



Revista de Economía del Rosario

ISSN: 0123-5362

ISSN: 2145-454X

luis.gutierrez@urosario.edu.co

Universidad del Rosario

Colombia

Stellian, Rémi; Danna-Buitrago, Jenny Paola; Londoño Bedoya, David Andrés  
Expectativas semiadaptativas en los modelos macroeconómicos  
multiagentes. Una aplicación al análisis de la fragilidad financiera empresarial\*  
Revista de Economía del Rosario, vol. 23, núm. 1, 2020, pp. 65-108  
Universidad del Rosario  
Colombia

DOI: <https://doi.org/10.12804/revistas.urosario.edu.co/economia/a.8627>

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=509563082003>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

UAEH  redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc  
Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso  
abierto

## Expectativas semiadaptativas en los modelos macroeconómicos multiagentes. Una aplicación al análisis de la fragilidad financiera empresarial\*

Recibido: 22-03-2019 - Aprobado: 20-11-2019

Doi: <http://dx.doi.org/10.12804/revistas.urosario.edu.co/economia/a.8627>

Rémi Stellian<sup>†</sup>

Jenny Paola Danna-Buitrago<sup>‡</sup>

David Andrés Londoño Bedoya<sup>§</sup>

---

### Resumen

Este artículo propone una nueva clase de expectativas para los modelos macroeconómicos multiagentes. Se modifican las expectativas adaptativas, las cuales constituyen la norma en la modelación macroeconómica multiagentes, para convertirlas en expectativas semiadaptativas. Este nuevo mecanismo de expectativas se caracteriza por una volatilidad en relación con la influencia de los sentimientos de optimismo/pesimismo en la cognición

---

\* Este trabajo recibió el apoyo financiero de la Pontificia Universidad Javeriana, proyecto de investigación N° 6258. Los autores agradecen a Alexander Gotthard Real por sus sugerencias, sin atribuirle ninguna responsabilidad respecto a los posibles errores u omisiones; y a Gina Lizeth Rueda Silva por su apoyo logístico en el uso del clúster de máquinas 'zine01' de la Pontificia Universidad Javeriana para la ejecución del modelo multiagentes del presente trabajo.

<sup>†</sup> Profesor asociado, Departamento de Administración de Empresas, Pontificia Universidad Javeriana. Ak 7 # 40B-36, Ed. Jorge Hoyos Vásquez, S.J., piso 4 (Bogotá, Colombia); teléfono: (+57-1) 320 8320, ext. 3169; correo electrónico: [rstellian@javeriana.edu.co](mailto:rstellian@javeriana.edu.co)

<sup>‡</sup> Directora de investigación, Fundación Universitaria Los Libertadores (Bogotá, Colombia).

<sup>§</sup> Profesor asociado, Departamento de Administración de Empresas, Pontificia Universidad Javeriana (Bogotá, Colombia).

---

Cómo citar este artículo: Stellian, R., Danna-Buitrago, J. P., & Londoño Bedoya, D. A. (2020). Expectativas semiadaptativas en los modelos macroeconómicos multiagentes. Una aplicación al análisis de la fragilidad financiera empresarial. *Revista de Economía del Rosario*, 23(1), 65-108. Doi: <http://dx.doi.org/10.12804/revistas.urosario.edu.co/economia/a.8627>

de los agentes. Entonces, las expectativas semiadaptativas son integradas en un modelo macroeconómico multiagentes para ilustrar su impacto en la fragilidad financiera de las empresas. Entre los resultados obtenidos, se evidencia que las empresas pueden limitar la magnitud de su fragilidad financiera si formulan sus expectativas de ingresos con un grado máximo de volatilidad alrededor de una expectativa inicial que sirve de casi referencia de largo plazo.

*Palabras clave:* expectativas semiadaptativas, modelación macroeconómica multiagentes, fragilidad financiera, simulaciones numéricas.

*Clasificación JEL:* B41, C63, E42, G31.

## Semiadaptive Expectations in Macroeconomic Multiagent Models. An Application to Corporate Financial Fragility Analysis

### Abstract

This paper introduces a new type of expectations for agent-based modeling in macroeconomics. We convert adaptive expectations, which constitute the standard expectation mechanism in agent-based macroeconomic modeling, into semi-adaptive expectations. This new expectation mechanism takes into account the volatility in expectations in relation to the influence of feelings of optimism/pessimism on the cognition of agents. Semi-adaptive expectations are then integrated into a macroeconomic agent-based model to illustrate how they influence the financial distress of firms. Among the results, we found that firms could limit the extent of financial distress if they expect their proceeds with the highest level of volatility around an initial expectation used as a long-term quasi-reference.

*Key words:* Semiadaptive expectations, macroeconomic multiagents modeling, financial fragility, numeric simulations

*JEL classification:* B41, C63, E42, G31.

## Expectativas semiadaptativas nos modelos macroeconômicos multiagentes. Uma aplicação à análise da fragilidade financeira empresarial

### Resumo

Este artigo propõe uma nova classe de expectativas para os modelos macroeconômicos multiagentes. Se modificam as expectativas adaptativas, as quais constituem a norma na modelação macroeconômica multiagentes, para convertê-las em expectativas semiadaptativas. Este novo mecanismo de expectativas se caracteriza por uma volatilidade em relação com a influência dos sentimentos de otimismo/pessimismo na cognição dos agentes. Então, as expectativas semiadaptativas são integradas em um modelo macroeconômico multiagentes para ilustrar seu impacto na fragilidade financeira das empresas. Entre os resultados obtidos, se evidencia que as empresas podem limitar a magnitude de sua fragilidade financeira se formulam suas expectativas de ingressos com um grau máximo de volatilidade ao redor de uma expectativa inicial que serve de quase-referência de logo prazo.

*Palavras-chave:* expectativas semiadaptativas, modelação macroeconómica multiagentes, fragilidade financeira, simulações numéricas.

*Classificação JEL:* B41, C63, E42, G31.

## Introducción

Los modelos multiagentes son sistemas complejos que conceptualizan las interacciones entre diferentes agentes. En macroeconomía, estos agentes son empresas, bancos, hogares o entidades públicas, entre otros. De manera general, un agente es una unidad autónoma de toma de decisiones económicas, tales como producir, consumir, ahorrar, endeudarse, adquirir un activo financiero, etc. Los agentes toman sus decisiones de manera descentralizada y entran en interacciones locales con base en estas decisiones. Elaborar un modelo multiagentes apunta a analizar cómo el esquema de interacciones influye en las características de una economía en su conjunto, por ejemplo, la producción agregada, la inflación, la tasa de desempleo o el endeudamiento en el sector empresarial (Tesfatsion, 2016; Dawid & Delli Gatti, 2018). Actualmente, los modelos multiagentes son cada vez más considerados como una alternativa a los modelos de equilibrio general dinámico y estocástico (DSGE, por su sigla en inglés) (Gallegati, et al., 2017). En efecto, aunque los modelos DSGE constituyen aún la norma en macroeconomía, los modelos multiagentes han aportado pruebas de que disponen de un mejor poder explicativo de los hechos económicos estilizados (Delli Gatti, et al., 2007; Caiani, et al., 2016).

Los agentes toman sus decisiones según diferentes factores, entre los cuales se encuentran los objetivos que estas decisiones persiguen, la experiencia de un agente en cuanto a sus interacciones pasadas con otros agentes y los recursos financieros disponibles. Igualmente, la toma de decisiones requiere la formulación de *expectativas*, es decir, anticipar el valor que podría tomar una variable en una fecha futura. Por ejemplo, un hogar anticipa la inflación para planear sus gastos de consumo; también un hogar anticipa sus ingresos para solicitar un crédito; una empresa debe hacer un pronóstico en cuanto a sus ventas para planear la adquisición de capital fijo; igualmente, una empresa anticipa el costo de su mano de obra para fijar sus precios de venta; un banco debe formular una expectativa respecto a sus posibles pérdidas en un período de inestabilidad financiera, etc. Formular expectativas es un atributo inherente a la toma de decisiones económicas en un contexto de incertidumbre e información imperfecta, por lo que la construcción de un modelo macroeconómico multiagentes no puede ignorar dicha formulación (Salle, 2015; Dawid & Delli Gatti, 2018).

Existe un consenso según el cual los modelos multiagentes no deberían asumir que las expectativas son *racionales* en el sentido de que los agentes tienen la habilidad de entender el funcionamiento de la economía en su conjunto (Lengnick, 2013). La hipótesis de expectativas racionales implica que los agentes tengan las capacidades cognitivas para procesar una cantidad ilimitada de información, debido a la complejidad del funcionamiento en cuestión. No obstante, los modelos multiagentes apuntan a conceptualizar las características individuales de los agentes y su toma de decisiones de tal manera que se aproxime lo más posible a lo que se puede observar (Bonabeau, 2002). Precisamente, los agentes de las economías contemporáneas no tienen las capacidades cognitivas requeridas por la hipótesis de expectativas racionales.

Bajo esta óptica, los modelos multiagentes asumen que los agentes tienen una racionalidad *limitada* y que formulan sus expectativas basándose en un número relativamente pequeño de variables (Axtell, 2007; Hommes, 2013). En consecuencia, los modelos multiagentes incorporan expectativas *adaptativas*. Una expectativa es adaptativa si se anticipa el valor de una variable teniendo en cuenta uno o varios de los siguientes factores: i) uno o varios valores que se observaron en el pasado en cuanto a la variable bajo consideración y posiblemente otras variables; ii) una o varias expectativas formuladas en el pasado en cuanto a la variable bajo consideración (y posiblemente otras variables); iii) un valor de referencia al cual se ancla la expectativa a lo largo del tiempo (Salle, et al., 2013).

Cualquier mecanismo adaptativo se basa en un cálculo racional equivalente al uso de una función matemática para inferir de manera lógica-deductiva un único valor posible a una expectativa dependiendo de un conjunto de variables. Sin embargo, el presente trabajo sugiere que un mecanismo adaptativo de expectativas, independientemente de su forma, sea modificado con el fin de que las expectativas se formulen de modo más consistente con la observación de las actividades económicas diarias, conforme al objetivo mismo de ‘realismo’ de los modelos multiagentes. La modificación propuesta en este trabajo apunta a tener en cuenta la influencia de las *emociones* en las expectativas. En efecto, el miedo, la ira, la culpabilidad, la vergüenza, el orgullo, la ansiedad, la envidia o el remordimiento, entre otras emociones, tienen un papel importante en la cognición en general (Dhami, 2016). En el caso de las expectativas, estas se ven afectadas por una cierta volatilidad alimentada por los sentimientos de optimismo y pesimismo, en lugar de resultar únicamente de un cálculo racional (Akerlof & Shiller, 2012). Son estos sentimientos los que hacen que las expectativas se puedan conceptualizar como ‘semiadaptativas’: la racionalidad imperfecta de los agentes implica que una expectativa pueda desviarse de su valor tal como se calcularía según un mecanismo estrictamente adaptativo.

El presente artículo toma como base el cálculo estocástico (Oksendal, 2013; Penagos & Stellan, 2019) para formalizar un mecanismo semiadaptativo de expectativas. El objetivo del presente trabajo es entonces ampliar las herramientas disponibles para la modelación multiagentes, mediante un nuevo mecanismo de expectativas más consistente con la realidad económica. Al cálculo racional inherente a las expectativas adaptativas se añade un componente emocional, del cual se han proporcionado muchas evidencias empíricas en economía conductual. No obstante, más allá de una propuesta de una nueva clase de expectativas, este artículo propone una aplicación al análisis de una variable clave para la estabilidad de una economía: la *fragilidad financiera* en el sector empresarial. Por una parte, una empresa se encuentra en situación de fragilidad financiera si no tiene la liquidez suficiente para cumplir con sus obligaciones financieras. Por otra parte, se parte de la hipótesis según la cual las expectativas influyen en la fragilidad financiera empresarial. En efecto, dependiendo de sus expectativas, una empresa no toma decisiones y tampoco interactúa con otros agentes económicos de la misma manera. A su vez, las interacciones influyen en la liquidez a disposición de las empresas, así como en su nivel de endeudamiento, de ahí que exista una relación de causalidad desde las expectativas hacia la fragilidad financiera.

Estudiar la influencia de las expectativas sobre la fragilidad financiera empresarial, y realizar este tipo de estudio en el marco de un modelo multiagentes, queda hoy en día embrionario. Existe una literatura extensa que estudia la fragilidad financiera empresarial en relación con:

- i) los indicadores financieros (liquidez, rentabilidad, endeudamiento, eficiencia, etc.);
- ii) las características individuales de las empresas, tales como la edad, el tamaño o la rama de actividad;
- iii) las variables macroeconómicas, como la inflación, la tasa de crecimiento del PIB o la tasa de cambio;
- iv) los dispositivos jurídico-legales de creación y liquidación de empresas.

Igualmente, los coeficientes *input-output* entre proveedores y clientes, las burbujas especulativas en los mercados financieros y el mercado inmobiliario, y el mecanismo del acelerador financiero son algunos otros fenómenos que han sido investigados para comprender la fragilidad financiera de las empresas (para revisiones de la literatura, cf. Stellan, et al., 2018, 2020a). Sin embargo, salvo Stellan et al. (2018), no se ha explorado el papel de las expectativas. Además, la literatura utiliza poco la modelación multiagentes y al contrario privilegia técnicas econométricas y técnicas de aprendizaje de

máquina. Finalmente, Stellan et al. (2018) utilizan un mecanismo estrictamente adaptativo en lugar de un mecanismo semiadaptativo. En este orden de ideas, con un nuevo mecanismo de expectativas, y apoyándose en la metodología multiagentes, el presente artículo contribuye a llenar un vacío en la literatura.

La sección 1 revisa cómo las expectativas han sido conceptualizadas en los modelos multiagentes. La sección 2 explica el interés de conceptualizar una clase de expectativas semiadaptativas, en el marco de la influencia de las *emociones* en la cognición de los agentes, y propone un mecanismo de estas expectativas. La sección 3 presenta el modelo multiagentes en el cual se incorpora el mecanismo en cuestión, con el propósito de analizar la fragilidad financiera dependiendo del mecanismo antes señalado. La sección 4 explica cómo se diseñan las simulaciones numéricas del modelo para obtener una serie de resultados. Finalmente, la sección 5 expone estos resultados, antes de una conclusión que ofrece futuras líneas de investigación.

## 1. La formulación de expectativas en los modelos multiagentes

Tal como se señala en la introducción, los modelos multiagentes asumen que las expectativas se formulan de manera adaptativa, es decir, se anticipa el valor de una variable teniendo en cuenta no solamente lo que los agentes pueden observar respecto a variables micro y macroeconómicas, sino también sus expectativas anteriores, así como algunos valores de anclaje (la tasa de inflación que sirve de meta para el banco central, el objetivo del gobierno en materia de tasa de desempleo, las bandas de fluctuación de la tasa de cambio, un objetivo en materia de excedentes comerciales, etc.). A continuación, se dan diferentes ejemplos de mecanismos adaptativos de expectativas. Para ello, se asume que el tiempo, identificado por la variable  $t$ , es una serie de períodos discretos de la misma magnitud, es decir,  $t = 0, 1, 2$  etc.<sup>1</sup>

Siendo  $x_t$  el valor de una variable  $x$  en el período  $t$  y  $\hat{x}_{i,t}$  la expectativa del agente  $i$  en cuanto a  $x_t$ , un primer mecanismo de expectativas adaptativas consiste en anticipar que el valor de  $x$  en  $t$  será igual a su valor en el período anterior:

$$\hat{x}_{i,t} = x_{t-1} \quad (1)$$

---

1 Es posible diseñar otras particiones del tiempo, con  $t_p - t_{p-1} \neq 1$  y/o  $t_p \notin \mathbb{N} \forall p \geq 1$ . De igual manera, es posible trabajar en tiempo continuo, es decir,  $t \in [0, +\infty)$ . Sin embargo, estas conceptualizaciones más complejas del tiempo no influyen en la naturaleza de los mecanismos de expectativas aquí presentados.

Otros elementos del modelo multiagentes determinan entonces el valor de  $x_{t-1}$  (Palestrini, 2017).

Un segundo mecanismo consiste en anticipar que el valor de  $x$  en  $t$  resultará de una variación de su valor en el período anterior, siendo  $h_{i,t} \in [-1, +\infty)$  la tasa de variación según la cual  $x$  cambiaría entre  $t-1$  y  $t$  en la opinión de  $i$ :

$$\hat{x}_{i,t} = (1 + h_{i,t})x_{t-1} \quad (2)$$

Si  $h_{i,t} = 0$  entonces (1) es una versión particular de (2).  $h_{i,t}$  puede ser un parámetro del modelo, o una variable que se determina mediante una o varias fórmulas. Por ejemplo,  $i$  calcula  $h_{i,t}$  con base en la tasa promedio de variación de  $x$  en varios períodos en el pasado.

Otra extensión de (1) consiste en que  $i$  calcula  $\hat{x}_{i,t}$  según el promedio ponderado entre el valor observado de  $x$  y el valor anticipado en el período pasado. Siendo  $\lambda_i \in [0, 1]$  el coeficiente de ponderación<sup>2</sup> utilizado por  $i$ :

$$\hat{x}_{i,t} = \lambda_i x_{t-1} + (1 - \lambda_i) \hat{x}_{i,t-1} \quad (3)$$

Si  $\lambda_i = 1$  entonces (1) es una versión particular de (3). Con los otros valores de  $\lambda_i$ , (3) implica que  $i$  mantenga una cierta confianza en su expectativa pasada para calcular la nueva expectativa, sin tampoco ignorar el valor observado en el pasado.  $\lambda_i$  es un parámetro del cual se asume que refleja las características individuales de  $i$ . Igualmente, (3) se puede reformular de la siguiente manera:

$$\hat{x}_{i,t} = \hat{x}_{i,t-1} + \lambda_i (x_{t-1} - \hat{x}_{i,t-1}) \quad (4)$$

Bajo esta óptica,  $i$  anticipa el valor de  $x$  en  $t$  corrigiendo su expectativa en el período pasado según el *error* en dicha expectativa. Este error se mide por la diferencia entre el valor observado y el valor anticipado ( $x_{t-1} - \hat{x}_{i,t-1}$ ) antes de ponderarla por  $\lambda_i$ . El mecanismo (3) es estándar en los modelos macroeconómicos multiagentes (Assenza, et al., 2015; Palestrini & Gallegati, 2015; Caiani, et al., 2016; Colasante, et al., 2017).

Otro mecanismo se basa en el ajuste del valor de  $x$  observado en el último período ( $x_{t-1}$ ) según la última variación observada, a saber,  $x_{t-1} - x_{t-2}$  (Palestrini, 2017). Esta variación es ponderada por un parámetro  $\Gamma_i > 1$ :

---

2 Para simplificar, se asume que este coeficiente es el mismo independientemente del período. Ver Palestrini y Gallegati (2015).



$$\hat{x}_{i,t} = x_{t-1} + \Gamma_i (x_{t-1} - x_{t-2}) \quad (5)$$

Así mismo, una modificación de (5) consiste en la introducción de un valor de referencia de  $x$  común a todos los agentes, que denotaremos  $x^R$ :

$$\hat{x}_{i,t} = \frac{x_{t-1} + x^R}{2} + \Gamma_i (x_{t-1} - x_{t-2}) \quad (6)$$

Según (6), el término que se ajusta por  $\Gamma_i (x_{t-1} - x_{t-2})$  es el promedio entre  $x_{t-1}$  y el valor de referencia, el cual reemplaza  $x_{t-1}$  (Palestrini, 2017). Igualmente, un mecanismo basado en  $x^R$  es el siguiente:

$$\hat{x}_{i,t} = x^R + \xi_i \quad (7)$$

donde  $\xi_i \sim N(0, \sigma_i)$  es un número aleatorio distribuido según una ley normal de media igual a cero y desviación estándar específica a  $i$ . Este número da cuenta del error de  $i$  en su percepción de  $x^R$  (Salle, et al., 2013).

Todos los mecanismos arriba descritos utilizan solamente observaciones y expectativas (así como un posible valor de referencia) de la variable por anticipar. No obstante, una variable diferente a  $x$  puede intervenir. Por ejemplo, si  $x_t$  es la demanda para los productos de la empresa  $i$  en  $t$  y  $q_{i,t}$  la producción de  $i$  en  $t$ , Assenza et al. (2015) sugieren que  $i$  anticipa  $x_{i,t}$  ajustando su demanda en el período anterior por el exceso de producción respecto a dicha demanda. Este exceso es ponderado por un parámetro  $\rho > 0$ :

$$\hat{x}_{i,t} = x_{i,t-1} - \rho (q_{i,t-1} - x_{i,t-1}) \quad (8)$$

Un exceso implica que la empresa anticipa una demanda menor en  $t$  a comparación de  $t - 1$ , y un exceso mayor implica que la reducción en la demanda anticipada sea mayor. Otros ejemplos análogos se pueden consultar en Agliari et al. (2006), Salle (2015), Dawid et al. (2016) y Gurgone et al. (2018), en donde los agentes utilizan herramientas econométricas y en términos de redes neuronales artificiales para formular sus expectativas.

Todos los mecanismos anteriores implican que los agentes se comportan como la representación del *Homo oeconomicus* cuya toma de decisiones no se ve afectada por ninguna emoción. Sin embargo, se han acumulado muchas evidencias empíricas en cuanto a cómo el comportamiento humano desvía de esta representación (Axtell, 2007). Esto invita a modificar los mecanismos adaptativos de formulación de expectativas. El camino que se sugiere es tener

en cuenta la volatilidad de las expectativas en relación con la influencia de los sentimientos de optimismo/pesimismo en la cognición de los agentes; de ahí el concepto de expectativas *semiadaptativas*. A continuación, se diseña un mecanismo semiadaptativo de expectativas, para luego incorporarlo dentro de un modelo multiagentes y, finalmente, proponer una aplicación al análisis de la fragilidad financiera empresarial.

## 2. La conceptualización de expectativas semiadaptativas

El mecanismo diseñado a continuación se relaciona con las expectativas de ingresos de las empresas (sus 'ventas'). En efecto, este tipo de expectativas es clave al comprender la toma de decisiones de las empresas (Dawid & Delli Gatti, 2018). Se define  $Q_{i,t} \geq 0$  como el total de ingresos que una empresa  $i$  recibe en  $t$ , y  $R_{i,t} \geq 0$  es el total de ingresos que  $i$  anticipa recibir (sin ninguna garantía de que  $R_{i,t}$  sea igual a  $Q_{i,t}$ ). Igualmente,  $\bar{Q}_{i,t}$  es el promedio actualizado de  $Q_{i,t}, Q_{i,t-1}, \dots, Q_{i,t-h}$  calculado para  $h \in \mathbb{N}_+$  períodos o menos si hasta  $t$  todavía no pasaron  $h$  períodos. La tasa de descuento que da más peso a  $Q_{i,t-1}$  que a  $Q_{i,t-2}$  en el cálculo de  $\bar{Q}_{i,t}$  se denota  $\mu$ . Para simplificar,  $h$  tendrá el mismo valor para cualquier empresa y cualquier período, e *idem* para  $\mu$ . El mecanismo semiadaptativo es el siguiente:

$$R_{i,t} = \max \left\{ \delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1} + K_i \sqrt{R_{i,t-1}} B_{i,t}, 1 \right\} \text{ con:}$$

- $t \geq 1$
- $\delta_i \in [0, 1]$
- $k_i \geq 0$
- $B_{i,t} \sim N(0, 1)$
- $R_{i,t} \in X = \{1, 2, \dots, 5000\}$  y  $P(R_{i,0} = x \in X) = 1/5000$
- $\bar{Q}_{i,t} = \left( \sum_{u=0}^{\min\{t,h\}} (1-\mu)^h Q_{i,t} \right) / \sum_{u=0}^{\min\{t,h\}} (1-\mu)^h$

(9)

La fórmula gira alrededor de tres elementos:

1. El término  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1}$  corresponde a la naturaleza adaptativa de la expectativa y corresponde al mecanismo de referencia dado por las fórmulas (3) y (4).
2. El término  $k_i B_{i,t} \sqrt{R_{i,t-1}}$  hace que el mecanismo de conformación de  $Q_{i,t}$  sea semiadaptativo.
3. Se selecciona el máximo entre  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1} + k_i \sqrt{R_{i,t-1}} B_{i,t}$  por una parte, y 1, por otra.

A continuación, se aclara el papel de cada uno de estos tres elementos.

De acuerdo con el término  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1}$ , se formula la expectativa de ingresos en función de la expectativa formulada en el período anterior ( $R_{i,t-1}$ ) y de los ingresos que se recibieron de manera efectiva en el pasado ( $\bar{Q}_{i,t-1}$ ). Este mecanismo parte de una expectativa inicial ( $R_{i,0}$ ) conceptualizada como un número entero aleatorio entre \$1 y \$5000. Cada uno de estos números tiene la misma probabilidad de ser seleccionado. El coeficiente  $\delta_i$  determina el peso respectivo de ambas variables. Si se fija  $\delta_i = 0$ , entonces  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1}$  se reescribe como  $R_{i,t-1}$ , de tal modo que  $i$  mantendría la misma expectativa que en el período anterior. Si se fija  $\delta_i = 1$ , entonces  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1}$  se reescribe como  $\bar{Q}_{i,t-1}$ , de tal modo que  $i$  ajustaría su expectativa exclusivamente al promedio de los ingresos pasados. Un valor de  $\delta_i$  entre 0 y 1 genera un caso intermedio, en el cual tanto  $R_{i,t-1}$  como  $\bar{Q}_{i,t-1}$  contribuirían a la determinación de  $R_{i,t}$ . Un valor mayor de  $\delta_i$  da más peso a  $\bar{Q}_{i,t-1}$  en detrimento de  $R_{i,t-1}$  y hace que la expectativa de ingresos sea más adaptativa, y viceversa. El carácter adaptativo es máximo si  $\delta_i = 1$  y nulo si  $\delta_i = 0$ . Salvo con  $\delta_i = 0$ , si  $i$  constata que sus ventas tienden a disminuir, lo que se refleja en  $\bar{Q}_{i,t-1} < 0$ , entonces  $i$  revisa su expectativa de modo a disminuirla en proporción de  $\delta_i$ ; y vice-versa si  $\bar{Q}_{i,t-1} > 0$ .

Luego (segundo elemento), el término  $k_i B_{i,t} \sqrt{R_{i,t-1}}$  hace que la expectativa sea el resultado de una desviación estocástica alrededor de  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1}$ . La presencia de  $B_{i,t}$  indica que esta desviación es igual a un número aleatorio distribuido según una ley normal estándar (media igual a 0 y desviación estándar igual a 1), proporcionalmente al coeficiente dado por  $\kappa_i \sqrt{R_{i,t-1}}$ . Así,  $B_{i,t}$  podrá ser inferior o superior a  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1}$ , dependiendo del signo tomado por  $B_{i,t}$ . Debido a que  $B_{i,t}$  es distribuido según una ley normal estándar, existe la misma probabilidad de que su valor sea positivo o negativo (el 50 %) para un cierto ( $i, t$ ). De este modo, la expectativa conformada de manera adaptativa se convierte en una expectativa semiadaptativa mediante la disminución o el aumento de  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1}$ , según  $\kappa_i \sqrt{R_{i,t-1}} B_{i,t}$ .

La desviación estocástica es una interpretación matemática de la volatilidad en una variable (Oksendal, 2013). A su vez, si esta variable es una expectativa, la ecuación (9) conceptualiza la volatilidad dada por la desviación estocástica como la influencia de los sentimientos de pesimismo y optimismo en las expectativas en el marco de la racionalidad imperfecta de los agentes (Penagos & Stellan, 2019). Si  $B_{i,t} > 0$  (con una probabilidad del 50 %), entonces  $i$  pronostica que recibiría más ingresos que los que se pronostican a partir de  $\bar{Q}_{i,t-1}$  y  $R_{i,t-1}$ . En este caso,  $i$  está sujeto a un sentimiento de optimismo en  $t$ . Al

contrario, si  $B_{i,t} < 0$  (con una probabilidad del 50 %), entonces  $i$  pronostica que recibiría menos ingresos que los que se pronostican a partir de  $\bar{Q}_{i,t-1}$  y  $R_{i,t-1}$ , de modo que  $i$  esté sujeto a un sentimiento de pesimismo en  $t$ . En ambos casos, la dimensión *cognitiva* de la expectativa, dada por  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1}$ , es revisada por la dimensión *emocional* de la expectativa, dada por  $\kappa_i B_{i,t} \sqrt{R_{i,t-1}}$ , para dar lugar a una expectativa diferente a la que resultaría de una expectativa conformada sin la influencia de las emociones sobre la cognición de los agentes.<sup>3</sup>

El hecho de que  $B_{i,t}$  sea distribuido según una ley normal estándar apunta a incorporar una regularidad empírica: un agente no será siempre pesimista, tampoco será siempre optimista, sino que un agente tendrá un sentimiento de pesimismo en algún período antes de volver a un sentimiento de optimismo en otro período. Trabajar con  $B_{i,t}$  es una manera de tener en cuenta esta ambivalencia, asumiendo que en cada período un agente puede ser optimista o pesimista con la misma probabilidad (Webb & Zank, 2011). Además, debido a una esperanza igual a cero,  $B_{i,t}$  hace que a lo largo del tiempo un agente no muestre un sesgo en favor del optimismo o del pesimismo. Esta ausencia de sesgo refuerza la ambivalencia antes señalada. Solo en el caso de fijar  $\kappa_i = 0$ , la expectativa es puramente adaptativa, pues depende únicamente de  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1}$ . En este sentido, la fórmula (9) es más general que el mecanismo adaptativo que sirve de referencia en la literatura multiagentes (ver ecuaciones 3 y 4), de ahí su carácter semiadaptativo. Un valor mayor de  $\kappa_i$  implica una volatilidad mayor en las expectativas de ingresos de  $i$ .

La desviación estocástica depende de  $R_{i,t-1}$  mediante la raíz cuadrada de esta variable. Esto permite reforzar las interrelaciones entre cognición y emoción en la conformación de la expectativa. En efecto, al depender de  $R_{i,t-1}$  la desviación estocástica en  $t$  depende de  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-2} + (1 - \delta_i) R_{i,t-2}$ , de modo que la dimensión cognitiva de la expectativa en  $t - 1$  influye sobre la dimensión emocional en  $t$ , la cual a su vez influye sobre  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1}$  y, por lo tanto, influye sobre la dimensión cognitiva en  $t$ . Luego, es posible formalizar una desviación estocástica que se basa en un término diferente de la raíz cuadrada de  $R_{i,t-1}$ . Podría ser otra raíz, o el logaritmo de  $R_{i,t-1}$ , o aun un polinomio

---

3 En la ecuación 7, también hay una variable distribuida según la ley normal de media igual a cero. Sin embargo, contrario a la ecuación 9, esta variable no traduce una influencia de los sentimientos de pesimismo y optimismo sobre una preexpectativa conformada de manera adaptativa, sino un error de percepción respecto a un valor común a todos los agentes (por ejemplo, la tasa de inflación que constituye la meta del banco central). En consecuencia, la desviación estocástica se debe relacionar al término influido por esta misma desviación para comprender su conceptualización.

de  $R_{i,t-1}$ , entre otros. La raíz cuadrada es un término estándar en la literatura, pues este término ha permitido reproducir varios fenómenos empíricos con volatilidad, en particular en finanzas (Mikosch, 1998; Recchioni & Sun, 2016). En este orden de ideas, extendemos esta referencia a la conformación de las expectativas en los modelos multiagentes, sin ignorar que en futuras investigaciones la raíz cuadrada no es la única opción.

Finalmente (tercer elemento), cabe señalar que  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1} + \kappa_i \sqrt{R_{i,t-1}} B_{i,t}$  puede ser negativo. Esto sucede si  $B_{i,t}$  es negativo y si, además, la ponderación de  $B_{i,t}$  por  $\kappa_i \sqrt{R_{i,t-1}}$  da en valor absoluto un número mayor a  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1}$ . No obstante,  $i$  pronostica mínimo ningún ingreso, es decir,  $R_{i,t}$  debe lógicamente ser positivo. Por esta razón, la fórmula (9) selecciona el máximo entre 1 y  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1} + \kappa_i \sqrt{R_{i,t-1}} B_{i,t}$ . De esta manera, si la perturbación  $\kappa_i \sqrt{R_{i,t-1}} B_{i,t}$  es 'muy' negativa, se asume que  $i$  anticipa un nivel mínimo de ingresos, fijado a una sola unidad monetaria. Además, si  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) R_{i,t-1} + \kappa_i \sqrt{R_{i,t-1}} B_{i,t} < 0$ , entonces no sería posible calcular  $\sqrt{R_{i,t}}$  para determinar  $R_{i,t+1}$  sin que esta raíz sea un número complejo ( $\mathbb{C}$ ) en vez de un número real ( $\mathbb{R}$ ). No obstante, por construcción, las magnitudes económicas, incluso los pagos (registrados o anticipados), deben ser números reales. Así, mediante el mínimo positivo  $R_{i,t} = 1$  se evita este problema.

La formalización anterior resulta de la aplicación del cálculo estocástico a la modelación multiagentes. Dicha aplicación es relativamente nueva, pero tiene el potencial para añadir más realismo a la modelación multiagentes, tal como en el caso de las expectativas semiadaptativas. El punto de partida de la fórmula (9) es la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$\frac{dX_t}{dt} = b(t, X_t) + \sigma(t, X_t) W_t \quad (9.1)$$

Donde la función  $b : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  es el componente determinístico constitutivo de las ecuaciones estocásticas diferenciales y la función  $\sigma : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  es el componente estocástico en razón de la presencia de la variable  $W_t$ .  $\sigma$  hace que la ecuación diferencial ordinaria  $dX_t/dt = b(t, X_t)$  sea convertida en ecuación diferencial estocástica, en el marco de las siguientes propiedades atribuidas a  $W_t$ :

- $W_0 = 0$
- $W_t - W_s \sim \sqrt{t-s} N(0,1)$
- Independencia entre  $W_t - W_s$  y  $W_v - W_w$  con  $0 \leq s < t < u < v$ .

Por medio de  $\sigma(t, X_t)W_t$ , se trata de introducir desviaciones aleatorias alrededor de la evolución determinista dada por  $dX_t/dt = b(t, X_t)$ . Conforme con el lema de Itô (Oksendal, 2013), la fórmula (9.1) se puede reescribir:

$$X_t = X_0 + \int_0^t b(s, X_s)ds + \int_0^t \sigma(s, X_s)d\epsilon_s \quad (9.2)$$

donde  $\epsilon_t$  es un movimiento browniano<sup>4</sup> y  $\int_0^t b(s, X_s)ds$  es la integral de Itô.<sup>5</sup> La fórmula (9.2) se reescribe en forma diferencial:

$$dX_t = b(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)d\epsilon_t \quad (9.3)$$

A su vez, la fórmula (9.3) se puede reescribir:

$$X_t = X_{t-1} + b(t, X_{t-1}) + \sigma(t, X_{t-1})B_t \quad (9.4)$$

donde  $B_t$  es la variable ya identificada en la fórmula (9), a saber, una variable distribuida según una ley normal estándar. La conversión de la fórmula (9.3) en la fórmula (9.4) se hace, primero, teniendo en cuenta  $d\epsilon_t = B_t\sqrt{dt}$ , según el esquema de aproximación numérica de Euler-Maruyama (Penagos & Stellan, 2019); luego,  $dt = t - (t - 1) = 1$  debido a que el tiempo es conceptualizado como una sucesión de períodos discretos ( $t = 0, 1, 2, \dots$ ).

Finalmente, pasar de la fórmula (9.4) a la fórmula (9) requiere cinco pasos. Primero,  $X_t = R_{i,t}$ , donde el índice  $i$  individualiza el proceso para cada  $i$ . Segundo, la forma de la función  $\sigma$  es  $\sigma(t, X_{t-1}) = \kappa_i\sqrt{X_{t-1}}$ . Tercero, la forma de la función  $b$  es  $b(t, X_{t-1}) = (1 - \delta_i)X_{t-1}$ . Como consecuencia de estos tres primeros pasos,  $R_t = (1 - \delta_i)R_{i,t-1} + 1 + \kappa_i\sqrt{R_{i,t-1}}B_{i,t}$ . Cuarto, contrario a una ecuación diferencial estocástica estándar, el término determinístico no depende únicamente de  $(1 - \delta_i)R_{i,t-1}$ , sino también de  $\delta_i\bar{Q}_{i,t-1}$ . Como quinto paso, se selecciona el máximo entre  $\delta_i\bar{Q}_{i,t-1} + (1 - \delta_i)R_{i,t-1} + \kappa_i\sqrt{R_{i,t-1}}B_{i,t}$  y 1.

4  $\epsilon = \langle \epsilon_t \rangle_{t \geq 0}$  es un movimiento browniano si  $\epsilon$  es un proceso continuo con  $\epsilon_t \sim N(0, t)$  e independencia entre  $B_{i0}, B_{i1} - B_{i0}, B_{i2} - B_{i1}, \dots, B_{in} - B_{i,n-1} \forall 0 \leq t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$  (Penagos & Stellan, 2019).

5 La integral de Itô  $\int_S^T f(t, \omega)d\epsilon$  de una función  $f(t, \omega)$ , donde  $\omega$  representa una experiencia aleatoria, se define como  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_S^T \Psi_n(t, \omega)d\epsilon_t(\omega)$  donde  $\langle \Psi_n \rangle_{n \in \mathbb{N}_*}$  es una secuencia de funciones elementarias que verifica  $\lim_{n \rightarrow +\infty} E \left[ \int_S^T (f(t, \omega) - \Psi_n(t, \omega))^2 dt \right] = 0$ .

Terminamos esta sección con dos observaciones:

- La fórmula (9) combina diferentes aspectos de los mecanismos de expectativas presentados en las fórmulas (1-8). Primero,  $\delta_i \bar{Q}_{i,t-1} + \delta_i (1 - \delta_i) R_{i,t-1}$  es análogo al principio contenido en las fórmulas (3) y (4). Segundo,  $\bar{Q}_{i,t-1}$  hace que, conforme a las fórmulas (5) y (6), se tengan en cuenta observaciones no solamente en  $t - 1$ , sino también en períodos anteriores. Tercero, conforme con las fórmulas (6) y (7), la fórmula (9) es compatible con un valor de referencia en la determinación de la expectativa. Este valor de referencia es  $R_{i,0}$  (es decir, la expectativa inicial) si  $\delta_i = 0$  (es decir, cuando  $i$  ignora la tendencia observada en sus ingresos al formular su expectativa).
- La fórmula (9) se relaciona con las expectativas de ingresos, pero se podría generalizar a otra variable. En su forma más general, la fórmula (9) se escribe  $\hat{x}_{i,t} = \max \left\{ \delta_i \bar{x}_{i,t-1} + (1 - \delta_i) \hat{x}_{i,t-1} + \kappa_i \sqrt{\hat{x}_{i,t-1}} B_{i,t}, 1 \right\}$ , donde  $x$  representa cualquier variable sujeta a cierta volatilidad alimentada por las emociones y cuyo valor se debe pronosticar.

### 3. El modelo

Después de haber explicitado los fundamentos teóricos del modelo y sus hipótesis preliminares (3.1), se presenta el modelo en cuatro etapas (3.2 a 3.5).

#### 3.1. Fundamentos teóricos e hipótesis preliminares<sup>6</sup>

El modelo conceptualiza una economía de mercado puro en el sentido de que los agentes que no hacen parte del sistema financiero de la economía son empresas únicamente.<sup>7</sup> Partiendo de una población de agentes compuesta de

---

6 Varios elementos del modelo ya habían sido elaborados en Stellan et al. (2018). En el presente trabajo se introducen varias modificaciones. En particular, para el propósito de la investigación, las expectativas son semiadaptativas en lugar de ser estrictamente adaptativas. Una característica esencial del modelo es basarse únicamente en fenómenos monetarios, conforme al tríptico pagos-deudas-saldos presentado a continuación, y dejar implícitos los fenómenos reales (naturaleza de las mercancías, técnicas de producción, preferencias de consumo, etc.) que se pueden relacionar con los fenómenos monetarios. Para una discusión sobre el interés de diseñar un modelo según este *enfoque monetario*, cuyo origen se remonta a la fundación misma de la ciencia económica, ver Cartelier (2018) y Stellan et al. (2020b).

7 En el modelo, no hay agentes asalariados que ponen a la disposición de las empresas sus facultades físicas y cognitivas en el marco de la producción. Una economía de mercado puro es más una construcción lógica que una sociedad que ha sido observada

$J \geq 2$  empresas y un banco, la estructura lógica-formal del modelo gira alrededor de tres conceptos: *pagos*, *deudas* y *saldos monetarios* (Stellian, 2012; Stellian & Danna-Buitrago, 2017; Stellian, et al., 2018). Primero, el *pago* constituye la manera de representar a nivel teórico las interacciones entre las empresas. El pago es la operación mediante la cual se hace referencia a la coordinación local entre dos empresas, una siendo la pagadora y la otra siendo la pagada, respecto a la compra-venta de ciertas cantidades de una o varias mercancías, los precios aplicados a estas transacciones y las posibles modalidades de posventa (devolución, reclamación, garantía, etc.). En el marco de una economía de mercado puro, los pagos empresa-empresa se relacionan con la compra-venta de mercancías no solamente para el capital de las empresas y su consumo intermedio, sino también para el consumo final de los individuos que actúan a través de las empresas.

Segundo, las interacciones entre las empresas y el banco son capturadas por las *deudas* de las empresas ante el banco, así como por los *pagos* que realizan las empresas para reembolsar las sumas prestadas con los intereses correspondientes. Determinar los pagos entre las empresas del modelo implica que no se puede ignorar cómo estos pagos se financian, es decir, cómo una empresa obtiene medios de pagos con el fin de pagar a otras empresas. Los medios de pago pueden derivar de pagos recibidos anteriormente al pago considerado. Por ejemplo, una empresa utiliza los medios de pago recibidos a través del pago de un cliente para luego pagar a un proveedor. Sin embargo, nada garantiza que una empresa pueda financiar todos sus pagos de esta manera. En consecuencia, una *deuda* puede ser necesaria: el banco presta medios de pago a una empresa, para que esta pueda a su vez realizar pagos; luego, la empresa deberá devolver estos medios de pago, mediante pagos al banco. Estos pagos deben transferir medios de pago adicionales, los cuales constituyen los intereses y remuneran al banco.

Tercero, las empresas registran periódicamente un *saldo monetario*, el cual consiste en la diferencia entre i) las entradas totales de liquidez, en la forma de pagos recibidos y de sumas obtenidas en el marco de préstamos bancarios; y ii) las salidas totales de liquidez, en la forma de los pagos realizados, incluso los pagos cuyo propósito es reembolsar los préstamos bancarios. Si el

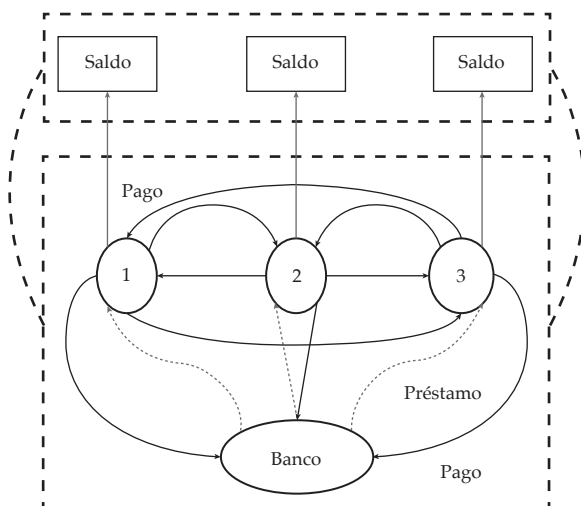
---

históricamente. Esta construcción lógica es una representación intelectual útil para investigar las economías modernas, caracterizadas por la figura central del *entrepreneur* (Cartelier, 2018). Construir modelos multiagentes según el enfoque monetario es una tarea reciente, de modo que se avanza poco a poco hacia la incorporación de asalariados en futuras publicaciones científicas, así como otros tipos de agentes, tales como un gobierno o un banco central. Stellian et al. (2020b) sugieren algunas pistas para incorporar asalariados en un modelo multiagentes construido según el enfoque monetario.



saldo es deficitario, entonces existen más salidas que entradas, de tal modo que la empresa se encuentra endeudada ante el banco y lo deberá pagar para cubrir este exceso de salidas. Si el saldo es excedentario, entonces existen más entradas que salidas, de tal modo que la empresa dispone de una 'reserva' de medios de pago que se podrán utilizar para financiar nuevos pagos e incluso evitar que la empresa solicite un nuevo préstamo al banco.

La figura 1 da una representación gráfica de este tríptico conceptual pagos-deudas-saldos alrededor del cual gira el modelo. Para simplificar, la figura incluye tres empresas (identificadas por los números 1, 2 y 3), pero cualquier número mayor a 2 es teóricamente válido.



**Figura 1.** Representación básica de las interacciones entre agentes en el modelo

Fuente: elaboración de los autores.

Con base en el tríptico antes mencionado, se asumen las siguientes hipótesis para construir el modelo:

- 1) Cada empresa tiene una cuenta bancaria. El banco debita y acredita estas cuentas para ejecutar los pagos en nombre de las empresas. Cuando una empresa  $i$  tiene que pagar  $X\$$  a otra empresa  $j$ , el banco debita la cuenta de  $i$  y acredita la de  $j$  por un monto de  $X\$$ . Esta operación equivale a transferir un depósito bancario de  $X\$$  desde  $i$  hacia  $j$ .
- 2) En consecuencia, los medios de pago toman la forma de los depósitos registrados en las cuentas bancarias. En el modelo, no hay otras formas de medios de pago. En particular, las empresas no realizan pagos mediante transferencias de billetes o monedas.

- 3) Los depósitos bancarios son creados mediante los préstamos otorgados por el banco a las empresas.<sup>8</sup>
- 4) Los préstamos bancarios constituyen la única forma de endeudamiento de las empresas.
- 5) Las operaciones del banco (ejecutar pagos y otorgar y monitorear préstamos) se hacen sin costo. En consecuencia, los ingresos de una empresa ( $Q_{i,t}$ ) resultan únicamente de los pagos recibidos por parte de otras empresas y las expectativas de ingresos ( $R_{i,t}$ ) también dependen únicamente de estos pagos.
- 6) Las empresas no toman de manera estratégica la decisión de no cumplir con sus obligaciones financieras. Siempre las empresas pagan sus cuotas si tienen la liquidez suficiente para hacerlo. Si una empresa no paga lo que debe al banco, es porque la empresa no tiene la liquidez suficiente para hacerlo.

### 3.2. Pagos empresa-empresa

La variable  $d_{ij,t} \geq 0$  denota el pago desde una empresa  $i$  hacia la empresa  $j$  en el período  $t \in \mathbb{N}$ . Por definición,  $d_{ij,t}$  hace parte de los pagos en  $Q_{i,t}$ , es decir,  $Q_{i,t} = \sum_{j=1}^J d_{ij,t}$ . Igualmente,  $d_{ii,t} = 0$ , pues la empresa pagadora y la empresa pagada deben ser dos empresas distintas. Para determinar  $d_{ij,t}$  con  $i \neq j$ , se parte de dos principios. Primero,  $i$  planea interactuar con un conjunto específico de empresas. En consecuencia,  $i$  pagará únicamente a las empresas de este conjunto. Para ello, se identifica cada empresa por un número entero desde 1 hasta  $J$ , y se denota  $u_i \subseteq \{1, 2, \dots, J\}$  el conjunto en cuestión para la empresa  $i$ .  $u_i$  será llamado el *espacio de interacciones* de  $i$ . Se asume que el número de empresas pertenecientes a  $u_i$  es el mismo para cualquier  $i$ . Se denota  $A \in \{1, 2, \dots, J-1\}$  este número. En el modelo, cada empresa planea interactuar con las  $A$  ‘siguientes’ empresas, es decir:

- La empresa 1 planea interactuar con las empresas 2, 3, ...,  $A$ .
- La empresa 2 planea interactuar con las empresas 3, 4, ...,  $A+1$ .
- La empresa 3 planea interactuar con las empresas 4, 5, ...,  $A+2$ .

---

8 Conforme a las prácticas observables en los sistemas financieros contemporáneos, un banco no necesita recolectar depósitos para luego otorgar un préstamo (Werner, 2014). Al contrario, mediante un juego de escrituras contables, otorgar un préstamo (activo del banco) hace posible crear un depósito (pasivo) que a su vez sirve para realizar pagos. Los bancos disponen del poder de creación monetaria, tal como lo teoriza la tradición económica poskeynesiana (Rochon & Rossi, 2017).

Esta forma de construir los espacios de interacciones continúa hasta la empresa  $J - A$ , la cual planea interactuar con las empresas  $J - A + 1, J - A + 2, \dots, J$ . Luego:

- La empresa  $J - A + 1$  planea interactuar con las empresas  $J - A + 2, J - A + 3, \dots, J$ , así como con la empresa 1.
- La empresa  $J - A + 2$  planea interactuar con las empresas  $J - A + 3, J - A + 4, \dots, J$ , así como con las empresas 1 y 2.
- La empresa  $J - A + 3$  planea interactuar con las empresas  $J - A + 4, J - A + 5, \dots, J$ , así como con las empresas 1, 2 y 3.

Lo anterior continúa hasta la empresa  $J$ , la cual planea interactuar con las empresas  $1, 2, \dots, A$ . Para resumir:

$$u_i = \{i + 1, i + 2, \dots, i + A\} \text{ si } i + A \leq J$$

$$\text{sino } u_i = \{i + 1, i + 2, \dots, J\} \cup \{1, 2, \dots, A - (J - i)\} \quad (10)$$

Se define de esta manera el espacio de interacciones de cada empresa como un *círculo de pagos de extensión A*. La tabla 1 ilustra un círculo de extensión 5 entre 10 empresas.

**Tabla 1.** Círculo de pagos de extensión 5 entre 10 empresas

Empresa $i$		Empresas pertenecientes al espacio de interacciones de $i$			
1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10
6	7	8	9	10	1
7	8	9	10	1	2
8	9	10	1	2	3
9	10	1	2	3	4
10	1	2	3	4	5

Fuente: elaboración de los autores.

Segundo, la determinación de  $d_{ij,t}$  se debe relacionar con las posibles *liquidaciones* de las empresas. La liquidación hace parte de los procesos inherentes

a las economías contemporáneas. Es la sanción que se aplica por último si una empresa tiende a acumular pagos incumplidos, es decir, si una empresa se encuentra en una situación de fragilidad financiera severa (Cartelier, 2018). Si una empresa ha sido liquidada, no le será posible realizar pagos, pues no existe más desde el punto de vista económico. En otras palabras, una empresa liquidada no podrá ser más un agente pagador. Según la misma lógica, una empresa liquidada no podrá ser más un agente pagado.<sup>9</sup>

Partiendo de estos dos principios —círculo de pagos y efecto de las liquidaciones en los pagos—, se definen dos variables: i)  $F_{i,t} \in \{0,1\}$  es una variable booleana que indica si una empresa  $i$  ha sido liquidada en  $t$ :  $F_{i,t} = 1$  en dicho caso, si no  $F_{i,t} = 0$ , e indica que  $i$  sigue interactuando con otras empresas y con el banco una vez se finalizó  $t$ ; y ii)  $Y_{i,t} \geq 0$  es el total que  $i$  estaría dispuesta a pagar en  $t$  para interactuar con las empresas pertenecientes a  $u_i$ . Se plantea la siguiente fórmula:

1. Si  $t = 0$ , entonces:
  - 1.1. Si  $j \in u_i$ , entonces  $d_{ij,t} = Y_{i,t} / A$
  - 1.2. Si no  $d_{ij,t} = 0$
2. Si  $t \geq 1$ , entonces:
  - 2.1. Si  $F_{i,p} = 1 \exists p = 0, 1, \dots, t-1$ , entonces  $d_{ij,t} = 0$
  - 2.2. Si no:
    - 2.2.1. Si  $j \in u_i$ , entonces  $d_{ij,t} = \frac{Y_{i,t}}{A} \theta_{ji,t} \prod_{k \in u_i} \theta_{k,t}$ 
      - Si  $F_{j,p} = 1 \exists p = 0, 1, \dots, t-1$ , entonces  $\theta_{ji,t} = 0$  y  $\theta_{j,t} = \hat{\theta}_j \in [0,1]$
      - Si no  $\theta_{ji,t} = \theta_{j,t} = 1$
    - 2.2.2. Si no  $d_{ij,t} = 0$

(11)

En el período inicial, el término  $Y_{i,t}/A$  significa que  $i$  procede a una distribución uniforme de  $Y_{i,t}$  entre las  $A$  empresas pertenecientes a  $u_i$  (1.1). Se plantea la hipótesis de que tal distribución refleje las modalidades de coordinación económica entre  $i$  y su espacio de interacciones  $u_i$ . Si una empresa no hace parte de  $u_i$ , entonces no será pagada por  $i$  (1.2).

En los siguientes períodos, si  $i$  ha sido liquidada en el pasado (en algún período  $p$  anterior a  $t$ ), no pagará a ninguna empresa (2.1). De lo contrario, la distribución arriba mencionada se aplica (2.2.1). Sin embargo, si una empresa

---

9 Hacemos abstracción de las disposiciones legales que, en ciertos casos, permiten a la empresa liquidada seguir operando de manera provisional, para registrar unos ingresos adicionales y así hacer que se paguen más deudas, entre las que se deben cancelar mediante la liquidación misma.

$j \in u_i$  ha sido liquidada, el pago no podrá tener lugar. Por esta razón, se asigna el valor 0 al coeficiente  $\theta_{ji,t}$  en caso de que en  $p \leq t-1$  se constate la liquidación de  $j$  mediante  $F_{j,p} = 1$ . De esta manera, el producto de  $Y_{i,t}/A$  por  $\theta_{ji,t}$  da  $d_{ij,t} = 0$ . Si  $j$  sigue interactuando con otros agentes en  $t$ , entonces  $\theta_{ji,t} = 1$ , cuyo producto por  $Y_{i,t}/A$  no tiene efecto. No obstante, otra empresa  $k \in u_i$  diferente de  $j$  puede haber sido liquidada antes de  $t$ , lo que teóricamente puede afectar  $d_{ij,t}$ . Según la fórmula (2), la liquidación de  $k$  reduce  $d_{ij,t}$  según una proporción  $\hat{\theta}_j$  entre el 0 % y el 100 %<sup>10</sup>. Finalmente, si  $i$  sigue operando, no pagará a las empresas que no hacen parte de  $u_i$  (2.2.2).

### 3.3. Demanda efectiva y acumulación de capital

La fórmula (11) requiere que se determine  $Y_{i,t}$ . Para ello, se define  $\Pi_{i,t}$  como el saldo monetario de  $i$  en  $t$ , y  $\bar{\Pi}_{i,t}$  es el saldo promedio de  $\Pi_{i,t}, \Pi_{i,t-1}, \dots, \Pi_{i,t-h}$  calculado de la misma manera que  $\bar{Q}_{i,t}$ .  $Y_{i,t}$  depende de  $R_{i,t}$  y posiblemente de  $\bar{\Pi}_{i,t-1}$ :

$$\begin{aligned} t = 0: Y_{i,t} &= \lambda_{i1} R_{i,t} \text{ con } \lambda_{i1} > 0 \\ t \geq 1: Y_{i,t} &= \lambda_{i1} R_{i,t} + \lambda_{i2} \max \{ \bar{\Pi}_{i,t-1}, 0 \} \text{ con } \lambda_{i2} > 0 \end{aligned} \quad (12)$$

En el período inicial,  $Y_{i,t}$  es proporcional a  $R_{i,t}$  según el coeficiente  $\lambda_{i1}$ ; y a partir de  $t = 1$ , a esta proporción se añade la de  $\bar{\Pi}_{i,t-1}$ , según el coeficiente  $\lambda_{i2}$  si  $\bar{\Pi}_{i,t-1}$  es positivo.

Hacer que  $Y_{i,t}$  dependa de  $R_{i,t}$  corresponde a los fundamentos microeconómicos del principio keynesiano de demanda efectiva (Koenig, 1980). Por una parte,  $i$  debe pagar a otras empresas con el fin de adquirir *inputs* (materias primas, equipos, instalaciones, edificios...) que, a través de su utilización, transformación o destrucción, permiten producir unas mercancías. Por otra parte, la venta de estas mercancías según ciertos precios deben precisamente proporcionar el total de pagos que corresponde a la expectativa de  $i$ . Igualmente,  $Y_{i,t}$  es asociado a  $R_{i,t}$  mediante una relación lineal, tal como lo relaciona  $Y_{i1} R_{i,t}$ . Esto es una simplificación. En futuras investigaciones, se puede conceptualizar de manera no lineal la relación desde  $R_{i,t}$  hacia  $Y_{i,t}$ . Por ejemplo, es posible plantear que  $Y_{i,t}$  es proporcional al logaritmo de  $R_{i,t}$ .

La segunda proporción actúa como un principio de acumulación de capital. Si  $\bar{\Pi}_{i,t-1}$  es positivo, significa que  $i$  tiende a acumular un saldo monetario positivo. Hacer que  $Y_{i,t}$  dependa de  $\lambda_{i2} \Pi_{i,t-1}$  si  $\bar{\Pi}_{i,t-1} > 0$  equivale a plantear

10 Según esta lógica,  $i$  pagará menos que  $Y_{i,t}$  si dentro de  $u_i$  algunas empresas han sido liquidadas. Se asume que esto no conlleve a  $i$  a revisar  $Y_{i,t}$  o  $u_i$ .

que  $i$  amplía sus gastos más allá de  $\lambda_{i1} R_{i,t}$  con el objetivo de que la tendencia a acumular un saldo monetario positivo siga reproduciéndose en los períodos futuros (Tricou, 2013).  $\bar{\Pi}_{i,t-1} > 0$  significa que  $i$  acumula dinero y la fórmula (12) implica que  $i$  gasta parte de este dinero para convertirlo en capital, es decir, una suma de dinero que tiene la facultad de crecer en el tiempo mediante su uso para desarrollar actividades productivas. Igualmente, si  $\bar{\Pi}_{i,t-1}$  es negativo,  $Y_{i,t}$  depende solo de  $R_{i,t}$ , de tal modo que la relación desde  $\bar{\Pi}_{i,t-1}$  hacia  $Y_{i,t}$  no es puramente lineal.

Finalmente, se asume que  $i$  considere su *flujo de caja libre esperado* en  $t$ , a saber,  $R_{i,t} - Y_{i,t}$ , como suficientemente grande para aceptar el riesgo de pagar la suma  $Y_{i,t}$ . En efecto, nada garantiza que  $i$  pueda recibir los ingresos que anticipa. Estos ingresos dependerán de la coordinación local entre  $i$  y cada empresa para la cual  $i$  hace parte de su espacio de interacciones, pero no existe ningún plan para que este conjunto de coordinaciones locales permita a  $i$  registrar  $R_{i,t}$ . Debe haber una contrapartida a este riesgo para aceptarlo. Precisamente, esta contrapartida es dada por el flujo de caja libre que  $i$  podría registrar.

La fórmula (12) hace necesario determinar las variables  $R_{i,t}$  y  $\Pi_{i,t}, \Pi_{i,t-1}, \dots, \Pi_{i,t-h}$ . Precisamente, el mecanismo semiadaptativo interviene en la determinación de  $R_{i,t}$ . Las otras variables se determinarán en la sección 3.5.

### 3.4. Financiación de los pagos y endeudamiento de las empresas

Se denota  $Z_{i,t} = d_{i1,t} + d_{i2,t} + \dots + d_{ij,t} \leq Y_{i,t}$  el total de pagos planeado por  $i$  en  $t$ , según su espacio de interacciones  $u_i$  y las liquidaciones pasadas. Si  $i$  hace parte de las empresas liquidadas, entonces  $Z_{i,t} = 0$  (ver fórmula 3, condición 2.1) e  $i$  no puede ni debe buscar cómo financiar  $Z_{i,t}$ . Al contrario, si  $i$  sigue operando, es posible que  $Z_{i,t}$  sea estrictamente positivo; será igual a cero solo en el caso extremo según el cual todas las empresas en  $u_i$  han sido liquidadas. Si  $Z_{i,t} > 0$ , se requiere que  $i$  financie los pagos que hacen parte de  $Z_{i,t}$ .

En el modelo, existen dos modalidades de financiación. Primero, si  $i$  registró un saldo monetario positivo en el período anterior, es decir,  $\Pi_{i,t-1} > 0$ , dicho saldo está disponible para financiar  $Z_{i,t}$ . Esta modalidad de financiación no se aplica al período inicial  $t = 0$  pues al momento de determinar la financiación de  $Z_{i,0}$  aún no se ha registrado un saldo. Así mismo, utilizar  $\Pi_{i,t-1}$  para financiar  $Z_{i,t}$  no es posible si el saldo es negativo. Segundo,  $i$  puede solicitar un préstamo al banco. Se asume que una empresa utiliza en prioridad un saldo monetario positivo para financiar  $Z_{i,t}$ . Un préstamo surge en los siguientes casos:

- 1) En  $t = 0$ , El préstamo bancario constituye la única modalidad disponible de financiación de  $Z_{i,t}$ .
- 2) En  $t \geq 1$ , el saldo es positivo pero no es suficiente para financiar la totalidad de  $Z_{i,t}$ . El préstamo bancario financia lo que el saldo no puede financiar en  $Z_{i,t}$ .
- 3) En  $t \geq 1$ , el saldo es negativo. Como en el período inicial, solo el préstamo bancario puede financiar  $Z_{i,t}$ . Además, un saldo negativo es una deuda pendiente de la empresa ante el banco.

Se asume que el banco no aplica ninguna restricción cuantitativa a las sumas solicitadas por las empresas que siguen operando. De esta manera,  $i$  no tendrá que revisar su plan de pagos previamente determinado con base en su espacio de interacciones y las liquidaciones pasadas.

Se denota  $L_{i,t} \geq 0$  la suma que el banco presta a  $i$  en  $t$ . Teniendo en cuenta lo antes mencionado, se plantea la siguiente fórmula:

1. Si  $t = 0$ , entonces  $L_{i,t} = Z_{i,t}$
2. Si  $t \geq 1$ , entonces:
  - 2.1. Si  $\Pi_{i,t-1} \geq Z_{i,t}$ , entonces  $L_{i,t} = 0$
  - 2.2. Si  $0 \leq \Pi_{i,t-1} < Z_{i,t}$ , entonces  $L_{i,t} = Z_{i,t} - \Pi_{i,t-1}$
  - 2.3. Si  $\Pi_{i,t-1} < 0$ , entonces  $L_{i,t} = Z_{i,t} + |\Pi_{i,t-1}|$

(13)

La condición 1 corresponde al primer caso antes mencionado, y las condiciones 2.2 y 2.3 a los casos 2 y 3, respectivamente. El caso 2.1 da cuenta de la situación según la cual el saldo monetario heredado del período anterior es suficiente para financiar la totalidad de  $Z_{i,t}$ , de tal modo que no se necesita un préstamo. Del mismo modo, la condición 2.3 establece que el saldo monetario negativo hace parte de la suma que la empresa deberá reembolsar al banco.

Para reembolsar  $L_{i,t}$ , el banco calcula primero el total de intereses asociados a  $L_{i,t}$ , denotado  $M_{i,t} \geq 0$ . Se plantea la siguiente fórmula:

1. Si  $t = 0$ , entonces  $M_{i,t} = \tau_{i1} L_{i,t}$
2. Si  $t \geq 1$ , entonces:
  - 2.1. Si  $\bar{\Pi}_{i,t-1} < 0$ , entonces  $M_{i,t} = \tau_{i1} L_{i,t} + \tau_{i2} |\bar{\Pi}_{i,t-1}|$
  - 2.2. Si no  $M_{i,t} = \max\{\tau_{i1} L_{i,t} - \tau_{i3} \bar{\Pi}_{i,t-1}, \tau_{i4} L_{i,t}\}$

(14)

Dos principios rigen la fórmula. Primero,  $M_{i,t}$  es proporcional a  $L_{i,t}$  según el coeficiente  $\tau_{i1} > 0$ . Esta proporción  $\tau_{i1} L_{i,t}$  constituye los intereses básicos de cualquier préstamo. Segundo, el banco ajusta estos intereses básicos,

disminuyéndolos o aumentándolos, dependiendo del saldo promedio  $\bar{\Pi}_{i,t-1}$ . Si este saldo es negativo,  $i$  tiende a acumular deudas, lo que convierte a  $i$  en un cliente más riesgoso. Por lo tanto, el banco acepta el riesgo de prestar  $L_{i,t}$  bajo la condición de aplicar más intereses, los cuales serán entonces proporcionales a  $\bar{\Pi}_{i,t-1}$  (en valor absoluto) según el coeficiente  $\tau_{i2} > 0$  (condición 2.1). Al contrario, si el saldo promedio es positivo,  $i$  tiende a pagar sus deudas en debido tiempo, lo que incita el banco a reducir los intereses exigidos a  $i$  ante un nivel menor de riesgo. La reducción de los intereses es proporcional a  $\bar{\Pi}_{i,t-1}$  según el coeficiente  $\tau_{i3} > 0$ , pero los intereses no pueden ser menores a una proporción  $\tau_{i4} > 0$  de la suma prestada.

Después de haber determinado  $M_{i,t}$ , el banco exige que  $i$  pague  $L_{i,t} + M_{i,t}$  en  $p_i \in \mathbb{N}_*$  partes iguales, cada parte pagándose en un período desde  $t$  hasta  $t + p_i - 1$ . En consecuencia,  $e_{i,t}$  siendo el pago desde la empresa hacia el banco en  $t$ :

$$\begin{aligned} e_{i,0} &= (L_{i,0} + M_{i,0})/p_i \\ e_{i,1} &= (L_{i,0} + M_{i,0})/p_i + (L_{i,1} + M_{i,1})/p_i \\ e_{i,2} &= (L_{i,0} + M_{i,0})/p_i + (L_{i,1} + M_{i,1})/p_i + (L_{i,2} + M_{i,2})/p_i \\ &\vdots \\ e_{i,t} &= \frac{1}{p_i} \sum_{u=\max\{0,t-p_i+1\}}^t (L_{i,u} + M_{i,u}) \end{aligned} \quad (15)$$

### 3.5. Saldos monetarios y fragilidad financiera

Para cerrar el modelo, es necesario determinar cómo se calcula el saldo monetario de una empresa, así como determinar cuándo esta debe ser liquidada. En cualquier período, las entradas de dinero de una empresa toman la forma de los pagos recibidos por parte de otras empresas y de las sumas prestadas por el banco. Las salidas corresponden a los pagos realizados en favor de otras empresas, así como los pagos hacia el banco para reembolsar las sumas previamente prestadas. En consecuencia:

$$\Pi_{i,t} = Q_{i,t} + L_{i,t} - (Z_{i,t} + e_{i,t}) \quad (16)$$

Igualmente, el saldo se puede escribir de otra forma. Denotando  $\Phi_{i,t} \geq 0$  la parte inutilizada del saldo anterior si este es positivo, y reemplazando  $L_{i,t}$  por su valor según la fórmula (13), es posible escribir:



$$\Pi_{i,t} = Q_{i,t} + \Phi_{i,t} - e_{i,t} \text{ con:}$$

1. Si  $t = 0$ , entonces  $\Phi_{i,t} = 0$
  2. Si  $t \geq 1$ , entonces:
    - 2.1. Si  $\Pi_{i,t-1} > Z_{i,t}$ , entonces  $\Phi_{i,t} = \Pi_{i,t-1} - Z_{i,t}$
    - 2.2. Si no  $\Phi_{i,t} = 0$
- (17)

Esta manera de expresar el saldo monetario permite hallar que este da cuenta de la capacidad de  $i$  para financiar  $e_{i,t}$ . Si  $\Pi_{i,t} \geq 0$ , entonces  $i$  puede pagar lo que debe al banco en  $t$ ; y viceversa si  $\Pi_{i,t} < 0$ . Un saldo monetario negativo corresponde a la parte de  $e_{i,t}$  que  $i$  no puede pagar al banco.

Es con base en el saldo que un banco toma la decisión de prestar o no prestar más a una empresa  $y$ , por lo tanto, obligarla a la liquidación. Así se determina  $F_{i,t}$ , es decir, la variable introducida en la fórmula (11). Primero, el banco calcula la siguiente variable:

$$\tilde{\Pi}_{i,t} = Q_{i,t} + \Phi_{i,t} - \rho_i e_{i,t} \text{ con } \rho_i \in [0;1] \quad (18)$$

Si  $\tilde{\Pi}_{i,t} < 0$ , entonces  $i$  no recibió una cantidad suficiente de pagos en  $t$  para pagar el  $100\rho_i\%$  de lo que debe al banco. Segundo, a partir del período  $h$ , el banco calcula el promedio de  $\tilde{\Pi}_{i,t}, \tilde{\Pi}_{i,t-1}, \dots, \tilde{\Pi}_{i,t-h}$ . Se denota este promedio  $\bar{\Pi}_{i,t}$ . Si  $\bar{\Pi}_{i,t} < 0$ , entonces  $i$  tuvo la tendencia a no cumplir con el  $100\rho_i\%$  de sus obligaciones financieras ante el banco durante los  $h + 1$  períodos desde  $t - h$  hasta  $t$ . Esto resulta en la liquidación de  $i$  en el modelo:

1. Si  $t < h$ , entonces  $F_{i,t-1} = 0$
  2. Si no:
    - 2.1. Si  $F_{i,t-1} = 1$  entonces  $F_{i,t} = 1$  (una empresa liquidada en  $t - 1$  queda así en  $t$ )
    - 2.2. Si  $F_{i,t-1} = 0$ , entonces
      - 2.2.1. Si  $\bar{\Pi}_{i,t} < 0$ , entonces  $F_{i,t} = 1$
      - 2.2.2. Si no  $F_{i,t} = 0$
- (19)

Un valor mayor de  $\rho_i$  implica que es más probable que  $\bar{\Pi}_{i,t}$  sea negativo, de modo que es más probable que  $i$  debe ser liquidada. Si  $\rho_i = 0$  entonces  $\bar{\Pi}_{i,t}$  siempre será positivo. Con este valor de  $\rho_i$ , el banco nunca cuestiona la solvencia de las empresas. Si  $\rho_i = 1$ , entonces el banco considera la capacidad de  $i$  a cumplir con la totalidad de sus obligaciones financieras para hacer un diagnóstico respecto a la solvencia de  $i$ . Con un valor intermedio de  $\rho_i$ , el banco

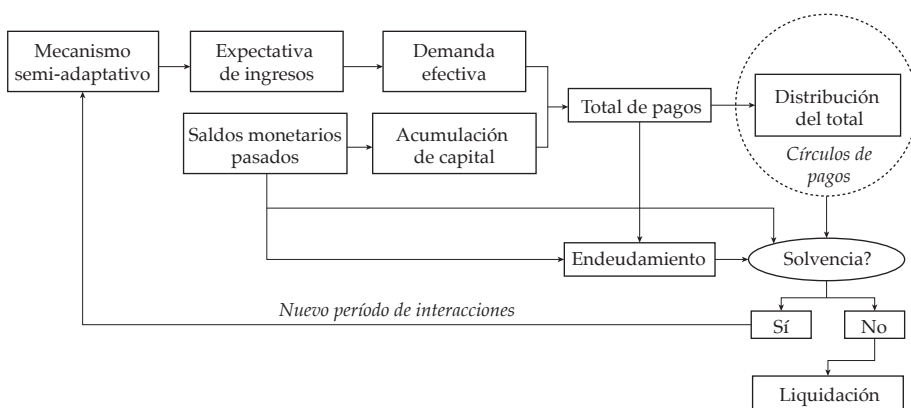
otorga una cierta flexibilidad a  $i$  en el cumplimiento de sus obligaciones. Es posible que  $i$  no cumpla con la totalidad de sus obligaciones financieras en algún período, sin embargo, el banco no infiere de este incumplimiento parcial que  $i$  no es solvente. En este sentido,  $\rho_i$  traduce la aversión al riesgo del banco.

La figura 2 esquematiza los diferentes elementos del modelo. Ahora se debe precisar cómo se utiliza el modelo con el fin de generar evidencias acerca del tema de la fragilidad financiera empresarial.

#### 4. Diseño de las simulaciones numéricas del modelo

Según el método convencional en la literatura, se trata de realizar *simulaciones numéricas* del modelo (Lengnick, 2013). Siguiendo los estándares de las simulaciones numéricas de modelos multiagentes (Lorscheid, et al., 2011), una simulación numérica consiste en las siguientes etapas:

- 1) Asignar un valor a cada parámetro del modelo.
- 2) Realizar los cálculos de cada una de las variables, según las fórmulas del modelo.
- 3) Recolectar el valor de las variables que son de interés para el propósito de la investigación planteada.



**Figura 2.** Los determinantes de las interacciones entre agentes en el modelo

Fuente: elaboración de los autores.

Estas etapas se llevan a cabo mediante la transcripción del modelo en un lenguaje de un programa de cálculo,<sup>11</sup> y se deben repetir varias veces, debido

<sup>11</sup> El modelo ha sido transcrito en el lenguaje de Maple. Se puede solicitar al primer autor un archivo de texto que contiene dicha transcripción.

a dos razones. Primero, en la presencia de variables aleatorias, una variable no tendrá el mismo valor una vez fijada la configuración de parámetros. Las variables aleatorias hacen que el modelo sea no determinista. Realizar un conjunto de simulaciones apunta a calcular valores promedios de las variables del modelo, junto con otras estadísticas descriptivas, tales como el mínimo, el máximo, la mediana o la desviación estándar. Segundo, se debe cambiar la configuración de parámetros en relación con la investigación planteada. Por ejemplo, se pueden realizar simulaciones con  $\delta_i = 0$  y luego con  $\delta_i = 1$ , lo que resulta en diferentes maneras de anticipar  $R_{i,t}$  según la fórmula (9). Así se puede analizar cómo cambian ciertas variables (en promedio) dependiendo de la configuración de los parámetros. Para ello, se deben distinguir los parámetros entre dos categorías:

- 1) Los *factores*: parámetros a los cuales se asignan diferentes valores con el fin de analizar sus efectos en las variables de interés.
- 2) Los *controles*: parámetros cuyo valor es el mismo en cualquier simulación numérica, pues se consideran que estos parámetros no tienen un efecto significativo en las variables de interés y/o no se relacionan al objetivo de las simulaciones.

La tabla 2 recapitula los parámetros del modelo e indica su clasificación en factores y controles. Conforme a la investigación planteada, los factores son los parámetros de los tipos  $\delta_i$  y  $\kappa_i$ , los cuales regulan la conformación de las expectativas de ingresos según el mecanismo semiadaptativo de la fórmula (9). El resto de los parámetros son clasificados como controles. Se asignan once valores posibles para  $\delta_i$  y once valores posibles para  $\kappa_i$ :

- $\delta_i \in D = \{0, 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 1\}$
- $\kappa_i \in K = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$

Por lo tanto, para cada empresa, 121 configuraciones de  $(\delta_i, \kappa_i)$  son posibles, según el producto cartesiano  $D \times K$   $(0,0), (0,1), (0,2) \dots (0.1,0), (0.1,1), (0.1,2) \dots (0.1,10) \dots (1,10)$ . En una simulación numérica, se asume que cada empresa comparte el mismo valor de  $(\delta_i, \kappa_i)$ . Así se estudian 121 configuraciones del conjunto de factores; estas configuraciones también serán llamadas *escenarios*. Esto no significa que las empresas anticiparán los mismos ingresos en cada período. En efecto, cada empresa tiene su propio espacio de interacciones. Por lo tanto, cada empresa recibirá ingresos de un conjunto específico de empresas. Esto hace que los ingresos sean individualizados, de tal modo que la

expectativa de ingresos para el próximo período también sea individualizada. Igualmente, las variables  $R_{i,0}$  y  $B_{i,t}$  son individualizadas para cada empresa, lo que contribuye a individualizar  $R_{i,t}$ .

La tabla 3 contiene los valores de los controles. Cabe resaltar que estos valores constituyen un punto de partida para obtener una primera serie de evidencias teóricas en la relación entre el carácter semiadaptativo de las expectativas de ingresos y la fragilidad financiera empresarial. En particular,  $\rho_i = 50\%$  es un valor de referencia, pues se atribuye el mismo en las obligaciones financieras cumplidas y las no cumplidas en la determinación de la solvencia de las empresas por el banco. Las futuras investigaciones se pueden entonces dirigir en dos direcciones principales. Primero, es posible obtener más evidencias teóricas a través de cambios en los valores asignados a los controles. Por ejemplo, se podrían realizar simulaciones numéricas cambiando el valor de los parámetros del tipo  $\tau$  para así estudiar cómo interactúan las expectativas semiadaptativas, la fragilidad financiera empresarial y las condiciones de endeudamiento de las empresas. También, se puede cambiar el valor de  $A$ , para así estudiar cómo interactúan las expectativas semiadaptativas, la fragilidad financiera empresarial y la extensión del círculo de pagos. Proceder así equivale a convertir progresivamente ciertos controles en factores. Se da un ejemplo en el anexo, con un cambio en el valor de  $A$ . Segundo, es posible comprobar el poder explicativo de las evidencias teóricas del modelo frente a algunas economías contemporáneas, mediante un protocolo econométrico.

**Tabla 2.** Los parámetros y su clasificación

Parámetro	Rol en el modelo
Factores	
$\delta$	Determinación de los pesos respectivos de $R_{i,t-1}$ y $\bar{Q}_{i,t-1}$ en la conformación de $R_{i,t}$ (9).
$\kappa_i$	Determinación de la amplitud de volatilidad en la conformación de $R_{i,t}$ (9).
Controles	
$J$	Número de empresas (10).
$A$	Extensión del círculo de pagos (10).
$\hat{\theta}_j$	Medición de la disminución de un pago entre dos empresas debido a la liquidación de una tercera empresa (11).
$h$	Número de períodos pasados que los agentes utilizan para calcular promedios (12, 13, 15, 19).
$\mu$	Factor de descuento para el cálculo de promedios (9).

*Continúa*

Parámetro	Rol en el modelo
$\lambda_{i1}$	Determinación del total que la empresa $i$ está dispuesta a pagar en $t$ – lógica de demanda efectiva (12).
$\lambda_{i2}$	Determinación del total que la empresa $i$ está dispuesta a pagar en $t$ – lógica de acumulación de capital (12).
$\tau_{i1}$	Determinación de los intereses de un préstamo otorgado a $i$ – intereses básicos (15).
$\tau_{i2}$	Determinación de los intereses de un préstamo otorgado a $i$ – aumento en los intereses básicos (15).
$\tau_{i3}$	Determinación de los intereses de un préstamo otorgado a $i$ – reducción en los intereses básicos (15).
$\tau_{i4}$	Determinación de los intereses de un préstamo otorgado a $i$ – intereses mínimos (15).
$p_i$	Número de períodos para que $i$ reembolse una suma al banco (16).
$\rho_i$	Determinación de la solvencia de $i$ por el banco (18).

*Nota:* los números hacen referencia a las fórmulas en donde aparecen los parámetros.

*Fuente:* elaboración de los autores.

Las variables de interés son las siguientes. Primero, se calcula el número de empresas que han sobrevivido después de 301 períodos de interacciones ( $t = 0, 1, 2, \dots, 300$ ). Denotando  $F_0$  este número:

$$F_0 = \# \{i: F_{i,t} = 0 \forall t = 0, 1, 2, \dots, 300\} \quad (20)$$

Teniendo en cuenta la fórmula (19),  $F_0$  se puede escribir:

**Tabla 3.** Valores asignados a los controles

$J$	250	$\tau_{i1}$	$0,050 \forall i$	$\lambda_{i1}$	$0,92 \forall i$
$A$	15	$\tau_{i2}$	$0,075 \forall i$	$\lambda_{i2}$	$0,08 \forall i$
$\hat{\theta}_j$	$0,9 \forall i$	$\tau_{i3}$	$0,025 \forall i$	$p_i$	$5 \forall i$
$h$	5	$\tau_{i4}$	$0,025 \forall i$	$\rho_i$	$0,5 \forall i$
$\mu$	0,05				

*Nota:* para la significación de cada control, ver tabla 2.

*Fuente:* elaboración de los autores.

$$F_0 = \# \{i: F_{i,300} = 0\} \quad (21)$$

Segundo, se calcula el número de empresas que no han sobrevivido después de 301 períodos, es decir, el número de empresas que a lo largo del tiempo incumplieron cada vez más con sus obligaciones financieras, de tal modo que han sido liquidadas.

$$F_1 = \#\{i:F_{i,t} = 1 \exists t = 0, 1, 2, \dots, 300\} = J - F_0 \quad (22)$$

Si  $F_0$  es mayor, entonces  $F_1$  es menor y la fragilidad financiera en el sector empresarial también es menor. Recíprocamente, si  $F_0$  es menor, entonces  $F_1$  es mayor, es decir, un número mayor de empresas están en situación de fragilidad financiera.

Para garantizar la confiabilidad en las simulaciones, es necesario verificar dos condiciones. Primero, se debe determinar si 301 períodos son suficientes para que los valores de  $F_0$  y  $F_1$  sean considerados como valores de largo plazo. En este sentido, se define  $f_{0,t}$  como el número de empresas que habrán sobrevivido después de  $t$  períodos, es decir:

$$f_{0,t} = \#\{i:F_{i,t} = 0\} \quad (23)$$

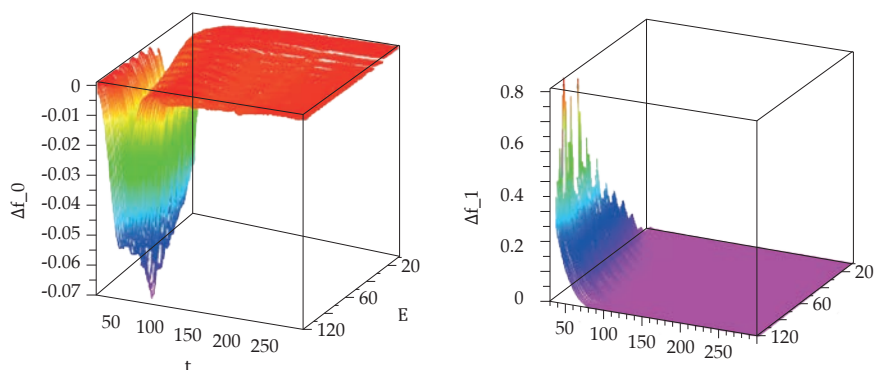
Se puede observar que  $f_{0,300} = F_0$  y que  $f_{0,t+1} \leq F_{0+t}$ . El valor de  $F_0$  es considerado como un valor de largo plazo si la tasa de variación del valor promedio de  $f_{0,t}$  tiende a ser cada vez más pequeña de un período al siguiente, de modo que dicha tasa sea considerada como suficientemente cerca de cero en el período 300. Este promedio se calcula a partir de una muestra de 2000 valores de  $f_{0,t'}$  cada valor siendo el resultado de una simulación del modelo.

De la misma manera, se define  $f_{1,t}$  como el número de empresas que habrán sido liquidadas después de  $t$  períodos, es decir:

$$f_{1,t} = J - f_{0,t} \quad (24)$$

con  $f_{1,300} = F_1$  y  $f_{1,t+1} \geq F_{1+t}$ . Se constata la convergencia antes mencionada si la tasa de variación del valor promedio de  $f_{1,t}$  tiende a ser cada vez más cerca de cero en el período 300. Se puede observar que la convergencia de  $F_0$  implica la convergencia de  $F_1$ , teniendo en cuenta la fórmula (24).

En la figura 3, el eje 'E' se compone de los 121 escenarios, el eje 't' corresponde al tiempo, y en los ejes ' $\Delta f_0$ ' y ' $\Delta f_1$ ' se reportan las tasas de variación de  $f_{0,t}$  y  $f_{1,t}$ . La figura 3 confirma que ambas tasas de variación tienden a converger hacia cero en el período 300 para cada escenario; de ahí la confiabilidad en las simulaciones del modelo con 301 períodos de interacciones.



**Figura 3.** Tasa de variación de  $f_{0,t}$  y  $f_{1,t}$

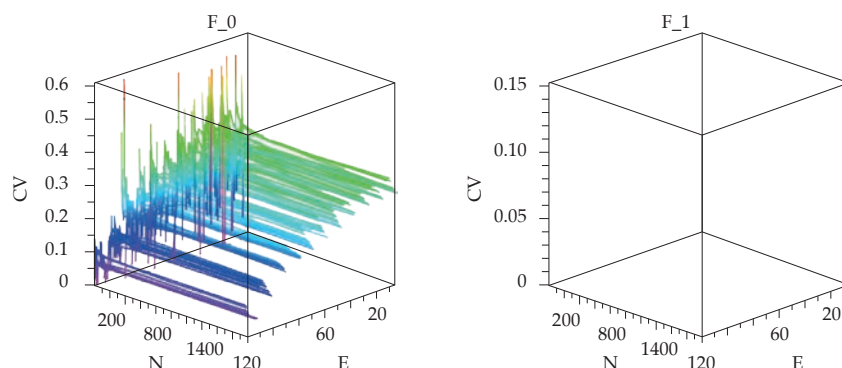
*Nota:* el eje 'E' se compone de los 121 escenarios, el eje 't' corresponde al tiempo, y en los ejes 'Δf\_0' y 'Δf\_1' se reportan las tasas de variación de las variables  $f_{0,t}$  y  $f_{1,t}$  (cf. fórmulas 23 y 24). La tasa de variación de  $f_{0,t}$  converge hacia 0 partiendo de valores negativos y la tasa de variación de  $f_{1,t}$  converge hacia 0 partiendo de valores positivos. Esto es consistente con el modelo. Lógicamente, el número de empresas liquidadas puede únicamente aumentar (de ahí las tasas de variación positivas) y, con una población fija de empresas ( $I$ ), el número de empresas solventes puede únicamente disminuir (de ahí las tasas de variación negativas).

*Fuente:* elaboración de los autores.

La segunda condición de confiabilidad en las simulaciones se relaciona con la *variabilidad* en los valores tomados por  $F_0$  en cada escenario; e *idem* para  $F_1$ . En efecto, después de haber verificado a través de 2000 simulaciones que 301 períodos son suficientes para calcular  $F_0$  y  $F_1$  de manera asintótica, ¿en qué medida 2000 simulaciones son suficientes para estabilizar la variabilidad en los valores tomados por  $F_0$  y  $F_1$ ? Dicha estabilización se mide por el *coeficiente de variabilidad*, es decir, la desviación estándar normalizada por la media (Lorscheid, et al., 2011). Bajo esta óptica:

- 1) Se realiza una primera serie de simulaciones. Por ejemplo, tal serie se compone de diez simulaciones. Esto significa que se obtuvieron diez valores tanto de  $F_0$  como de  $F_1$ . Se calcula la desviación estándar de  $F_0$  a través de estos diez valores, así como la media, antes de dividir la desviación estándar por la media; e *idem* para  $F_1$ . Así se obtienen el coeficiente de variabilidad de cada variable de interés para diez simulaciones.
- 2) Luego, se realiza una segunda serie de simulaciones. Por ejemplo, tal serie también se compone de diez simulaciones. Esto significa que se obtuvieron 20 valores tanto de  $F_0$  como de  $F_1$ , teniendo en cuenta la primera serie. De esta manera, se puede calcular el coeficiente de variabilidad de cada variable de interés para 20 simulaciones.

- 3) Lo anterior se repite hasta calcular de manera iterativa los coeficientes de variabilidad para las 2000 simulaciones. Se debe constatar que estos coeficientes se estabilizan a medida que se calculen con más simulaciones.



**Figura 4.** Coeficientes de variabilidad de  $F_0$  y  $F_1$

*Nota:* el eje 'E' se compone de los diferentes escenarios, el eje 'N' se compone de los diferentes números de simulaciones que se realizaron de manera iterativa y en el eje 'CV' se reporta el coeficiente de variabilidad. En ambas figuras, el hecho de que el coeficiente de variabilidad se pueda estabilizar a un valor diferente de un escenario a otro significa que la desviación estándar y/o la media de  $F_0$  y  $F_1$  son diferentes, lo que confirma que la configuración del mecanismo semiadaptativo tiene una influencia sobre la fragilidad financiera empresarial en el marco del modelo.

*Fuente:* elaboración de los autores.

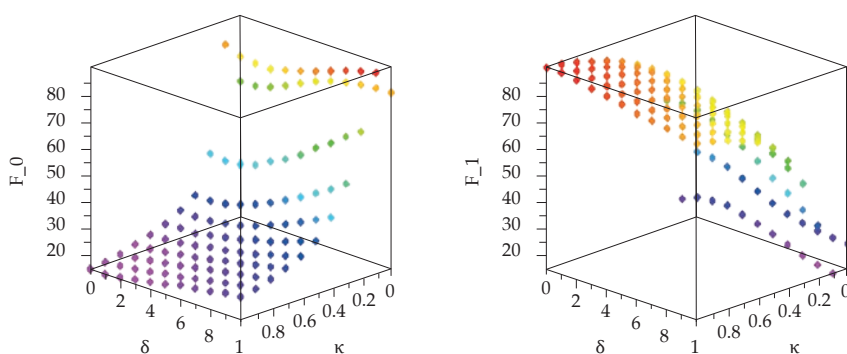
Precisamente, es lo que se constata en la presente investigación. La figura 4 contiene los coeficientes de variabilidad de  $F_0$  y  $F_1$  en cada uno de los 121 escenarios. El eje 'E' se compone de los diferentes escenarios, el eje 'N' se compone de los diferentes números de simulaciones que se realizaron de manera iterativa y en el eje 'CV' se reporta el coeficiente de variabilidad para cada escenario y cada número de simulaciones. Se puede constatar que para cualquier escenario el coeficiente de variabilidad se estabiliza a partir de 1000 simulaciones aproximadamente, tanto para  $F_0$  como para  $F_1$ .

## 5. Resultados

Los resultados se basan en el análisis de los valores promedios de  $F_0$  y  $F_1$  en cada escenario. Estos valores promedios son reportados en la figura 5. Cada punto según el eje vertical corresponde al valor promedio de  $F_0$  (parte izquierda) y  $F_1$  (parte derecha) dependiendo del valor de  $\delta_i$  y  $\kappa_i$ . Así, los dos ejes  $\delta$  y  $\kappa$  diseñan un escenario y el tercer eje describe la fragilidad financiera asociada a un escenario. Partiendo de estos valores, se buscan los escenarios con los cuales es posible minimizar el nivel de fragilidad financiera empresarial.



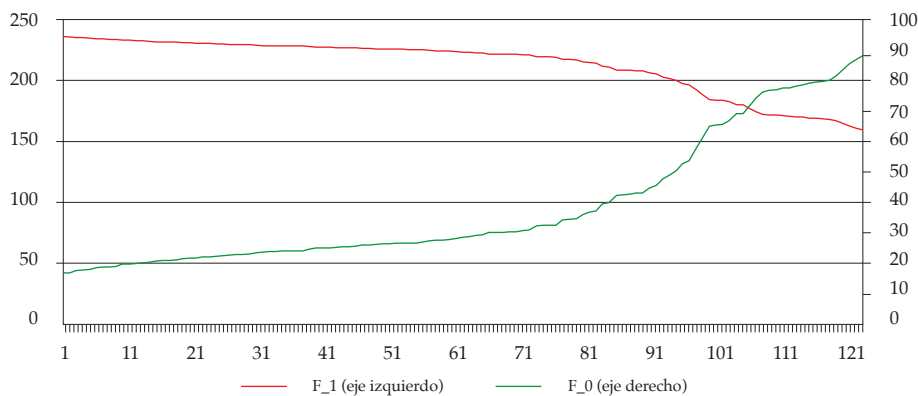
Esta minimización corresponde a la maximización del valor promedio de  $F_0$  y, simultáneamente, a la minimización del valor promedio de  $F_1$ . Conforme a la hipótesis de inestabilidad financiera de Minsky (1992), la minimización de la fragilidad financiera empresarial es necesaria para que la economía no enfrente una inestabilidad de origen financiera. La figura 6 ordena los diferentes escenarios por nivel decreciente de fragilidad financiera en el sector empresarial, es decir, un escenario tiene un rango mayor si resulta en un valor promedio de  $F_0$  mayor (y, por lo tanto, un valor promedio de  $F_1$  menor). Así, el último punto según el eje horizontal corresponde al escenario que minimiza la fragilidad financiera de las empresas.

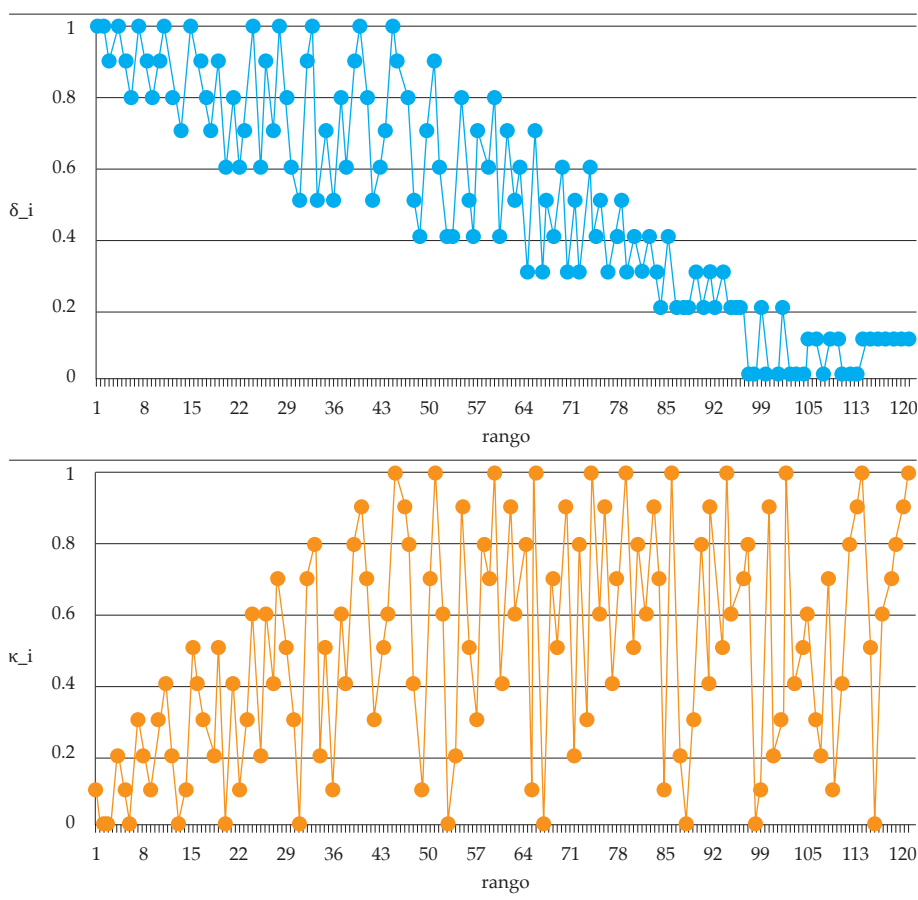


**Figura 5.** Valores promedios de  $F_0$  y  $F_1$  en función de  $\delta_i$  y  $\kappa_i$

*Nota:* en la gráfica izquierda, el eje ' $\delta$ ' se compone de los valores de  $\delta_i$ , el eje ' $\kappa$ ' se compone de los diferentes valores de  $\kappa_i$  y en el eje ' $F_0$ ' se reporta el número promedio de empresas que han sobrevivido al finalizar el período 300. Cada punto corresponde a una combinación de  $\delta_i$ ,  $\kappa_i$  y el valor promedio de  $F_0$ . En la gráfica derecha, se cambia  $F_0$  por  $F_1$ , es decir, el número promedio de empresas que no han sobrevivido al finalizar el período 300. Se puede observar que los puntos asociados con los promedios máximos de  $F_0$  y los promedios mínimos de  $F_1$  son los asociados a  $\delta_i=0$  y  $0,1$ .

*Fuente:* elaboración de los autores.





**Figura 6.** Ordenamiento de los escenarios según el nivel de fragilidad financiera (valores promedios de  $F_0$  y  $F_1$ )

*Nota:*  $F_0$  es el número de empresas sobrevivientes en el período 300 (fórmulas 20 y 21) y  $F_1$  es el número de empresas liquidadas hasta el período 300 (fórmula 22).  $(\delta_i, \kappa_i)$  tiene un rango mayor que  $(\delta'_i, \kappa'_i)$  si el valor de  $F_0$  asociado a  $(\delta_i, \kappa_i)$  es mayor que el valor de  $F_0$  asociado a  $(\delta'_i, \kappa'_i)$ . Esto equivale a que el valor de  $F_1$  asociado a  $(\delta_i, \kappa_i)$  es menor que el valor de  $F_1$  asociado a  $(\delta'_i, \kappa'_i)$ . El carácter no monotónico de la clasificación de  $\delta$  y  $\kappa$  es la consecuencia del modelo, pues por definición este es un sistema complejo (Tsfatsion, 2018).

*Fuente:* elaboración de los autores.

En consecuencia, es posible hallar un primer resultado: la minimización de la fragilidad financiera en el sector empresarial requiere que las empresas formulen sus expectativas de ingresos con un nivel de adaptación dado por  $\delta_i = 0,1$  y que simultáneamente estas expectativas se caracterizan por una volatilidad máxima ( $\kappa_i = 10$ ). Que el nivel de adaptación corresponde a  $\delta_i = 0,1$  significa que la expectativa inicial  $R_{i,0}$  sea considerada como una *casi referencia* por  $i$ . Se trata de una referencia con  $\delta_i = 0$ , pues este valor de  $\delta_i$  hace que en

cada período la expectativa se base en el 100 % de la expectativa previa  $R_{i,t-1}$  e ignora la tendencia observada  $Q_{i,t-1}$ . De esta forma, se trata de una 'casi referencia' con  $\delta_i = 0,1$  para así resaltar que en cada período la expectativa no se basa en el 100 % de la expectativa previa, sino en un porcentaje cerca del 100 %, a saber, el 90 %. De manera recursiva, se da una importancia significativa a la expectativa inicial.

Igualmente, que la volatilidad sea máxima para minimizar la fragilidad financiera podría ser considerado paradójico. Empero, es posible resaltar dos efectos contrarios sobre la fragilidad financiera de las empresas en relación con una volatilidad máxima en sus expectativas de ingresos.

- 1) Una volatilidad máxima implica que los sentimientos de *optimismo* deben impulsar mejoras significativas en las expectativas para que luego las empresas tomen la decisión de pagar más a sus proveedores y así proporcionar ingresos que favorecen la solvencia en el sector empresarial. Sin embargo, estos pagos adicionales requieren que las empresas pagadoras tal vez deban endeudarse más, lo que aumenta su riesgo de estar en situación de fragilidad.
- 2) Una volatilidad máxima también implica que los sentimientos de *pesimismo* incitan a las empresas a disminuir de manera significativa sus expectativas y, por lo tanto, el valor de los pagos a sus proveedores. Esto actúa en favor de las empresas pagadoras, pues si pagan menos entonces requieren menos endeudamiento y, finalmente, están menos expuestas a la fragilidad financiera. No obstante, la disminución antes señalada incrementa el riesgo de fragilidad financiera de las empresas pagadas, ya que estas reciben menos pagos que favorecen su solvencia.

En el modelo, tanto el optimismo como el pesimismo tienen el mismo peso en la formulación de las expectativas. Ahora bien, debido a la minimización de la fragilidad financiera mediante  $\kappa_i = 10$  (junto con  $\delta_i = 0,1$ ), el modelo sugiere que *el efecto positivo de la volatilidad en la solvencia de las empresas pagadas es mayor al efecto negativo de la volatilidad en la solvencia de las empresas pagadoras*.

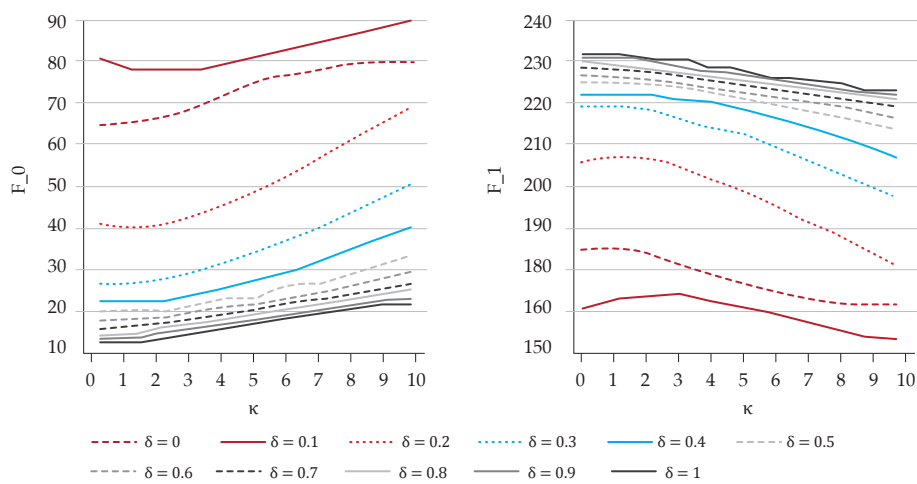
Del mismo modo, la figura 6 permite constatar que los escenarios más cercanos a la minimización de la fragilidad financiera en el sector empresarial comparten la siguiente característica: independientemente del grado de volatilidad en las expectativas, el nivel de adaptación de estas debe ser entre los más bajos. En efecto, entre los 24 últimos rangos, lo que corresponde al 20 % del total de rangos, se encuentran *todos* los escenarios con los valores 0 y 0,1 de  $\delta_i$ , o sea, los 22 escenarios que combinan el valor 0 o 0,1 con cualquiera de los 11 grados estudiados de volatilidad. Estos 22 escenarios incluyen los dos

escenarios con  $\kappa_i=0$ , de modo que un mecanismo estrictamente adaptativo puede hacer de los óptimos de segundo rango. Los otros dos escenarios que ocupan los 24 últimos rangos se caracterizan por  $\delta_i=0,2$  y  $\kappa_i=9$  o 10. Así, se halla un segundo resultado: *si las empresas no conforman sus expectativas de ingresos de manera que minimicen su fragilidad financiera, las empresas pueden acercarse a esta minimización si formulan sus expectativas de ingresos con los niveles mínimos de adaptación ( $\delta \rightarrow 0$ ) sin importar la volatilidad en dichas expectativas.*

Sin embargo, cabe recordar que los agentes económicos interactúan de manera descentralizada. No existe una planificación centralizada que estructure el complejo de decisiones e interacciones. En consecuencia, una economía no cuenta con un mecanismo de coordinación que haga que todas las empresas se pongan de acuerdo para formular sus expectativas de ingresos de cierta forma, con el fin de minimizar la fragilidad financiera o por lo menos acercarse a esta minimización. Por lo tanto, es muy probable que las interacciones no sean compatibles con el óptimo dado por el primer resultado antes hallado, o con los óptimos de segundo rango dados por el segundo resultado. En este sentido, es necesario encontrar resultados adicionales acerca de la manera según la cual cambia la fragilidad financiera dependiendo de cada variable de interés.

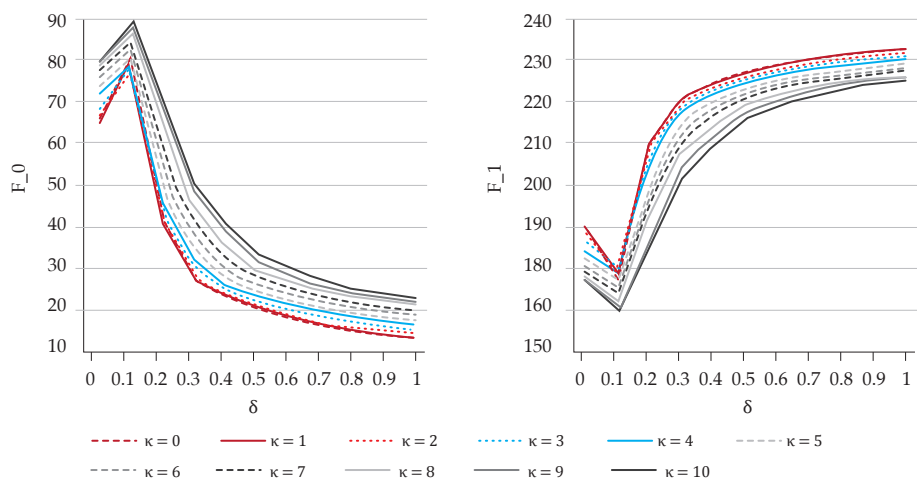
Como hay dos variables de interés, a saber,  $\delta$  y  $\kappa$ , es posible analizar cómo cambia la fragilidad financiera con una variación en una de las dos variables, mientras la otra variable queda fija. La figura 7 muestra cómo cambia la fragilidad financiera en función de  $\kappa$  una vez fijado  $\delta$ . En otras palabras, una vez se fija el nivel de adaptación de las expectativas de ingresos, se constata cómo cambia la fragilidad financiera si la volatilidad en tales expectativas es mayor. Es así que se puede establecer un tercer resultado: *de manera general, la fragilidad financiera en el sector empresarial disminuye si la volatilidad en las expectativas de ingresos aumenta.* Salvo con  $\delta_i=0$  la fragilidad financiera aumenta pasando de los valores 0 a 1 de  $\kappa$ , así como de 1 a 2 y de 2 a 3. En consecuencia, esta excepción se relaciona con una variación de  $\kappa_i$  partiendo de y limitada a los valores más pequeños de  $\kappa$ .

Según la misma lógica, la figura 8 muestra cómo cambia la fragilidad financiera en función de  $\delta$  una vez fijado  $\kappa$ . En otras palabras, una vez se fija el grado de volatilidad en las expectativas de ingresos, se constata cómo cambia la fragilidad financiera si tales expectativas tienen un nivel mayor de adaptación. Esto da lugar a un cuarto resultado que ya se podía vislumbrar en la segunda gráfica de la figura 6: *independientemente del grado de volatilidad en las expectativas de ingresos, la fragilidad financiera en el sector empresarial tiende a aumentar con un mayor nivel de adaptación en dichas expectativas.* Salvo cuando la variación consiste en pasar de  $\delta_i=0$  a  $\delta_i=0,1$  se observa una disminución en la fragilidad financiera, conforme al óptimo dado por  $\delta_i=0,1$  y  $\kappa_i=10$ .



**Figura 7.** Fragilidad financiera en función de  $\kappa$  una vez fijado  $\delta$

Fuente: elaboración de los autores.



**Figura 8.** Fragilidad financiera en función de  $\delta$  una vez fijado  $\kappa$

Fuente: eliminación de los autores.

## Conclusión

El presente trabajo es una contribución a la literatura relacionada con los modelos multiagentes diseñados en macroeconomía. Estos sistemas complejos que combinan teoría económica, matemáticas aplicadas y ciencias computacionales utilizan generalmente mecanismos adaptativos de las expectativas

de los agentes. Se propone un mecanismo semiadaptativo que hace que una cierta volatilidad afecte las expectativas, para así capturar la influencia de los sentimientos de optimismo/pesimismo en estas. En este sentido, el mecanismo propuesto es una generalización de un mecanismo estrictamente adaptativo. Esto contribuye a ampliar la clase de expectativas disponibles para los modelos macroeconómicos multiagentes y a utilizar mecanismos de expectativas más consistentes con la evidencia empírica acerca de la influencia de las emociones en la toma de decisiones económicas.

Este artículo ilustra el uso de un mecanismo semiadaptativo mediante un modelo cuyos fundamentos teóricos giran alrededor del tríptico conceptual pagos-deudas-saldos. El mecanismo semiadaptativo se aplica a las expectativas de ingresos de las empresas. Una vez presentado el modelo, se realizan simulaciones numéricas de este para estudiar cómo el mecanismo en cuestión influye en la fragilidad financiera en el sector empresarial. Para ello, se crean 121 escenarios, donde se combinan diferentes niveles de adaptación en las expectativas y de grado de volatilidad en ellas. Esto permite hallar cuatro resultados que proporcionan nuevas evidencias acerca de la manera según la cual la fragilidad financiera empresarial cambia dependiendo de la adaptación y de la volatilidad antes mencionadas: i) la fragilidad financiera se minimiza cuando las empresas formulan sus expectativas de ingresos con una volatilidad máxima alrededor de un nivel casi nulo de adaptación; ii) se puede acercar a minimizar la fragilidad financiera con un nivel de adaptación de sus expectativas de ingresos entre los más bajos, independientemente de la volatilidad en dichas expectativas; iii) una mayor volatilidad en las expectativas de ingresos tiende a disminuir la fragilidad financiera; y iv) un mayor nivel de adaptación en las expectativas de ingresos tiende a aumentar la fragilidad financiera. Estos resultados aportan un valor agregado a una literatura que, si bien ha estudiado de manera extensa la fragilidad financiera empresarial, poco ha tenido en cuenta la influencia de las expectativas en este fenómeno clave para comprender por qué una economía puede estar en crisis.

Conforme a la metodología multiagentes, los resultados anteriores son evidencias teóricas halladas mediante una serie de experimentos computacionales. Estos resultados son válidos en el marco de la economía artificial del modelo, el cual se basa en una cierta representación de las interacciones entre agentes (Lorscheid, et al., 2011). Sin embargo, al hallar los posibles vínculos entre fragilidad financiera y expectativas semiadaptativas, los resultados en cuestión ya se pueden comprobar a la luz de datos estadísticos respecto a las economías contemporáneas. Además, es posible extender el modelo para incluir más tipos de agentes (incluso asalariados e entidades públicas) y hacer más compleja la toma de decisiones, de modo que la economía artificial del

modelo se acerque más a las actividades económicas diarias, con el fin de garantizar una mayor consistencia *a priori* entre los resultados del modelo y la observación de dichas actividades (Tsfatsion, 2018).

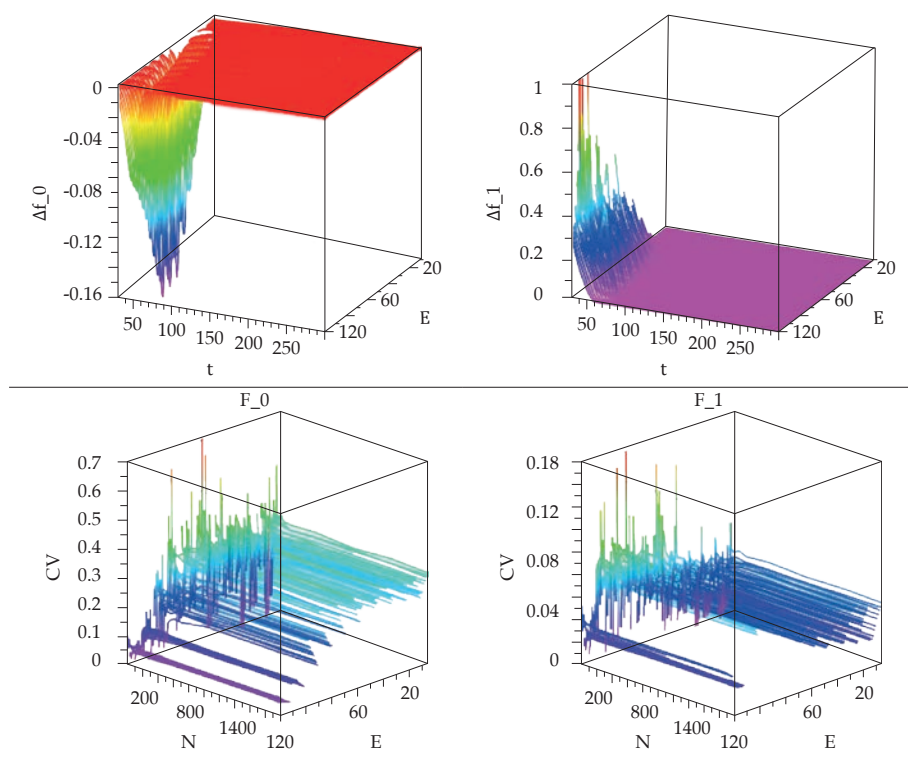
Igualmente, el modelo se puede modificar para tener en cuenta mecanismos semiadaptativos alternativos al mecanismo de la fórmula (9). En particular, en lugar de utilizar una variable distribuida según una ley normal estándar ( $B_{i,t}$ ), se podría utilizar otra distribución. La ley normal estándar hace que exista la misma probabilidad de que una expectativa aumente o baje a través de su volatilidad. En otras palabras, existe la misma probabilidad de que el agente que formula la expectativa sea sujeto a un sentimiento de optimismo o de pesimismo. No obstante, si se cambian los parámetros de la ley, o incluso si se cambia de ley de distribución, sería posible dar más peso al optimismo o al pesimismo. Así mismo, en el presente trabajo la volatilidad es proporcional a la raíz cuadrada de la expectativa del período anterior, es decir,  $\sqrt{R_{i,t-1}}$  siendo la empresa que formula la expectativa en cuestión). En otras palabras, se aplica el exponente 1/2 a  $R_{i,t-1}$ , pero se podría aplicar otro exponente. Finalmente, se podría incorporar un proceso de *salto* de Merton (1976), además del proceso de difusión contenido en  $\kappa_i \sqrt{R_{i,t-1}} B_{i,t}$ . Este proceso de salto podría ser la oportunidad de conceptualizar discontinuidades en la volatilidad, de modo que el optimismo (pesimismo) se podría autorreforzar o, al contrario, podría ser neutralizado por algún sentimiento de pesimismo (optimismo). De esta manera, sería posible utilizar más configuraciones del mecanismo semiadaptativo de expectativas, lo que tiene el potencial para generar más conocimiento, incluso acerca de la fragilidad financiera empresarial.

## Anexo

### Simulaciones numéricas con una extensión 30 del círculo de pagos del modelo

Se realizan simulaciones según las mismas condiciones, con un cambio en el control correspondiente a la extensión del círculo de pagos. En lugar de 15, la extensión es fijada a 30. Esto significa que cada empresa inicia sus interacciones con 30 otras empresas (son las 30 'siguientes' empresas en el círculo; ver la fórmula 10 y el ejemplo dado por la tabla 1). La figura 9 describe el protocolo de confiabilidad de las simulaciones, dada por la convergencia hacia cero de las tasas de variación de las variables  $f_{0,t}$  y  $f_{1,t}$  (ver las explicaciones que acompañan a las fórmulas 23 y 24, así como a la figura 3), al igual que la estabilidad del coeficiente de variabilidad de  $F_0$  y  $F_1$  (ver figura 4). Luego, la

figura 10 es análoga a la figura 6 y describe cómo se clasifican los 121 escenarios en función del nivel correspondiente de fragilidad financiera empresarial. La figura 11 muestra que hay pocas diferencias de rango entre la figura 6 (extensión 15) y la figura 10 (extensión 30), lo que sugiere que los resultados obtenidos con una extensión 15 tienden a ser válidos con una extensión 30. Las figuras 12 y 13 son análogas a las figuras 7 y 8, respectivamente, y tienden a describir las mismas relaciones funcionales entre la fragilidad financiera y la volatilidad de las expectativas, así como entre la fragilidad financiera y el grado de adaptación en las expectativas. En particular, el escenario óptimo, correspondiente a la minimización de la fragilidad financiera, es el mismo con ambas extensiones, a saber,  $\delta_i = 0,1$  junto con  $\kappa_i = 10$ . Igualmente, los óptimos de segundo rango incluyen todas las combinaciones de  $\delta_i$  y  $\kappa_i$  con  $\delta_i = 0$  o  $0.1$ .

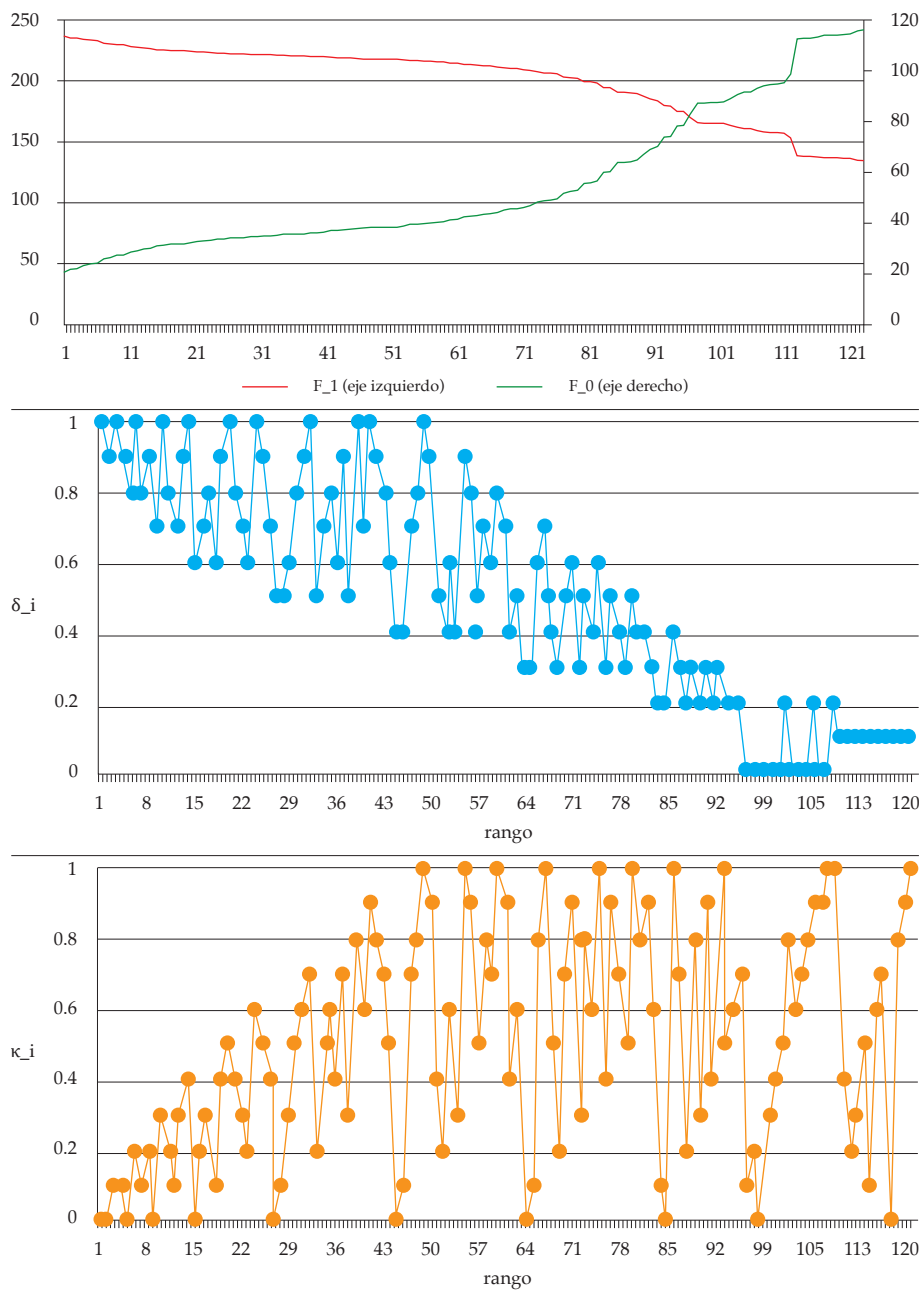


**Figura 9.** Tasa de variación de  $f_{0,t}$  y  $f_{1,t}$ , y coeficientes de variabilidad de  $F_0$  y  $F_1$ , círculo de pagos de extensión 30

*Nota:* para la interpretación de las gráficas, ver figuras 3 y 4.

*Fuente:* elaboración de los autores.

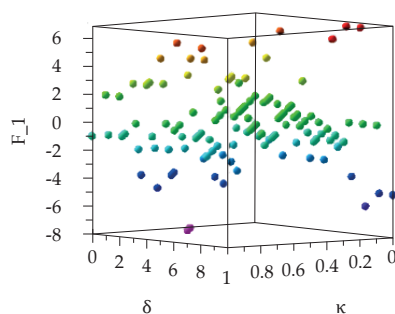




**Figura 10.** Ordenamiento de los escenarios según el nivel de fragilidad financiera (valores promedios de  $F_0$  y  $F_1$ ), círculo de pagos de extensión 30

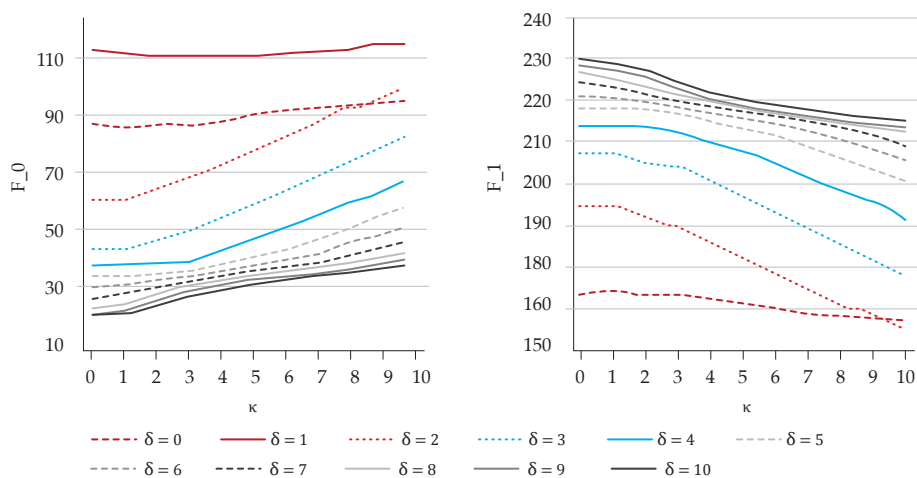
*Nota:* para la interpretación de las gráficas, ver figura 6.

*Fuente:* elaboración de los autores.



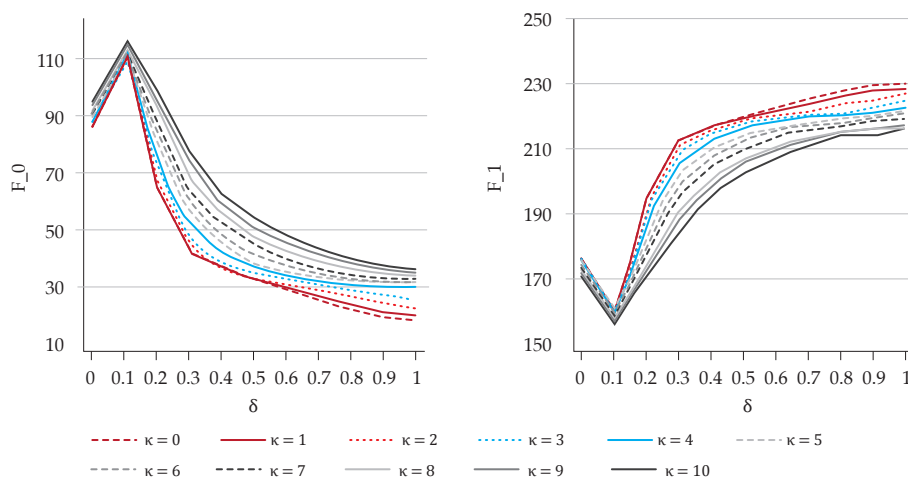
**Figura 11.** Diferencias de rango en la clasificación de los escenarios entre  $A=30$  y  $A=15$ .

*Nota:* el eje ' $\delta$ ' se compone de los valores de  $\delta_i$ , el eje ' $\kappa$ ' se compone de los diferentes valores de  $\kappa_i$ , y en el eje vertical se reporta la diferencia de rango en la clasificación del escenario dado por la combinación de  $\delta_i$  y  $\kappa_i$  según el nivel de fragilidad financiera empresarial. Esta diferencia resulta de la ejecución del modelo con un círculo de pagos de extensión 30 en lugar de 15. Se puede observar que la mayor parte de los escenarios cambia de dos rangos (+2 o -2 rangos), de ahí la similitud relativa de los resultados con las dos extensiones. *Fuente:* elaboración de los autores.



**Figura 12.** Fragilidad financiera en función de  $\kappa$  una vez fijado  $\delta$ , círculo de pagos de extensión 30

*Fuente:* elaboración de los autores.



**Figura 13.** Fragilidad financiera en función de  $\delta$  una vez fijado  $\kappa$ , círculo de pagos de extensión 30

Fuente: elaboración de los autores.

## Referencias

- Agliari, A., Chiarella, C., & Gardinic, L. (2006). A re-evaluation of adaptive expectations in light of global nonlinear dynamic analysis. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 60, 526-552.
- Akerlof, G. A., & Shiller, R. J. (2012). *Animal spirits: how human psychology drives the economy, and why it matters for global capitalism*. Princeton: Princeton University Press.
- Assenza, T., Delli Gatti, D., & Grazzini, J. (2015). Emergent dynamics of a macroeconomic agent-based model with capital and credit. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 50, 5-28.
- Axtell, R. L. (2007). What economic agents do: how cognition and interaction lead to emergence and complexity. *Review of Austrian Economics*, 20, 105-122.
- Bonabeau, E. (2002). Agent-based modeling: methods and techniques for simulating human systems. *PNAS*, 99, 7280-7287.
- Caiani, A., Godin, A., Caverzasi, E., Gallegati, M., Kinsella, S., & Stiglitz, J. E. (2016). Agent based - stock flow consistent macroeconomics: towards a benchmark model. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 69, 375-408.
- Cartelier, J. (2018). *Money, markets and capital: the case for a monetary analysis*. London: Routledge.

- Colasante, A., Palestrini, A., Russo, A., & Gallegati, M. (2017). Adaptive expectations versus rational expectations: evidence from the lab. *International Journal of Forecasting*, 33, 988-1006.
- Dawid, H., Harting, P., Van der Hoog, S., & Neugart, M. (2016). *A heterogeneous agent macroeconomic model for policy evaluation*. Working Papers in Economics and Management 6, Universität Bielefeld.
- Dawid, H., & Delli Gatti, D. (2018). Agent-based macroeconomics. En C. Hommes & B. LeBaron (Eds.), *Handbook of computational economics 4* (pp. 64-156). Amsterdam: North Holland.
- Delli Gatti, D., Gaffeo, E., Gallegati, M., Giulioni, G., Kirman, A., Palestrini, A., & Russo, A. (2007). Complex dynamics and empirical evidence. *Information Sciences*, 177, 1204-1221.
- Gallegati, M., Palestrini, A., & Russo, A. (2017). An introduction to agent-based computational macroeconomics. En M. Gallegati, A. Palestrini & A. Russo (Eds.), *Introduction to agent-based economics* (pp. 3-11). London: Academic Press.
- Gurgone, I., Iori, G., & Jafarey, S. (2018). The effects of interbank networks on efficiency and stability in a macroeconomic agent-based model. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 91, 257-288.
- Hommes, C. (2013). *Behavioral rationality and heterogeneous expectations in complex economic systems*. Cambridge (UK): Cambridge University Press.
- Koenig, G. (1980). Les fondements microéconomiques du principe de la demande effective. *Revue Française d'Économie*, 31, 430-464.
- Lengnick, M. (2013). Agent-based macroeconomics: a baseline model. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 86, 102-120.
- Lorscheid, I., Heine, B.-O., & Meyer, M. (2011). Opening the 'black box' of simulations: increased transparency and effective communication through the systematic design of experiments. *Computational and Mathematical Organization Theory*, 18, 22-62.
- Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of Financial Economics*, 3, 125-144.
- Mikosch, T. (1998). *Elementary stochastic calculus, with finance in view*. Singapore: World Scientific.
- Minsky, H. P. (1992). *The financial instability hypothesis*. Working Paper 74. The Jerome Levy Economics Institute.
- Oksendal, B. (2013). *Stochastic differential equations*. Berlin: Springer-Verlag.
- Palestrini, A. (2017). Expectation models in agent-based computational economics. En M. Gallegati, A. Palestrini & A. Russo (Eds.), *Introduction to agent-based economics* (pp. 127-142). London: Academic Press.

- Palestrini, A., & Gallegati, M. (2015). Unbiased adaptive expectation schemes. *Economics Bulletin*, 35, 1185-1190.
- Penagos, G., & Stellian, R. (2019). Une introduction au calcul stochastique, avec une application à la modélisation macroéconomique multi-agents. *Quadrature*, 111, 5-12.
- Recchioni, M. C., & Sun, Y. (2016). An explicitly solvable Heston model with stochastic interest rate. *European Journal of Operational Research*, 249, 359-377.
- Rochon, L.-P., & Rossi, S. (Eds.). (2017). *Advances in endogenous money analysis*. Cheltenham: Edward Elgar.
- Salle, I. (2015). Modeling expectations in agent-based models: an application to central bank's communication and monetary policy. *Economic Modelling*, 46, 130-141.
- Salle, I., Yildizo-lu, M., & SÉNégas, M.-A. (2013). Inflation targeting in a learning economy: an ABM perspective. *Economic Modelling*, 34, 114-128.
- Stellian, R. (2012). El análisis monetario: la cuestión de la naturaleza y papel de la moneda. *Lecturas de Economía*, 76, 293-327.
- Stellian, R., & Danna-Buitrago, J. P. (2017). Les modèles macroéconomiques multi-agents: la piste de l'approche monétaire. *Quadrature* 105, 40-46.
- Stellian, R., & Danna-Buitrago, J. P. (2020a). Financial distress, free cash flow and inter-firm payment network: evidence from an agent-based model. *International Journal of Finance and Economics* (en proceso de publicación).
- Stellian, R., & Danna-Buitrago, J. P. (2020b). El enfoque monetario de Schumpeter: una aplicación a la modelación multiagentes. *Revista de Economía Institucional*, 22(42), 153-186.
- Stellian, R., Danna-Buitrago, J. P., & Londoño Bedoya, D. A. (2018). Fragilidad financiera empresarial y expectativas de ingresos: evidencias de un modelo multiagentes. *Cuadernos de Economía*, 37, 225-254.
- Tesfatsion, L. (2018). Agent-based computational economics: a constructive approach to economic theory. En L. Tesfatsion & K. L. Judd (Eds.), *Handbook of computational economics* 2 (pp. 831-889). Amsterdam: North Holland.
- Tricou, F. (2013). The monetary constituents of capitalism. En F. Ülgen, R. Tortajada, M. Méaulle & R. Stellian (Eds.), *New contributions to monetary analysis: the foundations of an alternative economic paradigm* (pp. 135-154). London: Routledge.
- Webb, C. S., & Zank, H. (2011). Accounting for optimism and pessimism in expected utility. *Journal of Mathematical Economics*, 47, 706-717.
- Werner, R. (2014). Can banks individually create money out of nothing? The theories and the empirical evidence. *International Review of Financial Analysis*, 36, 1-19.