



IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH

ISSN: 2007-4336

ISSN: 2448-8550

revista@rediech.org

Red de Investigadores Educativos Chihuahua A. C.

México

López-Mojica, José Marcos; Ojeda Salazar, Ana María; Salcedo Prado, Jesús

Ideas fundamentales de estocásticos en libros de texto
de educación primaria: una alternativa de enseñanza

IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH,
vol. 9, núm. 17, 2018, Octubre-Marzo 2019, pp. 87-102

Red de Investigadores Educativos Chihuahua A. C.
México

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=521655454006>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

UAEM
redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso
abierto

IDEAS FUNDAMENTALES DE ESTOCÁSTICOS EN LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA: UNA ALTERNATIVA DE ENSEÑANZA

FUNDAMENTAL IDEAS OF STOCHASTICS IN PRIMARY EDUCATION TEXTBOOKS: TEACHING ALTERNATIVE

LÓPEZ-MOJICA José Marcos
OJEDA SALAZAR Ana María
SALCEDO PRADO Jesús

RECEPCIÓN: MARZO 2 DE 2018 | APROBADO PARA PUBLICACIÓN: JULIO 10 DE 2018.

Resumen

En el Sistema Educativo Nacional Mexicano, la probabilidad y la estadística son las disciplinas más desatendidas a pesar de ser importantes en la solución de problemas de la vida cotidiana. Impera el culto al número, lo que limita el desarrollo de los pensamientos probabilístico y estadístico. El presente documento tiene como objetivo identificar las ideas fundamentales de estocásticos en las lecciones de los libros de texto del primer ciclo (primer y segundo grados) de la educación primaria en México y evidenciar que estos convocan una red conceptual. Lo anterior permitiría su introducción en el aula por parte de los docentes. Bajo un enfoque

José Marcos López-Mojica. Profesor-investigador de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, México. Es doctor en Ciencias, Especialidad en Matemática Educativa, por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores y trabaja las líneas de investigación “Comprensión de la probabilidad en el nivel básico” y “Matemática educativa inclusiva”. Correo electrónico: mojicajm@uagro.mx. ID: <https://orcid.org/0000-0002-7330-9979>.

Ana María Ojeda Salazar. Investigadora titular del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México. Tiene doctorado en Filosofía, Especialidad en Educación Matemática, por el King's College, Londres, Inglaterra. Su línea de investigación es “Comprensión de ideas fundamentales de probabilidad y de estadística en el Sistema Educativo Mexicano”. Correo electrónico: amojeda@cinvestav.mx. ID: <https://orcid.org/0000-0001-7918-7557>.

Jesús Salcedo Prado. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México. Es ingeniero bioquímico por el Instituto Tecnológico de Jiquilpan. Trabaja la línea de investigación “Comprensión de la probabilidad en el nivel medio superior”. Correo electrónico: jsalcedo@cinvestav.mx. ID: <https://orcid.org/0000-0003-2991-3041>.



epistemológico, se emplearon criterios de análisis para señalar las diez ideas fundamentales de estocásticos y la naturaleza epistemológica de la apropiación del concepto matemático. Los resultados conciernen a señalar una ausencia de los temas de probabilidad y reducción de los temas de estadística al mero cálculo numérico en los libros de texto. Ninguna lección refiere a los estocásticos de manera declarada, pero, a pesar de esto, se pudieron rescatar siete que implican un fenómeno aleatorio y su posible tratamiento en el aula de manera sistemática.

Palabras clave: PROBABILIDAD, ESTADÍSTICA, LIBROS DE TEXTO, EDUCACIÓN BÁSICA.

Abstract

In the Mexican National Education System, probability and statistics are the most neglected disciplines, despite being important in the solution the problems of daily life. The number cult prevails, which limits the development of probabilistic and statistical thoughts. The objective of this document is to identify the fundamental ideas of stochastic in the textbook lessons of the first cycle (first and second grades) of primary education in Mexico and to demonstrate that these convene a conceptual network. The previous thing would allow its introduction in the classroom on the part of the teachers. Under an epistemological approach, criteria of analysis were used to indicate the ten fundamental ideas of Stochastics and the epistemological nature of the appropriation of the mathematical concept. The results concern to point out an absence of the subjects of probability and reduction of the subjects of statistics to the mere numerical calculation in the textbooks. No lesson refers to the Stochastics in a stated way, but despite this, seven could be rescued that imply a random phenomenon and its possible treatment in the classroom in a systematic way.

Keywords: PROBABILITY, STATISTICS, TEXTBOOKS, PRIMARY EDUCATION.

1. INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Desde hace más de dos décadas, en México se ha impulsado la línea de investigación “Comprensión de ideas fundamentales de estocásticos en la perspectiva de la educación básica, media y superior” (Ojeda, 1994, 2006). El interés por investigar sobre la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad y la estadística desemboca en un marco de referencia para la constitución de los conceptos matemáticos. Los distintos contextos culturales y educativos, que van desde la educación especial (López-Mojica, 2013; Ojeda, Chávez y Garnica, 2015), el preescolar (Limón, 1995; Gurrola, 1998; Ramos, 2015), la educación primaria regular (Flores, 2002; Carballo, 2004), nivel secundaria (Elizarraras, 2004; Vázquez, 2004; López, 2006), el sistema educativo de telesecundaria (Vázquez, 1998), media superior (Rivera, 2011; Salcedo, 2013) y



el nivel superior (Angoa, 2002; De León, 2002; Torres, 2013), han documentado un escaso tratamiento de los estocásticos en el sistema educativo nacional.

Esta deficiencia también se refleja, en el mejor de los casos, en la comprensión de los estocásticos de los docentes de matemáticas (Ojeda, 2006) o en la ausencia de su conocimiento. Ojeda (2007) exhibe esta carencia en los planes y programas de estudio mexicanos. Al parecer, los temas de probabilidad y de estadística son colocados “a manera de cubrir espacios” en el currículo, o bien se les remite a tareas en casa o se ejercitan otros conceptos matemáticos (Ojeda, 2006). Lo anterior ocasiona que los docentes no desarrollos los temas en cuestión en el aula, favoreciendo así el pensamiento determinista, pues los omiten por el desconocimiento de las disciplinas.

Al respecto, Flores (2002) señala en su investigación que la carencia del conocimiento estocástico por parte del profesor en servicio de educación básica obstaculiza el desarrollo de la intuición probabilística en el niño. En ese sentido, Carballo (2004) reveló que en la enseñanza de la probabilidad en el aula de educación primaria regular persiste la inadvertencia de ideas fundamentales de probabilidad en las lecciones del libro de texto por parte de los docentes. Estos manifestaron indiferenciación entre lo imprevisto y lo imprevisible (Piaget e Inhelder, 1951) y la consideración del número como único objetivo del eje predicción y azar, infiltrada en la práctica docente en el aula como énfasis en el determinismo.

Por su parte, Martínez y Ojeda (2017) se interesaron por la comprensión de elementos de estadística descriptiva en la formación de profesores de primaria regular. Atañe el señalamiento de una reciente incorporación de los estocásticos en el currículo para profesores de primaria regular. Se destina, en el cuarto semestre, la materia “Procesamiento de la información estadística” con cuatro unidades: estadística, probabilidad y muestreo, inferencia estadística y vinculación con el eje manejo de la información. Además, analizaron los libros de texto de este nivel educativo, y como resultado expresan que solo en seis lecciones se tratan los conceptos de medida de tendencia central, si bien aparecen al final de los bloques para cuarto, quinto y sexto grados.

Un medio fundamental en la enseñanza de los conceptos matemáticos es el libro de texto (Ojeda, 2006; Marroquín, 2009; López-Mojica, 2013). Es una de las herramientas que permite a los docentes la introducción y/o constitución del contenido matemático; sirven de guía para el proceso de enseñanza y aprendizaje. La limitante está en que es común que el docente utilice las lecciones de manera puntual, paso a paso, como el medio lo presenta, como guía de su enseñanza (Carballo, 2004) sin una reflexión a los conceptos de estocásticos implicados en ellas.

En ese sentido, Marroquín (2009), para identificar la comprensión de los alumnos sobre ideas fundamentales de estocásticos, resultante de su enseñanza con los medios institucionales (libro de texto y programa de cómputo), se interesó por caracterizar el uso de aquellos medios en el tercer ciclo de educación primaria. La autora afirma que, durante la enseñanza en el aula, estos no proporcionan lo necesario para la enseñanza de estocásticos y el docente participante del estudio carecía de una formación en el tema; lo anterior repercute en la comprensión correspondiente de los alumnos. Como ejemplo, argumenta la autora, la dificultad a la que se enfrentaron tanto el docente como los alumnos en la construcción del diagrama de árbol y en su



lectura, lo que ocasionó la falta de identificación del espacio muestra y de asignación de probabilidades a eventos.

Por su parte, López-Mojica (2009) investigó los procesos de enseñanza de estocásticos en el segundo grado de educación especial. Señala que esta se rige por la propuesta institucional de la educación regular, por lo que la analizó en lo referente a estocásticos. Resulta una persistencia en el escaso tratamiento de los temas en cuestión; el eje que predomina está relacionado al *número, sus relaciones y operaciones*. En lo que concierne al libro de texto oficial, se reflejan pocas lecciones y actividades, además de una carente vinculación entre ellas. El libro de texto resultó inadecuado para la población de educación especial. Las lecciones que pudieran proporcionar un acercamiento a la intervención del azar en salón de clase, no contienen alguna indicación para su promoción, por lo que se desaprovecha el tratamiento de fenómenos aleatorios en el aula.

Bajo un enfoque epistemológico, Maldonado y Ojeda (2009) examinaron la propuesta institucional de la educación primaria regular, particularmente el eje “Tratamiento de la información” en el *Plan y programas de estudio* (SEP, 1993) y en las lecciones de los libros de texto correspondientes a los seis grados. Evidencian una reducción en la enseñanza de la estadística al uso de tablas, gráficas, pictogramas y diagramas como medios para organizar y comparar datos, lo anterior encaminado al uso de la aritmética como único objeto de estudio. Respecto a los libros de texto, a partir del tercer ciclo las situaciones de naturaleza estadística que se plantean ahí están centradas al cálculo de las medidas de tendencia central, sin enfatizar en la dispersión de datos.

En López-Mojica (2013), además de identificar esquemas compensatorios que favorecen el pensamiento probabilístico de niños con discapacidad, se realizó un análisis de los libros de texto de preescolar y primaria. El autor expresa que para preescolar al parecer no se considera importante desarrollar el pensamiento probabilístico, pues no se identificó alguna lección que lo introdujera. Para la educación primaria regular, el primer acercamiento a los temas de probabilidad y de estadística se declara en el *Programa de estudios* (SEP, 2011) a partir del tercer grado, pero esta consideración no es congruente con lo que se propone el libro de texto (SEP, 2009) que no incluye una lección de manera explícita. El autor identifica lecciones en los libros de primer y tercer grados pertenecientes a los ejes “Sentido numérico y pensamiento algebraico” y “Manejo de la información”, respectivamente, en las que se podría aprovechar la introducción de fenómenos aleatorios, aunque no sea el objetivo de aquellas.

Por otra parte, el tratamiento de temas probabilísticos y estadísticos en etapas tempranas es pertinente (por ejemplo, véase Limón, 1995). Heitele (1975, p. 93) recomienda presentar una serie de actividades de estocásticos “tan temprano como sea posible”, pues estas fomentarían el desarrollo de intuiciones auxiliares, las cuales son parte importante en el desarrollo del pensamiento estocástico. Por otra parte, el estudio de la probabilidad impone un modo distinto de pensar (Fischbein, 1975), porque el pensamiento se abre a lo posible (Piaget, 1982) y en consecuencia el desarrollo de un pensamiento crítico. Además, Heitele (1975) señala la existencia de diez ideas fundamentales de estocásticos para el desarrollo de un currículo en espiral



que parte de un plano intuitivo para arribar a un plano formal, con la pretensión de constituir un pensamiento probabilístico y estadístico.

Por lo tanto, es necesario identificar las lecciones, en los libros de texto del primer ciclo, que contengan a los estocásticos y de esa forma establecer un marco de referencia para su introducción en etapas tempranas. En consecuencia, el presente documento plantea lo siguiente: a) la aplicación de criterios de análisis que permitan la identificación de ideas fundamentales de estocásticos (Ojeda, 1994, 2006) en las lecciones de los libros de texto oficiales de la educación básica; b) la evidencia de que los temas de estocásticos convocan la promoción (Steinbring, 2005) de otros conceptos matemáticos y permiten dotarle de otro sentido por su uso; y, c) de lo anterior se desprende que con los estocásticos se puede establecer una red conceptual para la constitución del pensamiento estocástico.

2. ELEMENTOS TEÓRICOS

Ojeda (1994, 2006) propone la perspectiva de *tres ejes rectores* para el estudio de los estocásticos en el sistema educativo mexicano bajo la interrelación de un eje *epistemológico*, uno *cognitivo* y el otro *social*. El primero se orienta por el conocimiento sobre el azar, la probabilidad y la estadística. El segundo concierne a los procesos del pensamiento del individuo relacionados al contenido matemático. En el último se considera al individuo dentro del entorno social que se genera en la institución escolar al recibir el conocimiento de estocásticos.

Por la naturaleza del presente estudio, se toma en consideración solo al eje epistemológico. Bajo este enfoque, toma importancia la propuesta de diez ideas fundamentales de estocásticos (Heitele, 1975) como guía a lo largo de toda la educación de manera continua. Para identificar esas ideas, el autor toma en cuenta el desarrollo de las disciplinas de la probabilidad y de la estadística, las fases de la constitución de la idea de azar en el niño señaladas en los estudios realizados por Piaget e Inhelder (1951) y las dificultades de los adultos frente a situaciones de incertidumbre (Heitele, 1975).

Heitele esquematiza su propuesta para la formación de conceptos de estocásticos resultantes de una enseñanza que transite desde de un plano intuitivo hasta un plano formal. El autor basa ese tránsito en la relación entre modelo y realidad con la pretensión de que el alumno pueda desarrollar un pensamiento científico sustentado en la cotidianidad. La propuesta del currículo en espiral es en el siguiente sentido: en un plano intuitivo, las ideas fundamentales de estocásticos se encuentran “entretejidas” y no se les puede separar para estudiarlas; conforme se estructura un nivel cognoscitivo y lingüístico respecto de ellas, se va arribando a un plano cada vez más formal, donde ya se les puede estudiar por separado, como lo hace la teoría matemática (Heitele, 1975). Las diez ideas fundamentales son: medida de probabilidad, espacio muestra, regla de la adición, regla del producto e independencia, equidistribución y simetría, combinatoria, modelo de urna y simulación, variable aleatoria, ley de los grandes números y muestra.



En el mismo sentido, es de interés la propuesta del triángulo relacional para explicar la naturaleza epistemológica de la apropiación de un concepto matemático (Steinbring, 2005). La constitución del concepto resulta de la interacción entre él mismo, el objeto y el signo, de modo que el concepto siempre es perfectible y se distingue del objeto y del signo asociados a este (Steinbring, 1991; Ojeda, 2006). El triángulo epistemológico (véase figura 1) es una relación funcional para la constitución del conocimiento matemático, organizado por tres componentes:

1. Objeto, aquello que es producto de la actividad intelectual del sujeto.
2. Signo, la representación de esa abstracción.
3. Concepto, lo que apela a la descripción específica de ese objeto y va de nociones a ideas, a conceptos en interrelación constante con el objeto y el signo.

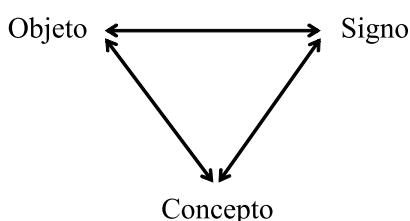
El triángulo epistemológico establece relaciones de las que no se puede deducir el significado del concepto matemático de uno de los vértices, sino que se requiere de un balance entre ellos tres (Steinbring, 1991).

3. MÉTODO

El estudio, con enfoque cualitativo (Vasilachis, 2006), se desarrolló en dos fases. En la primera se analizaron los planes y programas de estudio de los seis grados escolares de la educación primaria regular. El objetivo fue identificar el tratamiento de la probabilidad y de la estadística en la propuesta institucional. De este análisis se tomó la decisión de revisar las lecciones de los libros de texto de primero y segundo grados de primaria, pues se identificó una ausencia de los estocásticos en los programas correspondientes. Por tanto, la segunda fase concernió en la selección y análisis de las lecciones de los libros.

Para el desarrollo del estudio se tomó en cuenta la aplicación de *criterios de análisis* (Ojeda, 2006) en la propuesta institucional para los estocásticos (programas de estudio y libros de texto). Los criterios conjugan aspectos de método. En el análisis de la presentación de estocásticos para y en la enseñanza conviene no solo referirse a los estocásticos, sino distinguirlos de los otros conceptos matemáticos que se requieren en las lecciones cuyo foco son los primeros. De igual forma, se complementarían los datos provenientes de los recursos semióticos con soporte gráfico (lengua natural escrita, dibujos, gráficas, diagramas, notación matemática) empleados para presentar situaciones estocásticas. En ese sentido, los criterios son:

Fig. 1. Triángulo epistemológico.



Fuente: Steinbring, 2005, p. 22.



- Situación. Este término hace referencia a la relación del individuo con su medio ambiente, el cual condiciona, limita, funda y determina posibilidades (Abbagnano, 1974).
- Ideas fundamentales de estocásticos: medida de probabilidad, espacio muestra, regla de la adición, regla del producto e independencia, equidistribución y simetría, combinatoria, modelo de urna y simulación, variable aleatoria, ley de los grandes números y muestra (Heitele, 1975).
- Otros conceptos matemáticos: números naturales y el cero, su orden, operaciones aritméticas básicas, razón y proporción, producto cartesiano, por mencionar algunos.
- Recursos semióticos: gráficas, figuras, diagramas, notación matemática, lengua natural escrita. Ojeda (2006) argumenta que se hace referencia a “recursos semióticos” en lugar de “representaciones semióticas”, ya que esta última frase corresponde a una interiorización de los usos de esos recursos, que no es inmediata a su presentación.
- Términos empleados: las palabras y las frases que aluden a estocásticos, ya sea técnicas o cotidianas (Ojeda, 2006).

Lo anterior desembocaría en el marco de referencia para el tratamiento de fenómenos aleatorios (Fischbein, 1975) de manera sistemática y las ideas fundamentales de estocásticos (Heitele, 1975) como guía del currículo en espiral.

4. ESTOCÁSTICOS Y LA PROPUESTA INSTITUCIONAL

En el ciclo escolar 2009-2010, la educación primaria regular en México sufrió una reforma en sus planes y programas de estudio. El principal cambio es el enfoque bajo competencias (SEP, 2009), a las que define como “un saber hacer (habilidades) con saber (conocimiento), así como la valoración de las consecuencias de ese hacer (valores y actitudes)” (SEP, 2009, p. 41). La propuesta subraya la articulación curricular de contenidos como requisito fundamental para el cumplimiento del perfil de egreso, entendida como “el conjunto de condiciones y factores que hacen factible que los egresados alcancen los estándares de desempeño: los conocimientos, las habilidades, las actitudes y los valores” (SEP, 2009, p. 37). Para el ciclo escolar 2014-2015 se implementaron nuevos libros de texto en las aulas en nivel primaria, los cuales siguen vigentes hasta la fecha. Son a estos a los que se le aplicaron los instrumentos de la investigación.

Para una revisión más detallada se tomaron en cuenta los planes y programas de estudio de los seis grados escolares. Del resultado del análisis se ha identificado que para la probabilidad no se presenta algún tema en estos; predominan los de estadística, reducidos al cálculo y presentación de uso de tablas, gráficas, pictogramas y diagramas como medios para organizar y comparar datos, como lo había señalado Maldonado y Ojeda (2009). En la tabla 1 se sintetiza el análisis de los estocásticos respecto al bloque y eje temático en los planes y programas de estudio.

De lo anterior se puede señalar: 1) no se identificaron lecciones señaladas en los programas de estudio donde se declare explícitamente el tema de probabilidad;

**Tabla 1. Identificación de los temas de estadística**

Grado	Bloque	Eje	Tema
1°	---	-----	-----
2°	---	-----	-----
	I	Manejo de la información (análisis y representación de datos).	Representación e interpretación en tablas de doble entrada o pictogramas de datos cualitativos recolectados en el entorno.
3°	II	Manejo de la información (análisis y representación de datos).	Lectura de información contenida en gráficas de barras.
	I	Manejo de la información (análisis y representación de datos).	Lectura de información explícita o implícita contenida en distintos portadores dirigidos a un punto particular.
4°	III	Manejo de la información (análisis y representación de datos).	Resolución de problemas en los cuales es necesario extraer información de tablas o gráficas de barras.
	V	Manejo de la información (análisis y representación de datos).	Identificación y análisis de la utilidad del dato más frecuente de un conjunto de datos (moda).
	IV	Manejo de la información (análisis y representación de datos).	Análisis de convenciones para construcción de gráfica de barras.
5°	V	Manejo de la información (análisis y representación de datos).	Cálculo de la media, análisis de su pertinencia respecto a la moda como dato representativo en situación diversas.
	I	Manejo de la información (análisis y representación de datos).	Lectura de datos contenidos en tablas y gráficas circulares para responder diversos cuestionamientos.
6°	II	Manejo de la información (análisis y representación de datos).	Lectura de datos, explícitos o implícitos, contenidos en diversos portadores para responder preguntas.
	III	Manejo de la información (análisis y representación de datos).	Uso de la media (promedio), la mediana y la moda en la resolución de problemas.

Fuente: Elaboración personal.

2) los programas de estudio solo declaran algunos temas de estadística descriptiva. Por lo que respecto a la introducción de ese contenido matemático en la propuesta institucional se puede declarar ausente.

5. ESTOCÁSTICOS Y LIBROS DE TEXTO DEL PRIMER CICLO

Derivado de la reforma educativa del 2014-2015, a las lecciones de los libros de texto se les señalan como “Desafíos matemáticos”. Para efectos del presente documento, a los seis grados escolares se les organizó en tres ciclos: primer ciclo comprende primero y segundo grados, segundo ciclo están tercero y cuarto grados y para el tercer ciclo se tiene quinto y sexto grados.

En un primer momento se pretendía analizar las lecciones pertenecientes al eje “Tratamiento de la información”, pero al realizar la búsqueda no se identificaron lecciones para tal eje. Por lo anterior se optó por analizar todas las lecciones y se pudo señalar que en siete (cinco en el libro de primer grado y dos en el de segundo)



está implicada una situación aleatoria que pudiera aprovechar la introducción y tratamiento de un fenómeno aleatorio en las aulas.

Por lo tanto, para “Desafíos matemáticos. Primer grado” (SEP, 2014a), de las 57 lecciones distribuidas en cinco bloques se pudieron señalar cinco en las que se puede aprovechar el análisis de un fenómeno aleatorio (SEP, 2014^a, pp. 11, 22, 47, 62 y 81). Algo similar sucedió para “Desafíos matemáticos. Segundo grado” (SEP, 2014b): de las 59 lecciones que contiene el libro, también distribuidas en cinco bloques, se pueden señalar solo dos lecciones que implican una situación aleatoria (SEP, 2014b, pp. 22 y 115).

Del análisis de las lecciones, ninguna de las que pertenecen al eje “Tratamiento de la información” hacen referencia a los temas de probabilidad. La introducción de los temas de probabilidad y de estadística en el nivel primaria se inicia, según el programa de estudios, en el tercer grado, por lo que en primero y segundo grados se descuida su introducción, contrario a lo señalado por Heitele (1975) y Limón (1995): promover la enseñanza de estocásticos en etapas lo más temprano posible.

A pesar de lo anterior, se pudieron identificar siete lecciones pertenecientes al eje “Sentido numérico y pensamiento algebraico” en las que se pudiera aprovechar la introducción de los estocásticos por medio del análisis de un fenómeno aleatorio en el aula y a las cuales se les aplicó los criterios de análisis; por cuestiones de espacio, en la tabla 2 se señalan las ideas fundamentales identificadas en cada una de las lecciones.

Las siete lecciones presentan como situación aleatoria el resultado al lanzar dados, aros y monedas. En cuatro (“¿Más o menos?”, “Contemos frijolitos”, “Quita y pon”, “Juguemos al cajero”) predomina la idea de ganancia o pérdida; en ellas se puede promover la introducción, de manera cualitativa, de la variable aleatoria por medio de la asignación numérica de las frecuencias relativas.

En las siguientes líneas se presenta el resultado de la aplicación de los criterios de análisis de dos lecciones. Ambas tienen como trasfondo, desde nuestra perspectiva, la idea de variable aleatoria. La lección “Quita y pon” (SEP, 2014a) se ubica en el bloque II en la página 47. Plantea el juego de cartas con dados a manera que los niños coloquen o quiten fichas según los resultados del lanzamiento del dado y de la extracción de la ficha (ver figura 2). Al aplicar los criterios de análisis, resultó:

- Situación. La lección implica un fenómeno aleatorio con el resultado del lanzamiento de un dado y la extracción sin ver de una carta (con signo + o -). Además, implica la pérdida o ganancia de fichas según las posibles combinaciones de los puntos del dado con las cartas.
- Ideas fundamentales de estocásticos. Para *medida de probabilidad* se apela con el número de casos posibles en relación con el total de casos, algo similar para las tarjetas. Es decir, la probabilidad del evento “obtener una de las caras del dado” es $P(A) = \frac{1}{6}$ y para la obtención de una tarjeta con un signo es $P(T) = \frac{1}{2}$. *Espacio muestra* se identifica con el conjunto de posibles resultados al lanzar un dado $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, además del conjunto de posibles resultados al extraer sin ver una tarjeta $T = \{+, -\}$. Pero también se puede obtener el espacio muestra compuesto: $\Omega = D \times T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{+, -\}$. La *regla del producto* se obtiene dado que tenemos dos eventos independientes; por lo tanto, sus probabilidades

**Tabla 2. Identificación de las ideas fundamentales de estocásticos en los libros de texto**

Ideas fundamentales de estocásticos	Lecciones de los libros de texto del primer ciclo							
	Primer grado (SEP, 2014a)	Segundo grado (SEP, 2014b)	¿Más o menos?	Contemos frijolitos	Quita y pon	Un mensaje para el rey	Jugemos al cajero	Maratón del año
Medida de probabilidad	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Espacio muestra	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Regla del producto e independencia				✓				
Regla de la adicción de probabilidades			✓			✓	✓	
Equidistribución y simetría	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Combinatoria			✓	✓	✓	✓		
Modelo de urna y simulación								
Variable estocástica	✓	✓	✓	✓			✓	✓
Ley de los grandes números							✓	
Muestra								✓

Fuente: Elaboración propia.

Fig. 2. Desafíos matemáticos; libro para el alumno (primer grado).

se multiplican. Si al lanzar un dado la probabilidad de uno de los eventos es 1/6 y la de tomar una tarjeta es 1/2, entonces la suma es 8/12. Debido a que todas las caras del dado tienen la misma posibilidad de ocurrir, esto implica la idea de *equiprobabilidad*. La *combinatoria* se evidencia con los pares ordenados de las seis caras del dado y las dos tarjetas, de modo que tenemos (1,+), (1,-), (2,+), (2,-), (3,+), (3,-), (4,+), (4,-), (5,+), (5,-), (6,+), (6,-). De manera cualitativa se puede tratar la *variable aleatoria* con la pérdida o ganancia de “fichas”, según la cantidad asignada por cada punto del dado y el signo de las tarjetas.

- c) Otros conceptos matemáticos. Números naturales, suma y noción de signos positivo y negativo. Los números reales se trabajan en los puntos de sus dados, así como la suma de ellos. En las cartas con los signos encontramos la referencia a los números naturales.
- d) Recursos para organizar y tratar los datos. Las tarjetas propuestas (página 123 del libro), fichas y un dado.
- e) Términos empleados. Los verbos como “lanzar” y “tomar” hacen alusión a la realización del fenómeno aleatorio. La palabra “sacar” hace referencia al espacio muestra y la situación “gana” implica la idea de variable aleatoria.

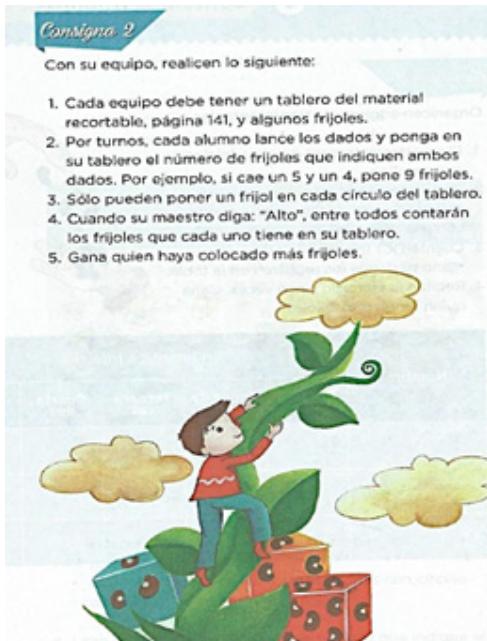
Para la lección “Contemos frijolitos” (ver figura 3), ubicada en la página 22 del primer bloque, se plantea el uso de dos dados, frijoles y una tabla en la que se distribuirán estos. Se determina ganador del juego al alumno que tenga más frijoles al cabo de cierto número de tiradas de los dados. Al aplicar los criterios de análisis resultó:

- a) Situación. Organizados en equipos, cada uno debe tener un tablero del material recortable, página 141, y frijoles. Por turnos, cada alumno lanza dos dados y pone en su tablero el número de frijoles que indiquen la suma de los puntos de los dados. Solo deben poner un frijol en cada círculo del tablero; es decir, un frijol por cada punto. Gana quien haya colocado más frijoles en su tablero. No está estipulada la cantidad de lanzamientos que deben realizarse; la actividad finalizará cuando el maestro lo indique.

- b) Ideas fundamentales de estocásticos. Se puede identificar la *medida de probabilidad* en cuanto a la probabilidad que tiene cada una de las caras de cada uno de los dados. Como se solicita la suma de los puntos, entonces se tiene que la probabilidad corresponde a la suma de los puntos de ambos dados. El *espacio muestra* es compuesto, pues se tienen los pares ordenados: (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6). La situación implica eventos *independientes* debido a que el resultado del primer lanzamiento en nada afecta al resultado del segundo lanzamiento. La *simetría* se presenta por la distribución de los posibles pares ordenados. *Regla del producto* se identifica a este concepto cuando por ejemplo, para el evento “dos frijoles”, la probabilidad de obtener un punto en un dado es $P(1 \text{ punto}) = 1/6$ y en el otro dado sería $P(1 \text{ punto}) = 1/6$; por lo tanto, la probabilidad del evento “dos frijoles” es el par ordenado (1,1), lo que es igual $P(1,1) = \frac{1}{6} * \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$. Para la *variable aleatoria*, la lección implica tres variables, la correspondiente a cada dado distingible y la correspondiente a la suma de los puntos de los dados; es decir, frecuencia y frecuencia relativa.



Fig. 3. "Desafíos matemáticos", libro para el alumno (primer grado).



Fuente: SEP, 2014a, p. 22.

- c) Otros conceptos matemáticos. Para la realización de esta lección se deberán tomar en cuenta los números naturales, así como tener conocimiento de suma, orden de los números y relación uno a uno.
- d) Recursos para organizar y tratar los datos. El desarrollo de la lección demanda el hecho de llevar un control de cuáles son los resultados de la suma del lanzamiento de ambos dados; para ello es necesario contar con el tablero propuesto (p. 141).
- e) Términos empleados. El verbo “lanzar” hace referencia al espacio muestra e independencia; “Poner”, junto con “indique ambos dados”, sugiere la relación con las variables aleatorias.

6. PROMOCIÓN DE UNA RED CONCEPTUAL

Como se adelantó, las ideas fundamentales de estocásticos permiten la promoción de una red conceptual, tal que convocan a otros conceptos matemáticos y por el uso que se les da, en la situación aleatoria, permiten darle un sentido distinto al que tienen en situaciones deterministas.

Por ejemplo, al distinguir la naturaleza epistemológica (Steinbring, 2005) de la apropiación de los estocásticos en las lecciones analizadas, resultó que para la lección “Contemos frijolitos”, a un nivel de *objeto*, interesan los resultados variados de los distintos lanzamientos de los dados; a un nivel de *signo* se distinguen las asignaciones numéricas según las frecuencias de las sumas de los dados; en un

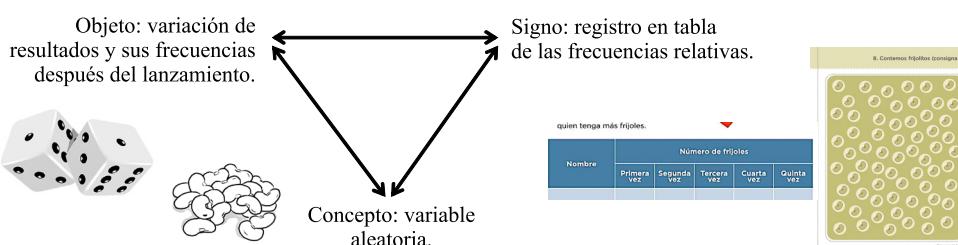


nivel de *concepto* la ganancia o la pérdida según la distribución de las frecuencias relativas (véase figura 4).

En la misma vía, la propuesta del triángulo epistemológico (Steinbring, 2005) permite distinguir la constitución del concepto matemático –en este caso, los estocásticos– derivada de la interacción entre objeto, signo y concepto. El significado no se desprende de uno de los vértices del triángulo, sino que requiere de un balance entre ellos, y por tener una naturaleza relacional el concepto es cada vez más perfectible. Según Steinbring (1991), los conceptos de estocásticos no deben deducirse de conceptos elementales, pues a su vez estos requieren de otros conceptos más básicos, desarrollándose una red de triángulos epistemológicos interconectados por uno de sus vértices.

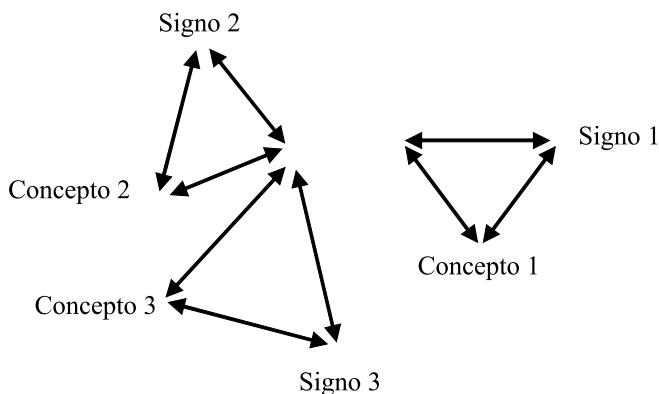
La red se establece cuando a partir del vértice objeto 1 (variación de resultados y sus frecuencias después del lanzamiento) se produzca el signo 2 en el sentido de asignación numérica uno a uno, y así provocar el concepto 2 (número natural). A su vez, el objeto 1 puede relacionarse con un signo 3 (registro en tabla de las frecuencias) y con el objeto 3 (adición de números naturales). En la figura 5 se presenta una propuesta de esquema que sintetiza lo anterior.

Fig. 4. Triángulo epistemológico para “Contemos frijolitos”.



Fuente: Elaboración propia.

Fig. 5. Red de triángulos epistemológicos para “Contemos frijolitos”.



Fuente: Elaboración propia.



7. CONCLUSIONES

Del análisis de la propuesta institucional se corroboró que no existe un vínculo entre los planes y programas de estudio de la educación primaria básica (2011) y los libros de texto gratuitos (2014-2015) respecto a los temas de probabilidad. En los planes de estudio se declara la introducción de la estadística, pero ninguna lección que pertenece al eje “Tratamiento de la información” trata de manera explícita los conceptos de probabilidad.

Se pudieron identificar lecciones pertenecientes al eje “Sentido numérico y pensamiento algebraico”, en las que el foco es el tratamiento del número; pero por la situación aleatoria que implican se podría aprovechar la lección para realizar la introducción y tratamiento de fenómenos aleatorios en el primer ciclo de la educación primaria.

Las lecciones identificadas presentan situaciones de lanzamiento de dados. Pero tal como se presenta en el libro de texto, el mayor énfasis es hacia el culto al número, descartando preguntas que refieran al fenómeno aleatorio. Lo anterior reviste un predominio hacia el pensamiento determinista. Según Ojeda (2006) y López-Mojica (2013) se está desaprovechando el uso de otros conceptos matemáticos para dotarles de otro sentido mediante el uso de situaciones aleatorias.

También se identificó lo señalado por Maldonado y Ojeda (2009): el abuso de figuras en las lecciones. Además, en ocasiones las imágenes no aluden a la situación y no contribuyen a la constitución del concepto matemático. Por ejemplo, en la lección “Serpientes”, cuyo objetivo es la suma de las caras superiores después del lanzamiento de dos dados ordinarios, aparece una imagen de una niña en una resbaladilla.

La identificación de las lecciones y la propuesta de su análisis, como se presenta en el documento, permite ofrecer alternativas de enseñanza a los temas en cuestión para los docentes de educación básica con el uso del libro de texto y en concordancia con lo planteado por investigadores en el área de la matemática educativa. Se abona a la conformación de un marco de referencia para la enseñanza de los estocásticos lo más temprano posible, con miras a desarrollar un pensamiento que se abra a lo posible.

8. REFERENCIAS

- ABBAGNANO, N. (1974). *Diccionario de filosofía* (1a. ed.). México: Fondo de Cultura Económica.
- ANGOA, M.A. (2002). *Comprensión de correlación lineal y uso de un programa de computo estadístico. El caso de egresados de Licenciatura en Ciencias Naturales* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- CARBALLO, M.T. (2004). *Estocásticos en el segundo grado de educación primaria. Determinismo y azar* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- DE LEÓN, J. (2002). Comprensión de la ley de los grandes números de estudiantes de ciencias sociales (tesis de doctorado no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- ELIZARRARAS, S. (2004). *Enseñanza y comprensión del enfoque frecuencial de la probabilidad en el segundo grado de secundaria* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.



- FISCHBEIN, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Holland: Reidel.
- FLORES L., P. (2002). *La predicción y el azar: praxis, creencias, saberes y conocimientos del docente de educación primaria* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- GURROLA, M. (1998). *Pensamiento probabilístico de niños en estadio básico* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- HEITELE, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6(2), 187-205.
- LIMÓN, A. (1995). *Elementos para el análisis crítico de la posible inserción curricular de nociones estocásticas, ausentes en los programas de preescolar y primaria* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- LÓPEZ-MOJICA, J.M. (2009). *Estocásticos en el segundo grado de educación especial* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- LÓPEZ-MOJICA, J.M. (2013). *Pensamiento probabilístico y esquemas compensatorios en la educación especial* (tesis de doctorado no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- LÓPEZ, J. (2006). *Comprensión de la ley de los grandes números en el tercer grado de secundaria* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- MALDONADO, J. y OJEDA, A.M. (2009). Ideas fundamentales de estadística en educación primaria: una perspectiva epistemológica. *Revista Premisa*, 11(43), 3-10.
- MARROQUÍN M., P. (2009). *Medios y enseñanza de estocásticos en el tercer ciclo de educación primaria* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- MARTÍNEZ, A.M. y Ojeda, A.M. (2017). Comprensión de la media ponderada por docentes en formación para primaria. En L. Serna (ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol. 30* (pp. 1125-1136). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- OJEDA, A.M. (1994). *Understanding fundamental ideas of probability at pre-university levels* (tesis de doctorado no publicada). King's College, Londres, Reino Unido.
- OJEDA, A.M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En Filloy (ed.), *Matemática educativa, treinta años* (pp. 257-281). México: Santillana-Cinvestav.
- OJEDA, A.M. (2007). *Probabilidad y estadística en matemática educativa. Seminario de investigación* (manuscrito no publicado, documento interno). México: Cinvestav-IPN.
- OJEDA, A.M., CHÁVEZ, H. y GARNICA, I. (2015). Nociones matemáticas de frecuencia relativa y clases: su comprensión por estudiante sordos (11-24 años). En M. Cruz (ed.), *Manos a la obra: lengua de señas, comunidad sorda y educación* (pp. 187-214). México: Bonilla Artigas Editores.
- PIAGET, J. (1982). *Le possible et le nécessaire*. Francia: PUF.
- PIAGET, J. e INHELDER, B. (1951). *La Genèse de l'idée de Hasard Chez l'enfant*. Francia: PUF.
- RAMOS, A. (2015). *La probabilidad y la estadística en la construcción del pensamiento matemático del niño preescolar* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- RIVERA, M.S. (2011). *Comprensión de ideas fundamentales de estocásticos en el bachillerato universitario* (tesis de maestría no publicada), Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- SALCEDO, J. (2013). *Razonamiento probabilístico en el bachillerato tecnológico* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- SEP. (1993). *Planes y programas de estudio 1993. Educación básica*. México: SEP.
- SEP. (2009). *Planes y programas de estudio 2009. Educación básica*. México: SEP.
- SEP. (2011). *Planes y programas de estudio 2011. Educación básica*. México: SEP.
- SEP. (2014a). *Desafíos matemáticos. Libro para el alumno (primer grado)*. México: SEP.
- SEP. (2014b). *Desafíos matemáticos. Libro para el alumno (segundo grado)*. México: SEP.



- STEINBRING, H. (1991). The concept of chance in everyday teaching: Aspects of a social epistemology of mathematical knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, (22), 503-522.
- STEINBRING, H. (2005). The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction. Estados Unidos: Springer.
- TORRES, O. (2013). *Limitaciones en la adquisición de ideas fundamentales de estocásticos por estudiantes de ingeniería: el caso de un instituto tecnológico* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- VASILACHIS, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. España: Gedisa.
- VÁZQUEZ, G. (1998). *Enseñanza de la probabilidad en los sistemas abiertos: identificación teórica de fundamentos: el caso de la telesecundaria en el sistema educativo nacional* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- VÁZQUEZ, O. (2004). *Enseñanza y comprensión del enfoque clásico de la probabilidad en primer grado de secundaria* (tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

