



IE Revista de Investigación Educativa de la
REDIECH
ISSN: 2007-4336
revista@rediech.org
Red de Investigadores Educativos Chihuahua A. C.
México

Propuesta de una situación didáctica con el uso de material didáctico para la comprensión de la noción de semejanza en estudiantes de segundo de secundaria

Briceño Solís, Eduardo Carlos; Alamillo Sánchez, Lizbet

Propuesta de una situación didáctica con el uso de material didáctico para la comprensión de la noción de semejanza en estudiantes de segundo de secundaria

IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, vol. 8, núm. 15, 2017

Red de Investigadores Educativos Chihuahua A. C., México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=521653370008>

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial 4.0 Internacional.

Propuesta de una situación didáctica con el uso de material didáctico para la comprensión de la noción de semejanza en estudiantes de segundo de secundaria

Proposal of a didactic situation with the use of teaching material for the understanding of the notion of similarity in secondary school students

Eduardo Carlos Briceño Solís * ecbs74@gmail.com

Universidad Autónoma de Zacatecas, México

Lizbet Alamillo Sánchez ** lizalsan88@hotmail.com

Universidad Autónoma de Zacatecas, México

Resumen: Se reporta el resultado de la aplicación de una situación didáctica con estudiantes de secundaria para analizar cómo comprenden la noción de semejanza con el uso de material didáctico. La situación se fundamentó en la teoría de situaciones didácticas con actividades de construcción de figuras geométricas con el uso del tangram como material de uso didáctico. El objetivo es que los estudiantes generen una representación geométrica de semejanza y conjeturen la idea de razón. Los resultados muestran estrategias con el uso del material para generar explicaciones sobre la noción de semejanza.

Palabras clave: situación didáctica, material didáctico, semejanza.

Abstract: See the result of the application of a didactic situation with secondary students to analyze how to understand the notion of similarity with the use of didactic material. The situation is based on the Theory of Didactic Situations with activities of construction of geometric figures with the use of tangram as material of didactic. The goal is that students generate a geometric representation of similarity and conjecture the idea of reason. The results of the strategies with the use of the material to generate explanations on the notion of similarity.

Keywords: didactic situations, teaching material, similarity.

IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, vol. 8, núm. 15, 2017

Red de Investigadores Educativos Chihuahua A. C., México

Recepción: 21 Agosto 2017
Aprobación: 27 Septiembre 2017

Redalyc: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=521653370008>

CC BY-NC

1. Introducción

Se consideró como problemática la complejidad de la comprensión del concepto de semejanza de figuras geométricas en estudiantes de nivel básico (segundo grado de secundaria). Por otra parte, se asumen que el uso de material tangible ayuda a la comprensión de la noción de semejanza. Con estas afirmaciones se formuló la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo comprenden los estudiantes de nivel básico la noción de semejanza al implementar una situación didáctica con el uso de material tangible?

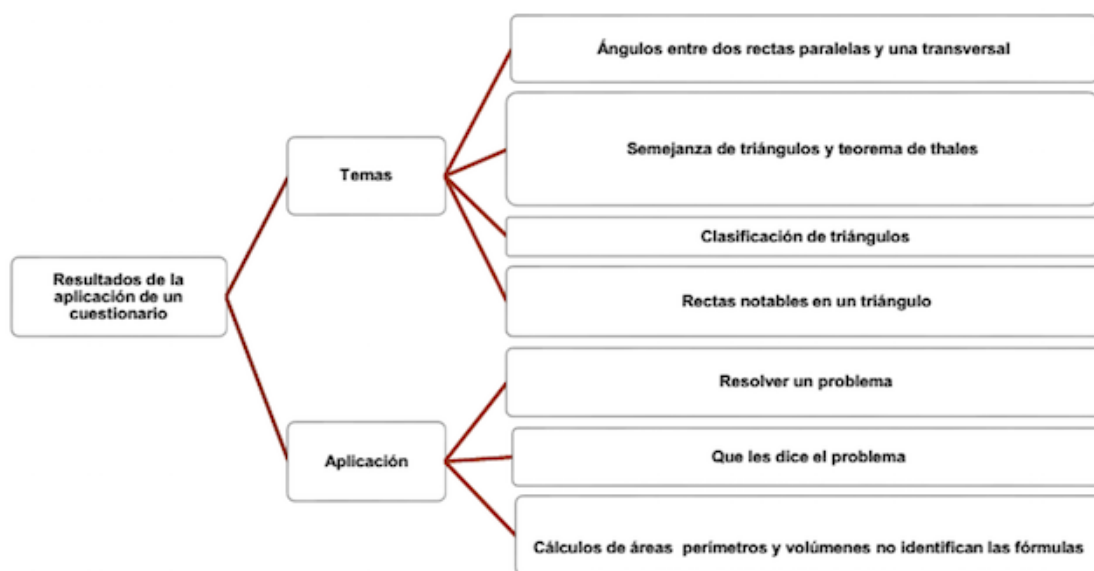
La justificación se da porque el estudiante manipula poco, de forma física, la noción del concepto, pues lo aprende de forma algorítmica (Gualdrón y Gutiérrez, 2006; Gamboa y Ballester, 2010; Fontes, 2011). Al respecto, Barrantes, Balletbo y Fernández (2014, p. 4) mencionan que “la enseñanza de la geometría es difícil por el nivel de abstracción visual,

mental y espacial, pues la enseñanza es presentada de forma tradicional, es decir, enfocándose en el aspecto memorístico”. Así, la enseñanza requiere desarrollar en el estudiante diversas estrategias y que de ellas reflexione para resolver un problema. Razón por la cual se diseñó una serie de actividades bajo el marco teórico de la teoría de situaciones didácticas, ya que permite analizar cómo el estudiante valida y reformula estrategias para la solución de un problema.

2. Dificultades en el aprendizaje de la semejanza

Uno de los temas en geometría que se dificulta entender al estudiante es el de semejanza, como se muestra en la figura 1, que es el resultado de la aplicación de un cuestionario diagnóstico a estudiantes de secundaria.

Fig. 1.



Resultados de temas que se dificultan a los estudiantes de secundaria.

Fuente: Gamboa y Ballesteros, 2010.

Los autores de esta investigación mencionan que se debe al uso excesivo de la memorización y aplicación de fórmulas que carecen, conceptualmente, de significado para el estudiante.

Por otra parte, Gualdrón y Gutiérrez (2006, p. 4) expresan como problemática “que los estudiantes tienen dificultad para reconocer la semejanza cuando las medidas de los lados de las figuras no son enteras, y que recurren a la estrategia aditiva de forma errónea”. Es por ello que su objetivo de investigación fue conocer y estudiar las ideas previas acerca del conocimiento y razonamiento que tienen los estudiantes para contrastarlas con las ideas generadas después de impartir una unidad de enseñanza del concepto de semejanza. El diseño de los autores consistió en un pretest que da a conocer conocimientos previos del estudiante a la enseñanza de la semejanza, así como su nivel de razonamiento en actividades de manipulación de figuras no regulares justificándolo

de manera numérica, gráfica o verbal. El siguiente texto muestra la intencionalidad del pretest:

Sus conocimientos en cuanto a contenidos relacionados con el tema, sus estrategias de resolución (ejercicios y problemas), las dificultades más frecuentes sobre diferentes aspectos de la semejanza de figuras planas y los tipos de errores más frecuentes. [Gualdrón y Gutiérrez, 2006, p. 9].

Estos investigadores afirman que la comprensión de la semejanza se verá reflejada en la concepción que tengan al respecto y que el aspecto visual de la razón, en la representación geométrica, es de gran ayuda. Como resultados describe que los estudiantes logran ver que la estrategia aditiva es incorrecta, pues en el pretest se evidencia que la mayor parte de las respuestas son incorrectas al utilizarla. Conviene ejemplificar el término estrategia aditiva en el siguiente ejemplo. Se plantea el ejercicio a los estudiantes de ampliar un rectángulo a una base de 12 como se muestra en la figura 2.

Fig. 2.



Ejemplo de estrategia aditiva.

Fuente: Gualdrón y Gutiérrez (2006, p. 4).

Se reporta que los estudiantes dan como respuesta que la altura es de 10 cm, ya que realizan la diferencia de $12-5=7$, y este valor se le suma a la altura 3, para obtener así $7+3=10$. Por otro lado, realizan la operación $5-3=2$ y este valor se lo restan a 12 para obtener $12-2=10$. Al respecto, esta dificultad también es reportada por Mochón (2012), quien describe que se hace uso de diferencias o sumas en parte o todo en lugar de un razonamiento multiplicativo.

En otro trabajo sobre el concepto de semejanza se reporta una propuesta de enseñanza usando fractales y la aplicación de un pretest y postest, con la idea de realizar una clasificación de las dificultades de su comprensión (Castro y Céspedes, 2009). Se encontró el procedimiento del uso de la estrategia aditiva en figuras semejantes y también si la relación de proporción de las figuras es fraccionaria; los estudiantes no lo reconocen como figuras semejantes.

Fontes (2011) reporta investigaciones acerca de la semejanza de figuras planas enfocándose en analizar los objetivos, las metodologías utilizadas, las condiciones que realizan para analizar los datos y resultados. A continuación describimos algunos de ellos:

- La investigación de Cedro y Jacinto (2007), con el objetivo de conocer los procesos de aprendizaje respecto a la semejanza, elaboraron un experimento en el cual incluyeron actividades referentes a la identificación de figuras semejantes a través del dibujo y recorte de

triángulos. Concluyen que las actividades tuvieron un impacto positivo en la enseñanza del tema (citado en Fontes, 2011).




- Asimismo, Silva (2007), planteó una serie de actividades sobre cómo los alumnos construyen el concepto. Para ello presenta ocho actividades, donde la primera tiene la idea sobre qué entienden los alumnos por objetos semejantes; la segunda fue de medición de mapas a distinta escala; la tercera, cuarta, quinta, sexta y séptima constaba de encontrar escalas en planos de casas y de una piscina; la última se incluyó un problema de aplicación. Los resultados mencionados fueron satisfactorios y permitieron al estudiante construir el concepto (citado en Fontes, 2011).

- Por último, Gualdrón (2010) aplica tareas que planteó en otra investigación en una unidad de enseñanza de la semejanza. Los resultados confirman que existe una dificultad estrecha entre la habilidad del alumno para construir figuras semejantes y darle una representación visual de la misma (citado en Fontes, 2011).

Consideramos que las referencias anteriores coinciden que el concepto de semejanza es tomado en cuenta de diferentes maneras, pero también es un tema que representa cierta dificultad de comprensión por los estudiantes. Sin embargo, consideran importante el aspecto visual en este tema, ya que propicia una serie de habilidades en el estudiante que propicia su comprensión. En ese sentido nos pareció importante indagar sobre el uso de algún recurso que permita la observación visual, misma que describimos a continuación.

Villarroel y Sgreccia (2011) consideran que los materiales didácticos utilizados para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, desde un aspecto visual del tema, propicia una serie de habilidades en el estudiante. Estos autores distinguen siete grupos que se describen en la tabla 1.

Tabla 1.

Tabla 1. Grupos de materiales didácticos y habilidades a desarrollar.		
Material didáctico	Habilidades que desarrolla	Imagen
Modelos fijos 2D y 3D	<ul style="list-style-type: none"> • Visuales. • Comunicación. • Razonamiento. • Aplicación. 	
Rompecabezas geométrico	<ul style="list-style-type: none"> • Visuales. • Dibujo o construcción. • Comunicación. • Razonamiento. • Aplicación. 	
Tangram	<ul style="list-style-type: none"> • Dibujo y construcción. • Ingenio. • Comunicación. • Razonamiento. • Aplicación. 	
Geoplano	<ul style="list-style-type: none"> • Visuales. • Dibujo y construcción. • Razonamiento. • Aplicación. 	
Transformaciones dinámicas	<ul style="list-style-type: none"> • Visuales. • Comunicación. • Construcción. • Razonamiento. 	
Origami o papiroflexia	<ul style="list-style-type: none"> • Comunicación. • Dibujo y construcción. • Razonamiento. • Aplicación. 	
Objetos del entorno real	<ul style="list-style-type: none"> • Visuales. • Comunicación. • Dibujo y construcción. • Razonamiento. • Aplicación. 	
Fuente: Villarroel y Sgreccia, 2011.		

Grupos de materiales didácticos y habilidades a desarrollar.

Fuente: Villarroel y Sgreccia, 2011.

Así, se considera que la problemática de la comprensión del tema de semejanza de figuras se debe al uso de la estrategia aditiva como recurso nato del estudiante. También se encontró la sugerencia de emplear recursos didácticos que sean visuales, tangibles y que apoyen la comprensión del concepto. En ese sentido, se ha considerado el uso del tangram, ya que permite múltiples manejos para crear figuras semejantes de diferente tamaño y habilidades de comunicación, razonamientos y aplicación que favorecen el desarrollo de la estrategia multiplicativa.

Para ello se planteó el diseño de una situación didáctica en torno al uso del tangram de siete piezas como recurso didáctico para su intervención en el tema. Hemos convenido llamar noción de semejanza, ya que el objetivo de este diseño es que el estudiante de segundo grado de secundaria desarrolle la idea del concepto de semejanza mediante un razonamiento multiplicativo. El contenido de semejanza de encuentra ubicado en el bloque I y III del plan de estudios de tercer grado (SEP, 2011),

donde considera la aplicación del concepto y la construcción de figuras geométricas como se muestra en la tabla 2.

Tabla 2.

Tabla 2. Ubicación del concepto de semejanza en tercer grado de secundaria	
Bloques o unidades	Forma, espacio y medida
Bloque I	<ul style="list-style-type: none"> • Construcción de figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades. • Explicitación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos a partir de construcciones con información determinada.
Bloque III	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicación de criterios de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de problemas. • Resolución de problemas geométricos mediante el teorema de Tales. • Aplicación de la semejanza en la construcción de figuras homotéticas.
Fuente: SEP, 2011.	

Ubicación del concepto de semejanza en tercer grado de secundaria
Fuente: SEP, 2011.

Se espera que el diseño de situación didáctica propicie en el estudiante el establecimiento de una razón de proporción multiplicativa por medio de la experimentación con el tangram para no recurrir a la estrategia aditiva. La elección del marco de la teoría de situaciones didácticas es considerada, ya que estructura la forma en que los estudiantes construyen conocimiento matemático cuando interactúan en un medio didáctico que orienta a estrategias para comprender el concepto matemático en cuestión. Nuestro trabajo pretende que la situación didáctica, con el uso de tangram, permita no recurrir a la estrategia aditiva, sino a la identificación de un patrón de proporcionalidad para establecer la razón de semejanza mediante relaciones multiplicativas.

3. La teoría de situaciones didácticas

La teoría de situaciones didácticas propuesta por Brousseau (1997) fue diseñada para establecer una relación entre estudiante-profesor y medio didáctico, en el cual “desarrolla la construcción de un conocimiento nuevo cuando el profesor provee el medio didáctico y el estudiante se enfrenta a él para la construcción del saber” (citado en Chavarría, 2006). La teoría es importante para los fines de esta investigación, ya que permite conocer cómo el estudiante construye y comprende la noción de semejanza mediante una validación de estrategias con el uso de un recurso didáctico tangible, con la intención de tener un enfoque distinto de enseñanza donde el elemento principal bajo esta teoría es la interacción del alumno con su medio didáctico para el desarrollo de estrategias.

El medio didáctico comienza desde el momento en que el profesor diseña la actividad, teniendo en cuenta las necesidades y condiciones que se requieren para el desarrollo del tema. Durante el proceso de

una situación didáctica se puede analizar cómo el estudiante aborda el tema, cómo piensa y enfrenta decisiones acerca de la resolución de problemas relacionados. En el escrito de Brousseau (1986), que lo describe como un medio sin intenciones didácticas, es claramente insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que él adquiera. Al ser el medio didáctico el espacio donde se desenvuelve el estudiante para la construcción del nuevo conocimiento, este requiere metodológicamente un proceso de etapas el cual se dividen como tipológicos de situaciones.

3.1. Tipología de situaciones en la teoría de situaciones didácticas

A continuación se presenta una tipología de situaciones incluidos en la teoría de Brousseau (1986) en una situación didáctica que conforman el medio didáctico que son: la acción, formulación, validación:

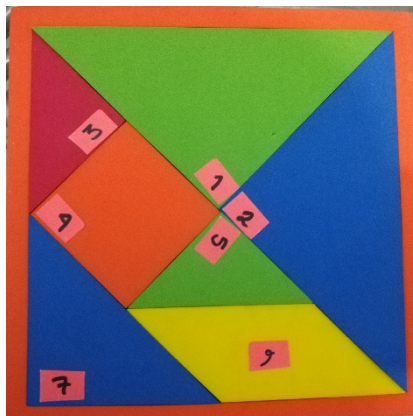
1. La situación acción consiste básicamente en que el estudiante trabaje individualmente con un problema, aplique sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber mediante la implementación de estrategias.
2. La situación de formulación consiste en un trabajo en grupo, donde se requiere la comunicación de los estudiantes; esto es, compartir experiencias en la construcción del conocimiento.
3. La situación de validación, donde, una vez que los estudiantes han interactuado de forma individual o de forma grupal en el medio didáctico, se pone a juicio de un interlocutor el producto obtenido de esa interacción.
4. La institucionalización del saber representa una actividad de suma importancia en el cierre de una situación didáctica. En esta los estudiantes ya han construido su conocimiento y simplemente el docente retoma y formaliza, aporta observaciones y clarifica conceptos ante los cuales la situación tuvo problemas.

Así, la teoría de situaciones didácticas, como herramienta teórica, nos permitirá conocer cómo el estudiante construye la noción de semejanza, su razonamiento al respecto desde una representación geométrica con la interacción física del tangram. En específico se trata de que se reconozcan patrones de aumento de los lados de figuras geométricas mediante una estrategia multiplicativa. A continuación se presentan las tipologías de la situación didáctica para analizar este desarrollo de la construcción del saber; lo describimos conforme las actividades que se diseñaron para esta investigación.

4. Tipología de situaciones de la situación didáctica de la investigación

El diseño de situación didáctica empleó el tangram como recurso de material didáctico tangible (cuyas piezas están numeradas en la figura 3).

Fig. 3.

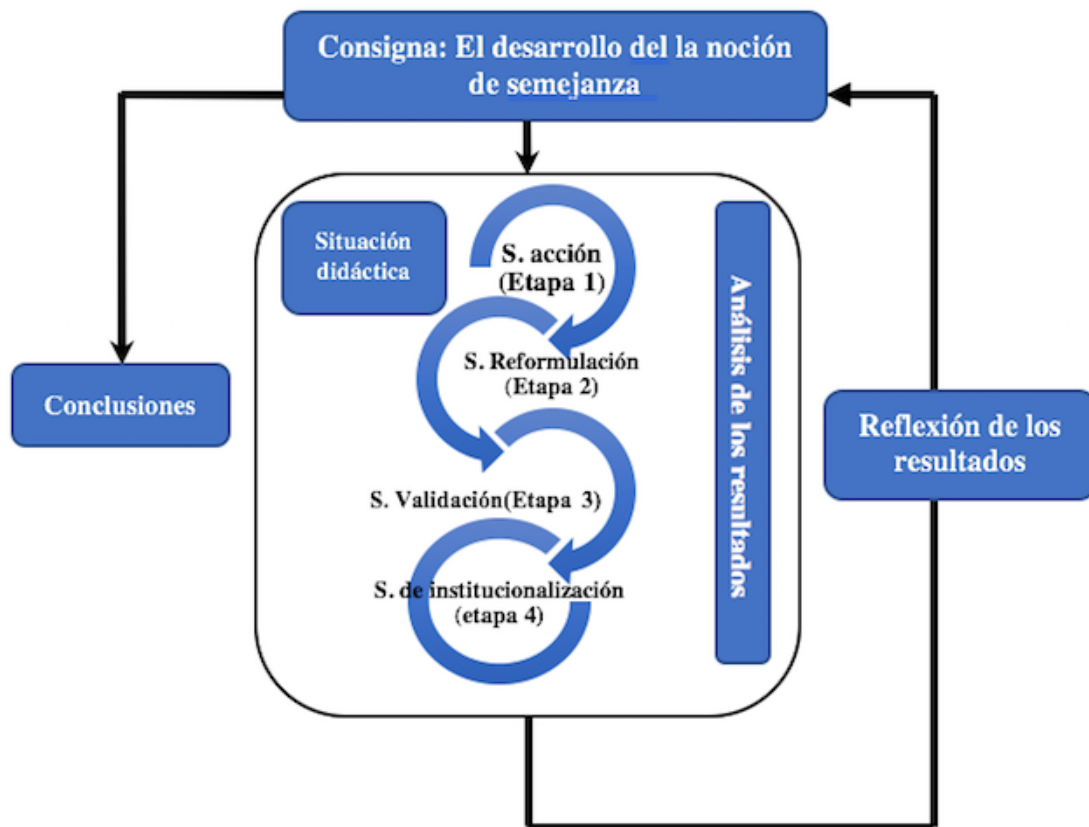


Tangram de siete piezas que se utilizó en la investigación.

Dicho recurso forma parte del medio didáctico para establecer la interacción de alumno-maestro-medio, además de proporcionar a los estudiantes la oportunidad de una experimentación física del concepto con el propósito de hacer emerger sus razonamientos y estrategias.

La situación se aplicó a un grupo selecto de 16 alumnos de segundo año de una secundaria perteneciente a la Universidad Autónoma de Zacatecas, los cuales se dividieron en cuatro equipos de tres integrantes y uno de cuatro integrantes. La razón de integrar equipos de tres estudiantes es para que, en sus interacciones, hubiera un criterio de desempate de conjeturas. El equipo de cuatro se conformó dado la paridad total del grupo. A cada mesa de trabajo se le otorgó un tangram, regla graduada y transportador. La actividad fue planeada para una sesión de una hora y cuarenta y cinco minutos. Para la recolección de datos y evidencia se entregó a los equipos una hoja de respuestas por etapa. Se grabó a un equipo al azar, siendo elegido el E1, video conformado por siete fragmentos de distinta duración como apoyo de algunas de las respuestas otorgadas por estudiantes en las hojas de trabajo. El estudio metodológicamente se encuentra conformado por cuatro etapas que atienden el proceso de construcción de conocimiento en la situación didáctica: acción, formulación, validación e institucionalización, que denominamos como etapas 1, 2, 3 y 4, respectivamente. En cada una de ellas se analizan los datos escritos en las hojas de trabajo y videograbaciones para, posteriormente, reflexionar ante la consigna de cómo el estudiante desarrolla este concepto con el uso del material. Por lo tanto, se intenta observar el uso de estrategias (multiplicativas, aditivas u otras) que le permitan identificar un patrón de comportamiento de aumento de la magnitud de los lados de figuras geométricas. Se presenta el diagrama metodológico del proceso de la obtención de resultados en la figura 4.

Fig. 4.



Esquema metodológico que se utilizó en la investigación.
Fuente: Elaboración personal.

En el siguiente apartado se presentan las intencionalidades de la situación didáctica en cada una de las etapas, siendo este el instrumento para la obtención de resultados.

4.1. Situación didáctica de la noción de semejanza

4.1.1. Situación de acción (etapa 1)

Actividad:

1. Con el apoyo de regla y transportador realicen las medidas de los lados y ángulos de cada figura del tangram; registrarán los datos en un cuadro como el de la siguiente imagen.

Medidas de los lados en cm					Medidas de sus ángulos grados			
Nombre y Número de pieza	a	b	c	d	$\sphericalangle a$	$\sphericalangle b$	$\sphericalangle c$	$\sphericalangle d$
Triángulo 1								
Triángulo 2								
Triángulo 3								
Cuadrado 4								
Triángulo 5								
Paralelogramo 6								
Triángulo 7								

Propósito:

• Los estudiantes interactúen con el concepto de forma física, teniendo un primer acercamiento con los elementos de una figura geométrica, como son los ángulos y las medidas de los lados. El investigador intervendrá solo de ser necesario sobre dudas en algún planteamiento de la actividad. Como parte de la situación de acción es el trabajo individual, familiarizándose con las figuras geométricas estableciendo las características que las definen.

4.1.2. Situación de formulación (etapa 2)

Actividades:

1. Construye dos triángulos de dimensiones 24, 17 y 17 cm (ver figura 5), uno formado por dos piezas y otro de cuatro piezas (ver figura 6). Toma nota de cuáles fueron las piezas que utilizaste en la construcción de los triángulos y escribe la medida de sus ángulos.

- Cantidad de piezas del primer triángulo formado por 2 piezas:

_____.

- Medidas de los ángulos del triángulo formado por 2 piezas:

_____.

- Cantidad de piezas del primer triángulo formado por 4 piezas:

_____.

- Medidas de los ángulos del triángulo formado por 4 piezas:

_____.

2. Construye un triángulo con tres piezas (ver figura 7) y otro con siete piezas del tangram (ver figura 8). Anota las piezas con las que construiste los triángulos, además de las dimensiones y medidas de los ángulos de cada triángulo formado.

- Cantidad de piezas del primer triángulo formado por 3 piezas:

_____.

- Medidas de los ángulos del triángulo formado por 3 piezas:

_____.

- Dimensiones de los lados del triángulo formado por 3 piezas:

_____.

- Cantidad de piezas del primer triángulo formado por 7 piezas:

_____.

- Medidas de los ángulos del triángulo formado por 7 piezas

_____.

- Dimensiones de los lados del triángulo formado por 7 piezas

_____.

2.1. ¿Qué puedes decir de sus ángulos y dimensiones comparando el de tres piezas con el triángulo formado con dos piezas?

Justificación: _____

2.2. ¿Qué puedes decir de sus ángulos y dimensiones comparando el de tres piezas con el triángulo formado con el de siete piezas?

Justificación: _____

Propósito:

- Se derivan dos preguntas de la actividad anterior, las cuales tienen el objetivo de que al comparar estratégicamente los triángulos contruidos en la actividad 1, observen que las medidas son distintas, pero su forma se mantiene.

3. ¿Podría decir que el triángulo formado con dos piezas y el de cuatro piezas son del mismo tamaño y de la misma forma?

Justificación: _____

Propósito:

- La actividad tiene la finalidad de que los estudiantes vean que la semejanza ocurre también cuando las figuras mantienen su forma y tienen las mismas medidas.

4. Construye una figura de la misma forma, pero distinto tamaño a la pieza número 4, de tal forma que su tamaño sea el doble. ¿Qué puedes decir de sus ángulos?

Justificación: _____

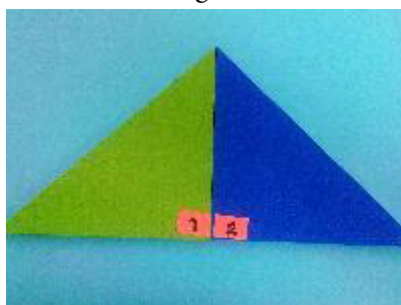
Propósitos:

- La finalidad es que construyan una figura del doble de tamaño que el cuadrado del tangram, conservando la medida de sus ángulos.

- Los estudiantes trabajarán en sus equipos en la construcción de figuras requeridas y mediante comunicación grupal para realizar conjeturas y afirmaciones acerca de la idea implícita de la noción de semejanza.

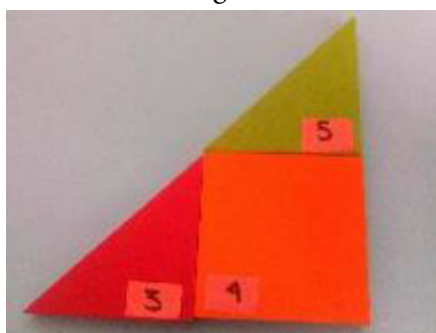
La primera actividad consta de dos preguntas, con la idea de desarrollar estrategias de construcción de triángulos con distintas cantidades determinadas de piezas del tangram. Los triángulos que se les pide construir son los que se ven en las figuras 5, 6, 7 y 8, aunque de acuerdo con su estrategia de construcción las piezas serán distintas.

Fig. 5.



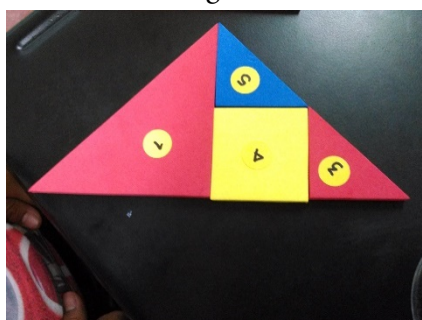
Triángulo formado por dos piezas.

Fig. 6.



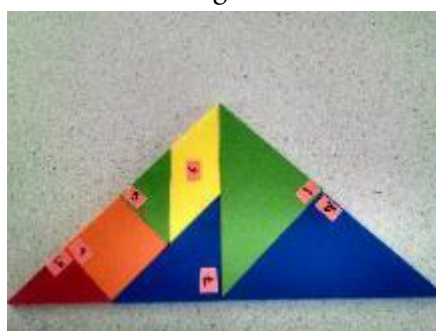
Triángulo formado por tres piezas.

Fig. 7.



Triángulo formado por cuatro piezas.

Fig. 8.



Triángulo formado por siete piezas.

4.1.3. Situación de validación (etapa 3)

Actividad:

5. ¿Podrías encontrar una figura de igual forma y distinto tamaño al paralelogramo número 6?

Justificación: _____

Propósito:

· En esta etapa, la pregunta propuesta impide utilizar las estrategias de construcción utilizadas en la etapa de formulación, y que requerirá su reestructuración de forma de pensar para buscar otra estrategia.

4.1.4. Situación de institucionalización (etapa 4)

Actividad:

6. Registra en la tabla de registro las medidas de los lados de la figura geométrica número 6 (a este le llamaremos paralelogramo 1) y las del paralelogramo que se formó anteriormente de mayor dimensión en la pregunta 5 (a este le llamaremos paralelogramo 2). Compara sus medidas y responde: ¿cuáles serían las medidas de los lados del paralelogramo siguiente, que denominaremos con el número 3?

Medidas de los lados en cm				
Nº Paralelogramo	a	b	c	d
#1				
#2				
#3				

Tabla de registro de medidas.

6.1. Observa las diferencias entre las medidas de los paralelogramos anteriores y responde: ¿cuáles serían las medidas de los lados de un paralelogramo 5? Escribe la estrategia que utilizaste para responder la pregunta anterior.

Propósitos:

· La idea principal será que observen un patrón entre cada paralelogramo. Al comparar las medidas del original con el paralelogramo 2, observen que uno es el doble de tamaño que el anterior, por lo cual se les pedirá deduzcan las medidas del paralelogramo 3 y 5, teniendo presente la observación anterior.

· La finalidad es que los estudiantes observen que la diferencia entre cada paralelogramo será el doble, como idea a la construcción de la razón de semejanza.

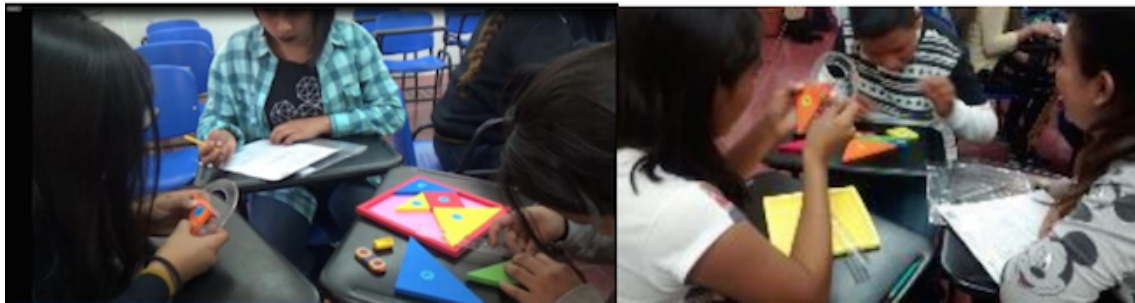
5. Descripción de resultados

Los datos utilizados en esta investigación se obtuvieron por medio de fotografías y grabación de videos, así como imágenes de las respuestas escritas por los estudiantes en cada etapa analizada. Por lo extenso del documento se muestra el análisis que consideramos representativo de cada etapa de la situación didáctica.

5.1. Primera etapa: situación de acción

El objetivo fue que los estudiantes interactuaran en un primer acercamiento con los elementos principales para la noción de semejanza; es decir, ángulos y las medidas de los lados de figuras geométricas. Se muestran imágenes de la interacción de los equipos E1 y E3 cuando realizaron mediciones a los lados (19 cm) y ángulos de las figuras que integran el tangram de siete piezas de forma tangible.

Fig. 9.



Interacción de los equipos E1 y E3 con los elementos de semejanza.

Se les pidió registrar dichas medidas en la tabla adjunta en su hoja de trabajo donde mostramos la respuesta del equipo E3, que coincide con E1, E2 y E4, de donde podemos considerar el primer acercamiento con los elementos del concepto (figura 10).

Fig. 10.

Nombre y Número de pieza	Medidas de los lados en cm				Medidas de sus ángulos grados			
	a	b	c	d	$\angle a$	$\angle b$	$\angle c$	$\angle d$
Triángulo 1	12	17	12		45°	45°	90°	
Triángulo 2	12	17	12		45°	45°	90°	
Triángulo 3	6	8.5	6		45°	45°	90°	
Cuadrado 4	6	6	6	6	90°	90°	90°	90°
Triángulo 5	6	8.5	6		45°	45°	90°	
Paralelogramo 6	6	8.5	6	8.5	45°	135°	45°	135°
Triángulo 7	8.5°	12°	8.5°		45°	90°	45°	

Respuesta del equipo en la etapa de acción.

Así, la situación de acción con el uso del tangram facilitó a los alumnos experimentar con el concepto de forma implícita, y que es conocimiento previo a ser utilizado para el proceso de construcción de la siguiente etapa.

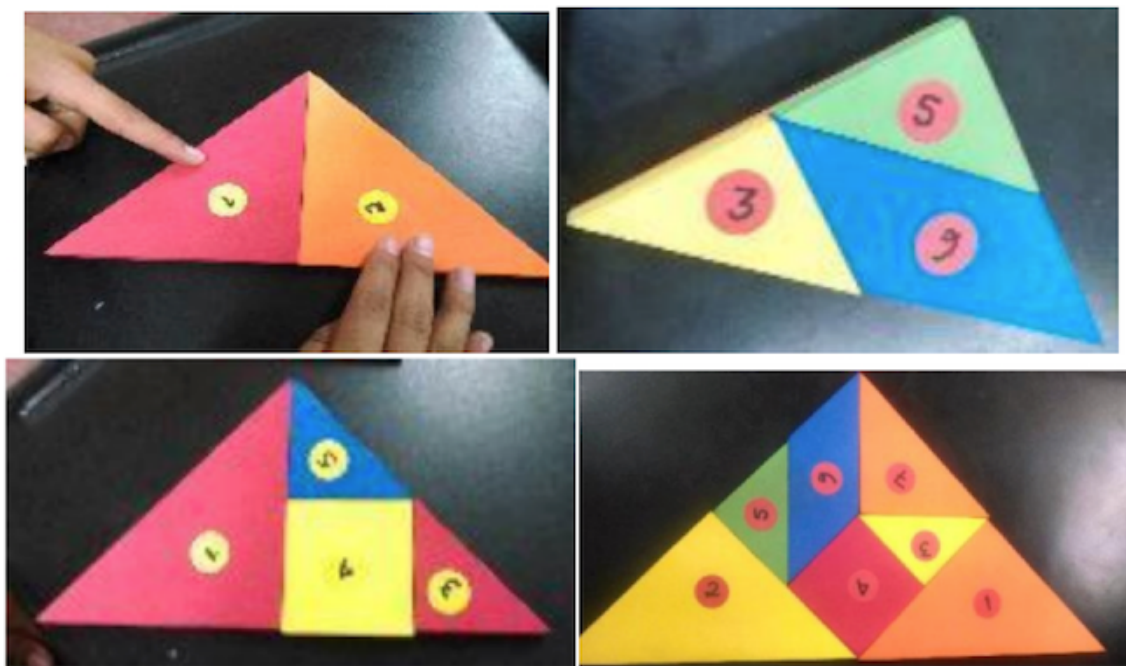
5.2. Segunda etapa: situación de formulación

El objetivo es que los estudiantes construyan figuras conservando la forma, pero de distinto o igual tamaño de sus lados, que formalmente

es la idea de semejanza. Esta etapa se conforma de cuatro preguntas, que consisten en la construcción de figuras con cierta medida dada o con una cantidad determinada de piezas del tangram. En una de las preguntas se pedía comparar las figuras y que expresaran qué podían observar acerca de sus ángulos y dimensiones.

Los equipos E1, E2, E3 y E4= construyeron triángulos con distintos números de piezas conformados por; dos, tres, cuatro y siete piezas (figura 11) y se les pidió registrar las medidas de los lados y ángulos.

Fig. 11.



Construcción del equipo E4 de los triángulos de dos, tres, cuatro y siete piezas, respectivamente.

Para la construcción de los triángulos requeridos, los equipos E1, E2, E3, E4 y E5 generaron distintas estrategias de construcción entre ellas. Por ejemplo, el E1, para construir el triángulo de cuatro piezas, se apoyaron de su hoja de trabajo para buscar qué figuras del tangram les funcionaban para la construcción del triángulo; evidencia de ello se presenta un fragmento de video donde la alumna A1 observa su hoja de trabajo buscando las piezas que reúnan las medidas requeridas e interactúa con sus compañeras A2 y A3.

La alumna A1 se dirige a A2.

A2 [La alumna busca las piezas que le dice A1, piezas 6, 5, 4 y 3]: —Con estas vamos a formarlo. A ver, hay que hacer el triángulo —A2 dibuja imaginariamente en su butaca el triángulo para tratar de visualizarlo.

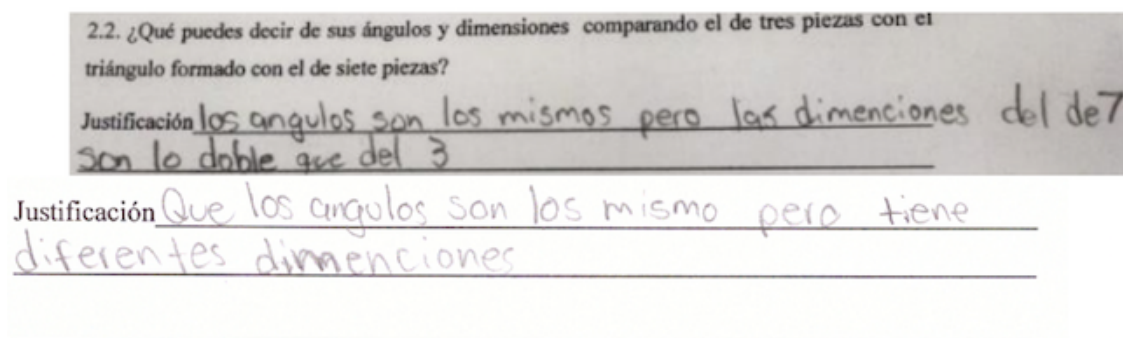
A1: —O deja buscar más formas.

A2: —Aquí puede ir la punta —haciendo referencia a la pieza 3—. Mira, mira, después puede ir este —coloca la pieza 6 mostrándoles a A1 y A3—; luego puede ir este —ahora coloca las piezas 4 y 5, pero se da cuenta que embonan y las retira—; así iba bien, así estaba bien [...] —la alumna logra formar el de tres y deciden seguir la estrategia de buscar lo que les falta en medida para completar el triángulo de cuatro piezas.

A2 [se dirige a A3]: —Préstame esa pieza [...]

Las alumnas logran formar el triángulo de cuatro piezas siguiendo la estrategia de completar el de tres piezas con una pieza más. En una segunda parte de esta etapa se les pidió comparar el triángulo formado de tres piezas con el de siete, y el de dos piezas con el de cuatro. Resultado de esta comparación, respecto a sus dimensiones y ángulos, el equipo E4 deduce que el triángulo formado por siete piezas es el doble de tamaño que el triángulo formado por tres piezas y que conservan su forma (figura 12). Dicha deducción también la obtuvieron los equipos E1, E2 y E3, a excepción del equipo E5.

Fig. 12.



Respuesta del equipo E4 a las preguntas 2.2 y 4 de la situación de formulación.

Las deducciones de los equipos E1, E2, E3 y E4, en una primera instancia, se expresaron de forma verbal al comunicarse entre sus compañeros y llegar a una conclusión, ayudados por el material de los triángulos que construyeron con anterioridad. Dichas deducciones consistían al observar que los triángulos conservaban su forma, pero las medidas de sus lados eran distintas.

La estrategia consistió el comparar dos triángulos entre sí, apoyándose de la información obtenida de la pregunta 2, donde registraron las medidas de los triángulos con dos, tres, cuatro y siete piezas del tangram. Esto les permitió reformular lo anteriormente obtenido de las demás etapas de la situación.

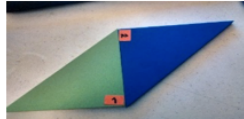
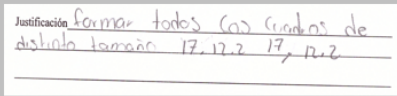

El equipo E5 presentó la dificultad en esta etapa al no saber cómo obtener las medidas de los ángulos. Se les dificultó obtener algunas de las medidas, hecho que determinó no obtener las deducciones sobre la igualdad de ángulos y diferencia en medidas al comparar dos figuras. El triángulo de siete piezas solicitado en esta etapa para algunos equipos fue complicado, pues en el caso el E5 no lo lograron construir.

Es así como al trabajar de forma grupal, experimentar con el concepto, comunicar las ideas entre sus compañeros, los equipos E1, E2, E3 y E4 obtuvieron la deducción de que las figuras son de distinto tamaño y que las medidas de sus ángulos son iguales. Podemos decir que los estudiantes se encuentran formulando ideas en forma individual y grupal de semejanza mediante una representación geométrica empleado prácticas de medición y comparación de las figuras.

5.3. Tercera etapa: situación de validación

Con la finalidad de afianzar las estrategias de solución de cada equipo y observaciones que lograron hacer en la etapa anterior, se les planteó una pregunta que involucra encontrar una figura que fuese de igual forma, pero de mayor tamaño a las anteriores. Como resultado se presentaron tres tipos de estrategias para validar que fuese la figura deseada, pues en la etapa de formulación la estrategia utilizada en los equipos fue la de sobreponer figuras requiriendo la búsqueda de estrategias alternas. En la tabla 3 se describen las estrategias de los equipos E1, E2, E3 y E4 ante la consigna de encontrar el paralelogramo de mayor tamaño que el original del tangram (pieza número 6). Las estrategias de los equipos E2, E3 y E4 fueron desarrolladas de forma experimental con el uso del tangram; por ejemplo, la del equipo E1 está regida bajo la idea de aumentar medidas directamente.

Tabla 3.

Tabla 3. Estrategias de construcción de los equipos E1, E2, E3 y E4		
Equipo	Estrategia para formar el paralelogramo de mayor tamaño	Paralelogramo formado
E2 y E4	Unieron las piezas 1 y 2 del tangram.	
E1	Aumento directo de una medida que ellos establecieron, a cada lado del paralelogramo.	<div> Justificación: Formar todos los cuadrados de distinto tamaño: 12, 12, 2 17, 12, 2 </div> 
E3	Utilizaron la estrategia denominada división de figuras.*	 <p>Construcción del paralelogramo de mayor dimensión.</p>

Estrategias de construcción de los equipos E1, E2, E3 y E4

* Consiste en dividir la figura original, similar a las piezas de un rompecabezas, en un número determinado de figuras planas, para la búsqueda de figuras de mayor tamaño.

La experimentación con el tangram hizo posible que los estudiantes encontraran, en esta etapa, distintas estrategias para construir un paralelogramo semejante al original (pieza número 6). Cuatro de los equipos lograron el objetivo.

5.4. Cuarta etapa: situación de institucionalización

La idea principal de la situación de institucionalización, que es formalizar las ideas, las conclusiones y observaciones realizadas por los equipos durante el proceso de las situaciones didáctica anteriores. Por lo tanto,

tiene el objetivo de que los alumnos expresen la idea de razón de semejanza.

Se pidió que observaran las medidas de los lados del paralelogramo original y las compararan con las del número 2 y posteriormente dedujeran las medidas de los paralelogramos 3 y 5. Esto con la finalidad de que logren observar que existe un patrón; es decir, que el paralelogramo 2 es de doble tamaño que el 1 y que el 3 es de doble tamaño que el 2, llevándolos a crear la idea de una representación geométrica de la razón de semejanza.

Fig. 13.

Tabla 2

Medidas de los lados en cm				
N° Paralelogramo	a	b	c	d
#1	8.5	6	8.5	6
#2	17	12	17	12
#3	25.5	18	25.5	18

6.1. Observa las diferencias entre las medidas de los paralelogramos anteriores y responde

¿Cuáles serían las medidas de los lados de un paralelogramo # 5?

42.5, 30, 42.5, 30

Escribe tu estrategia que utilizaste para responder la pregunta anterior.

Sumando los lados del #2 y #3

Respuesta del equipo E4.

Para deducir las medidas de los lados del paralelogramo 3 y 5, los alumnos, aunque no logran la observación de que el 2 es el doble del 1, desarrollan una estrategia para encontrar las medidas del siguiente paralelogramo. Los equipos E1, E2, E3 y E4 sumaron al paralelogramo 3 la diferencia de medidas entre el 1 y el 2. Se puede concluir que los estudiantes no logran parcialmente el reconocimiento del patrón multiplicativo entre los paralelogramos, siendo la estrategia de adición la que surgió. Sin embargo, la situación anterior da evidencia de un patrón multiplicativo entre dos paralelogramos (uno es el doble que otro) y que solo al momento de formalizar recurren a la estrategia aditiva.

5.5. Reflexiones de los resultados

Se observó que al implementar el tangram como recurso didáctico para crear en los alumnos la noción de semejanza, tuvo un impacto positivo en las actividades, ya que les permitió manipular el concepto a través del material tangible y no solo de manera abstracta, si bien dicho concepto

se aborda con formalidad en tercer año de secundaria. La decisión de aplicarlo a estudiantes de segundo año se tomó para proporcionar un primer acercamiento mediante su representación geométrica vía la visualización y experimentación con figuras tangibles. Se intenta con esto introducir la idea de razón de semejanza en el reconocimiento de un patrón multiplicativo entre figuras.

Los datos en cada una de las situaciones son representativos, los cuales nos indican que el estudiante comprende la noción de semejanza con el uso del tangram mediante prácticas de medición y comparación de figuras. Por ejemplo, en la situación de acción, la utilización del tangram favoreció la interacción del alumno con sus compañeros para comenzar el proceso de comprender la noción de semejanza, pues ellos, al medir las figuras que conformaban el tangram, tenían el primer acercamiento con los elementos como ángulos y medida de los lados.

En la situación de formulación, cuatro de los equipos logran concluir que se pueden construir figuras de distinto o igual tamaño respetando la misma forma, por lo que podemos decir que la integración de este recurso fue pieza clave para que los alumnos obtuvieran esta deducción. Ello permitió comprender el significado con mayor detalle de figuras semejantes con las características de igualdad de ángulos y valores proporcionales de sus lados.

En la situación de validación se pretendía que los alumnos comprobaran si la estrategia de sobreponer figuras les funcionaría para la construcción de un paralelogramo de mayor tamaño, presentándose tres nuevas estrategias. Dos de ellas giraron en torno al tangram; una es la unión de las piezas 1 y 2 y la de “división de figuras” y la otra un aumento directo de medida. Así, de las estrategias planteadas se destacó la de dividir figuras, pues inicialmente no fue contemplada, dato que sustenta que el tangram facilita la comprensión de la noción implícita de semejanza y les fue posible a cada equipo con su estrategia justificar que la figura encontrada era la solicitada en la pregunta.

Para la formalización se deseaba crear en los alumnos la idea de razón de semejanza, donde ellos pudieran reconocer el patrón de que el paralelogramo 2 era el doble de tamaño que el paralelogramo 1, y se tuviera presente este patrón para deducir las medidas de los paralelogramos 3 y 5. Aunque no se logra la observación del patrón, los estudiantes logran generar una idea implícita sobre lo que significa la razón de semejanza, pues para deducir las medidas del paralelogramo 3, suman la diferencia de valores entre las medidas de un paralelogramo y otro; por ejemplo, en la figura 17, uno de los lados del paralelogramo 2 es 17 cm y la medida del paralelogramo 3 es de 25.5 cm, por lo que para el equipo E4 la idea de razón de semejanza la manifiestan en pensar que la razón entre dichos paralelogramos en forma multiplicativa representada por 1.5 cm, tomando en cuenta que, aunque aún no abordan el tema, logran tener una idea representativa de la razón de proporción.

5.6. *Rediseño de la situación didáctica*

Consideramos esta sección como parte de la reflexión de los resultados y para que el lector considere estas sugerencias que, a nuestro parecer, facilita la obtención de mejores resultados de los reportados en este documento. Así se plantea un refinamiento a la situación didáctica agregando dos ítems en la etapa de institucionalización para orientar a la observación de un patrón multiplicativo, esto con la finalidad de que los estudiantes tengan una idea más clara del significado de la razón de semejanza.

En el primer ítem que se agregaría en la situación de institucionalización es el de construir un paralelogramo 4 del doble tamaño que el 3, de la misma manera se les pediría construir un paralelogramo 5 del doble de tamaño que el paralelogramo 4. Para ello se requeriría incluir dos tangram adicionales de siete piezas o algún otro que reuniera las características de la actividad, con mayor medida al utilizado.

En el segundo ítem se pediría realizar comparaciones de los paralelogramos 1 y 2, luego el 2 y 3, de tal forma que se pueda observar con mayor facilidad la razón de semejanza, para posteriormente solicitarles las medidas del paralelogramo 7 y 9, de tal manera que se pueda reconocer el patrón multiplicativo para deducir las medidas del paralelogramo 20 por ejemplo.

Hacemos hincapié de que la situación didáctica se plantea para grupos de segundo año de secundaria donde aún no se aborda el concepto sin embargo logran desarrollar una representación geométrica de la semejanza y de la razón. Será interesante si se toma esta situación, pero enfocado a magnitudes fraccionarias, para analizar las dificultades; y si es así, cómo mejorar su ausencia.

6. Conclusiones

6.1. *Implicaciones para la enseñanza*

La enseñanza del concepto de semejanza es uno de los temas que presentan dificultad en los estudiantes de nivel básico. Una razón se debe al enfoque algorítmico de ser implementada. Conviene, por lo tanto, dar sentido a conceptos de geometría logrando que el estudiante asuma como responsabilidad de resolver un problema geométrico. La investigación en la teoría de situaciones didácticas asume esta postura considerando que la intencionalidad didáctica de su situación consiste en recrear un medio didáctico favorable que, con el incentivo del reto, haga que el estudiante mejore y reformule sus estrategias.

En las tres primeras etapas de la situación didáctica consideramos que los estudiantes, mediante prácticas de medir y comparar magnitudes, desarrollan una relación multiplicativa entre ellas (ver figura 12); sin embargo, al momento de formalizar esta idea en la última etapa se observó que recurren de nuevo a la estrategia aditiva. Nuestra conclusión

considera que la estrategia aditiva representa un obstáculo al momento de trabajar con el tema de semejanza, pero que en actividades donde se usa material tangible, no lo favorece tanto. En la sección 5.6 hacemos algunas recomendaciones para su implicación en la enseñanza para institucionalizar la estrategia de relación multiplicativa de magnitudes. En ese sentido, los datos obtenidos nos muestran que el objetivo principal de cómo el estudiante comprende la noción de semejanza presentó resultados positivos en el desarrollo para su construcción como saber. Mediados por la visualización del material brinda otra representación (geométrica) del concepto e idea sobre la razón de proporcionalidad.

6.2. Limitaciones de la investigación

Siendo el tema de la noción de semejanza en estudiantes de segundo grado, consideramos que el trabajo queda limitado en cuanto el seguimiento de estos estudiantes cuando vean el tema en tercero. Nos parece que el análisis de seguimiento de estos estudiantes de alguna manera nos permitiría evaluar nuestra situación didáctica.

6.3. Sugerencias de investigación

Se sugiere considerar otros materiales didácticos aparte del que se presenta en este documento, empleando magnitudes fraccionarias o decimales; por ejemplo, el empleo de popotes para construir figuras semejantes. Por otra parte, se debe hacer un estudio sobre el obstáculo de la estrategia aditiva, ya que forma parte de los estudiantes reportada en este trabajo y en otras investigaciones. Por lo tanto, estudios de corte histórico, cognitivo, social y epistemológico son pertinentes para profundizar sobre su uso en el tema de semejanza. Otra sugerencia es experimentar, mediante el uso de tecnología, con actividades como, por ejemplo, construir figuras geométricas donde se conserve su forma, mas no sus magnitudes.

Por último, se concluye que el estudiante desarrolla la noción de semejanza si se le propone actividades donde utilice prácticas de medición y comparación de figuras geométricas; consideramos que el desarrollo de estas dos permite construir ideas sobre la razón de proporcionalidad y semejanza.

Referencias

- Barrantes, M.L., Balletbo, I.F. y Fernández, M.L. (2014). Enseñar geometría en secundaria. En J. Asenjo, O. Macías y J.C. Toscano (eds.), Memoria del Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación (pp. 1-14). Buenos Aires, Argentina: OEI.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-155.
- Castro, C.C. y Céspedes, Y.G. (2009). Concepciones de los estudiantes de grado octavo sobre el concepto de semejanza. Tesis de maestría no publicada, Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia.

- Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. En D.A. y D. Soto (eds.), Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática (2), 1-10.
- Fontes, M.D.M. (2011). La noción de semejanza: una aproximación al estado del arte. En XIII Memoria de la Conferencia interamericana de educação matemática (pp. 1-5). Recife, Brasil: CIAEM.
- Gamboa, R.A. y Ballester, E.A. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. Revista Electrónica Educare, 14(2), 125-142.
- Gualdrón, E.P. y Gutiérrez, A.R. (2006). Estrategias correctas y erróneas en tareas relacionadas con la semejanza. Memoria del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (pp. 63-82). Zaragoza, España: SEIEM.
- Mochón, S. (2012). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. Educación matemática, 24(1), 133-157.
- SEP. (2011). Plan de estudios 2011. Educación básica. México: SEP.
- Villarreal, S. y Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en geometría en primer año de secundaria. Números, (78), 73-94.

Notas de autor

- * Eduardo Carlos Briceño Solís. Docente-investigador de la Universidad Autónoma de Zacatecas, México. Obtuvo el grado de doctor en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa en el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). Ha impartido cursos, ponencias, talleres y conferencias en congresos nacionales e internacionales con la temática de construcción social del conocimiento matemático y el uso de recursos didácticos en los procesos de enseñanza de las matemáticas. Actualmente es miembro del Sistema Nacional de Investigadores.
- ** Lizbet Alamillo Sánchez. Estudiante de Licenciatura en Matemáticas con orientación en Matemática Educativa y Estadística de la Universidad Autónoma de Zacatecas, México. Ha participado en eventos de divulgación de las matemáticas en el estado de Zacatecas, escuelas de verano, taller de matemáticas para niños en la Unidad Académica de Matemáticas. Coautora del cartel Optimización de flujos en semáforos, presentado en el Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana 2016.