



IE Revista de Investigación Educativa de la
REDIECH
ISSN: 2007-4336
revista@rediech.org
Red de Investigadores Educativos Chihuahua A. C.
México

Modelización de una actividad de la física para mejorar la enseñanza del concepto de función

Camacho Ríos, Alberto; Valenzuela González, Verónica; Caldera Franco, Marisela Ivette
Modelización de una actividad de la física para mejorar la enseñanza del concepto de función
IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, vol. 8, núm. 15, 2017
Red de Investigadores Educativos Chihuahua A. C., México
Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=521653370005>

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial 4.0 Internacional.

Contenido

Modelización de una actividad de la física para mejorar la enseñanza del concepto de función

Modeling an activity of physics to improve the teaching of the concept of function

Alberto Camacho Ríos * camachoriosalberto@gmail.com

Instituto Tecnológico de Chihuahua II, México

Verónica Valenzuela González **

uvvalenzuelamx@yahoo.com.mx

Instituto Tecnológico de Chihuahua II, México

Marisela Ivette Caldera Franco ***

marisela_caldera_franco@yahoo.com.mx

Instituto Tecnológico de Chihuahua II, México

Resumen: En este documento, el concepto de función es examinado desde un contexto no-matemático, la física. En el escrito se desarrolla una modelización del fenómeno de capacitancia, en el cual el comportamiento del uso de condensadores permite identificar las variables que afectan los procesos de carga y descarga del mismo. En esa práctica resultan magnitudes de tiempo t contra voltaje V y corriente I , cuyas gráficas representan funciones exponenciales o logarítmicas. El objetivo de estudio es que los estudiantes del segundo semestre de ingeniería sean capaces de identificarlas. Por las características de la modelización, la experimentación es sujeta del modelo praxeológico extendido de Castela y Romo-Vázquez (2011). Según los resultados, los estudiantes reafirmaron el conocimiento que tenían del concepto de función exponencial a través de las actividades desarrolladas con la práctica. Además, involucrar conocimientos del curso de cálculo en la física causa fuertes conflictos con los programas de estudio que no son justificados por los profesores ni por los autores de los libros de texto.

Palabras clave: modelización, función, condensador, gráfica.

Abstract: In this paper, the concept of function is examined from a non-mathematical, physical context. The paper develops a modeling of the phenomenon of capacitance, in which the behavior of the use of capacitors allows to identify the variables that affect the loading and unloading processes of the same. From this practice the result is magnitudes of time t against voltage V and current I , whose graphs represent exponential or logarithmic functions. The objective of the study is that the students of the second semester of engineering would be able to identify them. Due to the characteristics of modeling, experimentation is subject to the Extended Praxeological Model of Castela and Romo-Vázquez (2011). According to the results the students reaffirmed their knowledge of the concept of exponential function through activities developed with practice. In addition, involving knowledge of the calculus course in physics causes strong conflicts with the study programs, which are not justified by teachers or authors of textbooks.

Keywords: modeling, function, capacitor, graph.

1. Introducción

Por medio de una práctica de la física se pretende que alumnos del nivel de ingeniería, de entre 18 a 20 años de edad, identifiquen las



funciones exponenciales y logarítmicas que resultan de la graficación de la función que modela el fenómeno de capacitancia. Como resultado de esa actividad, se busca que reafirman el significado del concepto de función visto en los cursos de cálculo diferencial a partir de sus componentes fundamentales: dominio, contradominio, variables dependiente e independiente, concavidades, crecimiento y decrecimiento, entre otros.

Se parte del supuesto de que la práctica contiene una buena carga de elementos empíricos que surgen del fenómeno físico. En consecuencia, los datos que de la práctica resultan refieren magnitudes de tiempo t contra voltaje V y corriente I . Esas magnitudes se deben interpretar en el contexto de las funciones como valores de y según x , de modo que ello dé lugar a la graficación de la función que modela el fenómeno y a la identificación de las propias funciones.

El problema de investigación parte de una expresión de la física-matemática; es decir:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC},$$

que se determina mediante un proceso de análisis de mallas que involucran las siguientes magnitudes:

capacitancia C ,
resistencia R ,
voltaje ε .

El análisis lleva a su vez a la determinación de las leyes de Kirchhoff y la ley de Ohm (Serway, 1997, p. 154). Para determinar una expresión analítica que involucre la dependencia del tiempo de carga y corriente se debe resolver la ecuación del circuito de la malla a partir de las reglas de Kirchhoff; es decir:

$$\frac{d}{dt} \left(\varepsilon - \frac{q}{C} - IR \right) = 0,$$

donde q es la carga en el capacitor; ello lleva a establecer dos ecuaciones, como las siguientes:

$$\begin{aligned} R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} &= 0 \\ \frac{dI}{I} &= -\frac{1}{RC} dt \end{aligned}$$

Como R y C son constantes, esto puede ser integrado utilizando condiciones iniciales, como para $I(t)=0, I=I_0$, cuya sustitución lleva a la expresión buscada:

$$I(t) = \frac{\epsilon}{R} e^{-t/RC}.$$

El procedimiento anterior es poco comprensible para un estudiante de segundo semestre de ingeniería y anula la parte experimental de la que surge. De ahí que sea necesaria una actividad de experimentación física que la valide, adecuada para los estudiantes de ese semestre.

Debido a los tipos de técnicas algorítmicas que surgen en la actividad, nos inclinamos por utilizar el marco teórico reconocido como modelo praxeológico extendido de Castela y Romo-Vázquez (2011). El modelo extendido parte de incorporar a la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) una componente conocida como tecnología práctica, simbolizada como θ^P (figura 1), que permite sumar a la modelización *técnicas prácticas*, ausentes en las tecnologías teóricas θ^T (teoremas, definiciones, etcétera) de las que se desprenden las técnicas matemáticas que ayudan en la resolución de las tareas adheridas al discurso matemático de la clase (Castela, El Idrissi y Malonga, 2015, p. 424).

Las técnicas prácticas suelen ser proposiciones empíricas que se corresponden con la fenomenología física (Camacho y Sánchez, 2015), o bien con disciplinas ajenas a la matemática que no se justifican con los elementos tecnológicos supuestos en el modelo de organización matemática (OM), reconocido en la TAD como praxeologías canónicas (Chevallard, 2007) que no incorporan en su definición estructural al empirismo.

Fig. 1.

$$\left[\begin{array}{cccc} T, & \tau, & \theta^T & \Theta \\ & & \theta^P & \end{array} \right] \leftarrow P(M)$$

$$\left[\begin{array}{c} \\ & \end{array} \right] \leftarrow I_u$$

Modelo praxeológico extendido propuesto por Castela y Romo-Vázquez (2011), en el que se incluye a la unidad básica de análisis $[T, \tau, q, Q]$ una tecnología práctica q^P .

En la figura 1, I_u representa la institución usuaria de la matemática, en este caso la física, productora de tecnologías prácticas θ^P . $P(M)$ es la disciplina matemática constituida por la comunidad de investigadores que producen praxeologías matemáticas. Mientras que los tipos de tareas T y las técnicas τ se corresponden con las involucradas en la unidad básica de análisis de $[T, \tau, \theta, \Theta]$, así reconocida en Chevallard (1999). En esta última, el símbolo θ^T representa una tecnología teórica; es decir, un teorema, una definición, etcétera.

En la TAD, las praxeologías se consideran organizaciones matemáticas que contienen objetos y técnicas que se dedican en la práctica matemática hacia la resolución de problemas. Desde este punto de vista, las actividades de enseñanza-aprendizaje son constituidas por praxeologías matemáticas cuyos objetos no consideran otros conceptos que dieron origen a la construcción social de los conocimientos sobre los que descansa actualmente la enseñanza de la matemática. Por sí mismo, este marco teórico no acepta la modelación de conceptos de la matemática, cuya definición se considera empírica (Camacho y Romo-Vázquez, 2015, pp. 444-445; Castela, 2008); por ejemplo: los estudiantes en el nivel superior utilizan cotidianamente el software conocido como Wolfram, en sus diferentes versiones que se bajan al móvil, para resolver ecuaciones diferenciales que se les proponen como ejercicios en el salón de clase. La aplicación les otorga una síntesis de la solución de la ecuación sin mediar en el procedimiento completo, lo que da por resultado un desconcierto de los estudiantes al no contar con la totalidad del ejercicio. Como herramienta, el Wolfram se puede considerar como una técnica práctica que no pertenece al discurso diario de la clase, que utilizado adecuadamente puede favorecer el entendimiento de la resolución de diferentes problemas que se ventilan en los cursos. Otros casos frecuentes en el aula son las definiciones de las ecuaciones diferenciales parciales que devienen a las propias actividades de la física matemática, así como otros conceptos que se justifican a través de esta última ciencia, o bien a partir de argumentos que forman parte de la ingeniería.

2. Método

La actividad práctica es descrita ampliamente en Armendáriz (2017). Fue desarrollada a partir de la experiencia de la autora en la impartición del curso de física para estudiantes de ingeniería del sistema Tecnológico Nacional de México y eventualmente ha sido validada a lo largo de varios semestres de su experimentación. La descripción que se muestra enseguida es fruto de esa experiencia.

2.1. Práctica

Objetivo: familiarizarse con el comportamiento del condensador identificando las variables que afectan los procesos de carga y descarga del mismo y la manera en que los afectan.

En sí mismo, el objetivo así descrito establece una tecnología práctica θ^P adherida al discurso tradicional de la física en el aula.

Cada equipo trabajará con lo siguiente:

- Dos condensadores electrolíticos de $2200 \mu\text{F}$ (a 16 V o más) y otro más de una capacitancia diferente.
- Un resistor de 6800 W (o mayor, hasta 10 kW).
- Un resistor de 1000 W u otro valor marcadamente diferente al anterior.

- Un condensador electrolítico de un valor diferente a 2200.
- Un foco de extensión navideña con socket (porta foco).
- Una fuente de voltaje variable o cuatro pilas de 1.5 V tamaño D y un porta pilas.
- Conectores, cronómetro y multímetro (eventualmente se puede utilizar el móvil).

Enseguida, la autora enumera las actividades a desarrollar para lograr el objetivo. Estas últimas, en el contexto del modelo extendido de Castela y Romo-Vázquez (2011), se deben considerar como técnicas prácticas, que hemos simbolizado como t^P.

2.2 Actividad

t^P 1: armen un circuito serie con la resistencia de 6800 W, el condensador de 2200 μ F y la fuente de 6 V. Antes de cerrar el circuito asegúrense de que el condensador esté descargado juntando sus terminales y que han conectado la pata del condensador etiquetada como negativa con la terminal de más bajo potencial de la fuente (o la etiquetada como positiva con la terminal de más alto potencial). Dispongan el multímetro para medir uno de los parámetros del circuito y justo en el momento de cerrar el circuito comiencen a tomar lecturas cada dos segundos de un parámetro eléctrico del circuito; continúen así hasta que en varias lecturas consecutivas no haya cambio. ¿Qué pueden decir sobre el condensador después de esto?, ¿qué saben de él?

t^P 2: para conocer más sobre la forma en que trabaja un condensador, registren en la misma forma en que lo hicieron en el punto anterior (cada dos segundos) todos los parámetros eléctricos durante el proceso de carga. Puesto que solo disponen de un medidor, tendrán que repetir el proceso de carga para hacer todos los registros. En cada caso dibujen un diagrama del circuito, etiquétenlo con los valores usados y representen en él también la forma en que están conectando el medidor.

t^P 3: hagan lo mismo que en el punto 2 para el proceso de descarga. Para esto retiren la fuente de voltaje y cierren de nuevo el circuito; así el condensador se descargará y podrán registrar los valores de cada uno de los parámetros durante el proceso de descarga.

t^P 4: para cada uno de los grupos de lecturas (cada variable dependiente observada):

1. Describan con detalle, por escrito, cómo se comporta la variable.
2. Hagan un bosquejo preliminar de la gráfica que representa su comportamiento a partir de la observación del comportamiento general de los valores registrados (sin elaborar la gráfica).
3. Hagan la gráfica precisa (usando una hoja electrónica de cálculo).

t^P 5: con base en sus datos:

1. Durante el proceso de carga consideren el valor del voltaje en el condensador en un cierto instante y el valor del voltaje en el resistor en ese mismo instante. ¿Qué relación guardan estos dos valores con el voltaje de la fuente?

2. ¿Hay diferencia entre la forma en que se comporta la corriente durante el proceso de carga y el proceso de descarga?

La práctica involucra al menos dos actividades más después de la que se expone en la técnica t^P 5, las cuales tienen que ver con el fenómeno de capacitancia. Para el problema que nos interesa, las actividades que se desarrollan con las técnicas t^P 1 a t^P 5 son suficientes para la verificación que pretendemos que hagan los alumnos, desde la práctica, de las funciones involucradas en el cálculo diferencial.

2.3. Desarrollo de la actividad

La actividad se desarrolló con un grupo de 30 alumnos de segundo semestre (enero-junio de 2017) de la carrera de Ingeniería en Informática, dentro del curso de Física para Informática del Instituto Tecnológico de Chihuahua II, que pertenece al sistema Tecnológico Nacional de México (TecNM). Los estudiantes, durante el semestre anterior, habían cursado y acreditado la asignatura de Cálculo Diferencial, que contempla los diferentes tipos de funciones y sus gráficas, asociadas a las que resultan en la actividad de modelización.

Los alumnos trabajaron en equipos de cuatro, organizándose de tal manera que tomaron las lecturas de las variables en los circuitos sugeridos.

A cada equipo se les entregó la actividad práctica, descrita anteriormente, permitiendo que ellos leyeron e interpretarán las instrucciones ahí contenidas. Las pocas dificultades que se presentaron en la interpretación de las instrucciones se refirieron al capacitor en su expresión de dispositivo físico. Esto último fue aclarado por el profesor, mostrando a los alumnos físicamente el dispositivo y haciendo analogía de este último con su expresión simbólica en la forma en que se utiliza en las descripciones de la física. En este mismo sentido, se aclaró la polaridad de las terminales del condensador, buscando que la terminal negativa se conectara con aquella de más bajo potencial de la fuente de voltaje. De ahí se siguió con la medición y toma de datos. El profesor tuvo cuidado de revisar que cada equipo conectara adecuadamente el multímetro para evitar desperfectos en este último, de modo que las lecturas que se tomaran se acercaran lo más posible a la realidad del fenómeno.

La toma de lecturas fue videografiada utilizando para ello el móvil de los estudiantes, lo cual permitió posteriormente la transcripción de los datos. El móvil se permitió en la experimentación debido a que la toma de lecturas se exigió por cada dos segundos, lo cual representaba cierta dificultad con el uso de cronómetros tradicionales. A partir de la videogravación fue posible rescatar las lecturas y transcribirlas en una tabla en Excel.

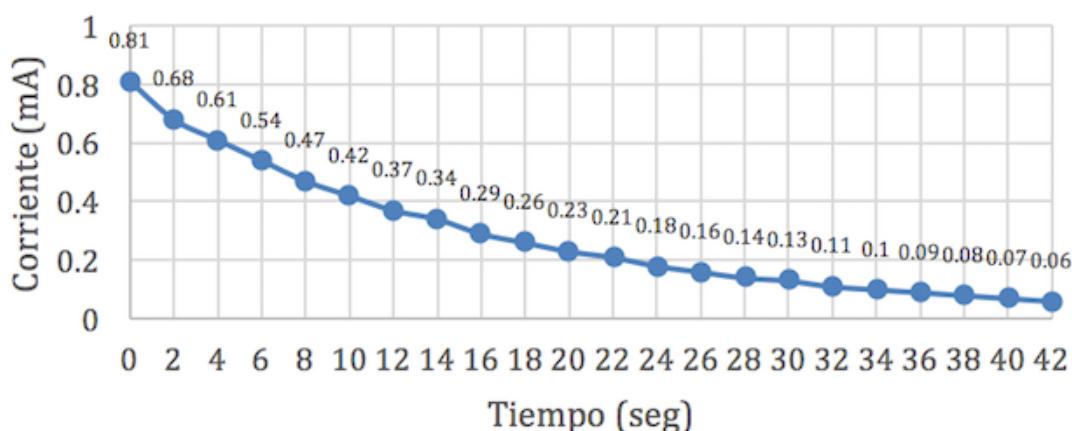
2.3. Descripción de las lecturas y gráficas

Por el tipo de experimento, se estimaron al menos cinco tablas con sus respectivas gráficas. La primera de ellas enlista elementos numéricos de voltaje V contra tiempo t , en el proceso de carga en el condensador. La segunda refiere voltaje V contra tiempo t , en el proceso de carga en el resistor. En la tercera, se estima corriente I contra tiempo t , en el proceso de carga. En la cuarta se considera voltaje V contra tiempo t en el proceso de descarga en el condensador. Finalmente, en la quinta, se contempla corriente I contra tiempo t , en el circuito dentro del proceso de descarga.

En la imagen de la figura 2 se encuentran enumerados los valores de corriente I contra tiempo t , determinados durante el proceso de carga del condensador, la gráfica de valores fue elaborada por uno de los equipos. Se puede observar que la cantidad de valores puntuales tienden a la gráfica de una función exponencial, cuya expresión es semejante a: $f(x) = a^x$

Fig. 2.

Corriente de Carga (mA)



Gráfica de la corriente I contra tiempo t , en el proceso de carga del condensador.

Después de que los equipos terminaron de llenar las tablas de valores y elaborar las gráficas correspondientes, el profesor les hizo entrega de una lista de gráficas de diferentes tipos de funciones (ver anexo al final del artículo), como por ejemplo: $f(x) = c$, $f(x) = ax$, $f(x) = a^x$, $f(x) = x^3$, etcétera, en las que se colocaron funciones exponenciales y logarítmicas, como las determinadas en la experimentación. Esto último permitió que los estudiantes identificaran las gráficas elaboradas, así como sus elementos significativos: variables dependiente e independiente, dominio, rango, intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidades y asíntotas.

Debido a que las gráficas elaboradas a partir de los datos de la experimentación, son semejantes a las proporcionadas en el listado por el profesor, no fue difícil que los estudiantes las identificaran. Sin embargo, se presentaron algunas situaciones que consideramos necesario comentar.

Una de ellas tiene que ver con los tipos de gráficas que aparecen en el listado (Anexo) ya que la gráfica que resulta de la experimentación, (figura 2), no se encuentra en este último, siendo la correspondiente, del tipo $f(x) = a^x$. Ello provocó cierta confusión en los estudiantes, haciendo necesaria la participación del profesor, quien los orientó con una serie de preguntas hacia el tipo de gráfica deseada. Otro problema se presentó al intentar definir el rango de ésta última, que en los cursos de cálculo se reconoce como de (cero, infinito), el voltaje en general limita al voltaje que otorga la fuente, por lo tanto la corriente quedaría en los límites de [0,0.8] miliamperios (mA). De igual manera, en los cinco casos, el dominio que involucra al tiempo t solamente ocurría en el intervalo de [cero, infinito), que en la práctica de la experimentación no se va al infinito, siendo que en las gráficas cotidianas de los cursos de cálculo es de (-infinito, infinito).

3. Discusión y resultados

Durante el desarrollo de la experimentación, la actividad física irrumpió con conocimientos cercanos a los conceptos del cálculo diferencial, como fueron dominio, contra-dominio y gráficas de las funciones en juego. Esos conocimientos se salieron del control de la modelización, lo cual provocó cierta confusión en los estudiantes, que deberá tomarse en consideración para futuras reproducciones de la práctica. Además, en otro momento, para modelar la actividad física desde el punto de vista de la didáctica de la matemática, será necesario un tratamiento acorde a los Momentos de Estudio de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard (2007). Los Momentos se concibieron bajo una estructura metodológica que lleva a los estudiantes a construir los conocimientos en el acto mismo de su enseñanza-aprendizaje. Además, una reproducción de la práctica en un escenario del curso de cálculo diferencial, hace necesario que el profesor tenga conocimientos elementales de la física, lo cual no necesariamente puede ocurrir.

4. Conclusiones

En la práctica que precede se parte de un cuestionamiento que surge de actividades de la física, en este caso el circuito de carga de un condensador. Tal actividad supone un trabajo de modelización de la práctica misma. Trabajo que involucra la recolección de datos que a su vez lleva a la graficación de funciones de la matemática. En la experimentación se introdujeron funciones exponenciales y logarítmicas, herramientas valiosas que dejan claro el concepto de capacitancia y confirman el comportamiento de las variables de las funciones mencionadas a través de su crecimiento y decrecimiento, considerando también los intervalos de los dominios y contra dominios, respectivos.

En este sentido, consideramos que los estudiantes reafirmaron el conocimiento que tenían del concepto de función exponencial, toda vez

que esa ratificación se dio a través de las actividades desarrolladas con la práctica.

En sentido inverso, es decir desde la enseñanza del concepto de función (exponencial y logarítmica) en la asignatura del Cálculo Diferencial, esta situación pudiera luego constituir una base para mejorar y reafirmar el aprendizaje del mismo concepto, toda vez que la actividad es susceptible de conducir a la introducción de la gráfica de las funciones, desde un contexto no-matemático, lo cual entra en conflicto con la presentación de estos temas en los cursos habituales de esa asignatura (Castela, El Idrissi & Malonga, 2015). No obstante, la introducción de conceptos en el curso de cálculo desde la física es cotidiano y la justificación a tales conflictos y restricciones que se provocan con su inmersión, se encuentra en el marco teórico propuesto, toda vez que poco conocido en los países latinoamericanos. En esos conflictos se encuentran dos modos de razonamiento opuestos, de los que destaca el nivel de rigor que debe emplearse en la enseñanza de las matemáticas para los futuros ingenieros y el empirismo dominante en el aula.

Referencias

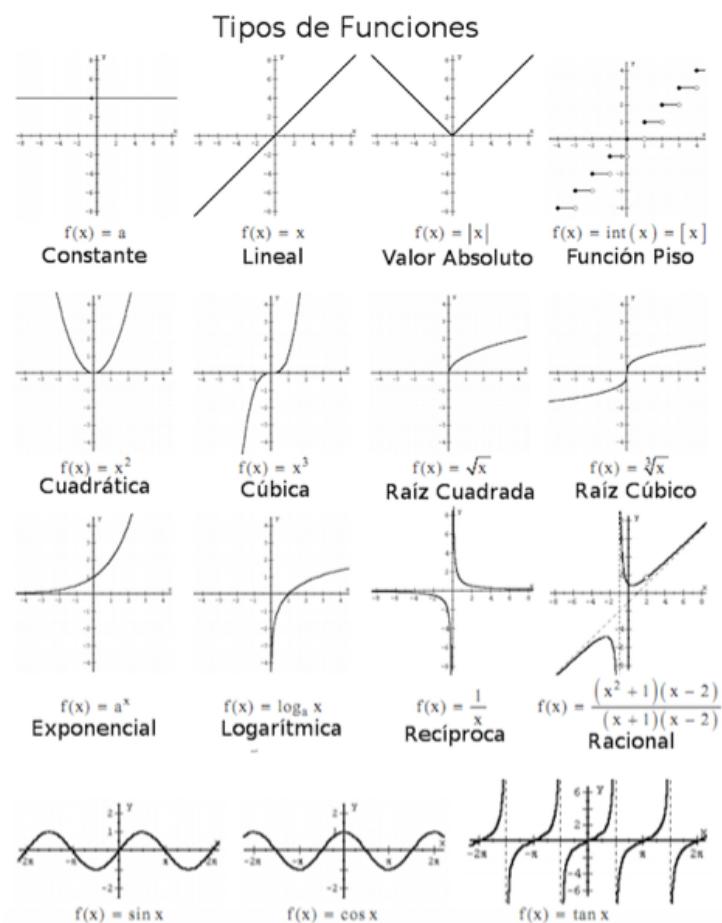
- Armendáriz, Griselda (2017). Manual de prácticas de física general. Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Chihuahua II, Departamento de Ciencias Básicas.
- Castela, Corine. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(2), 135-179.
- Castela, Corine & Romo-Vázquez, Avenilde. (2011). Des mathématiques à l'Automatique: Étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, (31), 1, pp. 79-130.
- Castela, Corine, El Idrissi A. & Malonga Moungabio Fernando. (2015). Les interactions entre les mathématiques et les autres disciplines dans les formations générale et professionnelle –Compte-rendu du groupe de travail n°5. In Theis L. (Ed.) Pluralités culturelles et universalité des mathématiques: enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage– Actes du colloque EMF2015 – GT5, pp. 424-430.
- Camacho, Alberto & Romo-Vázquez Avenilde. (2015) Déconstruction-construction d'un concept mathématique. In Theis L (Ed.) Pluralités culturelles et universalité des mathématiques: enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage. – Actes du colloque EMF2015– GT5, pp. 443-453.
- Camacho, Alberto & Sánchez, Bertha Ivonne. (2015). Praxeologías y empiremas, recursos extremos para la construcción de conocimiento. XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática-CIAEM, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Consultado el 20 de abril de 2013,

en: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf

Chevallard, Yves. (2007). Passé et présent de la Théorie Anthropologique du Didactique. En Ruiz-Higueras, L. Estepa, A García, F. J (Eds.). Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones a la Teoría Antropológica de lo Didáctico, 705-746. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Serway, Raymond (1997). Electricidad y magnetismo. México: Mc-Graw-Hill Interamericana Editores.

Anexo



Listado de funciones sugeridas a los estudiantes durante el desarrollo de la experimentación.

Notas de autor

- * Alberto Camacho Ríos. Profesor-investigador del Instituto Tecnológico de Chihuahua II, México. Líder del Cuerpo Académico Educación Matemática ITCHID-CA-2, LIIADT: Didáctica de la Matemática. Es doctor en matemática educativa

por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

- ** Verónica Valenzuela González. Docente del Departamento de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico de Chihuahua II, México. Miembro del Cuerpo Académico Educación Matemática ITCHID-CA-2, LIIADT: Didáctica de la Matemática. Maestra en educación por la Universidad Pedagógica Nacional.
- *** Marisela Ivette Caldera Franco. Docente del Programa de Maestría en Sistemas Computacionales del Instituto Tecnológico de Chihuahua II, México. Miembro del Cuerpo Académico Educación Matemática ITCHID-CA-2, LIIADT: Didáctica de la Matemática. Estudiante en el Programa de Doctorado en Educación de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Autónoma de Chihuahua.

