



Revista mexicana de economía y finanzas

ISSN: 1665-5346

ISSN: 2448-6795

Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas, A. C.

Milanesi, Gastón S.

Opciones reales secuenciales cuadrinomiales y volatilidad cambiante: incertidumbres tecnológicas

Revista mexicana de economía y finanzas, vol. 17, núm. 1, e500, 2022, Enero-Marzo

Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas, A. C.

DOI: <https://doi.org/10.21919/remef.v17i1.500>

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=423772994004>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org



Sistema de Información Científica Redalyc
Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso
abierto

Opciones reales secuenciales cuadrinomiales y volatilidad cambiante: incertidumbres tecnológicas

Gastón S. Milanesi¹ - Universidad Nacional del Sur, Argentina & Universidad de Buenos Aires,
Argentina & Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Resumen

Las inversiones en biotecnologías para el desarrollo de vacunas se caracterizan por ser un proceso de etapas secuenciales, desde su desarrollo hasta el lanzamiento comercial, con múltiples fuentes de incertidumbre, destacándose el riesgo tecnológico y de mercado. Estas características hacen que modelos como los árboles de decisión y opciones reales binomiales, no sean apropiados. El trabajo desarrolla un modelo numérico de valoración para este tipo de inversiones, con distribución de probabilidad cuadrinomial, caracterizando los riesgos tecnológicos y de mercado, opciones secuenciales y volatilidad cambiante. Es usado el método de análisis de casos con un proyecto de inversión de opciones secuenciales de desarrollo de un fármaco y posterior lanzamiento al mercado. El proyecto es valuado con el modelo propuesto y comparado su resultado con las clásicas alternativas. Los resultados obtenidos exponen la superior capacidad del modelo para valorar opciones secuenciales con múltiples fuentes de incertidumbre y volatilidad cambiante. Este es una herramienta de valuación sencilla y versátil, sin la complejidad y refinamiento de otras propuestas analíticas.

Clasificación JEL: G13, G31.

Palabras clave: Biotecnología, opciones secuenciales, cuadrinomial, volatilidad cambiante, opciones arco iris.

Quadranomial Sequential Real Options with Changing Volatility: Technological Uncertainties

Abstract

The investments in biotechnologies for vaccine development characterizes by a set of sequential stages, from its development to the market launch, with multiple sources of uncertainty, highlight technological and market risks. These characteristics made that models like decision tree analysis and binomial real options, they won't be appropriated. The paper develops a valuation numerical model for this type of investment, with quadranomial probability distribution, characterizing technological and market risk, sequential options and changing volatility. The cases analysis method with a sequential options investment project relative of drug's development and later market launch is used. The project is valued with the proposed model and compared with the classical alternatives. The obtained results expose the higher capacity for valuing multiples sources of uncertainty and changing volatility of the model. This is a simple and versatile valuation tool, without complexity and refinement of other analytic proposals.

JEL Classification: G13, G31.

Keywords: Biotechnology, sequential options, quadranomial, changing volatility, rainbow options.

¹ Autor de correspondencia. Departamento Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur; CEA, Centro de Estudios en Administración, Universidad Nacional del Sur; CEPAF Centro de Estudios para Análisis Financiero, Facultad de Ciencias Económicas Universidad de Buenos Aires; Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca, Departamento de Licenciatura en Organización Industrial. Correo electrónico: milanesi@uns.edu.ar

*Sin fuente de financiamiento para el desarrollo de la investigación

1. Introducción

La valoración de proyectos motivados en estrategias de desarrollo de nuevas tecnologías o productos involucran un conjunto de pasos. En tal sentido, el planteo extensivo usando árboles de decisiones o rejillas binomiales constituyen una herramienta de suma utilidad, para la resolución analítica del problema de opciones secuenciales. Los desarrollos de proyectos de inversión sobre nuevas tecnologías involucran varias fuentes de incertidumbre siendo los principales el de mercado y el tecnológico u operativo. Un caso típico de valoración de proyectos con opciones secuenciales en tecnología lo constituye el desarrollo de nuevos fármacos. Por lo general comienzan con el diseño en laboratorio, prototipo, autorizaciones, experimento de campo, validación, producción y distribución demanda tiempo, recursos y del éxito de cada una de las etapas. La comercialización del medicamento es la etapa final supeditada a la posterior a la resolución de las incertidumbres tecnológicas y de mercado propias del proyecto.

La toma de decisiones en condiciones de incertidumbre relativa a estos proyectos, implica analizar un conjunto de indicadores y las consecuencias potenciales derivadas de la inversión. Entre los indicadores se encuentran las medidas financieras, donde el resultado surge a partir de la diferencia entre el valor actual esperado de los resultados y las inversiones secuenciales futuras considerando riesgos tecnológicos y de mercado. Estas medidas entendidas como modelos financieros persiguen dos objetivos genéricos: a) modelar el comportamiento futuro de las variables que explican el valor económico de la inversión; b) simplificar la compleja información del modelo en parámetros para la toma de decisiones desde la perspectiva financiera. La valoración de proyecto con decisiones secuenciales, requiere de herramientas que exceden a la simple aritmética del valor actual neto. Además de los conocidos árboles de decisiones (DTA, *decisión tree analysis*), se encuentran los modelos de opciones reales (RO, *real options*), siendo los últimos la herramienta apropiada para este tipo de proyectos. Esto es así ya que la valoración financiera mediante árboles de decisión presenta la inconsistencia de valorar diferentes estrategias asociadas al proyecto, con la misma tasa de costo de capital, sin perjuicio de que los diferentes cursos de acción presentan diferentes riesgos conforme señala la literatura (Smith y Nau, , 1995); (Copeland y Tufano, 2004). El enfoque de opciones reales resuelve el problema ajustando por riesgo los flujos del proyecto mediante coeficientes equivalentes ciertos o parámetros estocásticos². Desde el modelo binomial tradicional se desarrollaron un conjunto de métodos numéricos para la resolución de opciones secuenciales (Trigeorgis, 1995); (Trigeorgis, 1997); (Amram, y Kulatilaka, 1998); (Copeland y Antikarov, 2003); (Shockley, Curtis, Jafari y Tibbs, 2003); (Smit y Trigeorgis, 2004); (Shockley, 2006); (Graeme, 2009); (Brandao y Dyer, 2009); (Num, 2015); (Salahaldin, 2016). El modelo binomial tradicional engloba en una única y constante cifra, el parámetro de volatilidad, a todas las fuentes de incertidumbre del proyecto; asumiendo una distribución de probabilidad normal calculada con técnicas de simulación (Smith, 2005); (Chance, 2007); (Haahtela, 2011); (Brandao, Dyer y Hahn, 2012); (Pareja Vasseur, Prada Sánchez, y Moreno Escobar, 2019); (Milanesi, 2019).

² Los parámetros $N(\cdot)$ del modelo Black y Scholes, como los coeficientes equivalentes ciertos para el enfoque binomial, para un excelente desarrollo ver (Nielsen, 1992)

El trabajo presenta como objetivo elaborar un modelo de valuación para opciones secuenciales, en particular, para proyectos como los biotecnológicos, con fuentes de incertidumbre tecnológicas y de mercado. Se propone un modelo versátil que resuelva el desafío de valorar fuente de incertidumbre y al mismo tiempo brindar un tratamiento dinámico a la volatilidad de mercado. En efecto se valoran opciones secuenciales a partir del modelo cuatrinomial de opciones exóticas tipo arco iris, o conocido como de múltiple fuente de incertidumbre, con volatilidad de mercado cambiante, modelada mediante simulación. El funcionamiento del modelo se ilustra tomando como unidad de análisis el caso presentado por Shockley, Curtis, Jafari y Tibbs (2003) y debatido por Brous, (2011). Se trata de un proyecto destinado al desarrollo de una vacuna en donde las secuencias y protocolos demandan cinco etapas de decisión. Estas etapas presentan exposición a incertidumbre tecnológica y de mercado, sujetas a plazos, pruebas y regulaciones propias de este tipo de proyectos. A título comparativo se discute los plazos involucrados cuando se aceleran las etapas y regulaciones, en donde los tiempos resultan comprimidos de 60 meses a 18 meses, frente a la necesidad de rápidas respuestas como en el caso de pandemias o necesidades sociales prioritarias.

La estructura del trabajo es la siguiente: la sección 2 se introducen conceptos relativos a innovación, fuentes de incertidumbres y un breve análisis entre las características del mercado de proyectos biotecnológicos en mercados desarrollados como emergentes. En este último aspecto los mercados desarrollados se caracterizan por su oferta de capitales, flexible ambiente regulatorio y contexto sinérgico de empresas para el desarrollo privado en condiciones normales de este tipo de alternativas. Los mercados emergentes requieren del apoyo de los gobiernos y políticas públicas mediante consorcios públicos privados (universidades, agencias de investigación, empresas) para el desarrollo de este tipo de proyectos. Estos son fuertes argumentos que justifican el desarrollo de modelos de valuación para este tipo de proyectos, en particular para asistir a los decisores y administradores de recursos públicos y privados, que contemplen las complejidades de esta tipología de inversión. El trabajo realiza un recorrido comenzando con los modelos básicos con el objeto de comparar resultados. Primero se presentan los árboles de decisión, las rejillas binomiales con coeficientes equivalentes ciertos y con probabilidades “reales”. Seguidamente se desarrolla el modelo propuesto, que valora las fuentes de incertidumbre tecnológica y de mercado mediante rejillas cuatrinomial o conocidas como opciones exóticas arco iris; incorporando los cambios en la volatilidad a medida que se avanza en la resolución tecnológica del proyecto. En la sección 3 se analiza el caso pasando por el tamiz de los diferentes métodos clásicos y en particular con el modelo numérico desarrollado. Seguidamente son discutidos y comparados los resultados y conclusiones de valor obtenidas, destacando los resultados del modelo cuatrinomial con volatilidad cambiante. En esta sección se expone de manera comparativa un cuadro de etapas aceleradas, en situación de pandemias considerando solamente incertidumbres tecnológicas. Se presentan las limitaciones y futuras líneas de investigación, en relación con la valoración mediante funciones isoelásticas de utilidad y variables de estado para la incertidumbre. Finalmente son desarrolladas las principales conclusiones.

2. Marco teórico: Innovación y fuentes de incertidumbre tecnológica y de mercado. El modelo de valoración de proyectos biotecnológicos

En la presente sección se introducen las principales ideas y breves nociones relativas a innovación, incertidumbres tecnológicas y de mercado, como el desarrollo de los proyectos biotecnológicos en mercados desarrollados y emergentes. Estos fundamentos constituyen la base y justificación para el desarrollo del modelo propuesto.

2.1 Incertidumbres en innovación: tecnológicas y de mercado

Las incertidumbres tecnológicas y de mercado se encuentran en proyectos que desarrollan productos innovadores. Estos son invenciones que cobran forma de producto llevadas al mercado con la finalidad de obtener una aplicación exitosa. La innovación aplicada al contexto de la tecnología implica abordar en los proyectos la incertidumbre sobre la innovación como variable inherente a todo proyecto (Jalonen, 2012). Los procesos de innovación tiene por objeto de ser de utilidad, dicho en otras palabras encontrar una aplicación exitosa, con el fin de que la innovación tenga valor de mercado. Los factores de incertidumbre que la literatura caracteriza en este tipo de proyectos son: tecnológico, mercado, político-institucional y la incertidumbre relacionada sobre las consecuencias de la innovación. La incertidumbre tecnológica incluye el desarrollo de las herramientas y conocimiento para concretar el proyecto. La incertidumbre de mercado es significativa ya que sin mercado esta no tiene valor, en efecto un proyecto innovador es inventado con el fin de satisfacer necesidades del mercado. La incertidumbre de mercado incorpora variables como los efectos disruptivos en el mercado de las tecnologías emergentes, desarrollo de nuevos mercados, ciclo de vida del producto y competidores en el nuevo mercado Foster (2010). La incertidumbre política-institucional se vincula con la acción gubernamental brindando marco regulatorios que promuevan los desarrollos tecnológicos. Finalmente la incertidumbre relacionada con las consecuencias del invento se vinculan con los cambios que la innovación introduce en el orden social y el interés en su aceptación y legitimidad de parte de los consumidores (Ortt y Smits, 2006).

La evidencia empírica colectada por Sanchez, Rosalo y Pérez (2019) indica que Estados Unidos es el país con mayor desarrollo en términos económicos y tecnológicos para el desarrollo, el uso y comercialización de biotecnología. Esto en parte se debe el significativo desarrollo de su mercado de capitales que contribuye a financiar la significativa inversión que demanda el sector biotecnológico. Como consecuencia de ello son escasas las oportunidades para que este tipo de proyectos prospera en mercados emergentes, cuando son impulsados exclusivamente por privados. En parte debido a que no cuentan con recursos técnicos, financiamiento necesario que demandan este tipo de inversiones y capacidad para soportar requerimientos regulatorios, en otras palabras, una alta exposición a las incertidumbres tecnológicas, de mercado y regulatorias. Esto explica porque en Latinoamérica son pocas las empresas de biotecnología moderna. En términos generales, el desarrollo de políticas nacionales de desarrollo de empresas biotecnológicas locales ha sido escaso y

discontinuo. En tal sentido y con el objeto de promover el desarrollo de las capacidades tecnológicas aprovechando la formación del factor humano, en países como México, Brasil y Argentina se ha buscado robustecer el contexto de innovación mediante políticas públicas de desarrollo científico y tecnológico sectorial. En especial Brasil con un marcado crecimiento del sector biotecnológico, con significativa participación estatal. México en mayor medida y Argentina, con mayor timidez mediante consorcios públicos privados entre agencias de investigación, universidades y el sector privado.

Los proyectos en biotecnología presentan un importante desafío por el conjunto de incertidumbres inherentes. Atendiendo tal circunstancia y estrictamente en lo que respecta al campo del conocimiento correspondiente a los modelos de valuación se proponen un modelo que trata las incertidumbres tecnológicas y de mercado de manera independiente, contemplando la variabilidad de la volatilidad en relación a la resolución tecnológica.

2.2 El modelo binomial

El supuesto simplificador del modelo binomial lo constituye el hecho de resumir todos los riesgos del proyecto en un valor de volatilidad (σ), constante a lo largo del tiempo,

$$u = e^{\sigma\sqrt{t}} \quad (1)$$

$$d = \frac{1}{u} \quad (2)$$

$$p = (e^{rt} - d)/(u - d) \quad (3)$$

El valor esperado correspondiente a cada nodo es,

$$V_t = \{p \times V_{t+1}^u + (1 - p) \times V_{t+1}^d\} \times e^{-rt} \quad (4)$$

En términos generales el modelo queda planteado de la siguiente manera,

$$V_0 = \left[\sum_{j(T)=0}^{j(T)=n} \max(V_{j(T)} - X) \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} \right] e^{-rT} \quad (5)$$

Donde $\max(V_{j(T)} - X)$ representa el valor terminal de la opción en el horizonte T , ponderado por las probabilidades obtenidas a partir de la combinatoria correspondiente al periodo n , nodo j , luego actualizado a la tasa sin riesgo. En el caso de trabajar con probabilidades objetivas o del mundo real³ (Arnold y Crack, 2003); (Milanesi, 2011), los coeficientes se expresan como,

³ Siguiendo a Arnold y Crack (2003), el valor actual de un activo real puede describirse con las siguientes variables: V_t valor en el momento t ; k el rendimiento (o crecimiento) compuesto del valor del subyacente desde el instante 0 a T , R_f factor actualización (capitalización) sin riesgo $(1+r_f)$ y $E(.)$ operador de expectativa.

a) El valor esperado del activo es: $V_0 E(k) = E(V_t)$; desagregando la tasa de rendimiento: $V_0 [R_f + (E(k) - R_f)] = E(V_t)$

b) El valor actual del valor esperado es: $V_0 = \frac{E(V_t) - V_0 [R_f - R_f]}{R_f}$

$$q = (e^k - d)/(u - d) \quad (6)$$

Donde k representa la tasa de costo de capital y q las probabilidad de éxito binomial. El proceso recursivo expresado de la siguiente forma,

$$V_t = \left\{ [q \times V_{t+1}^u + (1 - q) \times V_{t+1}^d] - \left[\frac{V_{t+1}^u - V_{t+1}^d}{u - d} \times (e^k - e^{rt}) \right] \right\} \times e^{-rt} \quad (7)$$

2.2 El modelo cuatrinomial

En muchos emprendimientos de base tecnología existe una marcada separación entre el riesgo de mercado y el riesgo tecnológico, por lo tanto, es simplificador pero incorrecto resumirlos en una única cifra. Se propone un modelo cuatrinomial, empleado en opciones exóticas del tipo arco iris, sencillo en su concepción y tratamiento de las fuentes de incertidumbre en forma independiente. Siguiendo a Copeland y Antikarov (2003), se puede asumir que el valor del proyecto es una función de dos fuentes de incertidumbre, $V = (F_1; F_2)$. Cada una de estas fuentes de riesgo evolucionan según su volatilidad la cual permite calcular los respectivos movimientos ascendentes y descendentes, planteadas como $F_1(\sigma_1; u_1; d_1)$ y $F_2(\sigma_2; u_2; d_2)$. En este caso σ representa las fuentes de incertidumbre u el movimiento ascendente y d el movimiento descendente.

En muchos problemas de valuación, las fuentes de incertidumbre son independientes por ejemplo F_m representa la incertidumbre de mercado y F_t incertidumbre relativas a la resolución de problemas tecnológicos. El primer paso del proceso consiste en proyectar el recorrido del subyacente, representado por el valor actual del proyecto. La proyección se realiza con los movimientos ascendentes y descendentes propios del riesgo de mercado $F_m(\sigma_m; u_m; d_m)$, $V_{t+1} = \{V_t \times u_m; V_t \times d_m\}$, donde V_{t+1} es el valor proyectado del activo subyacente.

El proceso recursivo para estimar valores esperados requiere de estimar los coeficientes equivalentes ciertos. Primero deben calcularse las probabilidades neutrales al riesgo siguiendo la lógica del modelo binomial. Obtenidos los cuatro coeficientes equivalentes ciertos ($p_{u,d}$), un par por cada fuente de incertidumbre, $F_m(p_{um}; p_{dm})$ y $F_t(p_{ut}; p_{dt})$, seguidamente se deben calcular los coeficientes combinados. Estos son obtenidos mediante el producto de los coeficientes equivalentes ciertos calculados para cada una de las fuentes de riesgo,

$$p_{um,ut} = (p_{um} \times p_{ut}) \quad (8.1)$$

-
- c) La flexibilidad estratégica del proyecto se valora mediante la teoría de opciones. Tomando una opción real comparable a un call, su ratio delta (Δ) es: $\Delta = (V_u - V_d)/V_0(u - d)$. Incorporando la expresión en b) se obtiene el valor actual de un activo: $V_0 = \frac{E(V_t) - V_0 \Delta [R_v - R_f]}{R_f}$ o $V_0 = \frac{E(V_t) - V_0 (V_u - V_d)/(u - d) [R_v - R_f]}{R_f}$
- d) Reordenando, el valor para un nodo empleando probabilidades objetivas es $e^{-rf} \times [E(V_t) - (V_u - V_d)/V_0(u - d) \times (e^k - e^{rf})]$
- e) En el caso de coeficientes equivalentes ciertos se obtienen suponiendo como tasa de crecimiento del subyacente al tipo sin riesgo $p = (e^{rf} - d)/(u - d)$. En el enfoque de Arnold y Crack (2003) las probabilidades “del mundo real” son obtenidas sustituyendo el tipo sin riesgo, por la tasa ajustada por riesgo o tasa de evolución del subyacente, $q = (e^k - d)/(u - d)$

$$p_{um,dt} = (p_{um} \times p_{dt}) \quad (9.2)$$

$$p_{dm,ut} = (p_{dm} \times p_{ut}) \quad (10.3)$$

$$p_{dm,dt} = (p_{dm} \times p_{dt}) \quad (11.4)$$

El cálculo del valor esperado obtenido de la exposición de los riesgos combinados y tratados de manera separada es el siguiente,

$$V_t = \{p_{um,ut} \times V_{t+1}^{um,ut} + p_{um,dt} \times V_{t+1}^{um,dt} + p_{dm,ut} \times V_{t+1}^{dm,ut} + p_{dm,dt} \times V_{t+1}^{dm,dt}\} \times e^{-rt} \quad (12)$$

Donde V_t representa el valor del proyecto en el modelo t y e^{-rt} el factor de actualización al tipo sin riesgo.

2.3 El modelo cuatrinomial y volatilidad de mercado variable

Resuelto el tratamiento específico de riesgos tecnológicos y de mercado, no se debe perder de vista el hecho de que a menudo, la evidencia histórica permite estimar riesgos tecnológicos, que varían según las etapas y grados de avance. No obstante, a menudo se supone que el riesgo de mercado permanece constante. A medida que se avanza con la resolución tecnológica del proyecto, puede verse reducida la incertidumbre de mercado⁴. Algunos de los motivos residen en la mayor información y experiencia obtenida durante el desarrollo y las pruebas. En tal sentido, adaptando los modelos de Haahtela, (2011) y Milanesi, Pesce y El Alabi, (2014); se propone desarrollar un modelo cuatrinomial con volatilidad de mercado variable⁵. En este caso deben calcularse coeficientes neutrales al riesgo de mercado variables y nuevas probabilidades neutrales combinadas cuatrinomiales.

Primero son calculadas las probabilidades de transición para los máximos niveles de volatilidad,

⁴ En el trabajo se supone de manera ad-hoc que la volatilidad disminuye a medida que se resuelven las incertidumbres tecnológicas y de mercado. En la práctica, la volatilidad de los rendimientos no es un dato observable directamente en el mercado. La manera más sencilla de calcularla se base en el desvío estándar de una serie de rendimientos observados. El resultado consiste en un único valor que representa la dispersión global respecto del valor medio. Este resultado no mide la evolución de la medida a lo largo del tiempo. En efecto la teoría financiera indica que la volatilidad debe interpretarse como una medida relacionada con la intensidad de los cambios aleatorios o no predecibles en el rendimiento futuro de un activo financiero. Existen ciertos hechos estilizados, en particular la volatilidad cambiante y los clusters de volatilidad entre otros que tornan necesarios el uso de modelos econométricos para proyectar la volatilidad. Entre estos modelos se encuentran la familia de modelos autoregresivos con heterocedasticidad condicional (ARCH, GARCH, DTARCH) y los modelos de volatilidad estocástica (SV) suponiendo que la rentabilidad se describe por una variable no observable que sigue un proceso ARMA (autoregresivo estacionario) con variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida. (Wilmott, 2009); (Medina Tamayo y Rodríguez Pinzon, 2010)

⁵ Cabe destacar que esta es una aproximación sencilla proporcionando la volatilidad de los estados futuros en relación a la máxima volatilidad Haahtela, (2011) y Milanesi, Pesce y El Alabi, (2014). Existen modelos recombinantes con modelos numéricos donde se presentan técnicas para determinar las probabilidades de transición dinámicas a partir de los dos primeros momentos estocásticos (media y desvío) el planteo de la ecuación diferencial, con *drift* de crecimiento y volatilidad que impacta en la ramificación de la rejilla (Marín Sanchez, 2010). Otros desarrollos proponen métodos abordan el tema mediante la resolución de valuación de opciones exóticas del tipo *swing options* mediante un sistema de pares dinámicos de opciones europeas, con procesos estocásticos de reversión a la media aplicables a subyacentes como precios de commodities y energía, mediante modelos numéricos computacionales (Lari-Lavassani, Simchi y Ware, 2001)

$$p_{m,(max)} = \frac{e^{rt} - d_{m,(max)}}{u_{m,(max)} - d_{m,(max)}} \quad (10)$$

Las probabilidades de transición máximas ($p_{m,(max)}$), surgen a partir de los coeficientes $u_{m,(max)}$ y $d_{m,(max)}$ empleando la máxima volatilidad de mercado $\sigma_{m,(max)}$ y al factor de crecimiento a la tasa sin riesgo e^{rt} . En este tipo de proyectos se supone que la máxima volatilidad se verifica en los primeros años cuando la incertidumbre y falta de información es mayor. Seguidamente se calculan las probabilidades de transición para los periodos de volatilidad de mercado intermedia y menor (σ_{im}),

$$p_{m(\sigma_{im})} = p_{m(max)} \left(\frac{\sigma_{im}}{\sigma_{m(max)}} \right)^2 \quad (11)$$

El proceso de valoración es similar al referido en la sección precedente. Primero se proyecta la rejilla binomial correspondiente al valor del subyacente, para ello son utilizados los máximos coeficientes de ascenso y descenso, $V_{t+1}^{i,j} = V_t^{i,j} \times u_{m,(max)}; V_t^{i,j} \times d_{m,(max)}$.

Siendo $p_{(t)u,d}$ los coeficientes de ascenso y descenso para la incertidumbre tecnológica y $p_{(m;\sigma_{im})u,d}$ coeficientes variables para la incertidumbre de mercado, las probabilidades combinadas quedan expresadas de la siguiente manera:

$$p_{u(m;\sigma_{im});u(t)} = (p_{u(\sigma_{im})} \times p_{u(t)}) \quad (12.1)$$

$$p_{u(m;\sigma_{im});d(t)} = (p_{u(\sigma_{im})} \times p_{d(t)}) \quad (12.2)$$

$$p_{d(m;\sigma_{im});u(t)} = (p_{d(\sigma_{im})} \times p_{u(t)}) \quad (12.3)$$

$$p_{d(m;\sigma_{im});d(t)} = (p_{d(\sigma_{im})} \times p_{d(t)}) \quad (12.4)$$

Aplicando la lógica recursiva del modelo cuatrinomial, para los nodos intermedios, son utilizadas las probabilidades de transición en el proceso de valuación. El valor actual para cada nodo expuesto a las dos fuentes de incertidumbre es calculado mediante la siguiente ecuación,

$$V_t = \left\{ p_{u(m;\sigma_{im});u(t)} \times V_{t+1}^{u(m;\sigma_{im}),u(t)} + p_{u(m;\sigma_{im});d(t)} \times V_{t+1}^{u(m;\sigma_{im}),d(t)} + p_{d(m;\sigma_{im});u(t)} \times V_{t+1}^{d(m;\sigma_{im}),u(t)} + p_{d(m;\sigma_{im});d(t)} \times V_{t+1}^{d(m;\sigma_{im}),d(t)} \right\} \times e^{-rt} \quad (Ec 13)$$

3. Análisis de caso: Opciones secuenciales y el desarrollo de una vacuna

En el trabajo se pretende analizar en profundidad el comportamiento del modelo desarrollado en la sección 2.3. Este análisis se realiza de manera comparativa con los árboles de decisión y con el enfoque de opciones reales tradicional, utilizando como metodología de investigación el estudio de casos en administración (Castro Monge, 2010). Para ello se fue seleccionado y adaptado el caso debatido oportunamente por Shockley, Curtis, Jafari y Tibbs, (2003) y Brous, (2011), relativo al procesos secuencial de desarrollo de una vacuna. En este se se respetan los plazos exigidos por los organismos de control como las probabilidades técnicas basadas en la experiencia de proceso. El caso permite entender las etapas general, la secuencialidad, el tiempo involucrado, las profundas incertidumbres tecnológicas del proyecto y la exposición al riesgo de mercado. Conforme fue expuesto, en el caso de economías emergentes, las diferentes las fuentes de incertidumbre, la cuantía de las inversiones involucradas y el tamaño del mercado de capitales, hacen que estos emprendimiento sean de alto riesgo para agentes privados.

En el caso analizado se refiere a una firma especializada en desarrollos biotecnológicos donde se requiere evaluar el beneficio económico potencial de invertir en el desarrollo de una nueva tecnología para vacunas contra un virus determinado. La primera inversión se encuentra condicionada al beneficio esperado positivo, analizada la secuencia de pasos, constando de cinco etapas secuenciales entre sí, donde la probabilidad final de éxito para la producción y comercialización del medicamento es baja y diferida en el tiempo⁶. A continuación, son expuestas las etapas del proyecto, las cifras se encuentran expresadas en dólares estadounidenses:

Primera etapa: desarrollo de pruebas preclínicas y prototipo de vacuna. Duración de la fase: 18 meses, inversión demandada \$2 millones. Considerando los resultados históricos sobre pruebas similares, existe un 95% de probabilidades de abandono o fracaso.

Segunda etapa: superada la fase de prototipo comienza el proceso de autorización otorgada por el organismo de control de la salud para realizar las pruebas experimentales sobre población controlada. Duración de la fase de obtención de permisos 6 meses, inversión demandada \$1 millón. La evidencia indica que en el 75% de los casos los permisos son otorgados.

Tercera etapa: Obtenido el permiso comienzan las pruebas masivas en animales. Los testeos tienen una duración de 24 meses y demandan una inversión de \$ 5 millones. Los exámenes tienen por fin generar una cantidad de datos significativos estadísticamente, relativos a la eficacia de la droga, para su posterior etapa de desarrollo comercial. La evidencia empírica sugiere una probabilidad de fracaso del 75%.

Cuarta etapa: Si los testeos anteriores arrojan resultados alentadores y la etapa es superada, se obtiene la autorización de parte del organismo de control para el desarrollo de la nueva droga animal. Los permisos demoran aproximadamente 12 meses con una inversión \$ 0.5 millones.

⁶ En el caso se podría incorporar la opción de abandono independientemente del éxito tecnológico, inclusive al resolver todas las etapas de desarrollo previendo la posibilidad de ceder la patente en lugar de su desarrollo comercial. En ese sentido existiría un valor positivo producto de la flexibilidad estratégica. El caso propuesto por Shockley, Curtis, Jafari y Tibbs, (2003) y Brous, (2011) no incorporan tal flexibilidad asumiendo que la estrategia consiste en avanzar las etapas secuenciales de desarrollo para su posterior comercialización.

Obtenida la autorización, la gerencia asigna una probabilidad subjetiva del 75% de éxito para la comercialización de la nueva droga.

Quinta etapa: Superada las cuatro etapas anteriores se lanza al mercado el producto, los costos de desarrollo son de \$ 10 millones y el valor actual de los flujos de fondos esperados asciende a \$50.75 millones, con una tasa de costo de capital del 11.26%. La vida útil de la droga se estima en 10 años,

Cada una de las etapas es una opción secuencial donde la continuidad del proyecto se condiciona con el éxito de la etapa precedente. A continuación, se presenta la forma expansiva del árbol de decisión.

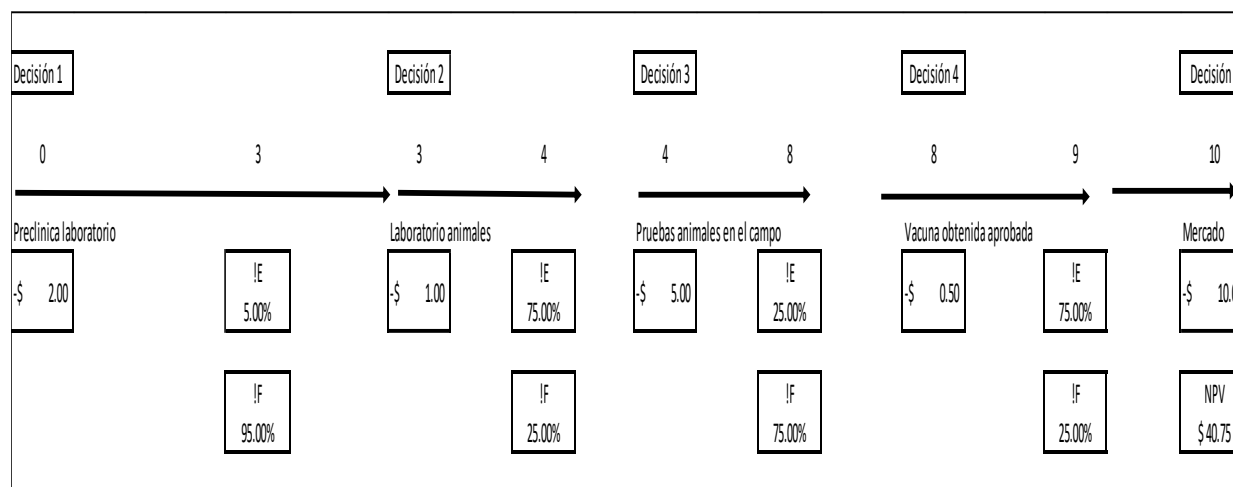


Gráfico 1. Diagrama del árbol de decisiones

Fuente: elaboración propia (adaptado de Brous, 2011)

Seguidamente, el problema de decisión será analizado mediante árboles de decisión, rejillas binomiales, rejillas cuadrinomiales y mediante el modelo propuesto.

3.1 Árboles de decisiones

La resolución del árbol de decisiones planteado en la ilustración 1 requiere, en primer lugar, de identificar las probabilidades de ocurrencia asociadas a cada evento. Para cada etapa, la probabilidad asociada surge del producto entre la probabilidad de éxito en dicha fase condicionada a las probabilidades de éxito en las precedentes. Estimadas se calcula el flujo probable y luego se actualizan los flujos esperados, empleando una tasa de costo de capital. La sumatoria de los flujos actuales representa el valor esperado. En el siguiente cuadro se expone el proceso y los resultados.

Tabla 1. Árbol de decisión probabilidades condicionales de éxito-éxito (en millones)

Etapas	$P(x) E! t-1$	$P(x) E! * P(x) E! t-1$	FFL	$P(x) \times FFL$	$E(NPV)$
Laboratorio	100%	100%	-\$ 2.000	-2.000	-\$ 2.0000
Autorización	5%	5%	-\$ 1.000	-0.050	-\$ 0.0426
Experimental	75%	3.750%	-\$ 5.000	-0.188	-\$ 0.1515
Aprobación vacuna	25%	0.93750%	-\$ 0.500	-0.005	-\$ 0.0031
Mercado	75%	0.70313%	\$ 40.747	0.287	\$ 0.1681
Resultados				$E(NPV)$	-\$ 2.0291

Fuente: elaboración propia

Otra manera de resolver el árbol consiste en estimar el valor actual acumulado en cada etapa hasta llegar al valor actual acumulado total en la última. Cada etapa se multiplica por la probabilidad de ocurrencia condicional de fracaso dado el éxito precedente. Finalmente, la suma de los valores actuales arroja el valor esperado total,

Tabla 2. Árbol de decisión probabilidades condicionales de fracaso-éxito (en millones)

Etapas	$P(x) E!$	$P(x) F!$	Estadio	$E! * F! (final)$	NPV acum	$E(NPV)$
Laboratorio	0.05	0.95	95.000%	F!	-\$ 2.00	-\$ 1.90
Autorización	0.75	0.25	1.250%	$E1! * F2!$	-\$ 2.85	-\$ 0.04
Experimental	0.25	0.75	2.813%	$E1! * E2! * F3!$	-\$ 6.89	-\$ 0.19
Aprobación vacuna	0.75	0.25	0.234%	$E1! * E2! * E3! * F4!$	-\$ 7.22	-\$ 0.02
Mercado			0.703%	$E1! * E2! * E3! * E4!$	\$ 16.69	\$ 0.12
Resultados			100.00%		$E(NPV)$	-\$ 2.0291

Fuente: elaboración propia

El valor esperado asciende a -\$2.029 millones conduciendo al rechazo del proyecto. La valuación tradicional mediante árboles de decisiones presenta la inconsistencia de la tasa de actualización. En efecto, emplea la misma tasa de actualización en el proceso de valuación de las ramas, en este caso las diferentes fases, cuando en realidad cada una de estas representan diferentes estrategias; como consecuencia de ello distintos riesgos asociados⁷(Smith y Nau, 1995); (Copeland, Antikarov, 2003). Es por ello que el enfoque de valuación con opciones reales resuelve tal error, permitiendo ajustar por riesgo los flujos de fondos empleando una tasa libre de riesgo para actualizar. En otras palabras, un enfoque gerencial orientado a la toma de decisiones.

⁷ La tasa del costo del capital, estimada con modelos de equilibrio como el CAPM (*capital asset pricing model*), se construye con información de mercado contenida en títulos financieros negociados. Estas remunerar por asumir riesgos sistemáticos en estrategias de inversión de carteras eficientemente diversificada. El inversor no participa activamente de las decisiones gerenciales. En tal sentido, la tasa obtenida refleja riesgos sistémicos propios de la empresa en marcha, pero no de las estrategias potenciales de la empresa.

3.2 Valuación con opciones reales. El modelo binomial

Siguiendo con el ejemplo se supone una tasa libre de riesgo del 5% y volatilidad estimada mediante simulación del 100%⁸, suponiendo que dicha volatilidad resume todos los riesgos a los cuales se encuentra expuesto el proyecto. Tasa libre de riesgo y volatilidad son las dos variables básicas para proyectar el proceso estocástico del activo. Los parámetros del modelo binomial son calculados con las ecuaciones 1 a 3, siendo $u = 2.028$; $d = 0.493$; $p = 0.3467$ y $1 - p = 0.6532$. La proyección de la rejilla binomial comienza con el valor actual de los flujos del proyecto e. Se parte del valor esperado en $t=10$, actualizado a $t=0$ siendo $\$29.8 = \$40.75 \times e^{-0.1126 \times 10}$. La ecuación 4 se utiliza para la proyección de la rejilla binomial.

Tabla 3. Proceso binomial correspondiente al proyecto

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\$ 29.8	60.4	122.5	248.3	503.7	1021.5	2071.7	4201.7	8521.6	17282.8	35051.4
	14.7	29.8	60.4	122.5	248.3	503.7	1021.5	2071.7	4201.7	8521.6
		7.2	14.7	29.8	60.4	122.5	248.3	503.7	1021.5	2071.7
			3.6	7.2	14.7	29.8	60.4	122.5	248.3	503.7
				1.8	3.6	7.2	14.7	29.8	60.4	122.5
					0.9	1.8	3.6	7.2	14.7	29.8
						0.4	0.9	1.8	3.6	7.2
							0.2	0.4	0.9	1.8
								0.1	0.2	0.4
									0.1	0.1
										0.0

Fuente: elaboración propia

Al resultado \$29.8 se puede arribar utilizando la lógica del valor actual mediante la ecuación 5. Para ello deben calcularse las probabilidades correspondientes al último nodo. Del mismo modo, también pueden emplearse las probabilidades reales, en este caso con la ecuación 6 donde, $q = 0.368$ y $1 - q = 0.632$. Las expresiones son similares salvo por el hecho de que en la ecuación 6 se utilizan probabilidades reales y tasa de costo de capital. La siguiente tabla presenta la distribución de probabilidad en el último nodo y el valor actual obtenido por ambos caminos. Equivalentes ciertos, $VA = \sum_{i=0}^{i=n} (V_{i,T} \times p_i) \times e^{-rt}$, probabilidades reales $VA = \sum_{i=0}^{i=n} (V_{i,T} \times q_i) \times e^{-kt}$.

Tabla 4. Valor actual neto con equivalentes ciertos y probabilidades “reales”

10	Nodos	P=(Equiv.Cierto)	Q= (Reales)
35051.4	10	0.003%	0.005%
8521.6	9	0.047%	0.078%
2071.7	8	0.401%	0.604%

⁸ Se tomaron los valores correspondientes al caso analizado por Shockley, Curtis, Jafari y Tibbs, (2003) y Brous, (2011), donde los primeros suponen un 100% de volatilidad para resumir todas la fuentes de riesgos en la rejilla binomial

503.7	7	2.016%	2.767%
122.5	6	6.646%	8.317%
29.8	5	15.025%	17.144%
7.2	4	23.591%	24.541%
1.8	3	25.398%	24.088%
0.4	2	17.945%	15.516%
0.1	1	7.513%	5.923%
0.0	0	1.416%	1.017%
		100%	100%
VAN= $\sum P_j \cdot V_j \cdot \exp(-r_f \cdot t)$		\$ 29.8	
VAN= $\sum P_j \cdot V_j \cdot \exp(-k \cdot t)$		\$ 29.8	

Fuente: elaboración propia.

La probabilidad binomial q , es una magnitud “optimistas” comparada con los coeficientes equivalentes ciertos p . Es así debido a que los últimos tienen contenido el ajuste por riesgo, mientras que los primeros realizan el ajuste empleando la tasa del costo del capital (Milanesi 2011). Operativamente, la valuación con opciones reales requiere del uso de los coeficientes equivalentes ciertos, dadas las limitaciones para determinar tasas que reflejen el riesgo de las estrategias contenidas en un problema de decisión. El proceso recursivo de valoración implica puntos de decisión donde se presenta la opción de continuar, en el caso de que los flujos sean positivos o abandonar, siendo la expresión.

$$V_t = \text{Max}\{(p \times V_{t+1}^u + (1 - p) \times V_{t+1}^d) \times e^{-rt} - I_t; 0\} \quad (13)$$

Los periodos de tiempo correspondiente a las decisiones con $t=10;8;4;3$ y 0 . A continuación se expone la rejilla binomial resaltando en negritas e itálicas los puntos de decisión.

Tabla 5. Valuación de opciones secuenciales rejilla binomial

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\$ 19.8	49.7	109.9	234.4	489.8	1012.2	2062.2	4192.0	8511.6	17273.0	35041.4
	7.8	19.7	48.1	109.5	239.3	494.2	1011.7	2061.7	4192.0	8511.6
		1.8	5.4	19.0	52.7	113.4	238.6	493.7	1011.8	2061.7
			0.0	0.0	9.6	22.6	51.3	112.4	238.6	493.7
VA: -\$2.03				0.0	1.2	3.1	8.2	20.9	50.6	112.5
VAOR: \$21.84					0.1	0.2	0.6	1.8	6.7	19.8
VAE: \$19.82						0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
							0.0	0.0	0.0	0.0
								0.0	0.0	0.0
									0.0	0.0
										0.0

Fuente: elaboración propia

El valor actual obtenido con el árbol de decisión responde a la lógica del VAN tradicional, el cual asciende a -\$2.03 mientras que el valor estratégico (VAE), incorpora la flexibilidad de abandono y no exposición a pérdidas irreversibles. Este asciende a \$19.82, de allí que el valor de la flexibilidad estratégica o posibilidad de abandonar arroja la cifra de \$21.84, $VAE = VA + VAOR$.

La siguiente tabla describe la probabilidad neutral y “real” vinculada con cada nodo, y de manera analítica la decisión a tomar, además de la probabilidad total de cada decisión. En este caso se referencia a: C “continuar”, A “abandono”, L “lanzamiento”, Pj coeficientes equivalentes ciertos y Qj probabilidades “reales”.

Tabla 6. Decisiones y probabilidades acumuladas con opciones secuenciales

3	N	Pj		Qj	4	N	Pj		Qj	8	N	Pj		Qj	10	N	Pj		Qj	
C	3	4.2%		5.0%	C	4	1.4%		1.8%	C	8	0.0%		0.0%	L	10	0.0%		0.0%	
C	2	23.6%		25.7%	C	3	10.9%		12.6%	C	7	0.3%		0.5%	L	9	0.0%		0.1%	
C	1	44.4%		44.1%	C	2	30.8%		32.5%	C	6	2.1%		2.8%	L	8	0.4%		0.6%	
A	0	27.9%		25.2%	A	1	38.7%		37.2%	C	5	7.8%		9.5%	L	7	2.0%		2.8%	
C		72.1%		74.8%	A	0	18.2%		16.0%	C	4	18.4%		20.5%	L	6	6.6%		8.3%	
A		27.9%		25.2%	C		43.1%		46.9%	C	3	27.8%		28.1%	L	5	15.0%		17.1%	
					A		56.9%		53.1%	A	2	26.2%		24.2%	A	4	23.6%		24.5%	
					A	1	14.1%		11.9%	A	3	25.4%		24.1%						
					A	0	3.3%		2.5%	A	2	17.9%		15.5%						
					C		56.4%		61.4%	A	1	7.5%		5.9%						
					A		43.6%		38.6%	A	0	1.4%		1.0%						
															L			24.1%		28.9%
															A			75.9%		71.1%

Fuente: elaboración propia

Los puntos críticos son los periodos 4 y 10, ya que las probabilidades de continuar o lanzar son sensiblemente inferiores a la de continuar.

3.3 Valuación con opciones arco iris. El modelo cuatrinomial

En el modelo binomial todo el riesgo del proyecto se sintetiza en la cifra de volatilidad siendo esto un supuesto simplificador, útil para situaciones donde todo el riesgo deviene del mercado. En el caso bajo estudio el riesgo de mercado solamente explica la incertidumbre relacionada con el éxito comercial derivado de la quinta etapa. Hasta llegar a la comercialización del producto, se deben

trasuntar una línea temporal de secuencias cuyo suceso encuentra correlato en riesgos tecnológicos no correlacionados con los de mercado.

Analíticamente el enfoque utilizado es el cuadrinomial con riesgos no correlacionados, siendo menester el uso de opciones exóticas del tipo arco iris. Los coeficientes equivalentes ciertos son obtenidos con las ecuaciones 8.1 a 8.4. Los riesgos tecnológicos para cada etapa son los empleados para el árbol: laboratorio (éxito:5%, fracaso:95%); autorización (éxito:75%, fracaso:25%); experimental (éxito: 25%; fracaso: 75%), finalmente aprobada la vacuna y superado los riesgos tecnológicos comienza la fase de mercado. Al segregarse los riesgos, y siguiendo a Brous (2011), se supone que la volatilidad del proyecto producto solamente de la incertidumbre de mercado es del 50%. En ese sentido los parámetros son: $u = 1.424$; $d = 0.7021$; $p = 0.4475$ y $1 - p = 0.5524$. La siguiente tabla tiene por fin sistematizar las etapas de resolución correspondiente a incertidumbre tecnológica, de mercado, distribuciones de probabilidad y equivalentes ciertos.

Tabla 7. Resolución de incertidumbres y etapas del proyecto.

Periodo	Resolución Tecnológica	Proceso	p_u	p_d	p_{u1u2}	p_{u1d2}	p_{d1u1}	p_{d1d2}
0		B	0.4476	0.4476				
1		B	0.4476	0.4476				
2		Q1: basada en Laboratorio			0.0224	0.0276	0.4252	0.5248
3	Laboratorio	Q2: basada en Autorización			0.3357	0.4143	0.1119	0.1381
4	Autorización	B	0.4476	0.4476				
5		B	0.4476	0.4476				
6		B	0.4476	0.4476				
7		Q3: basada en Experimental			0.1119	0.1381	0.3357	0.4143
8	Experimental	B	0.4476	0.4476				
9		Q4: basada en Aprobación			0.3357	0.4143	0.1119	0.1381
10	Aprobación vacuna	B	0.4476	0.4476				

Fuente: elaboración propia

El proceso cuadrinomial (Q) se aplica para los nodos que preceden la finalización de una fase de pruebas, la exposición al riesgo al éxito/fracaso tecnológico es develada en la fase posterior. Recursivamente, en $t=10$ se proyecta la comercialización, una vez resuelta la autorización lograda en $t=9$, etapa donde se encuentra contenida toda la exposición a dicho riesgo. De allí que el periodo $t=9$ debe resolverse con utilizando una distribución cuadrinomial. En el caso del periodo $t=8$, finaliza la fase experimental, que de ser exitosa permite avanzar a la etapa de autorización. La exposición al éxito o fracaso de la fase experimental se manifiesta en el periodo $t=7$. Consecuentemente el proceso recursivo de $t=8$ a $t=7$ es cuadrinomial. En el periodo $t=4$ se obtiene la autorización para implementar la fase experimental, estando la firma expuesta a tal incertidumbre tecnológica en el periodo $t=3$. Desde el periodo $t=4$ hasta $t=3$ la resolución de la incertidumbre es cuadrinomial. En $t=3$ se inician las gestiones para obtener la autorización con el fin de proseguir los experimentos, condicionado al

éxito tecnológico de las pruebas de laboratorio, resolución acontecida en $t=2$. Consecuentemente desde el periodo $t=3$ hasta $t=2$ la distribución a emplear es cuadrinomial⁹.

Los periodos $t=10, 8, 6, 5, 4, 1, 0$; son resueltos empleado los coeficientes equivalentes ciertos binomiales. En estos casos no existe riesgo tecnológico, pues ya fue resuelto en la etapa previa, el proyecto prosigue en función a su valor esperado de mercado¹⁰.

A continuación, son detalladas las expresiones utilizadas para resolver las rejillas cuatrinomiales y binomiales:

- Para resolver los nodos expuestos a riesgos tecnológicos y de mercado ($t=9,7,3,2$): $V_t = (p_{u1u2} \times V_{t+1}^{u1,u2} + p_{u1d2} \times V_{t+1}^{u1,d2} + p_{d1u2} \times V_{t+1}^{d1,u2} + p_{d1d2} \times V_{t+1}^{d1,d2}) \times e^{-rt}$. En el nodo $t=3$ se resuelve la opción de continuar, con la respectiva autorización, por lo tanto, $V_t = \text{Max}\{(p_{u1u2} \times V_{t+1}^{u1,u2} + p_{u1d2} \times V_{t+1}^{u1,d2} + p_{d1u2} \times V_{t+1}^{d1,u2} + p_{d1d2} \times V_{t+1}^{d1,d2}) \times e^{-rt} - I; 0\}$
- Para resolver el nodo $t=10$, en donde se ejercita la opción de lanzamiento o abandono: $\text{si } T! = 1, \text{ entonces, } \text{Max}(V_{i,T} - I_t; 0)$; donde $T! = 1$ representa el éxito tecnológico, caso contrario el valor es cero.
- Para resolver el resto de los nodos donde se ejercitan opciones intermedias, resuelta la cuestión tecnológica y sujeta solamente al riesgo de mercado: $\text{si } T! = 1, \text{ entonces, } \text{Max}\{(p \times V_{t+1}^u + (1-p) \times V_{t+1}^d) \times e^{-rt} - I_t; 0\}$; donde $T! = 1$ representa el éxito tecnológico, caso contrario, el valor es cero.

Tabla 8. Rejilla cuatrinomial ($t=10$ a $t=6$).

1=S! T=6 0=F!			1=S! T=7 0=F!			1=S! T=8 0=F!			1=S! T=9 0=F!			1=S! T=10 0=F!		
Nodo	T!		Nodo	Nodos t+1		Nodo	T!		Nodo	Nodos t+1		Nodo	T!	
44.			64.			370.			530.			1011.		
75 6 1			45 7 8 y 7			12 8 1			65 9 10 y 9			51 0 1		
0.0												1		
0 6 0						0.00 8 0						0.00 0 0		
21.			30.			178.			257.			493.6		
14 5 1			84 6 7 y 6			63 7 1			94 8 9 y 8			7 9 1		
0.0														
0 5 0						0.00 7 0						0.00 9 0		

⁹ Puntualmente, en $t=9$ se resuelve recursivamente desde $t=10$ con los coeficientes cuadrinomiales basados en la aprobación (Q4); $t=7$ se resuelve recursivamente desde $t=8$ con los coeficientes cuadrinomiales basados en el éxito experimental (Q3); $t=3$ se resuelve recursivamente desde $t=4$ con los coeficientes cuadrinomiales basados en la obtención de la autorización (Q2) y $t=2$ se resuelve recursivamente desde $t=3$ con los coeficientes cuadrinomiales del éxito de laboratorio (Q1).

¹⁰ Cabe destacar que 1 y 0 son un caso especial, pues la decisión de invertir en el desarrollo de laboratorio, es la primera decisión a tomar siempre que el valor sea positivo, cuestión resuelta cuando se completa el desarrollo y cálculo del proceso recursivo.

9.5 1 4 1 0.0 0 4 0	14. 26 5 6 y 5	84.2 0 6 1 0.00 6 0	123. 47 7 8 y 7	238.3 5 8 1 0.00 8 0
3.8 1 3 1 0.0 0 3 0	6.0 9 4 5 y 4	37.6 5 5 1 0.00 5 0	57.1 7 6 7 y 6	112.4 5 7 1 0.00 7 0
1.1 8 2 1 0.0 0 2 0	2.1 4 3 4 y 3	14.6 9 4 1 0.00 4 0	24.4 8 5 6 y 5	50.38 6 1 0.00 6 0
0.2 1 1 1 0.0 0 1 0	0.4 6 2 3 y 2	3.98 3 1 0.00 3 0	8.36 4 5 y 4	19.77 5 1 0.00 5 0
0.0 1 0 1 0.0 0 0 0	0.0 2 1 2 y 1	0.17 2 1 0.00 2 0	1.53 3 4 y 3	4.68 4 1 0.00 4 0
	0.0 0 0 1 y 0	0.00 1 1 0.00 1 0	0.00 2 3 y 2	0.00 3 1 0.00 3 0
		0.00 0 1 0.00 0 0	0.00 1 2 y 1	0.00 2 1 0.00 2 0
			0.00 0 1 y 0	0.00 1 1 0.00 1 0
				0.00 0 1 0.00 0 0

Fuente: elaboración propia

Tabla 9. Rejilla cuatrinomial (t=5 a t=1).

T=0 1=S! 0=F!		T=1 1=S! 0=F!		T=2 1=S! 0=F!		T=3 1=S! 0=F!		T=4 1=S! 0=F!		T=5 1=S! 0=F!	
Nodo	T!	Nodo	T!	Nodo	Nodos t+1	Nodo	Nodos t+1	Nodo	T!	Nodo	T!
0.0 0 0 1 0.0 0 0 0		0.0 7 1 1 0.0 0 1 0		0.1 5 2 3 y 2		6.1 8 3 4 y 3		16. 23 4 1 0.0 0 4 0		30. 93 5 1 0.0 0 5 0	
		0.0 0 0 1 0.0 0 0 0		0.0 1 1 2 y 1		0.5 1 2 3 y 2		4.6 1 3 1 0.0 0 3 0		14. 35 4 1 0.0 0 4 0	

0.0 0 0 1 y 0	0.0 0 1 2 y 1	0.0 0 2 1 0.0 0 2 0	6.2 0 3 1 0.0 0 3 0
	0.0 0 0 1 y 0	0.0 0 1 1 0.0 0 1 0	2.3 0 2 1 0.0 0 2 0
		0.0 0 0 1 0.0 0 0 0	0.6 3 1 1 0.0 0 1 0
			0.1 0 0 1 0.0 0 0 0

Fuente: elaboración propia

Las tablas 8 y 9 exponen el proceso recursivo y en negritas e itálicas los periodos de decisión. El valor del proyecto es cero, consecuentemente la decisión racional indica que arroja el modelo es no invertir en los estudios preclínicos, y consecuentemente desechar el proyecto. La inversión inicial requerida de \$2 millones es superior al valor actual de los flujos de fondos esperados de todo el proyecto, $Max\{(0.4472 \times \$0.07 + (1 - 0.4472) \times \$0) \times e^{-0.025} - 2; 0\} = 0$; siendo el valor actual de los flujos es $0.4472 \times \$0.07 = \0.03 , o, (\$33,4174).

Se puede apreciar que el resultado financiero obtenido es más realista que en el modelo binomial y el árbol de decisión. En el binomial se sobrevalora el proyecto inflando la volatilidad, al resumir en una sola cifra todos los riesgos del proyecto. En el árbol de decisión se usa la tasa de costo de capital independientemente de los diferentes riesgos de las estrategias (secuencias) del proyecto.

3.4 El modelo: Cuatrinomial y volatilidades cambiantes.

Finalmente se analiza el funcionamiento del modelo numérico propuesto. Para ello se utilizan las ecuaciones 10 y 11. La primera permite obtener los coeficientes de ascenso y descenso máximos. Estos son estimados con la máxima volatilidad proyectada, asumiendo que la resolución de incertidumbres tecnológicas, genera información sobre el producto reduciendo el riesgo de mercado. La evolución de la volatilidad se vincula de manera directa *ad-hoc* al avance en las etapas tecnológicas. El riesgo inicial abarca los periodos 1 a 3, asciende a un $\sigma_{max} = 75\%$. Los siguientes valores para los coeficientes son $u_{max} = 1.6994$; $d_{max} = 0.5884$. Los coeficientes neutrales al riesgo máximos obtenidos son $pi_{(max)} = 0.3922$ y $1 - pi_{(max)} = 0.6067$. La ecuación 11 es el vehículo para obtener los coeficientes neutrales al riesgo intermedios.

Tabla 10. Volatilidades por etapas y coeficientes equivalentes ciertos

Volatilidad		Periodos	p_u	$1-p_u$
σ_1	75.00%	1 al 3	0.39322	0.60678
σ_2	65.00%	3 al 8	0.29535	0.70465
σ_3	50.00%	8 al 10	0.17477	0.82523

Fuente: elaboración propia

Para proyectar el proceso estocástico correspondiente al valor intrínseco del activo, se requiere de utilizar los parámetros de máximo movimiento de ascenso y descenso. Estos construidos con el máximo nivel de volatilidad. La rejilla queda planteada de la siguiente manera.

Tabla 11. Rejilla binomial volatilidad cambiante

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
29,8	50.6	86.0	146.1	248.3	422.1	717.3	1219.0	2071.7	3520.9	5983.8
	17.5	29.8	50.6	86.0	146.1	248.3	422.1	717.3	1219.0	2071.7
		10.3	17.5	29.8	50.6	86.0	146.1	248.3	422.1	717.3
			6.1	10.3	17.5	29.8	50.6	86.0	146.1	248.3
				3.6	6.1	10.3	17.5	29.8	50.6	86.0
					2.1	3.6	6.1	10.3	17.5	29.8
						1.2	2.1	3.6	6.1	10.3
							0.7	1.2	2.1	3.6
								0.4	0.7	1.2
									0.3	0.4
										0.1

Fuente: elaboración propia

La lógica de resolución correspondiente a riesgos tecnológicos es similar a la planteada en el apartado 3.3. La diferencia con la tabla 7 reside en que los coeficientes neutrales propios del riesgo de mercado no permanecen constantes. Esta circunstancia implica también recalcular los coeficientes cuatrinomiales (ecuaciones 12.1 a 12.4).

Tabla 12. Resolución de incertidumbres y etapas del proyecto con volatilidad cambiante.

Periodo	Resolución Tecnológica	Proceso	p_u	p_d	p_{u1u2}	p_{u1d2}	p_{d1u1}	p_{d1d2}
0		B	0.393	0.607				
1		B	0.393	0.607				
2		Q 1: basada en Laboratorio			0.0197	0.0303	0.3736	0.5764
3	Laboratorio (1)	Q 2: basada en Autorización			0.2215	0.5285	0.0738	0.1762
4	Autorización (2)	B	0.295	0.705				
5		B	0.295	0.705				
6		B	0.295	0.705				
7		Q 3: basada en Experimental			0.0738	0.1762	0.2215	0.5285

8	Experimental (3)	B	0.175	0.825				
9		Q 4: basada en Aprobación			0.1311	0.6189	0.0437	0.2063
10	Aprobación vacuna (4)	B	0.175	0.825				

Fuente: elaboración propia

La resolución de las opciones secuenciales se realiza recursivamente, similar al modelo cuadrinomial con volatilidad constante. A continuación, se exponen las rejillas,

Tabla 13. Rejilla cuadrinomial volatilidad cambiante (t=10 a t=6).

1=S! T=6 0=F!			1=S! T=7 0=F!			1=S! T=8 0=F!			1=S! T=9 0=F!			1=S! T=10 0=F!		
Nodo	T!		Nodo	Nodos t+1		Nodo	T!		Nodo	Nodos t+1		Nodo	T!	
60. 80 6 1 0.0 0 6 0			117. 18 7 8 y 7			897. 58 8 1 0.00 8 0			2008. 23 9 10 y 9			5973. 76 0 1 1 0.00 0 0		
19. 86 5 1 0.0 0 5 0			39.3 5 6 7 y 6			305. 78 7 1 0.00 7 0			690.5 2 8 9 y 8			2061. 74 9 1 0.00 9 0		
5.6 9 4 1 0.0 0 4 0			12.4 1 5 6 y 5			100. 88 6 1 0.00 6 0			234.3 0 7 8 y 7			707.2 9 8 1 0.00 8 0		
1.1 5 3 1 0.0 0 3 0			3.08 4 5 y 4			29.9 4 5 1 0.00 5 0			76.34 6 7 y 6			238.3 5 7 1 0.00 7 0		
0.1 1 2 1 0.0 0 2 0			0.39 3 4 y 3			5.37 4 1 0.00 4 0			21.65 5 6 y 5			75.98 6 1 0.00 6 0		
0.0 0 1 1 0.0 0 1 0			0.00 2 3 y 2			0.00 3 1 0.00 3 0			2.71 4 5 y 4			19.77 5 1 0.00 5 0		
0.0 0 0 1 0.0 0 0 0			0.00 1 2 y 1			0.00 2 1 0.00 2 0			0.04 3 4 y 3			0.31 4 1 0.00 4 0		
			0.00 0 1 y 0			0.00 1 1 0.00 1 0 0.00 0 1			0.00 2 3 y 2			0.00 3 1 0.00 3 0 0.00 2 1		

0.00 0 0		0.00 2 0
	0.00 0 1 y 0	0.00 1 1 0.00 1 0
		0.00 0 1 0.00 0 0

Fuente: elaboración propia

Tabla 14. Rejilla cuatrinomial volatilidad cambiante (t=5 a t=0).

T=0		T=1		T=2		T=3		T=4		T=5	
1=S! 0=F!		1=S! 0=F!		1=S! 0=F!		1=S! 0=F!		1=S! 0=F!		1=S! 0=F!	
Nodo	T!	Nodo	T!	Nodo	Nodos t+1	Nodo	Nodos t+1	Nodo	T!	Nodo	T!
0.0 0 0 1 0.0 0 0 0		0.0 1 1 1 0.0 0 1 0		0.0 2 2 3 y 2		1.2 9 3 4 y 3		10. 60 4 1 0.0 0 4 0		31. 16 5 1 0.0 0 5 0	
		0.0 0 0 1 0.0 0 0 0		0.0 0 1 2 y 1		0.0 0 2 3 y 2		0.0 0 3 1 0.0 0 3 0		9.6 3 4 1 0.0 0 4 0	
				0.0 0 0 1 y 0		0.0 0 1 2 y 1		0.0 0 2 1 0.0 0 2 0		2.4 3 3 1 0.0 0 3 0	
						0.0 0 0 1 y 0		0.0 0 1 1 0.0 0 1 0		0.4 1 2 1 0.0 0 2 0	
								0.0 0 0 1 0.0 0 0 0		0.0 3 1 1 0.0 0 1 0	
										0.0 0 0 1 0.0 0 0 0	

Fuente: elaboración propia

El resultado es consistente con el obtenido precedentemente, indica no invertir en los estudios preclínicos y abandonar el proyecto. La inversión inicial \$2 es superior al valor actual derivado de los flujos de fondos esperados en t=0, $Max\{(0.4472 \times \$0.01 + (1 - 0.4472) \times \$0) \times e^{-0.025} - 2; 0\} = 0$; siendo el valor actual $0.4472 \times \$0.01 = \0.004 , o sea, (\$4.400).

3.5 Análisis de resultados

A la luz de los resultados obtenidos se presentan importantes diferencias entre los modelos analizados. El método de árboles de decisión calculó el flujo de fondos esperados por ramas con probabilidades “reales”, principalmente considerando el riesgo tecnológico. El ajuste por riesgo lo realiza con la misma tasa de costo del capital cualquiera sea la estrategia, en este caso del 11.26%. Esta es la principal debilidad del enfoque puesto que las estrategias no presentan el mismo riesgo, por ende, no pueden emplear la misma tasa. Por su parte el modelo binomial valora la flexibilidad estratégica empleando coeficientes neutrales al riesgo y tasa libre de riesgo. La volatilidad del 100% resume todas las fuentes de incertidumbre del proyecto (mercado y tecnológicos). Esto representa una debilidad manifiesta ya que el riesgo tecnológico y de mercado son independientes y deben abordarse por separado. Para ello es que se propone como herramienta un modelo cuatrinomial, o de opción exótica arco iris. Este ajusta y especifica los riesgos considerando las fuentes de mercado (volatilidad del 50%) y la incertidumbre tecnológica de manera independiente. A diferencia del modelo binomial no sobre dimensiona la volatilidad como cifra que engloba a todas las fuentes de incertidumbre. Al asumir que la mayor factibilidad tecnológica morigera el riesgo de mercado, el modelo se enriquece ajustando de manera variable la volatilidad de mercado en forma decreciente, (75%, 65%, 50%).

La siguiente tabla expone el proceso acelerado resumido a tres etapas de decisión, sin considerar riesgos de mercado y solamente la exposición a la resolución de incertidumbres tecnológicas.

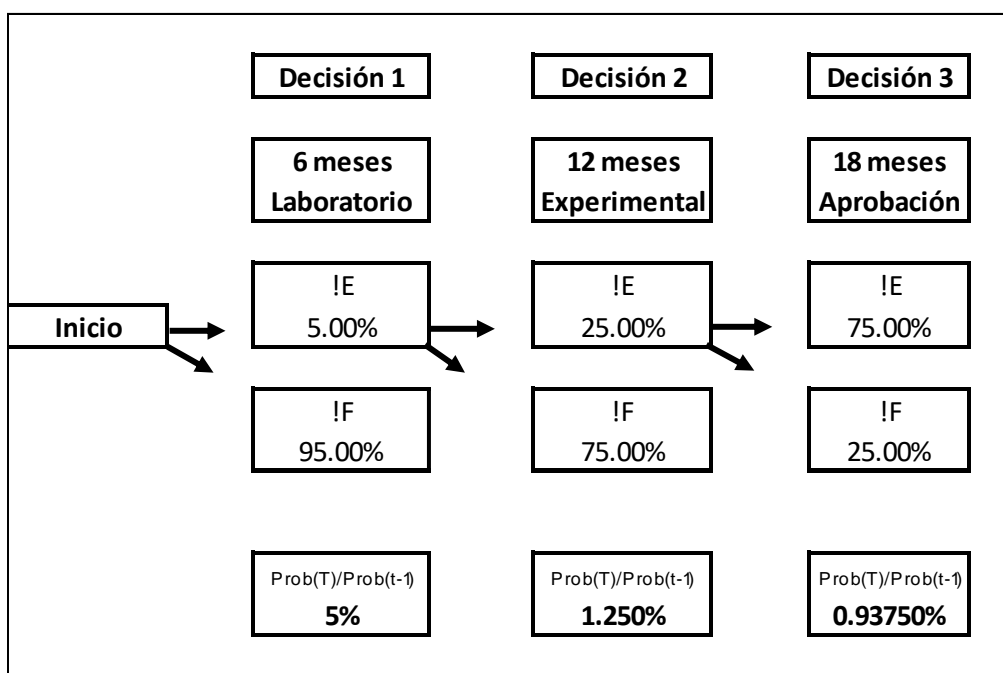


Gráfico 2. Proceso acelerado tres etapas.

Fuente: elaboración propia

Suponiendo intervalos de tiempo de 6 meses, dejando de lado los tiempos de autorización por autoridades de salud para el inicio de las pruebas experimentales, asumiendo que la etapa experimental y la aprobación demandan 12 meses, el intervalo temporal se reduce a 18 meses aproximadamente. Dejando de lado el análisis estrictamente financiero, enfocándose en la resolución de incertidumbres tecnológicas y manteniendo las probabilidades de ocurrencia, el éxito de la etapa 3 tiene una probabilidad del 0.93%, siendo levemente superior al 0.7013%. Con este sencillo ejemplo, se demuestra lo desafiante para el sector privado y académico de este tipo de inversiones, más aún cuando hacen a temas de salud y de agenda pública prioritaria.

3.6 Limitaciones del modelo y futuras líneas de investigación

Si bien el modelo cuatrinomial con volatilidad cambiante presenta ventajas sobre el modelo binomial de opciones secuenciales, deben destacarse algunas limitaciones que marcan las futuras líneas de investigación. En primer lugar, la falta de completitud de los mercados de capitales emergentes hace que la volatilidad no puede ser estimada, en virtud a la inexistencia de cartera de activos financieros negociados que repliquen la variabilidad de los flujos de fondos del proyecto. En ese caso es menester emplear funciones de utilidad isoelásticas calibradas en función al grado de aversión del agente (Milanesi, 2018 y 2019). Las fuentes de incertidumbre fueron modeladas a través de simulación en lo que respecta al riesgo de mercado, y de la experiencia del proceso de desarrollo en materia de incertidumbres tecnológicas. Una futura línea de investigación consistirá en trabajar las múltiples fuentes de riesgo con modelos biomiales de múltiples variables de estado (Gamba y Trigeorgis, 2007), (Korn y Muller, 2009) y (Zapata Quimbayo, 2019).

4. Conclusiones

Es común la necesidad de resolver estrategias que reúnen problemas de decisiones secuenciales donde el inicio o abandono de la inversión dependerá del tradicional criterio económico de valor actual positivo. Una correcta evaluación de la estrategia requiere de herramientas que identifiquen y valoren a las fuentes de incertidumbre contenidas en las estrategias analizadas. Los árboles de decisión trabajan con flujos de fondos esperados en cada rama de decisión, estimados con probabilidades “reales”. Requieren de tasas de actualización ajustadas por el riesgo, propias de cada una de las estrategias planteadas. En la práctica son de difícil estimación producto de la no existencia de activos financieros que reflejen los riesgos de los cursos de acción planteados, sobre todo en nuevos proyectos o en el caso de mercados emergentes.

La batería de herramientas que provee la teoría financiera es basta, pero solo algunos modelos logran reproducir en números la supuesta dinámica de las variables. Los árboles de decisión son un instrumento en sí para el planteo de decisiones secuenciales en forma extensiva, presentan el defecto de valuar considerando que el riesgo es el mismo para las ramas o cursos de acción, ya que utiliza la tasa de costo de capital la cual refleja riesgos sistémicos desde la perspectiva del inversor eficientemente diversificado. Las opciones reales y el modelo binomial avanzan un paso, pues resuelven la asignación del riesgo ajustando en los flujos de fondos con coeficientes equivalentes ciertos. El modelo no es eficaz para valorar decisiones donde estén presentes fuentes de

incertidumbre de mercado y operativas. La medida volatilidad, por lo general sobrestimada en el afán de resumir todos los riesgos, termina sobre valuando el valor estratégico del proyecto. Inclusive otro defecto es suponerla estable en el tiempo. El transcurso del tiempo por efecto aprendizaje y mayor información hace que los niveles de volatilidad de mercado morigeren.

Una construcción más lógica son las opciones arco iris, donde las fuentes de incertidumbre son tratadas de manera separada. Permiten segregar la medida volatilidad de mercado variable respecto de los riesgos operativos y tecnológicos, ajustando el valor por las fuentes de incertidumbre. Los resultados obtenidos compensan el efecto por volatilidad variable de mercado con el ajuste por riesgos tecnológicos. El modelo numérico aporta la variabilidad de la volatilidad de mercado, incorporando el valor estimado los efectos de la curva de aprendizaje y la mayor disponibilidad de datos, a medida que pasa el tiempo y se devela la incertidumbre tecnológica. Cabe destacar que el modelo es una respuesta sencilla y versátil, sin perjuicio dejar de mencionar los numéricos que abordan por separado y analíticamente el tratamiento de variables estado, funciones isoelásticas de utilidad y las probabilidades de transición. El importante grado de incertidumbre tecnológica y de mercado en este tipo de proyecto, el incipiente contexto de empresas biotecnológicas y la condición de emergente de los mercados de capitales, requiere de consorcios públicos-privados (academia, agencias, sector privado) para su fortalecimiento y la mejora de la salud pública.

Referencias

- [1] Amram, M y Kulatilaka, N. (1998). *Real Options* (1 ed.). Boston, Massachusetts, Estados Unidos: Harvard Business School Press.
- [2] Arnold; T y Crack, T. (2003). *Option Pricing in the Real World: A Generalized Binomial Model with Applications to Real Options*. SSRN: Social Science Research Network SSRN. <https://doi.org/10.2139/ssrn.240554>
- [3] Brandao, L y Dyer; J. (2009). Projetos de Opcoes Reis com Incertezas Correlacionadas. *Revista de Administracao e Contabilidade da Unisinos*(1), 19-26. <https://doi.org/10.4013/base.2009.61.02>
- [4] Brandao, L., Dyer, J-Hahnn, W. (2012). Volatility estimation for stochastic project value models. *European Journal of Operational Research*, 220(3), 642-648. Brandao, L., Dyer, J-Hahnn, W. (2012). Volatility estimation for stochastic project value models. *European Journal of Operational Research*, 220(3), 642-648. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.01.059>
- [5] Brous, P. (2011). Valuing an early stage biotechnology investment as a rainbow option. *Journal of Applied Corporate Finance*, 23(2), 94-103. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6622.2011.00331.x>
- [6] Castro Monge, E. (2010). El estudio de casos como metodología de investigación y su importancia en la dirección y administración de empresas. *Revista Nacional de Administración*, 2(1), 31-54. <https://doi.org/10.22458/rna.v1i2.332>
- [7] Chance, D. (2007). A Synthesis of Binomial Option Pricing Models for Lognormally Distributed Assets. SSRN <http://ssrn.com/abstract=1523548>, 1-25. <https://doi.org/10.2139/ssrn.969834>
- [8] Copeland, T y Tufano, P. (2004). A Real World to Manage Real Options. *Harvard Business School Review*(82), 90-99.
- [9] Copeland, T y Antikarov, V. (2003). *Real Options: a practitioner's guide*. New York: Cengage Learning.

-
- [10] Foster, J. (2010). Productivity, creative destruction and innovation policy: Some implications from the Australian experience. *Innovation: Management, policy & practice*(12), 355-368. doi:<https://doi.org/10.5172/impp.12.3.355>
- [11] Graeme, G. (2009). *Real Options in Theory and Practice (Financial Management Association Survey and Synthesis)*. Oxford: Oxford University Press.
- [12] Gamba, A y Trigeorgis, L. (2007). An Improved Binomial Lattice Method for Multi-Dimensional Options. *Applied Mathematical Finance*, 14(5), 453-475. doi:<https://doi.org/10.1080/13504860701532237>
- [13] Haahtela, T. (2011). *Estimating Changing Volatility in Cash Flow Simulation Based Real Options Valuation with Regression Sum of Squared Error Method*. SSRN: Social Science Research Network. <https://doi.org/10.2139/ssrn.1864905>
- [14] Jalonen, H. (2012). The Uncertainty of Innovation: A Systematic Review of the Literature. *Journal of Management Research*, 4(1), 2-36. doi: <http://dx.doi.org/10.5296/jmr.v4i1.1039>
- [15] Kodukula, P. y Chandra, P. (2006). *Project Valuation using Real Options: A practitioner's guide*. USA: J Ross Publishing.
- [16] Korn, R y Muller, S. (2009). The decoupling approach to binomial pricing of multi-asset options. *The Journal of Computational Finance*, 12(3), 1-30. doi:<https://doi.org/10.21314/jcf.2009.207>
- [17] Lari-Lavassani, A, Simchi, M y Ware, A. (2001). A discrete valuation of swing options. *Canadian applied mathematics quarterly*, 9(1), 35-73.
- [18] Marín Sanchez, F. (2010). Árboles binomiales para la valoración de opciones sobre procesos derivados de la ecuación diferencial estocástica autónoma. *Ingeniería y Ciencia*, 6(12), 145-170.
- [19] Medina Tamayo, R y Rodríguez Pinzon Y. (2010). Una revisión de los modelos de volatilidad estocástica. *Comunicaciones en Estadística*, 3(1), 79-97. <https://doi.org/10.15332/s2027-3355.2010.0001.05>
- [20] Milanesi, G. (2011). Flexibilidad estratégica, teoría de opciones reales y convergencia con el VAN empleando coeficientes equivalentes ciertos y probabilidades del "mundo real". *SaberEs*(3), 47-60. <https://doi.org/10.35305/s.v0i3.42>
- [21] Milanesi, G. (2018). Un modelo de opciones reales fuzzy y funciones isoelásticas de utilidad para valorar I&D en mercados incompletos. *Estocástica: Administración y Riesgo*, 8(2), 205-232.
- [22] Milanesi, G. (2019). Valuación de opciones reales, transformación de Edgeworth y funciones isoelásticas de utilidad. *ODEON*(16), 123-163. <https://doi.org/10.18601/17941113.n16.06>
- [23] Milanesi, G., Pesce, G y El Alabi, E. (2014). Valoración de empresas de base tecnológica: Análisis de riesgo y el modelo binomial desplazado. *Revista Española de Capital de Riesgo*(4), 15-24.
- [24] Nielsen, L. (1992). *Understanding $N(d1)$ and $N(d2)$: risk adjusted probabilities in the Black-Scholes model*. <http://www.ltnielsen.com/wp-content/uploads/Understanding.pdf>
- [25] Num, J. (2015). *Real Options Analysis (Third Edition): Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions with Integrated Risk Management and Advanced Quantitative Decision Analytics* (3 ed.). CreateSpace Independent Publishing Platform.
- [26] Nielsen, L. (10 de 1992). *Understanding $N(d1)$ and $N(d2)$: risk adjusted probabilities in the Black-Scholes model*. de <http://www.ltnielsen.com/wp-content/uploads/Understanding.pdf>
- [27] Ortt, J y Smits, R. (2006). Innovation management: different approaches to cope with the same trend. *International Journal of Technology Management*, 34(3), 296-318. doi:<http://dx.doi.org/10.1504/IJTM.2006.009461>
- [28] Pareja Vasseur, J, Prada Sánchez, M y Moreno Escobar, M. (2019). Volatilidad en Opciones Reales: Revisión literaria y un caso de aplicación al sector petrolero colombiano. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*(27), 136-155.
- [29] Salahaldin, L. (2016). *Real Options as a Tool for Value Creation: Evidence from Sustainable Development and Information Technology Sectors*. Wiley-ISTE.

- [30] Sánchez, M; Rosales, M y Pérez, F. (2019). Tendencias tecnológicas en el sector biotecnológico: análisis de patentes en México y Estados Unidos. *Economía Teórica y Práctica*(51), 17-44. doi:<http://dx.doi.org/10.24275/ETYPAM/NE/512019/Morales>
- [31] Shockley, R. L. (2006). *An Applied Course in Real Options Valuation*. Thomson South-Western Finance.
- [32] Shockley, R-Curtis, S-Jafari, J-Tibbs, K. (2003). The Option Value of an Early-Stage Biotechnology Investment. *Journal of Applied Corporate Finance*, 15(2), 44-55. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6622.2002.tb00694.x>
- [33] Smit, H y Trigeorgis, L. (2004). *Strategic Investment: Real Options and Games* (1 ed.). New Jersey, Estados Unidos: Princeton University Press.
- [34] Smith, J. (2005). Alternative Approach for Solving Real Options Problems. *Decision Analysis*(2), 89-102. <https://doi.org/10.1287/deca.1050.0041>
- [35] Smith, J y Nau, R. (1995). Valuing Risky Projects: Option Pricing Theory and Decision Analysis. *Management Science*(5), 795-816. <https://doi.org/10.1287/mnsc.41.5.795>
- [36] Trigeorgis, L. (1995). *Real Options in Capital Investment: Models, Strategies and Applications* (1 ed.). London, United Kindgon: Praeger.
- [37] Trigeorgis, L. (1997). *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocations* (2 ed.). Cambridge: MIT Press.
- [38] Wilmott, P. (2009). *Frequently Asked Questions in Quantitative Finance* (Segunda ed.). United Kingdom: John Wiley & Sons.
- [39] Zapata Quimbayo, C. (2019). Valoración de opciones reales con múltiples incertidumbres mediante modelos K dimensionales. *ODEON*, 16, 97-121. doi:<https://doi.org/10.18601/17941113.n16.05>