



IE Revista de investigación educativa de la REDIECH

ISSN: 2007-4336

Red de Investigadores Educativos Chihuahua, A.C.

Plaza Gálvez, Luis Fernando
Modelación matemática en ingeniería
IE Revista de investigación educativa de la REDIECH, vol. 7, núm. 13, 2016, pp. 47-57
Red de Investigadores Educativos Chihuahua, A.C.

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=521655237005>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

UAEH
redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc
Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso
abierto

Abstract

In this text the bibliography is reviewed whose theme is the application of mathematical modeling (MM) in teaching, specifically, in some subjects of the engineering career. Throughout the exposition, it reflect on the results that several researches have obtained on the subject, rescuing those proposals that have rethought the conception of the teaching of mathematics and the strategies in which it should be explored to achieve, among the students, an integral professional training, reflective and able to solve problems in the exercise of engineering. To gather the bibliographic information on the subject, it was tracked systematically and extensively with the Google search engine. The contributions of some leading researchers in the field of educational mathematics were considered, whose research results have been published and disseminated in articles from specialized journals, scientific congresses, books and other dissemination products. Here the most important results are resumed. After this review, it is concluded that mathematical modeling is a valuable instrument that should be used, both in research projects and in teaching mathematics in engineering programs.

Keywords: DIDACTIC, ENGINEERING, RESEARCH, MATHEMATICAL MODELING.

INTRODUCCIÓN

Esta investigación tematiza sobre la incidencia de las matemáticas en los diversos desarrollos científicos, y más específicamente en los proyectos de ingeniería. El papel desempeñado por la matemática y las diferentes formas en que ha contribuido al avance de las ciencias se puede observar a través de la historia. Por esa razón, el presente texto comienza esbozando el trayecto de esa colaboración, del uso que en distintos momentos le han dado los estudiantes, en la etapa de su formación, y posteriormente los ingenieros como ejercicio profesional. Asimismo, se visualiza la forma en que el ingeniero interactúa, mediante todas y cada una de las aplicaciones, valiéndose de modo especial de las prácticas de modelación matemática (MM, en adelante).

Con dichas prácticas se puede realizar investigación y formación académica; tal es el caso de mis experiencias de aula obtenidas en los cursos que he impartido, como el de Ecuaciones Diferenciales, en el cual, por medio de las matemáticas, mis alumnos y yo nos hemos acercado y comprendido mejor aquellos fenómenos y procesos de la vida cotidiana que hemos tratado, en diversas oportunidades, como objetos de estudio. Esta actividad docente se ha desarrollado a través de todas y cada una de las etapas que la MM tiene, en tanto herramienta de resolución de problemas en ingeniería.

El principal propósito de la presente investigación es reunir la información actualizada sobre el uso de la MM en los programas de estudio de ingeniería, visualizándola como instrumento de investigación y estrategia didáctica. Se hace necesario recuperar esta información con la finalidad de tener en una sola base de datos los avances logrados en estos campos de aplicación de la MM y, además, transmitir la información eficazmente a los lectores interesados y a los especialistas en el tema.

Asimismo, en el contexto de la enseñanza de las matemáticas, resulta indispensable explorar procedimientos y metodologías que enriquezcan la docencia y el aprendizaje. Según lo evidenciado en las investigaciones revisadas, la MM ha demostrado funcionar eficazmente como estrategia de aprendizaje e instrumento para acceder a nuevos saberes. No se deja de plantear, empero, las condiciones que se requieren para aplicar la MM en las diversas asignaturas, ni los obstáculos que a veces deben vencerse para llevarla a las aulas como dispositivo didáctico.

METODOLOGÍA

El método de investigación aplicado fue la revisión sistemática de literatura sobre el tema que no ha sido muy usada para estudios en ingeniería. Este trabajo de exploración y reconocimiento documental abarcó, asimismo, la obra de grandes pensadores de la educación matemática, quienes han hecho de la MM una forma de acercar al estudiante con la práctica profesional en las distintas ramas de la ingeniería, partiendo de las experiencias de aula. Especialmente, se ha hecho el seguimiento de las tareas planteadas en el curso de Ecuaciones Diferenciales, pues representan un nuevo estilo de enseñanza impulsado y llevado a la práctica en países como Cuba, México, Colombia y los Estados Unidos. Sobre este aspecto, también cabe ponderar la actitud receptiva y favorable de los estudiantes matriculados en los diversos cursos del área de ciencias básicas.

En el acopio de la documentación requerida se utilizó el motor de búsqueda Google, con el cual fue posible registrar publicaciones seriadas, memorias de congresos científicos y resultados de investigación. La revisión y análisis del acervo documental obtenido se interpretó cualitativamente.

LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS EN INGENIERÍA

Por varias razones, que tocan desde los intereses de formación profesional hasta los principios epistemológicos que sustentan las asignaturas de la carrera de ingeniería, resulta importante conocer la participación de la matemática en el ejercicio de la ingeniería. Para ello es necesario saber qué tipo de conceptos, herramientas, saberes y objetos matemáticos debe cono-

cer el ingeniero, tanto al pasar por el proceso formativo, como al ejercer su profesión. Así lo han planteado Romo y Oktaç (2007), quienes explican, mediante su herramienta de análisis, la relación entre los conceptos matemáticos y los conceptos propios de la ingeniería, destacando las dos distintas dimensiones en que funcionan unos y otros, pero indicando cómo es posible que, al interactuar en un proyecto ingenieril específico, esa interacción haga evidente el papel de los conceptos matemáticos:

[...] cualquier concepto matemático de manera natural tiene conexiones con otros conceptos matemáticos dentro de la teoría a la que pertenece. Pretendemos observar cómo son las relaciones entre los conceptos matemáticos y los de la ingeniería que están en el proyecto, pues tal vínculo nos permitirá caracterizar el rol que juega allí el concepto matemático [Romo y Oktac, 2007, p. 127].

E incluso, advierten sobre considerar “los elementos matemáticos empíricos que podrían surgir en la práctica de la ingeniería” (Romo y Oktac, 2007, p. 125).

Por otra parte, según el marco teórico y el pensamiento teórico-práctico expuesto inicialmente por Sierpinska, Nnadozie y Okafor (2002), estudiar el empleo de conceptos matemáticos en los proyectos de ingeniería implica aceptar que dichos proyectos han sido planeados teniendo en cuenta el pensamiento matemático. Desde tal perspectiva, es fundamental saber qué argumentos tienen los ingenieros para escoger una fórmula, una herramienta matemática, una gráfica, una tabla, un modelo, un método; en resumen, cómo el modelo matemático aporta al proyecto de ingeniería en cuestión, soluciones a la problemática, estimando tanto el contenido matemático como su uso. Por lo demás, los modelos utilizados no siempre son creados por el ingeniero que estudia el fenómeno. Vale señalar que la eficacia en términos de tiempos es un factor importante al elegir los modelos.

El pensamiento que se produce al ejercer la ingeniería propicia la creación de conocimientos y modelos generales. El enfoque de dicho pensamiento tiende al análisis de las relaciones entre las variables de un fenómeno o proceso a través de los vínculos establecidos entre los conceptos matemáticos y su caracterización por medio de conceptos.

Algunos autores, como Vásquez, Romo y Trigueros (2015), han visto que la finalidad de las matemáticas, en tanto instrumento para acceder a otros conocimientos, se ve ahora además consolidada con una serie de destrezas que el ingeniero necesita para responder a las exigencias del mercado. Los modelos matemáticos, vistos como un vínculo entre la teoría matemática y el mundo cotidiano, se convierten en una opción didáctica, con pensamiento crítico y sistémico, fundamental en la formación de ingenieros. Para Rodríguez y Bourguet (2015), el ingeniero en el mundo de hoy debe ser formado para suplir las necesidades del siglo XXI.

Por su parte, el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE (PISA, por sus siglas en inglés) considera la competencia matemática como la capacidad de los alumnos para analizar, razonar y comunicarse eficazmente cuando plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en diversas situaciones. Esta idea perfila las habilidades que deben desarrollar los alumnos para identificar, entender y participar en la ciencia matemática y hacer juicios bien fundamentados sobre la presencia y necesidad de esta en la vida de un individuo, su entorno y su futuro.

Buscando el despliegue de tales competencias, el docente de matemáticas en programas de ingeniería debe promover determinadas habilidades entre sus alumnos; algunas de crucial importancia son las siguientes:

1. Pensamiento holístico, investigación crítica, análisis y reflexión.
2. Aprendizaje activo y aplicación práctica.
3. Autoconsciencia y empatía.
4. Comunicación y una fuerte capacidad de escucha.

Adicionalmente, cabe destacar que el pensamiento sistémico y crítico se consideran dos competencias transversales, importantes a desarrollar por un ingeniero, ciudadano del siglo XXI.

LAS MATEMÁTICAS EN LOS PROGRAMAS DE LA CARRERA DE INGENIERÍA

Camarena (2009) planteó las evidencias y resultados de una experiencia de aula en la cual se aplicó la modelación matemática para enseñar ciencias básicas en educación superior, específicamente en ingeniería; además, expuso algunos factores importantes de dicho proceso, como aquellos que implican las características cognitivas, psicológicas y afectivas de los estudiantes; los conocimientos y conceptos de los profesores; la epistemología del contenido a aprender y a enseñar. Todo esto le permitió trazar cinco fases, las cuales interactúan:

1. Fase curricular, que a su vez contiene:
 - Etapa central: análisis del contenido matemático en los cursos de ingeniería.
 - Etapa precedente: nivel de competencias matemáticas que tienen los estudiantes al iniciar la carrera de ingeniería.
 - Etapa consecuente: competencias matemáticas en el desarrollo profesional.
2. Fase didáctica. Proceso metodológico para el desarrollo de competencias profesionales en la transferencia de conocimientos.
3. Fase epistemológica. Los contextos de otras ciencias dan sentido y significado a las matemáticas.
4. Fase de formación docente. Se debe procurar una enseñanza de las asignaturas de matemáticas vinculada fuertemente con el desarrollo de la ingeniería (aplicaciones).

5. Fase cognitiva. Mediante el uso de registros de tipo aritmético, algebraico, analítico, visual y contextual, el estudiante puede construir conocimientos.

Camarena (2012) afirma que los alumnos de ingeniería no ven la aplicación inmediata de la matemática; esto tiene su causa en la desarticulación entre los cursos básicos de matemáticas y los cursos subsiguientes. Sin embargo, posteriormente, en el ejercicio profesional, en calidad de ingeniero, al resolver un problema en el sector industrial o de la producción, la MM se torna necesaria y es allí donde se presentan inconvenientes debido a que en la etapa de estudiantes no tuvieron la preparación respectiva.

Otro aspecto del problema consiste en que los cursos de matemáticas, y sus textos guía, no tienen como principal objetivo trabajar con cuestiones o sobre ejercicios de modelación matemática provenientes de situaciones reales, sino que tratan situaciones artificiales, diseñadas exclusivamente para el aula.

Por otra parte, tampoco se explica cómo incorporar la MM al currículo de las carreras de ingeniería, ni cómo estimular, entre los estudiantes, la aplicación de la MM en situaciones de la vida cotidiana. Sobre estos aspectos, se hace patente una brecha por parte de los enseñantes, ya que no se especifica quién debe asumir el tema como propio, si quienes imparten los cursos de matemáticas básicas o los docentes de los cursos superiores, o ambos.

La matemática, en el contexto de las ciencias, se soporta en tres estructuras:

1. Como una herramienta de apoyo y materia formativa.
2. Como una función específica en el nivel superior.
3. Los conocimientos nacen integrados.

Referirnos a las *matemáticas en contexto* equivale a desarrollar los cursos del área en correspondencia con las necesidades y la trayectoria que se derivan de los demás cursos de ingeniería. Esta articulación permitiría la descripción lógica y analítica de los siguientes elementos: problemas y objetos de ingeniería y situaciones particulares que determina la ingeniería.

En Camarena, Trejo y Trejo (2013) se expone la necesidad de replantear los contenidos y metodología de la enseñanza de la matemática, de modo tal que el estudiante posea mayores herramientas y pueda ser creativo e innovador frente a los problemas que desea resolver. La universidad, y en su nombre los programas de ingeniería, deben suministrar a sus alumnos una visión general e integral de la ingeniería; solo disponiendo de esa amplia perspectiva podrán tomar consciencia de los conceptos y aptitudes adicionales que deberán aprender en su ejercicio profesional.

Entre sus etapas, la matemática en contexto plantea, en su ambiente de aprendizaje, la determinación de un modelo matemático con su respectiva solución. Esta forma de utilizar la MM deviene en una estrategia didáctica en la formación de los futuros ingenieros. Complementariamente, se propone enseñar matemáticas en ingeniería remitiendo el aprendizaje a un evento real, elemento metodológico que deberá servir para contextualizar. El método establece una serie

En el caso de Colombia, se han desarrollado estudios, como los de la Universidad de Cundinamarca (Bravo, Castañeda, Hernández y Hernández, 2016). Sus autores plantean que la matemática contextualizada representa una ilustración atractiva para los estudiantes que les permite repensar su entorno, el acervo de conocimientos adquirido y su futuro ejercicio profesional. El desarrollo didáctico de la matemática en contexto se enmarca en la estrategia denominada REMSI (realidad, modelación y simulación), a partir de la cual el estudiante se enfrenta a una situación-problema, la cual deberá resolver mediante un modelo matemático que luego tendrá la capacidad de aplicar como modelo de solución.

PRÁCTICAS MATEMÁTICAS EN INGENIERÍA

Las prácticas matemáticas en el aula constituyen las diferentes formas en las que el alumno es llevado a razonar y a reconstruir, con base en ese razonamiento, el tema o problema del cual se trate. Mediante ese análisis se pretende generar cambios en el entorno educativo, con tareas, discursos, normas y herramientas. En otras palabras, es la forma como se aborda la enseñanza de la matemática en el aula. Actualmente se explora en nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; una de estas es la MM (Stephan y Rasmussen, 2002).

Los objetos matemáticos vistos —ecuaciones diferenciales (ED), en mi experiencia— son la principal herramienta para modelar diversos fenómenos en distintos contextos. Hoy, la enseñanza de las ecuaciones diferenciales está centrada en métodos analíticos en vez de los métodos cualitativos y numéricos. Estudios recientes han venido exponiendo una aproximación teórica reformulada para aplicar los modelos matemáticos en el aula; esta teorización sostiene la necesidad de incluir en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas elementos que se han vuelto imprescindibles en el entorno actual: la tecnología, el trabajo colaborativo y el desarrollo de competencias de modelado según los niveles cognoscitivos específicos de los estudiantes (Rodríguez, 2013).

Asimismo, en trabajos de Plaza (2015) se plantea una nueva forma de enseñar matemáticas en programas de ingeniería aplicando algunas estrategias didácticas, como actividades de campo o laboratorio, las cuales han demostrado su eficacia para que los estudiantes obtengan una mayor comprensión de los diferentes fenómenos y procesos objetos de modelación matemática; dichas estrategias han

logrado un incremento conceptual matemático relacionado con la interpretación, formulación y solución de problemas, además de permitir un acercamiento entre el estudiante y la matemática como instrumento útil en el ejercicio de la ingeniería. La MM en la formación de ingenieros juega un papel importante como método de enseñanza y de investigación.

Rodríguez y Quiroz (2016) utilizan como estrategia didáctica la MM en la enseñanza de ecuaciones diferenciales, contenidas en programas de ingeniería, con la que los estudiantes pueden contextualizar los fenómenos de ingeniería y la tecnología permite identificar las relaciones que se forman en las diversas etapas de la MM.

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO INSTRUMENTO DIDÁCTICO

Los resultados de investigación de Nejad y Bahmaei (2012) demuestran que la enseñanza con la MM tiene un efecto positivo entre los estudiantes, pues favorece el desarrollo de importantes habilidades para resolver problemas. La aplicación de las matemáticas no puede separarse de la utilización de modelos y procesos de MM. Ahora bien, la enseñanza de la MM en las universidades requiere que los estudiantes ya cuenten con algunos conceptos previos. Es recomendable que antes de enseñar MM en cursos de cálculo, física, ecuaciones diferenciales y estadística, sean enseñados ciertos procesos de resolución de problemas. Para lograr éxito en la MM no basta con tener conocimientos especializados en las técnicas matemáticas, estadísticas e informáticas, sino contar además con habilidades como claridad de pensamiento, enfoque lógico, buena idea de los datos, capacidad de comunicación y entusiasmo por hacer la tarea.

La MM debe estimularse en el salón de clase, en tanto que refuerza la reflexión y el análisis, y permite evidenciar la ruta más fácil hacia la solución de un problema; para ello se utilizan expresiones matemáticas que representan fenómenos y procesos de nuestra vida cotidiana, tal como lo exponen Obando, Sánchez, Muñoz y Villa (2013). La MM es tanto un dispositivo como un proceso académico que en el aula demuestra las siguientes ventajas:

- Ayuda al estudiante a comprender mejor el escenario en el que se desarrolla.
- Refuerza el aprendizaje de las matemáticas (motivación).
- Estimula el desarrollo de algunas habilidades actitudinales de tipo matemático.
- Coadyuva a tener una mejor óptica de las matemáticas.

Rendón y Esteban (2013) consideran que es necesario definir la MM como una opción mediante la cual el alumno pueda formar una realidad y responder a los requerimientos de un conocimiento puntual y la capacidad de aplicarlo en un contexto determinado. Por lo anterior, es pertinente ponderar la MM como una *herramienta de formación* en el área de las matemáticas durante el proceso

de profesionalización en ingeniería, campo en el que funciona como un eficaz instrumento para el aprendizaje.

Asimismo, es necesario que en la formación del ingeniero se incluyan actividades conectadas con la vida real, de tal manera que como alumno se motive al acercarse a situaciones y problemas de la realidad durante su periplo formativo, y así logre desplegar al máximo sus capacidades. En función de esto, la MM se perfila como un potente instrumento para el estudiante, con cuya utilización este logra construir una representación, estructurada y matematizada, de la realidad, y obtener así un verdadero sentido en su proceso de formación.

Romo, Romo y Vélez (2012) sugieren que para poder adaptar los diseños curriculares de los programas de ingeniería a las necesidades de la realidad es importante crear algunas estrategias didácticas que incorporen la modelación matemática, la construcción y el reacondicionamiento de modelos ya existentes como el eje central. También en Gómez (2008) se destaca la implantación de las técnicas de MM en el diseño de estructuras curriculares para programas de ingeniería, con el fin de dar centralidad al aprendizaje de los alumnos, convirtiendo a estos en actores de su propia formación. Por su parte, Romo (2014) pondera elementos teórico-metodológicos en el diseño de actividades didácticas que propone para los cursos de matemáticas en la carrera de ingeniería; plantea objetivos por competencias o por contenidos, de tal modo que, mediante tareas, el alumno pueda modelar situaciones de la vida cotidiana.

ETAPAS DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN INGENIERÍA

La MM se lleva a cabo cumpliendo los siguientes pasos, propuestos por Brito, Alemán, Fraga, Para y Arias (2011):

- a) Identificación del problema o proceso a resolver, junto con los objetivos, que deben ser claros y concisos, con miras a obtener un resultado.
- b) Conocimiento de los aspectos cognitivos que rigen el problema, por medio de leyes, teorías y conceptos inmersos en la situación objeto de trabajo.
- c) Formulación de la situación-problema en términos matemáticos (matematización), mediante ecuaciones y/o relaciones matemáticas, identificando para ello las variables, parámetros y los supuestos a que haya lugar.
- d) Solución del problema y/o proceso matemático obtenido. Para ello se hará uso de herramientas tales como tablas, gráficas, ecuaciones diferenciales, estadística, investigación de operaciones.
- e) Comparación del modelo con la situación real. En función de esto, es necesario analizar los resultados obtenidos, verificando si las respuestas alcanzadas son correctas, adecuadas o no, y además si se generan soluciones extrañas.

- f) **Análisis de las restricciones al modelo.** Es importante tener en cuenta las suposiciones hechas, así como el marco donde se va a limitar el dominio de la solución obtenida.
- g) **Escenario de aplicación del modelo, así como su interpretación.** Es aquí donde se evidencia el cumplimiento de metas, teniendo en cuenta sus restricciones, si las hubiere.

CONCLUSIONES

Al término de la revisión documental efectuada, y luego de analizar los resultados de investigación obtenidos por los principales proyectos, es posible reconocer la importancia de las matemáticas como aplicación en la ingeniería. Los estudios más relevantes coinciden en este punto y destacan la modelación matemática como elemento que abre la posibilidad de vincular el conocimiento académico, propio de las aulas, y la realidad empírica del mundo laboral y social.

Otro significativo resultado que registran las investigaciones es el acercamiento y la favorable recepción que entre los estudiantes de ingeniería ha tenido la aplicación de la modelación matemática y las matemáticas en contexto. Tal aceptación no obedece a una casualidad, sino que es la respuesta a un procedimiento didáctico que ha mostrado su eficacia para impulsar las competencias de los alumnos y una nueva percepción de la matemática y de la ingeniería. Todo lo anterior, por medio de la modelación matemática.

La revisión bibliográfica permitió identificar dos tendencias: una, el uso de la MM como estrategia de investigación; y otra, su aplicación en la enseñanza de la matemática, en contexto, especialmente.

Este estudio contribuye a tener una actualizada compilación de investigaciones realizadas en el campo de la matemática educativa, y a visualizar cómo la modelación matemática es usada en los programas de ingeniería, aplicándola desde los cursos del área matemática.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRAVO, A., CASTAÑEDA, L., HERNÁNDEZ, L. y HERNÁNDEZ, L.A. (2016). Enseñanza de las matemáticas en ingeniería: modelación matemática y matemática contextual. *Revista Educación en Ingeniería*, 11(21), 27-31. Recuperado de <https://www.educacioneningenieria.org/index.php/edi/article/view/601/283>
- BRITO, M., ALEMÁN, I., FRAGA, E., PARA, J. y ARIAS, R. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de ingenieros. *Ingeniería Mecánica*, 14(2), 129-139. Recuperado de <http://scielo.sld.cu/pdf/im/v14n2/im05211.pdf>
- CAMARENA, P. (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación Educativa*, 9(6), 15-25. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/1794/179414894003.pdf>

- 57