

Didáctica del teorema de Pitágoras mediada por las TIC: el caso de una clase de Matemáticas *

Conde-Carmona, Robinson Junior; Fontalvo-Meléndez, Andrés Antonio

Didáctica del teorema de Pitágoras mediada por las TIC: el caso de una clase de Matemáticas *

Trilogía Ciencia Tecnología Sociedad, vol. 11, núm. 21, 2019

Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=534367788011>

DOI: <https://doi.org/10.22430/21457778.1187>



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.

Didáctica del teorema de Pitágoras mediada por las TIC: el caso de una clase de Matemáticas *

Teaching and Learning the Pythagorean Theorem through ICTs: A Case Study of a Mathematics Class

Robinson Junior Conde-Carmona
Universidad de la Costa, Colombia
rconde@cuc.edu.co

DOI: <https://doi.org/10.22430/21457778.1187>
Redalyc: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=534367788011>

 <http://orcid.org/0000-0002-7421-1754>

Andrés Antonio Fontalvo-Meléndez
Colegio San José Hermanitas De La Anunciación,
Colombia
afontalvo1230@gmail.com

 <http://orcid.org/0000-0003-0780-4944>

Recepción: 21 Abril 2019
Aprobación: 18 Junio 2019

RESUMEN:

de acuerdo con los resultados históricos del programa PISA de la Organización de Cooperación y Desarrollo Económico, los jóvenes latinoamericanos tienen deficiencias en la resolución de problemas matemáticos que exigen habilidades y competencias de alto nivel. En este contexto, aunque el promedio de desempeño de Colombia ha mejorado considerablemente desde 2006, todavía se evidencian dificultades en dicha área. En tal sentido, este trabajo, por medio de la investigación-acción participativa (IAP), hace una propuesta de implementación de herramientas TIC para facilitar la enseñanza y aprendizaje del teorema de Pitágoras en la clase de Matemáticas del grado octavo (8) del colegio San Vicente de Paúl de Barranquilla. Se emplea un enfoque cualitativo para analizar la información recabada por medio de observaciones, entrevistas y encuestas. Los hallazgos indican que la mediación de herramientas TIC, específicamente de software matemático, puede mejorar la competencia de profesor e influye en la mejora del aprendizaje de los alumnos porque potencia el interés y la comprensión de los temas.

PALABRAS CLAVE: formación de profesores, mediación de TIC, didáctica de las matemáticas, investigación-acción participativa, software para matemáticas.

ABSTRACT:

According to the historical results of the Organization for Economic Cooperation and Development's PISA program, Latin American youth have deficiencies in solving mathematical problems involving high-level skills and competencies. In this context, although Colombia's average performance has improved considerably since 2006, there are still difficulties in this area. In this sense, using a participatory action research (PAR) method, this work proposes the implementation of ICT tools to facilitate the teaching and learning of Pythagoras' theorem in the eighth grade Mathematics class of the San Vicente de Paúl school in Barranquilla. A qualitative approach is used to analyze information collected through observations, interviews and surveys. The findings show that the mediation of ICT tools, specifically mathematical software, provides the teacher with teaching keys and influences the improvement of student learning because it enhances interest and understanding of the topics.

KEYWORDS: Teacher training, TIC mediation, didactics of Mathematics, Participatory-action research, software for Mathematics.

INTRODUCCIÓN

La práctica de la docencia exige que los profesores reflexionen sobre la definición y adquisición de competencias relevantes para su profesión, entre las cuales se pueden mencionar la pedagogía, la didáctica, la formación en investigación, las habilidades TIC para el aprendizaje o la evaluación. Esta reflexión,

además, debería conducir a la apertura de líneas de investigación que den cuenta, por ejemplo, de cuáles son las necesidades y las dificultades que requieren ser resueltas, o sobre qué supuestos se desempeñan los profesionales, de manera que se tenga un cuadro claro de la realidad de la práctica (Valbuena-Duarte, Conde-Carmona & Ortiz-Ortiz, 2018).

En cuanto a las necesidades más apremiantes de los estudiantes colombianos, y aunque el país muestra una mejora en las áreas evaluadas por el programa Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes, PISA, de la Organización de Cooperación y Desarrollo Económico, OCDE, todavía hay que «aumentar las proporciones de estudiantes ubicados en los niveles de más altos desempeños» y «Acelerar el ritmo de mejoramiento de los desempeños» (Ministerio de Educación Nacional de Colombia [MEN], 2013).

En el mismo sentido, de acuerdo con la publicación del diario El Tiempo (2014) sobre estos resultados, los jóvenes latinoamericanos suelen resolver los problemas matemáticos utilizando la técnica del ensayo error que, por un lado, solo les permitiría solucionar las situaciones más simples y conocidas, y por otro, evidencia muchas dificultades para enfrentar problemas que exigen habilidades y competencias matemáticas mayores.

En todo caso, hay que decir que entre 2006 y 2012, Colombia mejoró en las tres áreas evaluadas, Ciencias, lectura y Matemáticas y que a nivel de los estudiantes «Pisa identificó una serie de elementos y de buenas prácticas que contribuyen a la obtención de mejores desempeños en Matemáticas» (MEN, 2013), entre las que se pueden mencionar motivación y confianza en la capacidad para aprender y reconocimiento de la utilidad del área para la vida. A nivel de la escuela, los factores que inciden en el mejoramiento incluyen «Contar con profesores bien preparados y en cantidad suficiente» y «Disponibilidad de recursos (en cantidad y calidad) para la enseñanza de las Matemáticas» (MEN, 2013). Así, según Posadas & Godino (2017)

Existe una tarea esencial del profesor es la preparación de clases, teniendo en cuenta las competencias, objetivos, y contenidos que debe desarrollar en sus estudiantes, así como las limitaciones del contexto en el lugar de enseñanza. Por el anterior motivo, la formación inicial de los profesores contempla la adquisición de destrezas en el diseño de unidades didácticas, como estrategia de preparación del profesor (p.1).

En este contexto se decide implementar una investigación-acción participativa (IAP) para implementar el uso de herramientas TIC específicas (GeoGebra y GEUP) y mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, con énfasis especial en el trabajo con el teorema de Pitágoras, en el grado octavo (8° A) del Colegio San Vicente de Paúl de Barranquilla. La propuesta parte de la evidencia de las dificultades que muestran los estudiantes cuando han tenido que enfrentarse a la resolución de problemas de este teorema, por ejemplo, la confusión para encontrar el valor de un cateto desconocido. Cabe anotar que otro de los retos planteados por el documento del MEN (2013) consiste en «Cerrar las brechas de género, zona y sector que aún persisten». Para el caso que nos ocupa, Marín-Sánchez (2015) analiza cómo las diferencias sociales, económicas y políticas inciden en el bajo interés por aprender y en el bajo rendimiento académico de los estudiantes.

Para ilustrar la situación de la que hablamos, tomamos una evaluación de clase en la que se pidió a los estudiantes que resolvieran un problema de distancia utilizando el teorema de Pitágoras. Muchas de las dudas eran sobre qué es la hipotenusa o sobre qué representa el exponente, entre otras que debían estar claras a esa altura del curso. Asimismo, otra evaluación mostró que los estudiantes tenían dificultades para ubicar correctamente los valores de los lados de un triángulo, o sea, confundían los valores de los catetos con el de la hipotenusa o viceversa. También se descubrieron debilidades en el trabajo con potenciación y radicación. Las deficiencias evidenciadas nos corroboran en que para estimular el aprendizaje es importante entender «la importancia del análisis de la propia experiencia de estudio matemático, apoyada en el uso de instrumentos adecuados, en la formación del profesor de Matemáticas» (Godino & Batanero, 2009).

Pregunta de investigación

A partir de la situación expuesta, la pregunta de investigación que planteamos es ¿cómo se pueden facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje del teorema de Pitágoras y sus aplicaciones para estudiantes de octavo grado con la mediación de las TIC?

De este planteamiento se derivan los siguientes problemas:

¿Qué metodologías integran los docentes de octavo grado para enseñar el teorema de Pitágoras y sus aplicaciones?

¿Cómo desarrollar una estrategia fundamentada en las TIC que permita el aprendizaje del teorema de Pitágoras y sus aplicaciones?

Objetivos

Implementar estrategias didácticas mediadas por las TIC que faciliten los procesos de enseñanza y de aprendizaje del teorema de Pitágoras y sus aplicaciones para estudiantes de octavo grado.

ANTECEDENTES

Revisión bibliográfica

En primera instancia se revisó el trabajo de Palomo-López, Ruiz-Palmero & Sánchez-Rodríguez (2006). Para estos autores las TIC son agentes de innovación educativa porque permiten una interacción más activa y constante de los estudiantes, les ofrecen nuevas formas de encontrar mejor contenido y procedimientos y, además, los incentiva a tomar decisiones en cuanto la selección y uso de la información.

En segundo lugar, Odetti (2015) plantea que la integración de las TIC en las instituciones educativas provocaría una transformación de la gestión pedagógica porque coadyuvaría en el fortalecimiento de la práctica de los docentes que aún sienten apatía ante el mundo digital y la posibilidad de integrar las TIC en sus clases, que de alguna manera potencian la capacidad de los estudiantes para acceder a información de calidad.

Seguidamente, Perry (2000) expone que la enseñanza del teorema de Pitágoras es pertinente por

su relevancia dentro de las Matemáticas escolares, por su riqueza de conexiones con otros conceptos y otros temas, y porque asociado a la relación pitagórica, hay un error que los estudiantes suelen cometer con alguna frecuencia y me interesaba buscar una alternativa para abordarlo (p. 153).

Concluye la autora que su intención era señalar las dificultades inherentes al «diseño de las tareas de enseñanza y presentar algunos elementos que se deben tener en cuenta en esta labor» (p. 153).

REVISIÓN TEÓRICA

Evolución didáctica de la clase de Matemáticas

Douady dice que saber matemáticas implica dos aspectos. «Por un lado, se refiere a la disponibilidad funcional de nociones y teoremas matemáticos para enfrentar problemas e interpretar nuevas situaciones» en cuyo caso, tanto las nociones como los teoremas se convierten en herramientas para resolver problemas en contexto. «Por otra parte, también significa identificar las nociones y los teoremas como parte de un cuerpo

de conocimientos reconocidos socialmente», es decir, es el momento en que se establecen definiciones y relaciones y se prueban conjeturas (citado en Cantoral et al., 2005).

Seguidamente, Gascón (1998) dice que aunque el desarrollo de la didáctica de las Matemáticas ha mantenido una constante sucesión de aumento de la problemática didáctica hasta que el conocimiento matemático se constituyó como «objeto primario de investigación» cambiando la naturaleza de «la didáctica como disciplina científica», todavía persiste la antigua concepción «precientífica» de la enseñanza de las Matemáticas como un arte que estaría exenta de ser analizada o expuesta a ciertas reglas.

Además, Gascón (1998) plantea dos enfoques clásicos de la didáctica de las Matemáticas, en los que entran en relación el aprendizaje de los estudiantes y el pensamiento de los docentes. El primero está centrado en el «aprendizaje del alumno» y «su objeto *primario* de investigación es el conocimiento matemático del alumno y su evolución». El segundo está ligado al trabajo y formación profesional de los docentes, a saber, a su conocimiento y capacidades para potenciar el aprendizaje. Por otra parte, sin embargo, hay que tener en cuenta algunas limitaciones de este enfoque clásico, por ejemplo, la exclusión del estudio de las nociones de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, el énfasis exagerado en la psicología del alumno, relegando «los fenómenos específicamente didáctico-matemáticos», o la renuncia a constituir la didáctica en disciplina científica (Gascón, 1998).

Cabe agregar con D'Amore, Font & Godino (2007) que

los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas deben orientarse al logro de unos objetivos formativos que incluyan unas prácticas matemáticas valiosas para la formación de los ciudadanos y profesionales y ello requiere también la apropiación de unos metaconocimientos sobre las propias matemáticas y sobre los conocimientos didácticos que contribuyan positivamente a dicha formación (pp. 74-75).

El análisis de los hallazgos indica que el desarrollo epistemológico del teorema de Pitágoras incide positivamente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes porque les ayuda a comprender, desarrollar y relacionar nociones y teoremas, al tiempo que, desde la perspectiva de la evolución histórica de la didáctica de las Matemáticas, podrán descubrir y crear conceptos propios y aplicarlos de mejor manera durante las clases (Barreto-García, 2008).

Enseñanza y aprendizaje integrados con las fases de aprendizaje del modelo Van Hiele y las TIC

Esta investigación se va a desarrollar teniendo en cuenta las tres fases del modelo Van Hiele, expuestas por Jaramillo & Esteban (2006), integrando las TIC como herramienta didáctica junto con el objeto matemático (el teorema), su interpretación geométrica y sus respectivas aplicaciones en contextos sociales. También se pretende el desarrollo del aprendizaje colaborativo para que los estudiantes desarrollen la capacidad de resolver problemas de manera independiente. En este punto, los alumnos contarían con la asistencia de un agente (el profesor) responsable de mediar y diseñar condiciones que les de seguridad y que permita la apropiación del conocimiento para luego compartirlo en su contexto; es decir, se pretende que los estudiantes intercambien ideas utilizando herramientas tecnológicas que les posibiliten interactuar con problemas contextuales. Grosso modo, las fases del modelo referido son:

Fase 1 (preguntas/información): con fundamento en la afirmación de Ausubel, Novak & Hanesian (1987) ¿si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno/a sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia? (p.1), se intenta acercar lo más posible a los estudiantes a una situación real. Esta fase se desarrolla de manera oral mediante preguntas condicionadas para saber qué conocimientos previos poseen los estudiantes y poder determinar de qué forma afrontar las actividades siguientes. La información para

diseñar la hoja de ruta que permita responder de la manera más adecuada a las dificultades que se presenten en el desarrollo de la interpretación geométrica se recogerá a partir de una prueba diagnóstica (pretest) y de observaciones de clase, teniendo en cuenta el contexto educativo.

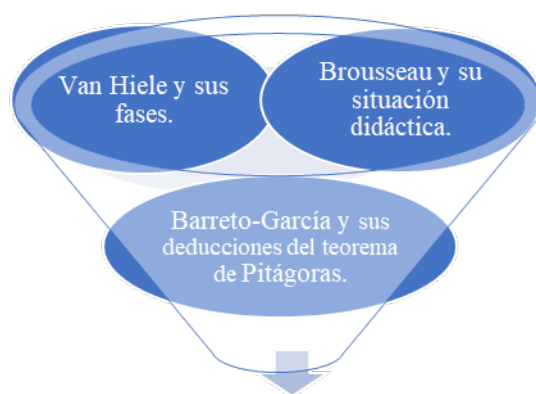
Fase 2 (orientación dirigida): el principal objetivo es que los estudiantes puedan descubrir, comprender y asimilar los conceptos; por lo tanto, aquí se requiere la mayor capacidad didáctica del docente para que haga actividades concretas, con unas secuencias lógicas bien dirigidas a un objetivo común.

En este paso, se usa lo encontrado en la fase 1 para elaborar e implementar la propuesta pedagógica., cuyo desafío principal es conectar las herramientas TIC con una estrategia que permita mejorar, de manera significativa, los procesos de enseñanza y de aprendizaje del teorema de Pitágoras, así como crear un ambiente que permita el desarrollo de ciertas competencias geométricas.

Fase 3 (explicación/explicitación): en esta fase se requiere que los estudiantes intercambien ideas y experiencias participativas, en tanto que los docentes tienen la función de orientadores del lenguaje que puedan usar los estudiantes. En este punto, la relación entre alumnos es vital, ya que les da pautas para organizar sus ideas, examinarlas y comunicarlas de manera comprensible (Jaime & Gutiérrez, 1990).

Luego de implementar la propuesta, interactuar con los educandos, y hacer las valoraciones pertinentes (heteroevaluación, coevaluación y autoevaluación), se analizará cada instrumento para caracterizar el impacto de la propuesta, si mejoró la práctica pedagógica docente (enseñanza) y si permitió mejorar las condiciones para la apropiación de conocimiento y el desarrollo de competencias geométricas (aprendizaje).

El modelo busca enriquecer la enseñanza por medio de distintas didácticas que generen choques cognitivos para que los estudiantes creen su propio concepto. En este caso, los profesores pueden guiar a los estudiantes por medio de didácticas tecnológicas, como el uso de las TIC, y así concretizar las transformaciones mentales que se necesitan para que los educandos resuelvan situaciones geométricas, como el análisis geométrico y comprobación del teorema de Pitágoras (Vargas-Vargas & Gamboa-Araya, 2013). Las distintas fases que plantea el modelo Van Hiele (ver figura 1), se pueden graficar de la siguiente forma:



Nueva Teoría

FIGURA 1.

Modelo Van Hiele

Fuente: elaboración propia.

DISEÑO METODOLÓGICO

Metodología y diseño de la investigación

Con base en el enfoque adoptado por Alguacil-Gómez, Basagoiti-Rodríguez & Camacho-Gutiérrez (2006), la estrategia fundamental será articular «la producción de conocimiento de los agentes implicados en el

proceso con la acción de transformación social», debido a que el consenso del diagnóstico permitirá tener insumos suficientes para la preparación de una propuesta que responda a las necesidades de los participantes en una investigación-acción participativa (IAP), en la que la población conoce el contexto de la investigación y participa activamente con el investigador porque la intención primordial es aportar y proponer posibles soluciones a la problemática y luego analizar los resultados de estas propuestas para generar un cambio social (2006).

En este caso, la interacción entre el sujeto y el investigador se evidencia en la relación entre el profesor y los estudiantes, que mediante un proceso científico e investigativo busca mejorar las estrategias de estudio y aprendizaje, y los estudiantes que necesitan desarrollar y optimizar sus competencias.

Etapas metodológicas de la investigación

En primer lugar, con la formulación, se explica y precisa el qué y el cómo se va investigar (Pereira-Pérez, 2011). Así, mediante una serie de observaciones se evidenció que los estudiantes presentaban dificultades en el área de Matemáticas (ver Tabla 2), más explícitamente en la funcionalidad y aplicaciones del teorema de Pitágoras. En segundo lugar, el *diseño* responde a las preguntas sobre la manera en que se llevará a cabo el estudio y sobre su ubicación espacio-temporal.

Por último, en la *ejecución* se definen las técnicas que permitan el contacto con el sujeto, tales como la entrevista y la elaboración colectiva de actividades y talleres. En esta fase, se implementa la propuesta pedagógica para posteriormente hacer su análisis (Quintana, 2006).

Para aportar al mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje del teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, se trabajó con un enfoque cualitativo, que según Rivas-Meza (2006):

Debido a los exiguos resultados que la orientación cuantitativa ha tenido en áreas tan trascendentes como la educación y el desarrollo humano, se ha ido desplegando una revolución silenciosa en la metodología de las ciencias humanas y sociales, lo cual evidencia un renovado interés y una sentida necesidad por la metodología cualitativa (p. 757).

Población y Muestra

Se estableció que la población serían los 95 estudiantes de octavo grado del Colegio Distrital San Vicente de Paúl, ubicado en el nororiente de Barranquilla. Como muestra se escogieron los 30 estudiantes, hombres y mujeres, de entre 12 y 14 años, del grado octavo A. esta selección se hizo mediante un muestreo no probabilístico, con base en las dificultades observadas en el aprendizaje de las Matemáticas durante los dos primeros periodos del año escolar.

Técnicas e instrumentos

La validación de los instrumentos se hizo mediante la revisión y aprobación de cinco (5) expertos con título doctoral y experiencia en el área de investigación. Según Rojas-Crotte, (2011), toda técnica de investigación requiere de unos instrumentos de aplicación que, en el caso de este estudio, fueron los siguientes:

- *La observación:* se observó a los estudiantes durante la ejecución de las actividades programadas para evidenciar la actitud y el interés frente al tema, y teniendo en cuenta el tipo de enseñanza. El instrumento que se usó para recolectar la información fue el registro anecdótico, que se hacía, como es lo adecuado, después de concluida la actividad.
- *La entrevista semiestructurada:* este tipo de entrevista tiene mayor de flexibilidad que las estructuradas, porque permite adaptar las preguntas a los entrevistados, facilitando la identificación

de errores y disipar el formalismo (Díaz-Bravo, Torruco-García, Martínez-Hernández, & Varela-Ruiz, 2013). Esta técnica fue aplicada al profesor de Matemáticas del grado octavo A. Se le hicieron una serie de preguntas relacionadas con la metodología usada para la enseñanza del teorema de Pitágoras para evidenciar la forma en que los estudiantes aprenden y extraer los insumos suficientes para la realización e implementación de la propuesta de intervención.

- *La encuesta:* fue aplicada a los estudiantes del grado octavo A mediante un cuestionario (evaluación diagnóstica) sobre los saberes previos acerca del teorema de Pitágoras y la forma en que se les ha enseñado, con el fin de obtener información individual y grupal sobre la situación problema (Grasso, 2006).

PROPUESTA

Título de la propuesta

GEUP y GeoGebra como herramientas TIC para la enseñanza del teorema de Pitágoras y sus aplicaciones

Introducción de la propuesta

La propuesta pedagógica inicia con una serie de actividades de clase, que incluye una prueba diagnóstica, para caracterizar los saberes previos de los estudiantes. A partir de aquí, se demuestra la funcionalidad contextual del teorema de Pitágoras con la mediación de la aplicación GeoGebra. Este programa facilita que los estudiantes comprendan los conceptos de manera clara y específica (hipotenusa y catetos) y les permite ver gráficamente sus aplicaciones prácticas, puesto que muestra diferentes formas de concretizar esa abstracción de las matemáticas y posibilita la participación de todos los estudiantes en el desarrollo de las actividades.

Este procedimiento se hizo siguiendo las fases del modelo de Van Hiele: presentación de preguntas para recolectar la información, orientación dirigida por el profesor y explicitación en la que los estudiantes intercambiaron ideas, mientras que el profesor se encargaba de corregir el uso del lenguaje específico de la materia.

Esta propuesta busca encontrar distintas formas de concretizar el teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, de tal manera que facilite el proceso de enseñanza y aprendizaje; en este sentido, Bravo & Arrieta (2003) afirman que:

Las demostraciones también contribuyen al desarrollo de operaciones mentales generales tales como abstraer, concretar, analizar, sintetizar, comparar, clasificar, particularizar y generalizar y que el trabajo con teoremas matemáticos y sus demostraciones tiene una poderosa influencia sobre el desarrollo de capacidades para argumentar, fundamentar, inferir, refutar y deducir (p. 4).

La relevancia de esta afirmación radica en el hecho de que la propuesta busca una mejor forma de analizar e interpretar las distintas aplicaciones del teorema de Pitágoras, además de la incorporación de las TIC en la institución, pues, según el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2003), el uso de la tecnología en las aulas es vital en los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Fundamentación teórica de la propuesta

De acuerdo con Palomo-López, Ruiz-Palmero & Sánchez-Rodríguez (2006) «Las TIC ofrecen la posibilidad de interacción que pasa de una actitud pasiva por parte del alumnado a una actividad constante, a una

búsqueda y replanteamiento continuo de contenidos y procedimientos» aspecto que esta propuesta resalta para implementar en una institución oficial.

Por otra parte, Calzadilla (2002) manifiesta que el aprendizaje es preponderantemente social, más que individual, debido a que las construcciones de los saberes necesitan de una interacción social y del uso del lenguaje. Esta teoría coincide con la pretensión de esta propuesta, que es que los estudiantes desarrollen distintos estilos de aprendizaje, tales como el colaborativo.

Rodríguez-Areal, Pérez, Fernández, Martín, & Guevara (2014) señalan que en las clases de Matemática debe implementarse el uso de las TIC porque el estudiante puede afianzar sus conocimientos e ir más allá de los procesos rutinarios. Además, cambios recientes en el currículo de la institución donde se adelanta la propuesta reconocen el uso de las computadoras como mediador en el proceso de aprendizaje.

Además, Alpízar-Vargas (2007) evidencia que aspectos como la visualización y construcción de algunas propiedades y conceptos geométricos se aprenden con mayor facilidad con la ayuda de softwares, tales como Cabri Express y The Geometer's Sketchpad, que se utilizaron de manera complementaria a los ya mencionados.

Plan de acción

Para conducir el proceso por un buen camino se realizó la siguiente planeación de la propuesta (ver Tabla 1).

TABLA 1.
Plan de acción de la propuesta pedagógica

EVENTOS PEDAGÓGICOS	META	RECURSOS	TIEMPO	EVALUACIÓN
Actividad 1: presentación del teorema de Pitágoras y sus respectivas demostraciones. Actividad 2: análisis de las aplicaciones del teorema de Pitágoras con las TIC (estrategias didácticas). Actividad 3: los estudiantes hacen trabajos grupales para intercambiar ideas sobre el teorema de Pitágoras y sus aplicaciones lógicas; se hacen correcciones en el uso del lenguaje matemático.	Que los educandos visualicen y comprendan las propiedades del teorema de Pitágoras y lo relacionen con elementos de su contexto. Que los alumnos puedan analizar y reflexionar sobre las aplicaciones del teorema de Pitágoras por medio de las TIC y la lúdica. Que los estudiantes describan formalmente las propiedades del teorema de Pitágoras y sus aplicaciones y que identifiquen situaciones problemáticas donde no haya una solución de manera lógica.	Proyector y computador. Salón de clases. Forni . GeoGebra	5 horas	Talleres grupales sobre situaciones-problema del teorema de Pitágoras. Valoración de uso de herramientas tecnológicas por los educandos para aprender teorema de Pitágoras. Evaluación colaborativa. Autoevaluación. (ver anexo 3.)

Fuente: elaboración propia.

Actos pedagógicos

La propuesta pedagógica se apoyó en los niveles de aprendizaje de Van Hiele, de acuerdo con la esquematización hecha por Jaime & Gutiérrez (1990). Para el caso particular de la población en estudio se delimitaron los tres primeros niveles del modelo.

En el primer nivel, los estudiantes hacen interpretaciones visuales un reconocimiento, de los objetos como un todo, sin discriminar atributos individuales ni generalizar características diferenciadoras o clasificatorias. «Los estudiantes no suelen reconocer explícitamente las partes de que se componen las figuras ni sus propiedades matemáticas». (Jaime & Gutiérrez, 1990). En el segundo nivel, los estudiantes hacen ejercicios

de análisis y empiezan a percibir las partes y características matemáticas de las figuras y a deducir otras propiedades a partir de la experimentación. «Sin embargo, no son capaces de relacionar unas propiedades con otras, por lo que no pueden hacer clasificaciones lógicas de las figuras basándose en elementos o propiedades» (Jaime & Gutiérrez, 1990).

En el tercer nivel, como los estudiantes inician su razonamiento formal ya pueden clasificar lógicamente a partir de propiedades o relaciones de las figuras y pueden describirlas en términos matemáticos, pero todavía «no comprenden la necesidad del encadenamiento» (p. 309) de los pasos individuales de un razonamiento lógico formal porque su nivel de razonamiento cuantitativo está en proceso de desarrollo. Al final, se hace un intercambio de ideas en el marco del aprendizaje colaborativo.

Evaluación

La evaluación será continua y formativa, autoevaluativa y coevaluativa, para que los estudiantes reconozcan sus propios aprendizajes y el de sus pares. El propósito es encontrar criterios que les permitan ser objetivos, críticos y reflexivos ante su propio trabajo y el de los demás.

Autoevaluación

Aprender a criticar, comprender y reflexionar sobre los procesos de aprendizaje individual lleva a los estudiantes a valorar mejor y con mayor responsabilidad el estado actual de su proceso y a crear una hoja de ruta que les permita mejorar constantemente (Calatayud Salom, 2008). El instrumento utilizado para esta técnica fue un cuestionario con preguntas abiertas que le permitiera al estudiante hacer una autocrítica evaluativa.

Evaluación colaborativa

En este caso la técnica que se utilizó fue el debate abierto, con una intención dirigida,

Debido a que el aprendizaje colaborativo se da en espacios de trabajo en grupo, es importante recalcar que el aprendizaje que busca generar este método no se da necesariamente de forma natural al dar una instrucción o tarea a un grupo de alumnos, ya que debe existir a la base una intencionalidad que dé paso, a través del trabajo en equipo, al aprendizaje deseado o planificado (Lillo Zuñiga, 2013, p.112).

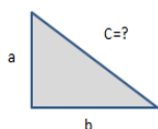
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN

Luego de recabar la información mediante la prueba diagnóstica, las entrevistas, las observaciones y las pruebas finales se hicieron ciertas descripciones cualitativas para caracterizar el antes y después de la propuesta pedagógica.

En la Tabla 2 se muestra el análisis y la interpretación de los resultados obtenidos a partir de los instrumentos aplicados y utilizados en la investigación.

TABLA 2.
Análisis de la prueba diagnóstica

Preguntas	Análisis e interpretación
Explique sus ideas sobre el teorema de Pitágoras y además haga un esquema que se relacione con este teorema.	Luego de realizar el análisis de las respuestas de los estudiantes, se evidenció que un poco más de la mitad de los estudiantes conocen los términos del teorema de Pitágoras, tales como la hipotenusa y los catetos. Sin embargo, la mayoría de los estudiantes afirmó que el teorema solo se utiliza para hallar la hipotenusa. En cuanto a los esquemas, se hizo notorio que más de la mitad de los estudiantes (el 76.66 %) no poseen ideas sobre la representación geométrica del teorema.
¿En qué clase de triángulo se aplica el Teorema de Pitágoras?	Se evidenció que la mayoría de los estudiantes sabe que el teorema de Pitágoras se aplica en el triángulo rectángulo. Sin embargo, no se puede dejar de lado que varios estudiantes erraron al responder: los que afirmaron que el teorema se aplica en el triángulo isósceles dieron esta respuesta puesto que dos de sus lados son iguales. Por las respuestas a esta pregunta se puede afirmar que los estudiantes no tienen clara la demostración ni la definición del teorema de Pitágoras.
Explica las dificultades que has tenido cuando en el colegio te han explicado el teorema de Pitágoras.	A partir de las respuestas se puede inferir que los estudiantes no tienen claro el teorema de Pitágoras ni sus propiedades, además tampoco saben cómo proceder con los problemas de aplicación. Luego, puede afirmarse que el proceso de enseñanza y aprendizaje no fue el más óptimo para los estudiantes. Cabe resaltar que los estudiantes que afirmaron no tener dificultad en la explicación del teorema tampoco tuvieron buenos resultados en la solución de los problemas planteados en la prueba.
Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo de lados $a = 5$ cm y $b = 6$ cm	Se observó que los estudiantes tienen dificultades para realizar potencias, pues las resolvieron multiplicando base por exponente, y también para hallar raíces y las propiedades.



Problemas de aplicación	En los problemas de aplicación se evidenció que los estudiantes tienen dificultades en la solución de potencias, las propiedades de una raíz y en la definición del teorema de Pitágoras.
Cuando les presentaron el teorema de Pitágoras y sus aplicaciones ¿lo hicieron con ayuda tecnológica? Explique.	En las respuestas de los estudiantes se encontró una contradicción, puesto que algunos afirmaron que los profesores sí usaron las TIC en la enseñanza del teorema de Pitágoras, mientras que otros dijeron lo contrario; se dice que es una contradicción porque ambos grupos asistieron a la misma clase, dictada por el mismo profesor. Se pudo concluir que, si los estudiantes que dijeron que sí están en lo correcto, entonces la clase no fue significativa para los estudiantes que dijeron que no. Además, la clase se habría dado con proyector de diapositivas. Por otra parte, algunos de ellos fueron más allá en sus respuestas, indicando que no se utilizó ningún software matemático o alguna herramienta que permitiera una mejor ilustración del nuevo concepto a aprender.
¿Conoce algún software para trabajar el teorema de Pitágoras?	La mayoría de los estudiantes dijo no conocer un software para trabajar el teorema de Pitágoras, por lo que se puede deducir que el profesor no recurrió a un programa que le permitiera al estudiante observar y analizar de una mejor forma el teorema y su demostración para poder comprenderlo. Si vamos más allá, la mayoría señaló que en realidad nunca había manipulado ningún software matemático ni tenía conocimiento de su existencia.

Fuente: elaboración propia.

Debido a las deficiencias encontradas en el área de Matemáticas, además de su poca cercanía a las TIC (ver Tabla 2), se hace necesario atacar esta dificultad de una forma diferente a como se ha venido haciendo, buscando nuevos resultados que permitan concluir qué estrategia es la más conveniente para esta población en particular. Por lo anterior, se recurre al apoyo de las TIC y se hace un análisis del impacto que tienen en el desarrollo cognitivo de los estudiantes y en su nivel de comprensión de las nuevas temáticas.

La prueba diagnóstica dio lugar a la implementación de una propuesta para transformar la realidad particular de un grupo de estudiantes que muestra desconocimiento de las TIC relacionadas con la temática expuesta. Además, como lo señala Alpízar-Vargas (2007), este tipo de herramientas puede ayudar significativamente a mejorar las competencias en geometría, tales como la justificación de propiedades y la elaboración y comprensión de conceptos. Se utilizará un software de libre acceso para que el desarrollo de la propuesta pueda ser llevado a cabalidad y logre atender todas las necesidades.

Durante el postest, casi el ciento por ciento de los estudiantes mostraron habilidades en la justificación de propiedades geométricas y comprensión de conceptos. También fueron capaces de identificar las situaciones en las que se debe usar el teorema de Pitágoras y con ayuda de las TIC intuitivamente encontraron estrategias para resolver todos los problemas, incluso los de la prueba diagnóstica. De esta manera, los estudiantes se sintieron estimulados a aprender Matemáticas y a reconocer su importancia en el desarrollo de las sociedades.

ANÁLISIS DE LA ENTREVISTA Y DEL REGISTRO ANECDÓTICO

Análisis de la entrevista

De acuerdo con las respuestas, se puede decir que la profesora entrevistada no usa las TIC en sus clases para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje. También se evidenció que el colegio no ofrece capacitaciones sobre el uso de tecnología, pues la profesora también manifestó que, aunque tenía el deseo de implementar tecnologías en sus clases, no sabía cómo proceder. Como afirma Gómez (2008),

Los profesores mantienen sus métodos de enseñanza tradicional. En conversaciones informales han manifestado algunos, (?) falta de conocimiento y habilidades para acompañar a sus estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje mediado por el uso de las TICs (sic), mostrando incluso actitudes y opiniones dispares hacia su uso y efectividad (p. 2).

Entonces, de acuerdo con los resultados de la prueba diagnóstica se puede afirmar que esta situación afecta directamente a los estudiantes porque no se sienten motivados por las clases tradicionales de la docente. También es evidente que hay un problema en la formación docente, puesto que la profesora no se cuestiona y no hace propuestas diferentes para generar interés en los estudiantes. Por situaciones como estas, este trabajo busca generar alternativas de alto nivel para que los docentes de Matemáticas estén a la altura de las exigencias y retos de la actualidad.

Análisis del registro anecdótico

Para la recolección de la información se realizó una prueba diagnóstica en la que se identificaron todas las dudas de los estudiantes con respecto al teorema de Pitágoras y sus aplicaciones. Seguidamente, después de implementar el software GEUP, acompañado de una actividad lúdica se observó un cambio notorio en la actitud de los estudiantes, mostrándose motivados, y se evidenció que comprendieron la demostración. Se puede concluir que esto se da porque por su naturaleza interactiva, las TIC permiten «que se pasa de una actitud pasiva por parte del alumnado a una actividad constante, a una búsqueda y replanteamiento continuo de contenidos y procedimientos» (Palomo-López, Ruiz-Palmero & Sánchez-Rodríguez, 2006).

Finalmente, en la mesa redonda, cuando los estudiantes daban su opinión, se notó el dominio que tenían del tema porque podía expresarse con seguridad. Además, se evidenció que hubo una aceptación y un cambio significativo adelante el tema y el método de enseñanza. Por otra parte, se evidenciaron practicas repetitivas del docente, replicando prácticas pedagógicas tradicionales, sin ningún cambio o alternativa que pueda llevar a que los estudiantes mejoren las competencias del nivel que se encuentran (Valbuena-Duarte, Conde-Carmona & Padilla-Escorcía, 2018).

CONCLUSIONES

En la caracterización de los procesos de aprendizaje de los estudiantes de conceptos geométricos y, específicamente del teorema de Pitágoras, se encontraron deficiencias profundas, confusión en la construcción de conceptos y dificultades con la justificación de las propiedades. En consecuencia, se elaboró una hoja de ruta que, a partir de una revisión teórica, permitiera identificar las principales estrategias utilizadas para el desarrollo del pensamiento geométrico. En este sentido fue posible implementar herramientas tecnológicas que sirvieran como mediador y punto de soporte de la propuesta pedagógica. En cuanto a la implementación de estrategias mediadas por las TIC, se hizo necesario caracterizar los conocimientos previos e indagar sobre la experiencia previa de los estudiantes con relación al uso de las tecnologías. Por ello el hecho de que la mayoría de estudiantes nunca hubieran tenido la oportunidad de manipular algún software matemático, incidió favorablemente en su grado de motivación durante el proceso.

La didáctica y los softwares usados evidenciaron un progreso importante en el aprendizaje de los estudiantes, que avanzaron en procesos que estaban estancados, comprendieron conceptos y desarrollaron habilidades para la justificación de las propiedades, incluso de manera intuitiva y visual, con una incidencia importante en el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Por otra parte, evidenciamos el potencial didáctico que tienen GEUP y GeoGebra como software en la enseñanza de las Matemáticas, además, la facilidad de manipulación, incluso para los estudiantes, permitió una mayor conexión y pertinencia durante la propuesta de intervención.

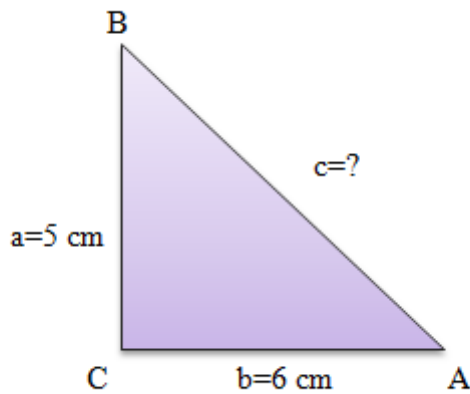
También se puede decir que la implementación de herramientas TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje del teorema de Pitágoras, mirado desde la geometría, suministró a los estudiantes la apropiación de conceptos y definiciones y permitió establecer relaciones de abstracción. Asimismo, el desarrollo de trabajos colaborativos, se evaluó efectivamente el error y la ejecución con rapidez y destreza de simulacros de experimentos; se pudieron identificar y definir estrategias metodológicas para facilitar el aprendizaje, que queda evidenciado en los análisis del diagnóstico y en desarrollo de las actividades de la implementación de la propuesta. Seguidamente, por medio del intercambio de ideas, los educandos llegaron a concluir que las demostraciones del teorema de Pitágoras que se presentaron con los softwares GeoGebra y GEUP son más fáciles de deducir o demostrar, en comparación con las que se realizaron con el uso del tablero.

ANEXO 1. PRUEBA DIAGNÓSTICA

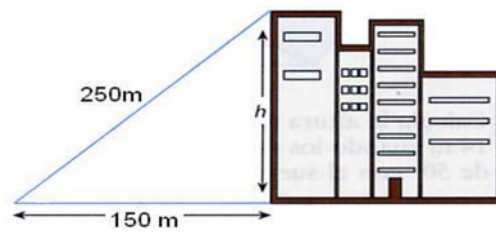
Objetivo: determinar los saberes previos de los estudiantes

Teorema de Pitágoras

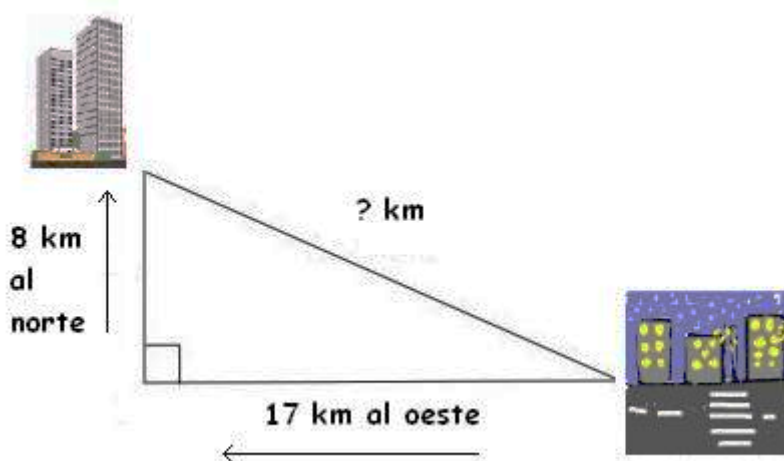
1. Explique sus ideas sobre el teorema de Pitágoras y esquematícelas en un gráfico.
2. ¿En qué clase de triángulos se aplica el teorema de Pitágoras?
3. Explique las dificultades que ha tenido cuando en el colegio le han explicado el teorema de Pitágoras
4. Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo de lados $a = 5$ cm y $b = 6$ cm.



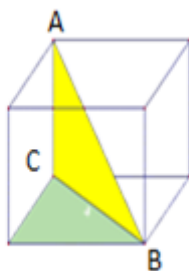
5. Calcular la medida de la diagonal de un tablero con dimensiones 1.75 cm de altura, y 2.30 cm de base.
6. Si nos situamos a 150 m de distancia de un edificio, la visual del extremo superior es de 250 m. ¿Cuál es la altura total del edificio?



7. Una ciudad se encuentra 17 km al oeste y 8 km al norte de otra. ¿Cuál es la distancia real lineal entre las dos ciudades?



8. Un cubo mide 10 cm por cada lado, ¿cuánto mide el segmento BC?



9. ¿Cuándo le presentaron este teorema y sus aplicaciones lo hicieron con ayuda tecnológica? Explique.
10. ¿Conoce algún software para trabajar el teorema de Pitágoras?

ANEXO 2. ENTREVISTA

Objetivo: se pretende evidenciar la metodología usada por el docente de Matemáticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

1. ¿Considera que es útil para sus estudiantes el aprendizaje del teorema de Pitágoras? ¿Por qué?
2. ¿Cómo imagina el escenario ideal para la enseñanza del teorema de Pitágoras?
3. En el proceso de enseñanza y aprendizaje del teorema de Pitágoras ¿qué tan motivados e interesados se muestran los estudiantes respecto a este tema?
4. Describa cómo realiza el proceso de enseñanza del teorema de Pitágoras.
5. ¿Considera importante enseñar a los estudiantes mediante ejercicios que tienen aplicación en la vida diaria? ¿Por qué?

ANEXO 3. AUTOEVALUACIÓN

Objetivo: evidenciar los resultados, luego de la aplicación de la propuesta de trabajo.

1. ¿Consideras que mejoraste en cuanto a las ideas que tenías sobre el teorema de Pitágoras?
2. ¿Obtuviste una mejor comprensión de la demostración del teorema de Pitágoras con las actividades presentadas y el uso de las TIC?
3. ¿Se te facilitó el aprender el teorema de Pitágoras por medio de las TIC?
4. ¿Consideras que es importante para tu aprendizaje el intercambio de ideas entre tus compañeros durante la clase? Justifica tu respuesta.
5. ¿Piensas que en la clase de Matemáticas deberían hacer más uso de las TIC para facilitar el aprendizaje? Justifica tu respuesta.
6. ¿Te sentiste más motivado al aprender el teorema de Pitágoras a través de las TIC?

REFERENCIAS

Alguacil-Gómez, J., Basagoiti-Rodríguez, M. & Camacho-Gutiérrez, J. (2006). Investigación-acción participativa en el barrio de San Cristóbal de los Ángeles (distrito de Villaverde, Madrid). *Cuadernos de Trabajo Social*, 19, 331-346. Recuperado de <https://revistas.ucm.es/index.php/CUTS/article/view/CUTS0606110319A>

- Alpízar-Vargas, M. (2007). Herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 2(3), 99-118. Recuperado de <https://revistas.u.cr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6893/6579>
- Ausubel, D. P., Novak, J. & Hanesian, N. (1987). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Barreto-García, J. C. (2008). Deducciones del Teorema de Pitágoras a lo largo de la historia como recurso didáctico en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática. *Números*, (69), 11-21. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/ejemplar/224208>
- Bravo, M. & Arrieta, J. (2003). Una estrategia didáctica para la enseñanza de las demostraciones en geométricas: resultados de su implementación. En E. Castro-Martínez (Coord.), *Investigación en educación matemática: séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 153-160). Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2258643>
- Cabrillog SAS [Programa de computador]. (2017). Recuperado de <https://cabri.com/en/>
- Calatayud Salom, M. A. (2008). *La autoevaluación como estrategia de aprendizaje para atender a la diversidad*. Recuperado de <https://www.educaweb.com/noticia/2008/01/28/autoevaluacion-como-estrategia-aprendizaje-atender-diversidad-2752/>
- Calzadilla, M. E. (2002). Aprendizaje colaborativo y tecnologías de la información y la comunicación. *Revista Iberoamericana de Educación*, 29(1) 1-10. <https://doi.org/10.35362/rie2912868>
- Cantoral, R., Farfán, R. M., Cordero, F., Alanís, J. A., Rodríguez, M. A., & Garza, A. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Editorial Trillas.
- D?Amore, B., Font, V. & Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma*, 28(2), 49-77. Recuperado de http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512007000200003
- Díaz-Bravo, L. Torruco-García, U., Martínez-Hernández, M. & Varela-Ruiz, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico. *Investigación en educación médica*, 2(7), 162-167. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=349733228009>
- Dynamic Geometry [Software computer]. (2014). Retrieved from <http://www.dynamicgeometry.com/index.html>
- El Tiempo. (2014). Colombia, en el último lugar en nuevos resultados de pruebas Pisa. Recuperado de <https://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-14224736>
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las Matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(1), pp. 7-33. Recuperado de http://2633518-0.web-hosting.es/blog/didact_mate/2.Evolucion%C3%B3n%20de%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20las%20matem%C3%A1ticas.pdf
- GeoGebra [Programa de computador]. (2019). Recuperado de <https://www.geogebra.org/about>
- GEUP [Programa de computador]. (2019). Recuperado de <http://www.geup.net/es/>
- Godino, J. & Batanero, C. (2009). *Formación de profesores de Matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica*. Recuperado de <http://www.seiem.es/docs/comunicaciones/GruposXII/cdpp/GodinoYBatanero.pdf>
- Gómez, W. (2008). Significado que le dan los profesores al uso de las TIC en los procesos de enseñanza y de aprendizaje en dos instituciones educativas de Floridablanca. Recuperado de http://colombiaaprende.edu.co/html/docentes/1596/articles-172430_archivo.pdf
- Grasso, L. (2006). *Encuestas. Elementos para su diseño y análisis*. Argentina: Editorial Brujas.
- Jaime, A. & Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: el modelo de Van Hiele. En S. Linares & M. V. Sánchez (Eds.), *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 295-384). Sevilla: Alfar.
- Jaramillo, C. M. & Esteban, P. V. (2006). Enseñanza y aprendizaje de las estructuras matemáticas a partir del modelo de Van Hiele. *Revista Educación y pedagogía*, 18(45), 111-118. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2239973>
- Lillo Zúñiga, F. G. (2013) Aprendizaje Colaborativo en la Formación Universitaria de Pregrado. *Revista de Psicología*, 2(4), 109-142. <http://sitios.uvm.cl/revistapsicologia/revista/04.05.aprendizaje.pdf>

- Marín-Sánchez J. O. (2015). *Elaboración de una propuesta de aula desde un enfoque del marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión, en el aprendizaje del teorema de Pitágoras, en los estudiantes del grado VIII de la Institución Educativa San Agustín* (Tesis de maestría). Recuperado de <http://bdigital.unal.edu.co/51905/1/71395921.2015.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2003). Guía N° 6. *Estándares Básicos de Competencias Ciudadanas*. Recuperado de <https://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-75768.html>
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2013). *Colombia en PISA 2012. Principales resultados*. Recuperado de <https://www.icfes.gov.co/documents/20143/237187/Presentacion%20principales%20resultados%20Colombia%20en%20PISA%202012.pdf>
- Odetti, V. (2015). *Experiencias valiosas con uso de TIC en las escuelas públicas de la provincia de Buenos Aires*. Recuperado de <https://www.cippecc.org/wp-content/uploads/2017/03/1194.pdf>
- Palomo-López, R., Ruiz-Palmero, J. & Sánchez-Rodríguez, J. (2006). *Las TIC como agentes de innovación educativa*. Recuperado de https://www.edubcn.cat/racs_gene/11_TIC_como_agentes_innovacion.pdf
- Pereira-Pérez, Z., (2011). Los diseños de método mixto en la investigación en educación: una experiencia concreta. *Revista Electrónica Educare* 15(1), 15-29. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194118804003>
- Perry, P. (2000). Una propuesta para abordar el teorema de Pitágoras en clase. *Revista EMA*. 5(2), 152-169. http://funes.uniandes.edu.co/1109/1/65_Perry2000Una_RevEMA.pdf
- Posadas, P & Godino, J. (2017). Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático. *Didacticae*, (1), 77-96. Recuperado de <http://revistes.ub.edu/index.php/didacticae/article/view/18092>
- Quintana, A. (2006). Metodología de investigación científica cualitativa. En A. Quintana y W. Montgomery (Eds.), *Psicología: Tópicos de actualidad*. pp. 47-84) Lima: UMNSM. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/278784432_Metodologia_de_Investigacion_Cientifica_Cualitativa
- Rivas-Meza, M. (2006). Reseña de "La investigación cualitativa etnográfica en educación. Manual teórico-práctico" de Miguel Martínez M. *Educere*, 10(35), 757-758. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35603520>
- Rodríguez-Areal, E., Pérez, M. A., Fernández, A., Martín, L. & Guevara, R. (2014). Una experiencia en el empleo de las TIC en la enseñanza de la Matemática. Recuperado de <https://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/266.pdf>
- Rojas-Crotte, I. R. (2011). Elementos para el diseño de técnicas de investigación: una propuesta de definiciones y procedimientos en la investigación científica. *Tiempo de educar*, 12(24), 277-297. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=31121089006>
- Valbuena-Duarte, S., Conde-Carmona, R. & Ortiz-Ortiz, J. D. (2018). Perfil de formadores que administran módulos de investigación y práctica en Ciencias sociales y humanas. *Logos, Ciencia & Tecnología*, 10(2), 57-66. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/11380/>
- Valbuena-Duarte, S., Conde-Carmona, R. J., & Padilla-Escorcía, I. A. (2018). Caracterización de la práctica pedagógica e investigación en educación matemática: mirada desde los maestros en formación y egresados. *Logos, Ciencia & Tecnología*, 10(4), 90-99. Recuperado de <http://revistalogos.policia.edu.co/index.php/rfct/article/view/502>
- Vargas-Vargas, G. & Gamboa-Araya, R. (2013). La enseñanza del Teorema de Pitágoras: una experiencia en el aula con el uso del GeoGebra, según el modelo de Van Hiele. *Uniciencia*, 27(1), 95-118. Recuperado de <https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/4945>

NOTAS

- * Trabajo de investigación desarrollado en el Grupo de Investigación Interdisciplinario en Matemática, Educación y Desarrollo (GIMED), en el periodo enero-diciembre 2018.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Cómo referenciar / How to cite: Conde-Carmona, R. J. & Fontalvo-Melendez, A. A. (2019). Didáctica en la enseñanza y aprendizaje del teorema de Pitágoras mediada por las TIC: el caso de una clase de matemáticas. Trilogía Ciencia Tecnología Sociedad, 11(21), 255-281. <https://doi.org/10.22430/21457778.1187>