más larga y su color es rojo.
- **Sistema de Representación:** algunos estudiantes leen las instrucciones y observan muy bien la hora exacta que le indica el reloj digital y mueven las manecillas del reloj para indicarla en el reloj análogo.
- **Conteo:** algunos estudiantes para mover las manecillas del reloj análogo e indicar la hora que tenía el digital contaban cada rayita que representaba los minutos y los segundos, mientras que otros estudiantes contaba de cinco en cinco teniendo en cuenta que el número 1 indica 5 minutos o segundos, el 2 indicaba 10 y así sucesivamente hasta indicar el tiempo exacto. Otros solo observaban los números que tiene el reloj análogo, y asumían que cada uno de ellos eran la hora, los minutos y segundos solicitados y como solo contaban hasta 12, si alguno se pasaba de ese número, movía la manecilla del reloj hasta el número indicado

en la unidad, es decir si eran 14 lo colocaban en el 4. Algunos estudiantes al observar que la hora se pasaba del número 12, seguían contando, tomando el 1 como el 13, el 2 como el 14 y así sucesivamente hasta llegar a la hora indicada en el reloj digital.

#### Actividad 3. Indicar la hora.

- **Gráficas:** dibujaron un círculo en una hoja y trazaron una raya vertical y otra horizontal que partía en partes iguales el círculo, para determinar en qué número era un cuarto, media y tres cuartos del reloj.
- **Descripción desde el lenguaje:** Expresaban que esta actividad se les dificultaba mucho ya que no entendían cuánto era un cuarto, media e incluso la hora en punto.

#### Actividad 4. Escribir la hora

- **Transformaciones:** los estudiantes observaban muy bien donde estaban ubicadas las manecillas del reloj para determinar la hora, minutos y segundos que debían escribir en el reloj digital. El estudiante utiliza el proceso inverso de visualización de la actividad cuadrar la hora.
- **Conteo:** siempre empezaban a contar desde el número 12, ya que tenían claro que era el punto de partida, y empezaba a contar cada rayita pequeña para determinar los minutos y segundos. Para indicar la hora contaba cada número hasta llegar a la manecilla. Algunos no realizaban el conteo sino, que tenían en cuenta el número.

#### Actividad 5. Suma y resta de horas

- **Transformaciones:** cuando a algunos estudiantes le daba más de 60 segundos en la suma de estos, dejaba los segundos restantes en la casilla y pasaba los 60 segundos como 1 minuto, sumándolo a la operación de estos. Cuando a algunos estudiantes le daba más de 60 minutos en la suma de estos, dejaba los minutos restantes en la casilla y pasaba los 60 minutos como 1 hora, sumándolo a la operación de esta. Los estudiantes que realizaron la actividad tenía en cuenta visualización de módulo 60.

- Descripción desde el lenguaje: Algunos estudiantes expresaban que la resta no era posible hacer la operación cuando el minuendo era mayor que el sustraendo, ya que ellos lo veían como una operación entre número y no entre horas.

En las entrevistas realizadas a los profesores titulares de matemáticas de grado (3 o 5) en cuanto a la importancia de la enseñanza de la matemática, manifestaron lo siguiente:

Las matemáticas son fundamentales en el proceso educativo del niño, pues lo estructuran para una concepción lógica de su cosmología, es una materia fundamental, pues permite desarrollar en el niño habilidades, competencias, capacidad de análisis y su aplicación en la vida cotidiana es fundamental.

Las matemáticas son una base para el desarrollo mental de los niños, les ayuda a ser lógicos, a razonar y a tener una mente preparada para el pensamiento y la crítica.

Las matemáticas crean en los niños una disposición consciente y favorable para emprender acciones que conducen a la solución de los problemas a los que se enfrentan cada día.

A su vez, las matemáticas contribuyen a la formación de valores en los niños, una forma de enfrentarse a la realidad lógica y coherente, la búsqueda de la exactitud en los resultados, una comprensión y expresión clara a través de la utilización de símbolos.

En todos los grados es importante la enseñanza de las matemáticas. Es decir, desde preescolar hasta que salimos del colegio son importantes, en primaria es importante resaltar el trabajo con material concreto que se pierde mucho. Digamos que en preescolar se trabaja mucho con el material concreto y en primaria se olvida un poquito, pero es importante para ellos el uso del material concreto para el desarrollo de su pensamiento matemático y las operaciones que se enseñan.

Las matemáticas son una base para el desarrollo mental de los niños, les ayuda a ser lógicos, a razonar y a tener una mente preparada para el pensamiento y la crítica. Las matemáticas crea en los niños una

disposición consciente y favorable para emprender acciones que conducen a la solución de los problemas a los que se enfrentan cada día. A su vez, las matemáticas contribuyen a la formación de valores en los niños, una forma de enfrentarse a la realidad lógica y coherente, la búsqueda de la exactitud en los resultados, una comprensión y expresión clara a través de la utilización de símbolos.

Las matemáticas fortalecen el pensamiento lógico del niño desde temprana edad, logrando que más adelante pueda resolver variados problemas. (Entrevista a docentes)

Además, para los profesores, es muy importante incluir la resolución de problemas de matemáticas en sus clases, al manifestar que:

Los problemas nos ayudan a ver si el estudiante comprende que tipo de operación tiene que utilizar para resolver el problema.

Muy importantes porque esa es la vida de los niños, todo en la vida de nosotros se mueve con la solución de problemas.

Muy importante, ya que esta es la base para otras materias y para el mismo desarrollo del niño en su vida cotidiana, que se vaya familiarizando con diferentes problemas de su vida y una forma de resolverlos. (Entrevista a docentes)

En lo referente a la importancia que le da a la utilización de ambientes TIC en sus clases, los profesores dieron las siguientes respuestas:

Sí son muy importantes porque nos ayuda a diversificar la metodología, los niños se animan.

Los niños experimentan diferentes metodologías y estrategias con las cuales se logra un aprendizaje más significativo.

Las TIC son tan importantes como el material concreto, hace ya algunos años se habla de TAC (Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento), formando un modelo TPACK, (*Technological Pedagogical Content Knowledge*). Desde mi concepto, con estas nuevas generaciones, se debería concebir una clase con una mezcla de tic y material concreto, nunca con uno solo de esos elementos. (Entrevista a docentes)

Por último, a la pregunta *¿Qué importancia tienen los procesos de visualización en la resolución de problemas de matemáticas por parte de los estudiantes?, los profesores manifestaron:*

Es muy importante y voy a citar a Constans Cami que habla sobre la reinención del niño en la aritmética y cómo hace eso a través de la visualización, además puedo citar también que desde hace dos años que estamos recibiendo esas capacitaciones del Japón, nos han hecho como énfasis en eso, en que cuando estoy resolviendo un problema lo mejor es que el niño lo visualice, lo grafique, lo dibuje, vea las cantidades para que pueda entenderlo mejor y resolverlo mejor, así que si tiene mucha importancia la visualización en la matemática.

Es muy importante y si uno utiliza las estrategias desde primerito, los niños van a tener un aprendizaje diferente, por ejemplo como lo utilizaríamos, cuando hacemos la tienda escolar, entonces si nosotros empezamos con pequeñas cantidades los niños van aprendiendo y usted les va subiendo la dificultad grado a grado seguro que ellos van a tener un aprendizaje significativo, como decía la compañera ahorita en las capacitaciones de los profes del Japón siempre nos dicen, que el niño dibuje el problema, que le están preguntando para que él pueda llegar a una respuesta más fácil. A mí me parece que si el niño visualiza, dibuja o piensa bien qué es lo que le están preguntando ellos dan más fácil la respuesta.

Es de vital importancia, por eso en la época de estudiante era tan difícil entender ejercicios de algebra en el "Algebra de Baldor", por la falta de visualización real o de materialización como un problema de la vida real; sin esto es muy difícil entenderlo y abordarlo.

Los estudiantes, desarrollan un trabajo mental para resolver los problemas, y lo hacen allí, en el mismo transcurso del problema, entonces me parece que es muy importante, porque lo pueden hacer con cualquier problema y donde estén. (Entrevista a docentes)

## Conclusiones

En las diferentes actividades planteadas en cada una de las instituciones educativas participantes, se evidenció que la visualización juega un papel muy importante en cuanto a los estilos de resolución de problemas de los estudiantes. De acuerdo con la categorización de las tareas, los estudiantes privilegiaron las siguientes: Hacer gráficas o bosquejos, construcciones, esquemas sinópticos, transformaciones, conteo, plegables, vistas, composiciones, gestos, descripción desde el lenguaje, demostraciones sin palabras y usar sistemas de representación.

Con la utilización de ambientes mediados por TIC, en la resolución de problemas de matemáticas, con los estudiantes de básica primaria, se pudo observar un mayor interés en el trabajo en el aula, evidenciado en actitudes tales como: participación activa en clase, desarrollo de todas las actividades propuestas en cada clase, búsqueda permanente de alternativas de solución a los problemas planteados.

El uso de programas informáticos para resolver problemas genera un impacto positivo en tanto que permite a los estudiantes comprobar de manera inmediata las respuestas a los mismos, reflexionar sobre los errores cometidos y retroalimentar permanentemente sus procesos cognitivos. Además, permite una mayor ejercitación al resolver un mayor número de problemas frente a los solucionados sin él.

Los profesores de básica primaria involucrados en la investigación normalmente no utilizan ambientes mediados por TIC en el desarrollo de las clases de matemáticas, pero al incorporarse en este proceso investigativo con los programas diseñados, notaron la necesidad de conocerlo y utilizarlo en las clases con sus estudiantes, lo que les permitió reconocer la importancia de la resolución de problemas de matemáticas centrados en procesos de visualización, utilizando este medio tecnológico.

## Referencias bibliográficas

- Akkufi, O. (2000). Principles and standards for school mathematics. NCTM.
- Alvarez, P. (2009). La importancia del material concreto en la clase de matemáticas. En <http://parvuloseltrigal.blogspot.pe/2009/04/la-importancia-del-material-concreto-en.html>
- Aristizábal, J. H., Colorado, H., & Gutiérrez, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. *Sophia*, 12(1), 117-125.
- Bisquerra, R., & Alzina, R. B. (2009). *Metodología de la investigación educativa* (Vol. 1). Editorial La Muralla.
- Dorio, I., Sabariego, M., y Massot, I. (2009). Características Generales de la Metodología Cualitativa. En R. Bisquerra (Coord.). *Metodología de la Investigación Educativa* (2ª ed.). (275-292). Madrid: La Muralla. S.A.
- Escrivà, M. T., Jaime, A., & Gutiérrez, Á. (2018). Uso de programa 3D para el desarrollo de habilidades de visualización en Educación Primaria. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(1), 42-62.
- Fernández, Teresa (2013). La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. En Berciano, Ainhoa; Gutiérrez, Guadalupe; Estepa, Antonio; Climent, Nuria (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 19-42). Bilbao, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Gonzato, M., Fernández, M., & Díaz, J. J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 99-117.
- Jaramillo, P., Castañeda, P., & Pimienta, M. (2009). Qué hacer con la tecnología en el aula: inventario de usos de las TIC para aprender y enseñar. *Educación y educadores*, 12(2), 159 -179.
- Kilpatrick, J. (1998). *Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. Educación Matemática: Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación Historia*. Bogotá: Una Empresa Docente e Universidad de los Andes.
- Latorre, A. (2009). La investigación acción. En R. Bisquerra (Coord.). *Metodología de la Investigación Educativa* (2ª ed.). (369-394). Madrid: La Muralla. S.A.
- Marmolejo, G. A., & González, M. T. (2013). Función de la visualización en la construcción del área de figuras bidimensionales. Una metodología de análisis y su aplicación a un libro de texto. *Revista Integración*, 31(1), 87-106.
- Ordaz, M., & Montoya, C. (2002). Programa DEGTRA A4 versión 4.06. Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México. Editorial Trillas.
- Schoenfeld, A. (1992) learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.) *Handbook for research on Mathematics Teaching and Learning* (pp 334-370). New York: MacMillan.
- Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1991). Editor's introduction: What is mathematical visualization. Visualization in teaching and learning mathematics. En [http://www.hitt.uqam.ca/mat7191\\_fich/Zimmermann\\_Cunningham\\_1991.pdf](http://www.hitt.uqam.ca/mat7191_fich/Zimmermann_Cunningham_1991.pdf)