



Paradigma económico. Revista de economía regional y sectorial

ISSN: 2007-3062

ISSN: 2594-1348

paradigmaeconomico@uaemex.mx

Universidad Autónoma del Estado de México
México

Hernández Veleros, Zeus Salvador; Velázquez Orihuela, Daniel
Gasto público y crecimiento en un modelo con dos sectores: tasas impositivas óptimas
Paradigma económico. Revista de economía regional y sectorial, vol. 14, núm. 1, 2022, Enero-Junio, pp. 77-102
Universidad Autónoma del Estado de México
Toluca, México

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=431569869011>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Gasto público y crecimiento en un modelo con dos sectores: tasas impositivas óptimas

ZEUS SALVADOR HERNÁNDEZ VELEROS* Y DANIEL VELÁZQUEZ ORIHUELA**

RESUMEN

En este artículo se argumenta que el gobierno mexicano ha seguido una política impositiva para el sector privado y otra distinta para el sector petrolero público, por lo que se puede hablar de que hay dos políticas impositivas diferentes para dos sectores productivos. La finalidad de este documento es analizar cómo la existencia de distintas tasas impositivas a dos sectores económicos afecta al crecimiento. Para lograr este fin se proponen dos modelos de crecimiento endógeno: en el primero se asume que lo recaudado por el gobierno se usa para financiar gasto productivo, al existir pares ordenados de tasas impositivas que maximizan la tasa de crecimiento; en el segundo se asume que lo recaudado por el gobierno se usa para financiar su gasto corriente. Ambas tasas impositivas reducen la tasa de crecimiento, pero en distintos montos.

Palabras clave: Política fiscal, tasas impositivas óptimas, sectores.

Clasificación JEL: E62, H21.

* Profesor-investigador de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Instituto de Ciencias Económico Administrativas, San Agustín Tlaxiaca, Hidalgo, México. Correo-e: zeus_hernandez@uaeh.edu.mx.

** Profesor-investigador de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Instituto de Ciencias Económico Administrativas, San Agustín Tlaxiaca, Hidalgo, México. Correo-e: daniel_velazquez7607@uaeh.edu.mx.

ABSTRACT

Public spending and growth in a two-sector model: optimal tax rates

In this paper it is argued that the Mexican government has followed a tax policy for the private sector and a different one for the oil sector. Therefore, it can be said that there are two different tax policies for two productive sectors. For this reason, we propose two models of endogenous growth in order to analyze how the existence of different tax rates for two economic sectors affects growth. In the first model, it is assumed that what is collected by the government is used to finance productive spending, as there are ordered pairs of tax rates that maximize the growth rate; in the second one, it is assumed that what is collected by the government is used to finance its current spending. Both tax rates reduce the growth rate, but in different amounts.

Keywords: Fiscal policy, optimal taxation, sectors.

JEL Classification: E62, H21.

INTRODUCCIÓN

La importancia de la industria petrolera en la economía mexicana se ha reducido a lo largo de las décadas. Por ejemplo, para 1983 los ingresos petroleros representaban 13.3% del PIB; no obstante, para 2018 representaron 4.41%. Pese a la dependencia cada vez más baja en la economía de los ingresos petroleros, las finanzas públicas siguen fuertemente petrolizadas. Para 2019, 12.97% de los ingresos tributarios y no tributarios que recauda la federación provienen de Pemex.¹

En este artículo se propone analizar qué efectos tiene para el crecimiento económico la imposición de distintas tasas impositivas a dos sectores económicos y se muestra que si lo recaudado se utiliza para financiar el gasto productivo, entonces existen pares ordenados de tasas impositivas que maximizan el crecimiento. Por otro lado, si lo recau-

¹ Debido a que el sector petrolero público está integrado por Pemex y sus filiales, se habla indistintamente de Pemex y el sector petrolero público.

dado se emplea para financiar gasto corriente, las tasas impositivas reducen la tasa de crecimiento, pero no necesariamente en los mismos montos.

Para lograr este objetivo el artículo se ha dividido en cuatro secciones: en la primera se hace una breve revisión de los efectos de la política impositiva sobre el crecimiento.

En el segundo apartado se describen las distintas políticas fiscales del sector petrolero público en México a lo largo del siglo XX y principios del XXI.

En el tercer segmento se exponen dos modelos de crecimiento endógeno de dos sectores. Debido a que los resultados de la política tributaria sobre el crecimiento dependen de en qué se gasta lo recaudado, en el primer modelo se asume que el gobierno orienta todo su gasto a inversión. Como resultado, se muestra que existen varios pares ordenados de tasas impositivas las cuales garantizan la máxima tasa de crecimiento de la economía; en uno de ellos las tasas impositivas son iguales y equivalentes a la elasticidad gasto público per cápita-ingreso per cápita. En los otros, las tasas impositivas son diferentes y su viabilidad depende de los valores que tomen la elasticidad gasto público per cápita-PIB per cápita y la participación de los sectores productivos en el ingreso. En el segundo modelo se supone que el gobierno utiliza lo recaudado para financiar gasto no productivo; por ende, se argumenta que la tasa impositiva cobrada a los distintos sectores reduce el crecimiento, dependiendo de la importancia del sector en la economía.

En la cuarta sección se hace una calibración de los modelos con datos de la economía mexicana.

Finalmente, se exponen las conclusiones, donde se resalta la importancia para el crecimiento de considerar dos sectores y dos tasas impositivas, en qué se gasta lo recaudado, así como las consecuencias de tener tasas muy altas o muy bajas, sin considerar el contexto económico-sectorial productivo.

1. BREVE REVISIÓN DE LA LITERATURA

En la literatura usualmente se argumenta que si los impuestos cobrados se utilizan para financiar la inversión pública, entonces hay tanto efectos positivos como negativos sobre la inversión privada y, por tanto, la forma en que ésta afecta al crecimiento es ambigua. Por un lado, se

sostiene que la inversión pública atrae a la inversión privada, pues incrementa la productividad de esta última (Baxter y King, 1993). Por otro lado, se argumenta que la inversión pública compite por recursos con la inversión privada, por lo cual la desplaza, además de que una excesiva inversión pública puede generar monopolios o distorsionar las asignaciones, provocando efectos negativos sobre el crecimiento (Chen *et al.*, 2017).

A partir de la idea de que la inversión pública tiene tanto efectos positivos como negativos sobre el crecimiento económico, se ha sostenido que su relación con el crecimiento es no lineal (Christie, 2012), por lo que puede existir una razón inversión pública-ingreso óptima que garantice la máxima tasa de crecimiento del ingreso nacional. Así, si la inversión pública es financiada con un impuesto a la renta y hay equilibrio fiscal, la tasa impositiva que garantiza el máximo índice de crecimiento de la economía equivale a la elasticidad de la inversión pública-producción² (Barro, 1990), por lo que entre más productiva es la inversión pública, mayor será el impuesto que el gobierno debe cobrar a los privados para financiar su inversión.

A diferencia del trabajo de Barro (1990), Baxter y King (1993), quienes utilizan un modelo de equilibrio general y asumen que la oferta de trabajo es elástica, argumentan que un incremento en la inversión pública hace crecer la productividad de la inversión privada, lo que provoca que las empresas inviertan y produzcan más. Entre más grande sea la elasticidad inversión pública-producto mayor será el efecto atracción de la inversión pública sobre la privada.

En este sentido, Leeper *et al.* (2010) analizan el efecto de la inversión pública financiada con impuestos, en las asignaciones y los precios, cuando hay retrasos en la implementación de ésta. Argumentan que el retraso de la inversión pública puede provocar que las empresas pospongan su inversión en espera de que la inversión pública se realice y con ello se obtenga una mayor productividad de su inversión. Además, demuestran que entre mayor sea el retraso en la implementación de la inversión pública, menor será el efecto atracción de ésta sobre la inver-

² Adviértase: debido a que se asume un impuesto a la renta y equilibrio fiscal, esta tasa impositiva óptima equivale a la razón inversión pública-ingreso nacional la cual maximiza el crecimiento de la economía.

sión privada, pero entre más productiva sea la inversión pública; es decir, entre más grande sea la elasticidad inversión pública-producto, menos importante será el efecto del retraso.

Al respecto, Velázquez *et al.* (2019) construyeron un modelo de generaciones traslapadas en el marco analítico de la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo (TIMT) y muestran que si la inversión pública es financiada con un impuesto a la renta, un incremento en la tasa impositiva que implique una mayor inversión pública afecta a la inversión privada dependiendo de cuál inversión es más productiva. De esta forma se muestra que si la inversión pública es más eficiente que la privada, un incremento en la inversión pública provocará un efecto de atracción sobre la inversión privada en el largo plazo y, por tanto, tendrá un efecto positivo sobre el crecimiento; en caso contrario, la inversión pública desplazará a la privada y se tendrá un efecto negativo sobre el crecimiento.

Por su parte, Rebelo (1991) muestra que si la oferta de trabajo es inelástica y los ingresos obtenidos por la recaudación fiscal se utilizan para financiar el consumo del gobierno, un incremento en la tasa impositiva reduce la tasa de crecimiento de largo plazo de la economía. La razón de esto es que la tasa impositiva mayor reduce el ingreso disponible y con ello el ahorro de las familias; el menor ahorro implica menor inversión y, por tanto, menor crecimiento.

En contraste con Rebelo (1991), Baxter y King (1993) asumen una oferta de trabajo altamente elástica y muestran que, si el consumo público está financiado con un impuesto no distorsionador, el mayor impuesto incrementa el ingreso nacional. Esto se debe a que el mayor impuesto reduce el consumo de las familias y, en consecuencia, ellas disminuyen su consumo en bienes y en ocio, es decir, incrementan su oferta de trabajo, lo cual presiona a los salarios reales a la baja e incrementa la demanda de trabajo y la producción.

2. EL SECTOR PETROLERO PÚBLICO EN MÉXICO

Pemex, creado el 20 de julio de 1938, estuvo sujeto a leyes impositivas como Ley del Impuesto sobre la Producción de Petróleo y sus Derivados y la Ley del Impuesto sobre Consumo de Gasolina y Otros Productos Ligeros del Petróleo (Ramírez, 1997), por las cuales estaba obligado a cubrir una amplia gama de impuestos, derechos, productos y aprovechamientos entre 1938 y 1959.

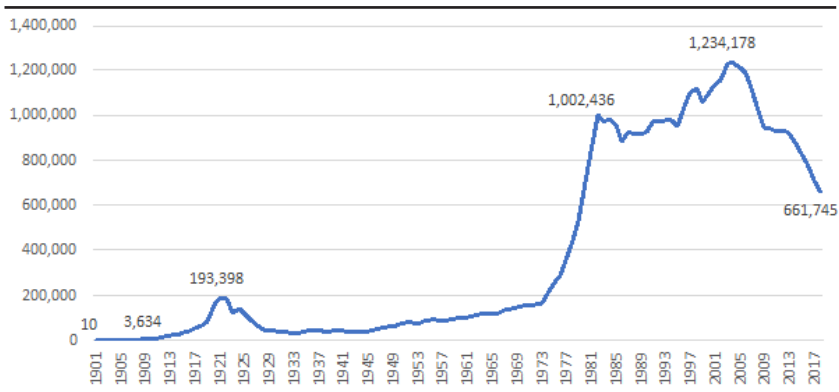
En 1959 fue creado por el Congreso de la Unión el Impuesto Único en Pemex, el cual grava sus ingresos brutos en un 12%, con lo que el gobierno federal cubriría las participaciones a los estados, municipios y al Distrito Federal.

Al respecto, Ramírez (1997) presenta un estudio en el cual compara los regímenes fiscales que fueron aplicados a Pemex durante la segunda mitad del siglo XX (el de 1960 y el de 1993) y encuentra enormes similitudes entre ellos, pues, por ejemplo, no gravan sus beneficios netos sino los ingresos brutos. En el primero se le gravaba con 12% sobre sus ingresos brutos y en el segundo con 60.8% sobre sus ingresos brutos. El incremento en la tasa impositiva se da pese a que supuestamente uno de los objetivos de la reforma de la última década del siglo pasado era financiar el crecimiento de la industria petrolera nacional con recursos propios, lo cual es imposible si consideramos ese monto de recursos cobrado a la petrolera.

Para principios de este siglo, la reforma de Peña Nieto de 2014 estableció una modificación del esquema fiscal de Pemex, en tanto que redujo el número de derechos a pagar de seis a tres y ahora estará obligado a pagar el ISR, además de un dividendo de sus ingresos después de impuestos, el cual será determinado por el gobierno a través de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. Hasta 2014 se incluyen los derechos sobre hidrocarburos, pero a partir de 2015 se incorporan las transferencias del Fondo Mexicano del Petróleo para la Estabilización y el Desarrollo.

Los ingresos que recibe la Federación de Pemex no sólo dependen de los impuestos que se le cobran, sino también de la producción de la paraestatal y del precio de la mezcla mexicana. En un siglo de extracción de petróleo en México se observa que en la primera mitad del siglo XX se presentó un registro máximo en 1921 (193 millones 398 mil barriles), cifra que no fue superada sino hasta 1974 (209 millones 855 mil barriles). La máxima extracción se presentó en 2004, con 1 mil 234 millones 545 mil barriles, en contraste con la cifra de 2018 (661 millones 745 mil barriles), que es apenas la mitad de aquella de 2004 (53.61%) (Gráfica 1). Esta caída, explica Romo, se debe al agotamiento del complejo Cantarell que “a partir de los últimos meses de 2004 inició un proceso de agotamiento que lo llevó a producir a mediados de ese año sólo el 15.4% del total máximo de producción histórica alcanzado en diciembre de 2003.” (2015: 143).

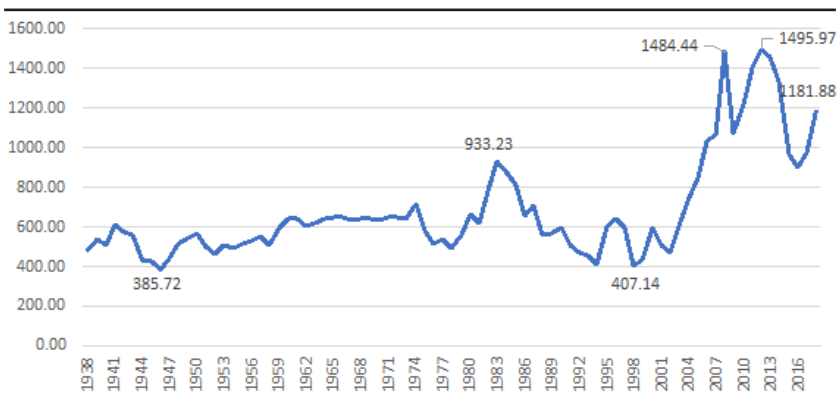
Gráfica 1
PRODUCCIÓN DE PETRÓLEO CRUDO, 1901-2018 (MILES DE BARRILES)



Fuente: elaborada con datos del INEGI, Estadísticas Históricas de México.

El precio del barril de petróleo, en términos reales a pesos constantes de 2013, entre 1938 y 1982 se mantuvo por debajo de los 800 pesos, aunque un máximo de este precio en ese periodo se presentó en 1983 con un monto de 933.23 pesos por barril. En 2012 y en 2008 fueron registrados los máximos históricos, con precios de 1,495.97 pesos y 1,484.44 pesos por barril, respectivamente (Gráfica 2).

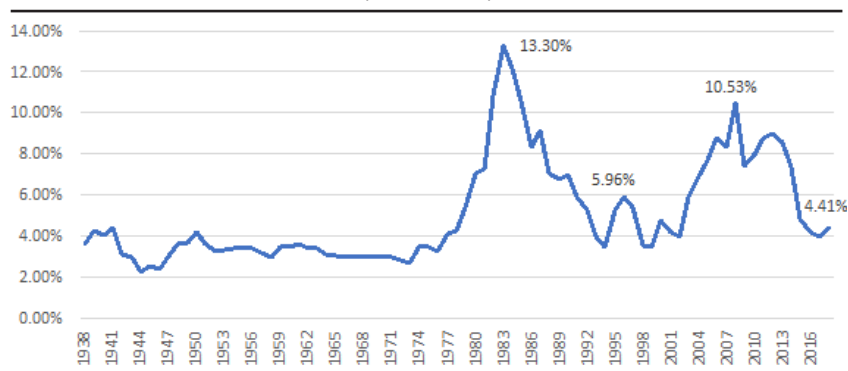
Gráfica 2
PRECIO DEL BARRIL DE PETRÓLEO, 1938-2018 (PESOS CONSTANTES 2013=100)



Fuente: elaborada con datos del INEGI, Estadísticas Históricas de México.

La venta de petróleo crudo como proporción del PIB entre 1938 y 1976 estuvo, en general, abajo de 4%, pero entre 1977 y 1993 se presentaron algunas de las aportaciones más altas, una de las cuales llegó a 13.30% del PIB, en 1983. En los noventa esta importancia fluctuó entre 4% y 6%, mientras que el segundo máximo histórico se presentó en 2008 (10.53%) (Gráfica 3).

Gráfica 3
TOTAL DE INGRESOS PETROLEROS COMO PROPORCIÓN DEL PIB, 1938-2018
(PORCENTAJE)

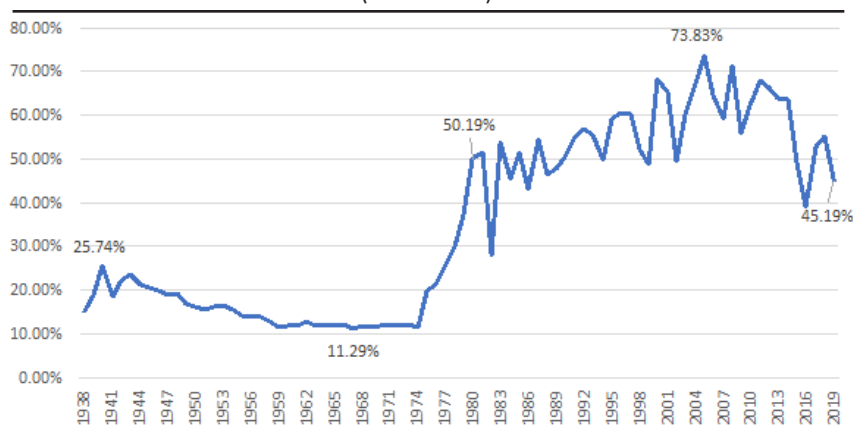


Fuente: elaborada con datos del INEGI y Pemex.

Los montos pagados por Pemex como impuestos (derechos) respecto a sus ingresos o ventas tienen claramente tres periodos: uno desde 1938 hasta 1974, con una baja participación promedio de 15.40%. En los dos últimos años del sexenio 1970-1976 se presentaron cifras muy cercanas a 20%, es decir, uno de cada cinco pesos de los ingresos de Pemex fue entregado a la Federación. El tercer periodo abarca desde 1977 hasta 2018, con valores promedio del pago de impuestos³ de 55.67% de los ingresos totales de Pemex. En otras palabras, uno de cada dos pesos que genera Pemex lo entrega al gobierno federal (Gráfica 4).

³ El promedio fue calculado de 1975 a 2019.

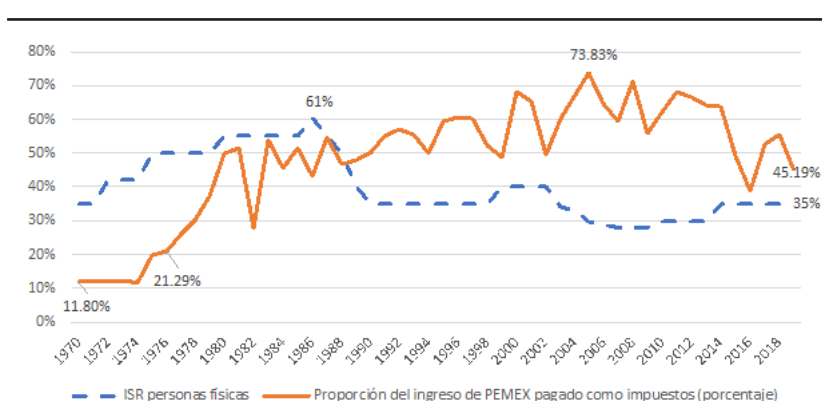
Gráfica 4
PROPORCIÓN DE INGRESO DE PEMEX PAGADO COMO IMPUESTO, 1938-2018
(PORCENTAJE)



Fuente: elaborada con datos del INEGI y SHCP.

Entre 1970 y 2018, el aumento en la proporción de los ingresos petroleros entregada como recaudación fiscal estuvo acompañada de una disminución en la tasa del Impuesto Sobre la Renta (ISR) a personas físicas: la tasa de ISR máxima fue en 1986 (61%), pero desde 1989 la proporción pagada fiscalmente a la federación con respecto a los ingresos petroleros fue superior a la tasa del ISR (Gráfica 5).

Gráfica 5
IMPUESTO SOBRE LA RENTA A PERSONAS FÍSICAS Y PROPORCIÓN DEL INGRESO DE PEMEX PAGADO COMO IMPUESTOS, 1970-2018 (PORCENTAJE)



Fuente: elaborada con datos del INEGI y SHCP.

La Gráfica 5 es crucial para esta investigación pues en ella se observa claramente cómo el gobierno federal sigue una política impositiva para el sector privado y otra distinta para Pemex, por lo que se puede afirmar que hay dos políticas impositivas diferentes para los dos sectores productivos.

Lo anterior no tiene sólo efectos en el crecimiento del país, sino también en el de la empresa, pues una tasa impositiva tan alta limita los recursos para la inversión en sus diferentes actividades. Si a ello agregamos problemas de costos y de eficiencia, así como endeudamiento, baja producción o elevación de costos ante el agotamiento de los recursos extraíbles en aguas someras, conlleva un panorama difícil, el cual no es analizado en este documento, pero tiene repercusiones diversas por cuestiones presupuestarias de calidad crediticia.

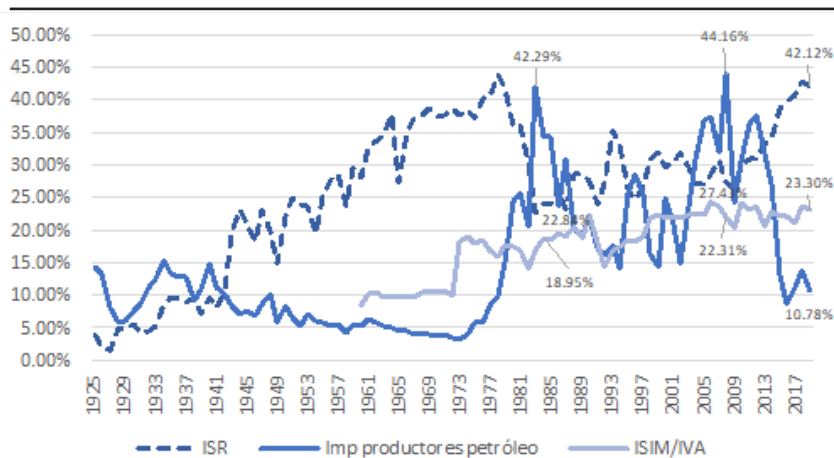
La dinámica de los precios del barril de petróleo, de las cantidades extraídas y de las tasas recaudatorias definidas para los ingresos de Pemex, desde 1938, ha implicado tres periodos respecto al total de ingresos recaudados tributarios (impuestos) y no tributarios (derechos, productos y aprovechamientos):⁴ primero uno de baja participación y poca variabilidad entre 1938 y 1977; segundo uno de altas participaciones y elevada volatilidad; y un tercero, de 2015 a 2019, con cifras por abajo del 15% de los ingresos tributarios y no tributarios (Gráfica 6).

Por su parte, la importancia de la recaudación del ISR en los ingresos tributarios y no tributarios tuvo una dinámica de ascenso, desde 1925 hasta 1979, de 4.04 a 43.98%, con un descenso en 1982 a una participación de 22.84%, que en 2019 fue de 42.12 por ciento.

El Impuesto Sobre Ingresos Mercantiles (ISIM), cuya primera ley (Molina 2020) fue publicada en 1948, y que en 1973 llevó a que todas las entidades suprimieran sus impuestos sobre transacciones para, posteriormente, ser sustituido en 1980 por el Impuesto al Valor Agregado (IVA), también presenta tres periodos: entre 1960 y 1970 representó 10% de los ingresos tributarios y no tributarios; entre 1973 y 1997 representó alrededor de 20%; posteriormente, entre 1998 y 2019, el IVA promedió casi 23% de ese total de ingresos (Gráfica 6).

⁴ Los ingresos tributarios y no tributarios del periodo 1925-1989 son los del INEGI en las Estadísticas Históricas de México, para el periodo 1990-2019 son de Banco de México, estos difieren de las cifras de la SHCP, al ser estos últimos mayores.

Gráfica 6
IMPUESTOS PETROLEROS (A PEMEX DESDE 1938) CON RESPECTO A INGRESOS
TRIBUTARIOS Y NO TRIBUTARIOS, 1925-2019 (PORCENTAJE)



Fuente: elaborada con datos del INEGI y SHCP.

En consecuencia, la caída de la importancia de los pagos de Pemex en el total de ingresos tributarios y no tributarios es resultado de un descenso en la tasa impositiva aplicada a tal empresa sólo en los últimos años, de 2015 a 2019, mientras que se presenta un aumento en las participaciones de la recaudación del ISR y, en menor medida, del IVA en este total de ingresos (Gráfica 6).

3. GASTO PÚBLICO Y TASAS IMPOSITIVAS DIFERENCIALES AL SECTOR PRIVADO Y AL PÚBLICO: UN MODELO DE CRECIMIENTO ENDÓGENO

Con la finalidad de analizar qué efectos provoca sobre el crecimiento tener una política impositiva diferenciada, es decir, tener una tasa impositiva para un sector y otra distinta para otro sector, se proponen dos modelos: en el primero se asumirá que el gobierno utiliza los ingresos recaudados para financiar inversión productiva y en el segundo se asume que utiliza sus ingresos para financiar su consumo.

3.1. Modelo con gasto público productivo

El modelo presentado aquí es una modificación del modelo de Barro (1990) pues, a diferencia de este autor, se asumen dos sectores productivos y dos tasas impositivas. Se parte de considerar que la economía está conformada por dos sectores: uno privado (pr) y otro público (pu). La importancia o participación económica del primero en la producción está representado por el parámetro β y la relevancia económica del sector público está dada por $(1-\beta)$.

Existen dos impuestos, uno aplicado al sector privado (τ_{pr}) y otro, al público (τ_{pu}) los cuales pueden ser iguales o distintos. Con los recursos recaudados se realiza el gasto público (g), el cual es un flujo productivo y no capital acumulable, así como un bien privado (rival y excluible), como puede ser el petróleo extraído, posteriormente refinado por una empresa pública.

La función de producción per cápita es tipo Cobb-Douglas, la cual está definida por la siguiente expresión:

$$y = Ak^\alpha g^{1-\alpha} \quad (1)$$

donde A indica la tecnología, k es el factor de producción capital privado *per cápita*, g es el factor de producción gasto público *per cápita*, α es la elasticidad capital privado *per cápita*-producto *per cápita*; es decir, la fórmula muestra en qué porcentaje se incrementa la producción *per cápita* cuando aumenta el capital privado *per cápita* en 1%. Por su parte, $(1-\alpha)$ es la elasticidad gasto público *per cápita*-producto *per cápita*. Como es habitual, se asume que $0 < \alpha < 1$ con la finalidad de asegurar que la función de producción sea cóncava.

Por otro lado, la función de utilidad a maximizar está definida por:

$$U(C) = \int_0^\infty e^{-(\rho)t} u(c_t) e^{nt} dt = \int_0^\infty e^{-(\rho-n)t} u(c_t) dt = \int_0^\infty \ln c e^{-(\rho-n)t} dt \quad (2)$$

donde ρ es una constante que representa la tasa de descuento, n es la tasa de crecimiento de la población, u es la utilidad, c_t es el consumo *per cápita*. Se asume que la función de utilidad es logarítmica para asegurar que sea cóncava y, por tanto, las trayectorias encontradas en la solución del hamiltoniano garanticen la máxima utilidad.

La restricción presupuestaria implica que la producción obtenida menos la otorgada al gobierno mediante impuestos es repartida entre el consumo (c_t), la inversión neta (k), más la depreciación del capital,

considerando el crecimiento poblacional $(\delta + n) k_t$, donde δ es la tasa de depreciación del capital, con lo que se tiene:

$$\dot{k} = \beta(1-\tau_{pr})Ak^a g^{1-a} + (1-\beta)(1-\tau_{pu})Ak^a g^{1-a} - c_t - (\delta + n) k_t \quad (3)$$

Por ende, el Estado recauda

$$\tau_{pr} \beta Ak^a g^{1-a} + \tau_{pu} (1-\beta) Ak^a g^{1-a} = \tau_{pr} \beta y + \tau_{pu} (1-\beta) y,$$

lo cual transforma en un volumen de bienes denotados por g , y en consecuencia, hay equilibrio fiscal.

3.1.1. Solución en el equilibrio competitivo

El hamiltoniano a resolver en el problema del mercado de equilibrio competitivo es

$$H(\cdot) = \ln c e^{-(\rho-n)t} + v_t [\beta (1-\tau_{pr}) Ak^a g^{1-a} + (1-\beta)(1-\tau_{pu}) Ak^a g^{1-a} - c_t - (\delta + n) k_t] \quad (4)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$H_c = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{c} e^{-(\rho-n)t} = v_t \quad (5)$$

$$H_k = -\dot{v} \Leftrightarrow v_t \left[\beta (1-\tau_{pr}) A \alpha \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} + (1-\beta)(1-\tau_{pu}) A \alpha \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} - (\delta + n) \right] = -\dot{v} \quad (6)$$

$$H_\lambda = \dot{k} \Leftrightarrow [\beta (1-\tau_{pr}) Ak^a g^{1-a} + (1-\beta)(1-\tau_{pu}) Ak^a g^{1-a} - c_t - (\delta + n) k_t] = \dot{k} \quad (7)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_t k_t = 0 \quad (8)$$

Después de aplicar logaritmos a H_c , de derivar con respecto al tiempo y sustituir en H_k se obtiene la condición de crecimiento del consumo, proporcional a la diferencia entre la productividad del capital, del gasto después de impuestos, la depreciación y la tasa de crecimiento poblacional:

$$\frac{\dot{c}}{c} \equiv \gamma_c = \left[\beta (1-\tau_{pr}) A \alpha \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} + (1-\beta)(1-\tau_{pu}) A \alpha \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} - (\delta + \rho) \right] \quad (9)$$

Como se ha planteado existe equilibrio presupuestario en el largo plazo

$$g = \beta \tau_{pr} y + (1-\beta) \tau_{pu} y = y (\beta \tau_{pr} + (1-\beta) \tau_{pu}) \quad (10)$$

por ende

$$\frac{g}{y} = \frac{g}{Ak^\alpha g^{1-\alpha}} = \beta \tau_{pr} + (1 - \beta) \tau_{pu} \quad (11)$$

Al despejar $\frac{g}{k}$ de la expresión (11) obtenemos

$$\frac{g}{k} = \left((\beta \tau_{pr} + (1 - \beta) \tau_{pu}) A \right)^{1/\alpha} \quad (12)$$

Por ello, la tasa de crecimiento óptima puede ser expresada como:

$$\frac{c}{c} \equiv \gamma_c = \left[(\alpha A^{1/\alpha} (\beta \tau_{pr} + (1 - \beta) \tau_{pu})^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}) (\beta (1 - \tau_{pr}) + (1 - \beta) (1 - \tau_{pu})) - (\delta + \rho) \right] \quad (13)$$

La ecuación (13) muestra que la relación de la tasa de crecimiento con las tasas impositivas es no lineal, al igual que en Barro (1990); esto se debe a que un aumento en las tasas impositivas reduce el ingreso disponible y, por tanto, el ahorro y la inversión privada. Por otro lado, las mayores tasas impositivas implican una inversión pública más grande y, en consecuencia, se incrementa la productividad del capital privado, con lo que aumenta la inversión privada.

La relación no lineal entre la tasa de crecimiento y las tasas impositivas implica que pueden existir tasas impositivas que maximicen el crecimiento. Para obtener las tasas impositivas que conducen a la tasa de crecimiento óptima se deriva la expresión (13) respecto a τ_{pu} y se iguala a cero, cuyo resultado es.

$$\tau_{pu}^* = \frac{(1-\alpha) - \tau_{pr}\beta}{1-\beta} \quad (14)$$

Para una interpretación clara de la ecuación (14) se plantean dos escenarios:

a) Cuando las tasas impositivas óptimas son distintas. En este panorama se puede determinar exógenamente la tasa impositiva del sector privado y endógenamente la tasa del sector público (o al revés). Sin embargo, debido a que las tasas impositivas tienen que ser mayores a cero pero menores a la unidad, la tasa impositiva del sector privado debe cumplir la siguiente restricción:

$$\frac{(1-\alpha) - (1-\beta)}{\beta} < \tau_{pr} < \frac{(1-\alpha)}{\beta} \quad \text{para todo } \beta > \alpha \quad (15)$$

La inecuación (15) muestra el intervalo donde debe estar la tasa impositiva cobrada al sector privado para que la tasa impositiva óptima cobrada al sector público sea viable. Es decir, sólo si

$$\tau_{pr} \in \left(\frac{(1-\alpha)-(1-\beta)}{\beta}, \frac{(1-\alpha)}{\beta} \right),$$

puede haber tasas impositivas diferenciadas que garanticen la máxima tasa de crecimiento.

En este escenario, la ecuación (14) muestra que la tasa impositiva óptima cobrada al sector público depende positivamente de la elasticidad gasto público per cápita-producción per cápita, por lo que entre más grande sea ésta, mayor será la tasa que se le debe cobrar a este sector. Esto se debe a que lo recaudado se utiliza para financiar el gasto público; en consecuencia, entre más productivo sea el gasto público, mayor debe ser su financiamiento. Por otro lado, existe una relación inversa entre la tasa impositiva que se le cobra el sector privado y la tasa impositiva óptima que se le cobra al sector público. La relación inversa pasa por el peso relativo de cada sector, tal que

$$\frac{d\tau_{pu}^*}{d\tau_{pr}} = -\frac{\beta}{1-\beta},$$

es decir, un aumento de un punto en la tasa impositiva privada reduce la tasa impositiva pública óptima en el cociente de los pesos relativos de los sectores. En consecuencia, a mayor peso en el ingreso nacional del sector público, menor deberá ser la reducción de la tasa impositiva que paga este sector a causa de un incremento en la tasa impositiva del sector privado.

b) Tasas impositivas iguales. Si el gobierno no hace diferencia entre sectores e impone a ambos la misma tasa impositiva se obtiene:

$$\tau^* = 1 - \alpha. \quad (16)$$

La ecuación (16) es análoga al resultado obtenido por Barro (1990), en donde la tasa impositiva óptima es igual a la elasticidad gasto público per cápita-producto per cápita. Esto se debe a que los impuestos (independientemente de quién los pague) se utilizan para financiar el gasto público, por lo que, entre más eficiente sea éste, mayor será la inversión que en él tenga que realizarse. A diferencia de cuando las tasas impositivas óptimas son distintas, el peso relativo de los sectores en la producción no tiene ningún papel y no existe ningún intervalo que limite su viabilidad.

Sustituyendo la tasa impositiva óptima del sector público (ecuación 14) en la tasa de crecimiento (ecuación 13), se obtiene la tasa de crecimiento óptima:

$$\frac{\dot{c}}{c} \equiv \gamma_c = \left[(\alpha^2 A^{1/\alpha} ((1-\alpha))^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}) - (\delta + \rho) \right] \quad (17)$$

Es importante señalar que la ecuación (17) también resulta de sustituir (14) en (13). Es decir, la ecuación (17) muestra la máxima tasa de crecimiento de esta economía, ya sea que las tasas impositivas óptimas sean iguales o diferentes.

3.2. Modelo con gasto público en consumo

Una de las principales características de la economía mexicana es que el gobierno financia gran parte de su gasto corriente con los impuestos que le cobra a Pemex, por lo que en este apartado desarrollamos un modelo de dos sectores donde los impuestos cobrados se utilizan para financiar gasto público en consumo. De manera análoga al modelo anterior, se propone que la participación económica del sector privado en la producción está representada por el parámetro β y la relevancia económica del sector público está dada por $(1-\beta)$. También se asume que existen dos impuestos: uno aplicado al sector privado (τ_{pr}) y otro, al público (τ_{pu}). Sin embargo, a diferencia del modelo previo, se asume que los recursos recaudados se utilizan en su totalidad para financiar gasto público no productivo (g).

Debido a que se está suponiendo que el gasto del gobierno es no productivo, para este modelo se asume una función de producción tipo AK

$$y = Ak \quad (18)$$

La ecuación (2) se retoma para expresar la función de utilidad social. La restricción presupuestal a la cual está sujeta es:

$$y = c + \dot{k} + g \quad (19)$$

Considerando las hipótesis utilizadas en este modelo, la restricción se puede replantear como:

$$\dot{k} = [1 - \tau_{pr} \beta - \tau_{pu} (1-\beta)] Ak - c - (n + \delta) k \quad (20)$$

Obsérvese que, debido a que se asume equilibrio presupuestal, el gasto público es

$$g = (\tau_{pr}\beta + \tau_{pu}(1 - \beta))Ak.$$

Planteando el hamiltoniano para resolver el problema de optimización intertemporal se obtiene:

$$H: \ln c e^{-(\rho-n)\tau} + \lambda \left[[1 - \tau_{pr}\beta - \tau_{pu}(1 - \beta)]Ak - c - (n + \delta)k \right] \quad (21)$$

Las condiciones de primer orden son la ecuación (5), (8) y:

$$H_k = -\dot{v} \leftrightarrow v_t \left[[1 - \tau_{pr}\beta - \tau_{pu}(1 - \beta)]A - (n + \delta) \right] = -\dot{v} \quad (22)$$

Después de aplicar logaritmos a la ecuación (5), derivarla con respecto al tiempo y sustituir H_k (ecuación 22) en ella, se obtiene la tasa de crecimiento del consumo:

$$\frac{\dot{c}}{c} \equiv \gamma_c = \left[[1 - \tau_{pr}\beta - \tau_{pu}(1 - \beta)]A - (p + \delta) \right] \quad (23)$$

A diferencia de la ecuación (13), la relación entre las tasas impositivas y la tasa de crecimiento es lineal, por lo que no se puede hablar de que la existencia de una tasa impositiva maximice la tasa de crecimiento.

De manera análoga a Rebelo (1991), en este modelo todo aumento en las tasas impositivas reducirá la tasa de crecimiento de la economía. Esto se debe a que un incremento en alguna de las tasas impositivas reduce el ingreso disponible y con ello disminuye el ahorro, lo que provoca una menor inversión y crecimiento. Sin embargo, las tasas impositivas de los distintos sectores no reducen la tasa de crecimiento en el mismo monto y su impacto depende del tamaño relativo de cada sector; así tenemos que:

$$\frac{d\gamma_c}{d\tau_{pr}} = -\beta A \quad \text{y} \quad \frac{d\gamma_c}{d\tau_{pu}} = -(1 - \beta)A \quad (24)$$

De acuerdo con la expresión (24), el monto en que un incremento en la tasa impositiva reduce la tasa de crecimiento de la economía depende del tamaño relativo del sector y de la productividad de éste. Así, entre mayor sea el tamaño relativo del sector, mayor será el efecto que tenga su impuesto sobre el crecimiento.

4. EJEMPLOS NUMÉRICOS DE LOS MODELOS

Para ejemplificar la capacidad explicativa del modelo de gasto público productivo se propone un ejemplo numérico con base en datos propios de la economía mexicana (Cuadro 1). Los datos empleados son los

promedios que se observaron en la década estudiada, los cuales son: la participación del sector no petrolero público en la economía (β) (fila 2); la tasa impositiva promedio cobrada al ingreso de los privados (τ_{pr}) (fila 3); y la tasa impositiva promedio cobrada al sector petrolero público como porcentaje de su ingreso (τ_{pu}) (fila 4). Además, se estimaron las elasticidades inversión pública per cápita-PIB per cápita ($1 - \alpha$) e inversión privada per cápita-PIB per cápita (α) para la economía mexicana (fila 1) y se encontró que, para la década de los setenta y primera década de este siglo, éstas son estadísticamente significativas sin necesidad de utilizar variables de control, y para las décadas de los ochenta y noventa éstas son estadísticamente significativas si para su estimación se utilizan variables de control.

Por otro lado, para el periodo 1940-2015 las elasticidades son estadísticamente significativas con y sin uso de variables de control (véase anexo estadístico para los detalles de las estimaciones). Con la finalidad de no alargar el análisis, el ejercicio numérico se realiza para una década donde las estimaciones de α y $(1 - \alpha)$ no incorporaron variables de control (décadas de los setenta) (columnas 2 y 3) y para otra donde dichas variables sí fueron usadas (década de los noventa) (columnas 4 y 5). Sin embargo, si el lector desea hacer los ejercicios numéricos para las demás décadas,⁵ podrá encontrar el valor de las variables que necesita en el anexo estadístico. Finalmente, en el ejercicio numérico se asume que $A=1$ y $(\delta+n)\approx 0$.

Tomando en cuenta los valores descritos en el párrafo anterior, en el Cuadro 1 se estiman las tasas impositivas óptimas e iguales que, de acuerdo con la ecuación (14), equivalen a la elasticidad gasto público per cápita-PIB per cápita (fila 6). La tasa impositiva óptima para el sector petrolero público, diferente a la tasa impositiva cobrada al sector privado (fila 5), se calcula usando el valor de la tasa impositiva promedio pagada por el sector privado (fila 4) y la ecuación (14). Una vez calculadas las tasas impositivas óptimas se calcula la tasa de crecimiento óptima y se sustituyen las tasas impositivas óptimas en la ecuación (13) para cuando las tasas impositivas óptimas son diferentes (fila 7) y para cuando son iguales (fila 8). Como es de esperarse, las tasas de crecimiento óptimas son iguales en ambos casos. Posteriormente se

⁵ En el anexo estadístico se estimaron los parámetros del modelo para las décadas del 70, 80, 90, primera y segunda década de este siglo. Además, para el periodo 1940-2015.

calcula la tasa de crecimiento con las tasas impositivas promedio observadas en la década estudiada (fila 9). Finalmente se estima el costo de seguir una política fiscal no óptima en el crecimiento (fila 10) y para ello se le resta a la tasa de crecimiento óptima, la tasa de crecimiento con las tasas impositivas promedio observadas en la década estudiada, lo que da como resultado de la sustracción los puntos en crecimiento perdidos por no tener una política fiscal óptima.

La utilidad del ejercicio numérico consiste en ilustrar cuatro aspectos: 1) cálculo de las tasas impositivas óptimas diferenciadas; 2) estimación de las tasas impositivas no diferenciadas, 3) valores de α , β y τ_{pr} , en donde es viable tener una política fiscal diferenciada; y 4) cálculo de la pérdida en el crecimiento por no seguir una política fiscal encaminada a maximizar la tasa de crecimiento.

Cuadro 1

TASAS IMPOSITIVAS ÓPTIMAS Y PÉRDIDA EN EL CRECIMIENTO PARA LAS DÉCADAS DE LOS SETENTA Y NOVENTA

	Setenta		Noventa	
	Alfa estimada	Para valores de alfa y beta que permite tasas impositivas distintas y óptimas	Alfa estimada	Para valores de alfa y beta que permite tasas impositivas distintas y óptimas
Alfa (α)	0.6091	0.55	0.74280	0.65000
Beta (β)	0.9642	0.9642	0.95060	0.95060
Tasa impositiva promedio cobrada al ingreso de los privados (τ_{pr})	0.446	0.446	0.35500	0.35500
Tasa impositiva promedio cobrada al sector petrolero público como porcentaje de su ingreso (τ_{pu})	0.1947	0.1947	0.54980	0.54980
(τ_{pu}) óptimo para tasas impositivas distintas	-1.093106	0.557731844	-1.62476	0.25379
Tasas impositivas óptimas e iguales	0.3909	0.45	0.25720	0.35000
Tasa de crecimiento óptima con diferentes impuestos	0.20303859	0.157394721	0.34478	0.24006
Tasa de crecimiento óptima con la misma tasa impositiva	0.20303859	0.157394721	0.34478	0.24006
Tasa de crecimiento calculada con tasas impositivas no óptimas	0.20159026	0.157296724	0.33280	0.23989
Pérdida del crecimiento	0.00144833	9.79975E-05	0.01198	0.00017

Fuente: elaboración propia.

En el Cuadro 1 se describen cuatro escenarios y, como ya se mencionó, todos ellos se construyen usando el promedio de la década estudiada de la participación del sector no petrolero público en la economía (β), la tasa impositiva cobrada al ingreso de los privados (τ_{pr}) y la tasa impositiva cobrada al sector petrolero público como porcentaje de su ingreso (τ_{pu}).

El primer escenario (columna 2) se construye a partir de la estimación de la elasticidad inversión privada per cápita-PIB per cápita⁶ para la década de los setenta, por lo que este panorama describe a la economía mexicana de los setenta. En él se muestra que, dadas α , β y τ_{pr} , no era posible tener una política impositiva óptima con tasas impositivas diferentes y por ello se observa que la tasa impositiva óptima para el sector petrolero público es negativa (-1.093106). En consecuencia, la única política fiscal óptima era imponer una misma tasa impositiva para los dos sectores (0.3909). También se observa que, debido a no se siguió una política fiscal que maximizara el crecimiento, en esta década hubo una pérdida en la tasa de crecimiento promedio de 0.14483 por ciento.

El segundo escenario (columna 3) se calcula a partir de una β que, dado los valores de α , β y τ_{pr} , permitieran tener una política fiscal de tasas impositivas diferentes y óptimas en la década de los setenta. Se muestra que esto sería posible si α fuese de 0.55, en cuyo caso la (τ_{pu}) óptima sería de 0.557731844. No obstante, se observa que si α fuese de 0.55 y con la política fiscal vigente en esa década, la pérdida en el crecimiento sería mínima.

El tercer escenario (columna 4) se calcula a partir de la estimación de la elasticidad inversión privada per cápita-PIB per cápita⁷ para la década de los noventa y, en consecuencia, describe a la economía mexicana de esa década. De forma análoga al escenario de los setenta, se muestra que la política fiscal óptima no puede tener tasas impositivas diferentes, por lo que la política fiscal óptima para esa década era que en ambos sectores la tasa impositiva fuera de 0.2572. Sin embargo, debido a que esto no fue así, se obtiene que la pérdida en la tasa de crecimiento promedio de la década fue de 1.1199 por ciento.

⁶ Véase el anexo estadístico para detalles de la estimación.

⁷ Véase el anexo estadístico para detalles de la estimación.

Finalmente, en el último escenario (columna 5) se calcula una α , que dados los valores de β y τ_{pr} permitiera tener una política fiscal de tasas impositivas diferentes y óptimas en la década de los noventa. Se deduce que esto sería posible si α fuese de 0.65, en cuyo caso la τ_{pu} óptima promedio para esa década sería de 0.253785. En este escenario se muestra que la falta de una política fiscal óptima significaría una pérdida en la tasa de crecimiento promedio de la década de 0.0171391 por ciento.

En el segundo modelo presentado se asume que lo recaudado por el gobierno se utiliza para financiar su gasto corriente. Si éste fuera el caso, y asumiendo, como en el ejercicio anterior, que $A=1$ y $(\delta+p)\approx 0$, se tendría que la tasa impositiva cobrada al sector petrolero público reduce la tasa de crecimiento en $-\tau_{pu}(1-\beta)$, por otro lado, la tasa impositiva cobrada al sector privado reduce la tasa de crecimiento en $-\tau_{pr}\beta$ (véase ecuación 23), por lo que se obtiene el siguiente cuadro:

Cuadro 2
REDUCCIÓN DEL CRECIMIENTO POR LA TASA IMPUESTA AL SECTOR PETROLERO PÚBLICO

	Setentas	Ochentas	Noventas	Primera década del siglo XXI	Segunda década del siglo XXI
β	0.964	0.907	0.9506	0.9312	0.9375
τ_{pu}	0.195	0.473	0.5498	0.6369	0.5669
τ_{pr}	0.446	0.536	0.355	0.33	0.3318
Reducción a la tasa de crecimiento debido al impuesto al sector público petrolero	0.00702	0.043989	0.0271601	0.0438187	0.0354313

Fuente: elaboración propia.

Como en el ejercicio anterior, los valores de β , τ_{pu} y τ_{pr} son los valores promedios observados en su respectiva década. La tabla sugiere que los impuestos cobrados al sector petrolero público y gastados exclusivamente en consumo redujeron la tasa de crecimiento de la economía de forma importante, por lo que se observa un mínimo en la década de los setenta (0.7%) y un máximo en la década de los ochenta (4.39%).

Los ejercicios numéricos aquí expuestos son útiles para ejemplificar los modelos teóricos presentados y para sugerir lo que pudo haber pasado en la economía mexicana; sin embargo, deben tomarse con

cuidado al momento de usarlos para obtener conclusiones fuertes sobre la economía mexicana. Esto se debe principalmente a los límites analíticos de los modelos; por ejemplo, el primer modelo asume que todo lo recaudado se utiliza para financiar gasto productivo; por su parte, el segundo presume que se utiliza para financiar gasto corriente. No obstante, la realidad de la economía mexicana es más compleja, pues lo recaudado se usa para ambos fines y parte del gasto es financiado con deuda. Por otra parte, ambos modelos estudian una economía cerrada. Por otro lado, el sector exportador es muy importante para explicar el crecimiento de la economía mexicana. Es importante aclarar que estos límites forman parte de la agenda pendiente de esta investigación.

CONCLUSIÓN

En este trabajo se presentaron dos modelos de crecimiento endógeno para analizar los efectos sobre el crecimiento económico de la imposición del gobierno de distintas tasas impositivas a dos sectores. Un ejemplo de esta problemática es Pemex, al que se le establecen tasas impositivas superiores a las que paga el sector privado. En el primer modelo se mostró que, si lo recaudado por el gobierno se usa para financiar gasto productivo, existen pares ordenados de tasas impositivas que maximizan la tasa de crecimiento de la economía. Se observa que uno de estos pares es imponer la misma tasa impositiva a los dos sectores; la tasa es igual a la elasticidad inversión pública per cápita-PIB per cápita. Este resultado es análogo al obtenido por Barro (1990), dado que las tasas impositivas óptimas y diferentes dependen de los parámetros de la economía para ser viables.

En el segundo modelo se argumentó que si el gobierno usa lo recaudado para financiar su gasto corriente, tanto la tasa impositiva cobrada al sector privado como la cobrada al sector público reducen la tasa de crecimiento, aunque no en las mismas cantidades. El monto en que se reduce el crecimiento depende del tamaño del sector en la economía y de su productividad. También se presentaron ejercicios numéricos de los dos modelos utilizando datos de la economía mexicana. Para el primer modelo se estimaron los valores de α y $(1 - \alpha)$ y se propuso un ejemplo numérico para las décadas de los setenta y noventa. Se muestra que la política fiscal óptima de tasas impositivas distintas no era viable en esas décadas; no obstante, la política fiscal óptima de tasa única sí lo

era, y se calcula el costo en crecimiento por no seguir esta política fiscal. En el segundo ejercicio numérico se calcula el costo en crecimiento de la tasa impositiva cobrada al sector petrolero público, suponiendo que se utilizó la totalidad de lo recaudado en gasto corriente.

REFERENCIAS

- Barro, R. J. (1990). "Government spending in a simple model of endogenous growth", *Journal of political economy*, 98(5), 103-125. <doi:10.1086/261726>.
- Baxter, M. y R. King, (1993). "Fiscal policy in general equilibrium", *The American Economic Review*, 83(3), 315-334. <<https://www.jstor.org/stable/2117521>>.
- Chen, C., S. Yao, H. Peiwei y Y. Lin (2017). "Optimal government investment and public debt in an economic growth model", *China Economic Review*, 45, pp. 257-279. <doi:10.1016/j.chieco.2016.08.005>.
- Christie, T. (2012). "The effect of government spending on economic growth: testing the non-linear hypothesis", *Bulletin of Economic Research*, 66(2), pp. 183-204. <doi:10.1111/j.1467-8586.2012.00438.x>.
- Leeper, E., T. Walker y S. Yang (2010). "Government investment and fiscal stimulus", *Journal of Monetary Economics*, 57(8), pp. 1000-1012. <doi:10.1016/j.jmoneco.2010.09.002>.
- Mejía, P., A. Hurtado y R. Vergara (2013). "¿Qué explica la inversión privada en México?", en P. Torre y T. Zermeño, (Coords.) *Los desafíos de la economía mexicana. Inversión y crecimiento* pp. 17-52. Colima: Universidad de Colima.
- Molina, M. d. (2020). "El establecimiento del IVA en México: un problema político-económico, 1968-1980", *América Latina en la Historia Económica*, 27(1). <doi.org/10.18232/alhe.987>.
- Ramírez, S. (1997). "El régimen fiscal de Petróleos Mexicanos. Ámbitos federal y local", en U. N. Energía, Regulación del Sector Energético, pp. 273-290. México. <<https://archivos.juridicas.unam.mx/www/bjv/libros/1/153/18.pdf>>.
- Rebelo, S. (1991). "Long-run policy analysis and long-run growth", *Journal of Political Economy*, 99(3), pp. 500-521. <doi:10.1086/261764>.
- Romo, D. (2015). "El campo petrolero de Cantarell y la economía mexicana", *Revista Problemas del Desarrollo*, 183(46), pp. 141-164. <doi:10.1016/j.rpd.2015.10.007>.
- Velázquez-Orihuela, D., J.R. Vargas-Sánchez y Z.S. Hernández-Veleros (2019). "The Effect of Public Investment on the Cycle and Economic Growth: A Simple theoretical Model", *International Journal of Economics and Financial*, 9(1), pp. 37-50. <doi: 10.32479/ijefi.7237>.

ANEXO 1

Estimación de las elasticidades inversión privada per cápita-PIB per cápita e inversión pública per cápita-PIB per cápita

Para calcular las elasticidades se parte de la siguiente función de producción $y = Ak^\alpha g^{1-\alpha}$ determinamos econométricamente los valores de α y $(1-\alpha)$, que pueden ser interpretados como las elasticidades de los factores productivos capital y gasto público; para obtener esto planteamos primero esta ecuación en logaritmos:

$$\ln(y) = \ln(Ak^\alpha g^{1-\alpha}) = \ln A + \alpha \ln(k) + (1-\alpha)\ln(g)$$

Sabemos que $\frac{d\ln(y)}{dy} = \frac{1}{y}$; por ende, $d\ln(y) = \frac{dy}{y}$; asimismo, $\frac{d\ln(k)}{dk} = \frac{1}{k}$ y $\frac{d\ln(g)}{dg} = \frac{1}{g}$; por lo cual podemos establecer con claridad las elasticidades respectivas a estos dos factores:

$$\alpha = \frac{d\ln(y)}{d\ln(k)} = \frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dk}{k}} = \frac{dy}{dk} \frac{k}{y}$$

$$1 - \alpha = \frac{d\ln(y)}{d\ln(g)} = \frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dg}{g}} = \frac{dy}{dg} \frac{g}{y}$$

Las elasticidades anteriores pueden ser vistas como tasas de crecimiento de los factores productivos capital y gasto público (inversiones en su dimensión dinámica temporal):

$$\alpha = \frac{\frac{d\ln(y)}{dt}}{\frac{d\ln(k)}{dt}} = \frac{\frac{dy}{y} \frac{1}{dt}}{\frac{dk}{k} \frac{1}{dt}} = \frac{\frac{\dot{y}}{y}}{\frac{\dot{k}}{k}} = \frac{\text{Tasa de crecimiento del PIB per cápita}}{\text{Tasa del crecimiento del capital privado per cápita}}$$

$$1 - \alpha = \frac{\frac{d\ln(y)}{dt}}{\frac{d\ln(g)}{dt}} = \frac{\frac{dy}{y} \frac{1}{dt}}{\frac{dg}{g} \frac{1}{dt}} = \frac{\frac{\dot{y}}{y}}{\frac{\dot{g}}{g}} = \frac{\text{Tasa de crecimiento del PIB per cápita}}{\text{Tasa del crecimiento del capital público per cápita}}$$

Por lo tanto, se estimó un modelo econométrico para determinar estas elasticidades en la economía mexicana con variables en términos per cápita reales, sin variables de control y con variables de control (otras variables predictoras que tengan relación con el crecimiento del PIB per

cápita), para datos del periodo 1940-2015 que proceden de Mejía *et al.* (2013). Los modelos respectivos son:

$$\begin{aligned} \ln(y_t) &= \ln(A_{sc}) + \alpha_{sc} \ln(k_t) + (1-\alpha_{sc}) \ln(g_t) + \varepsilon_t \\ \ln(y_t) &= \ln(A_{cc}) + \alpha_{cc} \ln(k_t) + (1-\alpha_{cc}) \ln(g_t) \\ &+ \theta_1 \ln(deupc_t) + \theta_2 \ln(crepc_t) + \theta_3 \ln(iedpc_t) + \theta_4 \ln(tbill_t) + \theta_5 \\ &\ln(parr_t) + \theta_6 \ln(intr_t) + \varepsilon_t \end{aligned}$$

Dado que en las estimaciones econométricas existía la violación de los supuestos de homogeneidad y no autocorrelación, tenemos 76 datos (muestra grande) y estimamos la regresión con errores estándar condicionales, heteroscedásticos, autorregresivos (CHA) o Newey-West, para valorar las hipótesis de significancia de los parámetros de las variables consideradas; las hipótesis de no significancia son rechazadas. Los parámetros estimados fueron determinados para todo el periodo y por décadas; en algunos casos estas últimas regresiones fueron no significativas o implicaban estimaciones incorrectas, por lo cual en el Cuadro A1 sólo se incluyen los valores de α para las décadas de los setenta y noventa.

Cuadro A1

Parámetros históricos de tasas impositivas privada y pública (T_{pr} y T_{pu}) e importancia económica de los sectores privado y público (β y $(1-\beta)$) en el periodo 1970-2019, y parámetros económicos de elasticidades sin variables de control y con variables de control para el 1940-2015

Periodo	τ_{pr}	τ_{pu}	β	$1-\beta$	α_{sc}	$1-\alpha_{sc}$	α_{cc}	$1-\alpha_{cc}$
Décadas 70	0.4460	0.1947	0.9642	0.0358	0.6091	0.3909	-----	-----
Décadas 80	0.5355	0.4733	0.9072	0.0928	-----	-----	0.8614	0.1386
Décadas 90	0.3550	0.5498	0.9506	0.0494	-----	-----	0.7428	0.2572
Primera década siglo XXI	0.3300	0.6369	0.9312	0.0688	-----	-----	-----	-----
Segunda década siglo XXI	0.3318	0.5669	0.9342	0.0658	0.5949	0.4051	-----	-----
1970-2019	0.3997	0.4843	0.9375	0.0625	-----	-----	-----	-----
1940-2015	-----	-----	-----	-----	0.6067	0.3933	0.6168	0.3832

α_{sc} : alfa sin variables de control.

α_{cc} : alfa con variables de control.

Fuente: elaborado con estimaciones econométricas a partir de información histórica de México y con datos de Mejía *et al.* (2013).

Cuadro A2

Estimación de la elasticidad de la tasa de crecimiento del PIB per cápita real respecto a la tasa de crecimiento del capital privado per cápita real sin variables de control: α_{sc} y elasticidad de la tasa de crecimiento del PIB per cápita real respecto a la tasa de crecimiento del capital público per cápita real sin variables de control: $1-\alpha_{sc}$

$$\text{LNPIBPCR} = C(1) + C(2) * \text{LNINVPRIPCR} + (1 - C(2)) * \text{LNINVPUBPCR}$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	2.560509	0.061947	41.33407	0.0000
C(2)	0.606726	0.056138	10.80779	0.0000
R-squared	0.806995	F-statistic		309.4097
Adjusted R-squared	0.804387	Prob(F-statistic)		0.000000

Donde: lninbpcr es el PIB per cápita real; lninvpripcr es la inversión privada per cápita real; y lninvpubpcr es la inversión pública per cápita real, todas en logaritmos, $C(1)$ es $\ln(\alpha_{sc})$ y $C(2)$ es α_{sc} .
Fuente: elaborado con las regresiones estimadas sin variables de control.

Cuadro A3

Estimación de la elasticidad de la tasa de crecimiento del PIB per cápita real respecto a la tasa de crecimiento del capital privado per cápita real con variables de control: α_{cc} y elasticidad de la tasa de crecimiento del PIB per cápita real respecto a la tasa de crecimiento del capital público per cápita real con variables de control: $1-\alpha_{cc}$

$$\begin{aligned} \text{LNPIBPCR} = & C(1) + C(2) * \text{LNINVPRIPCR} + (1 - C(2)) * \text{LNINVPUBPCR} + C(3) \\ & * \text{LNDEUPCR} + C(4) * \text{LNCREDPCR} + C(5) * \text{LNIEDPCR} + C(6) * \text{TBILLR} \\ & + C(7) * \text{PARR} + C(8) * \text{INTR} \end{aligned}$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	2.560509	0.061947	41.33407	0.0000
C(2)	0.606726	0.056138	10.80779	0.0000
R-squared	0.806995	F-statistic		309.4097
Adjusted R-squared	0.804387	Prob(F-statistic)		0.000000

Donde: indeupcr es la deuda per cápita real; incredpcr es el crédito per cápita real; iniedpcr es la inversión extranjera directa per cápita real. Todas las variables anteriores en logaritmos naturales; tbillr es la tasa de interés de bonos del Tesoro de EE.UU.; parr es el tipo de cambio real peso/dólar estadounidense; intr es la tasa de interés real de los CETES en México. $C(1)$ es $\ln(\alpha_{cc})$ y $C(2)$ es α_{cc} , $C(3)$ es θ_1 , $C(4)$ es θ_2 , $C(5)$ es θ_3 , $C(6)$ es θ_4 , $C(7)$ es θ_5 y $C(8)$ es θ_6 .

Fuente: elaborado a partir de las regresiones estimadas sin variables de control.