



Revista UIS Ingenierías

ISSN: 1657-4583

ISSN: 2145-8456

revistaingenierias@uis.edu.co

Universidad Industrial de Santander

Colombia

Muñoz-Neira, Milton; Cruz-Duarte, Jorge; Correa, Rodrigo  
Calentamiento simultáneo microondas-radiación térmica  
Revista UIS Ingenierías, vol. 19, núm. 2, 2020, -Junio, pp. 33-41  
Universidad Industrial de Santander  
Bucaramanga, Colombia

DOI: <https://doi.org/10.18273/revuin.v19n2-2020004>

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=553768132004>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso  
abierto

## Calentamiento simultáneo microondas-radiación térmica Simultaneous heating microwaves-thermal radiation

Milton Muñoz-Neira<sup>1</sup>, Jorge Cruz-Duarte<sup>2</sup>, Rodrigo Correa<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Fundación Universitaria de San Gil, Colombia. Orcid: <sup>a</sup> 0000-0001-6724-9888.

Correo electrónico: mmunoz@unisangil.edu.co

<sup>2</sup>Escuela de Ingeniería y Ciencias, Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey, México.

Orcid: 0000-0003-4494-7864. Correo electrónico: j.m.cruzduarte@ieee.org

<sup>3</sup>Escuela de ingeniería Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones de la Universidad Industrial de Santander, Colombia. Orcid: 0000-0002-6507-1809. Correo electrónico: crcorrea@saber.uis.edu.co

Recibido: 23 octubre, 2019. Aceptado: 24 febrero, 2020. Versión final: 1 marzo, 2020.

### Resumen

En este artículo se presentan resultados de la simulación del tratamiento térmico híbrido de materiales, utilizando ondas electromagnéticas en el rango de las microondas y el calor por radiación térmica generado por una resistencia eléctrica. La resistencia se ubicó de tal forma que solo la mitad del sólido (una esfera de dos capas) recibe la energía generada por ésta. Además, la resistencia se controló de tal forma que generó energía térmica de forma uniforme y constante. Igualmente, se definieron materiales con propiedades termofísicas diferentes en cada capa, pero invariantes tanto con la posición como con la temperatura. El flujo de calor volumétrico se consideró constante con el tiempo. Los perfiles de temperatura para cada capa mostraron variaciones en el tiempo y la posición, observándose que el calentamiento simultáneo facilita la manipulación de estos perfiles, de acuerdo con las necesidades del tratamiento térmico. Así, se evidenció la ventaja de este tipo de calentamiento híbrido.

**Palabras clave:** tratamiento térmico; ondas electromagnéticas; calentamiento híbrido; materiales heterogéneos.

### Abstract

In this article we present the results of the simulation of a hybrid heat treatment methodology for materials, by using electromagnetic waves in the microwave range and the thermal power radiation of an electrical resistance. This resistance was placed in such a way that only half of the solid (a two-layers sphere) receives its energy. Then, it was controlled to produce a constant and uniform heat flow. In addition, for the present case, materials with different thermophysical properties were defined in each layer, which were considered to be invariant both with position and with temperature. The heat flow was considered constant over time. The temperature profiles for each layer showed variations in time and position, so it was observed that this simultaneous heating eases the adjustment of these profiles, according to the needs of thermal treatment. Thus, the advantage of hybrid heating was evidenced.

**Keywords:** thermal treatment; electromagnetic waves; hybrid heating; style; heterogeneous materials.

### 1. Introducción

El tratamiento térmico de materiales se hace con el fin de lograr ciertas propiedades, ya sean mecánicas o de otra naturaleza. En los últimos tiempos este tratamiento ha

logrado desarrollos notables con el uso de la radiación electromagnética en la longitud de onda de las microondas. Este tipo de tratamiento (o procesamiento) de materiales ha demostrado tener características que los métodos convencionales, como la combustión o la

radiación térmica, por ejemplo, no poseen. Otras ventajas de este son la reducción del tiempo de procesamiento, el incremento en la eficiencia y la mejora en compatibilidad con el medio ambiente; [1]. Por otro lado, las microondas generan un gradiente térmico opuesto al que genera el calentamiento convencional. Esta importante característica ha revolucionado los sistemas de calentamiento, ya que puede orientarse al calentamiento específico de sitios dentro de un material compuesto. Incluso ha mejorado procesos como el de infiltración de vapor químico (CVI) de cerámicos, en donde la matriz se embebe con gases reactivos con el propósito de reforzar la superficie de sus fibras. De igual forma, resulta innumerable la cantidad de procesos que han logrado un avance notable al utilizar las microondas como medio de calentamiento, tales como los procesos catalíticos, poliméricos, cerámicos, de laminación de termoplásticos, y de remediación debido a desperdicios tóxicos, por solo mencionar algunos. Si bien, su uso tiene ventajas muy atractivas, también posee ciertas limitaciones como, por ejemplo, el alto costo de los generadores de microondas y la baja eficiencia de la potencia eléctrica en su uso en el calentamiento, así como el continuo incremento del costo de la energía eléctrica.

También resulta importante enfatizar en el modelado y la simulación del procesamiento con microondas. Esta muy interesante actividad se requiere con el objetivo de analizar la interacción de las microondas con los materiales, así como el efecto de calentar varias muestras en forma simultánea, estudiar las alternativas de calentamiento y su respectiva eficiencia, y la distribución de la energía del campo electromagnético dentro del material y su conversión en energía térmica. De igual forma, se requiere el modelado y la simulación de los procesos en donde se haga uso de la combinación simultánea del calentamiento con microondas con otras formas convencionales, conocido en conjunto como calentamiento híbrido. En este último aspecto se orienta el presente trabajo. Aquí se analizan los perfiles de temperatura de una esfera sólida compuesta de dos capas de distintos materiales. La esfera interna se compone de un material que absorbe preferencialmente la energía transportada por las microondas y de una capa externa transparente a esta forma de energía, pero que se asume como un buen conductor térmico. Con relación a los potenciales beneficios de realizar el modelado y la simulación de este tipo de procesos, se destaca el de conocer su comportamiento térmico en el tiempo con miras a proponer un sistema de control. Además, éste servirá para estudiar su escalado que, a diferencia del calentamiento convencional, no es una actividad trivial. De un análisis de la literatura reportada en Scopus en los últimos cinco años, se observa un incremento marcado en el número de trabajos relacionados con el uso de las

microondas en diversos procesos, reportándose alrededor de 2115 documentos para el quinquenio 2015-2019. En éstos se observa la gran variedad de aplicaciones de las microondas que van desde catálisis, minería y cinética química, hasta aplicaciones en la fabricación de nanotubos, [2]–[15].

A continuación, se presenta la descripción del modelo matemático que gobierna el proceso de transferencia de calor por conducción en las dos capas de la esfera, seguido de los principales resultados de la simulación, que aparecen en la sección tres junto con su análisis. Las conclusiones y el futuro trabajo de investigación aparecen en la sección final.

## 2. Modelo matemático

Antes de presentar el modelo matemático, se describe la situación física que se pretende modelar.

- El sistema físico: este consiste de un par de esferas sólidas concéntricas ubicadas en un aplicador multimodal. Éste cuenta a su vez con un agitador metálico que mejora la distribución del campo electromagnético. La esfera interna posee propiedades termoeléctricas de tal forma que absorbe eficientemente la energía que transportan las microondas (a 2450 MHz) y la transforma en energía térmica (calor). Igualmente, esta esfera posee una alta conductividad térmica y eléctrica, y valores razonablemente altos de calor específico y densidad. Por otro lado, la esfera externa, que es transparente a las microondas, es un buen conductor térmico y posee valores relativamente altos de capacidad calorífica y densidad. Los valores numéricos de esas propiedades aparecen en la sección de resultados. La figura 1 ilustra el arreglo experimental que se modela.

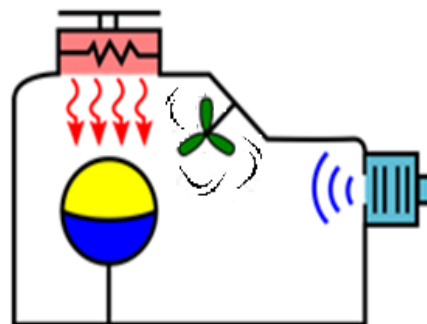


Figura 1. El arreglo experimental que se modela.

Fuente: elaboración propia

- El modelo: el tratamiento térmico híbrido del sólido de dos capas se modela mediante el balance de energía (la ecuación de difusión de calor), alrededor del volumen de control definido por la esfera compuesta. El modelo expresado en coordenadas esféricas, aparece en la

ecuación (1), y es válido para  $r = r_i$  en el rango  $i = \{1,2\}$ . La solución analítica de esta ecuación se propuso recientemente en [16], pero ésta posee restricciones notables en el parámetro de generación volumétrica de calor dentro del sólido y las condiciones de frontera, ya que éstas solo pueden variar con la posición en el sólido, pero no con el tiempo. Igualmente, las propiedades termodinámicas como el calor específico, la densidad y la conductividad térmica, deben ser constantes con la temperatura y la posición, dentro de su misma fase. Si bien se comprobó que manteniendo estas restricciones tanto la solución numérica como la analítica concuerdan bastante bien, se decidió optar por resolver el problema mediante métodos numéricos, puesto que brindan una mayor libertad en los casos que se pueden simular.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_i} \frac{\partial T_i(r; \mu; \phi; t)}{\partial t} = & \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T_i(r; \mu; \phi; t)}{\partial r} \right) \\ & + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left( (1 - \mu^2) \frac{\partial T_i(r; \mu; \phi; t)}{\partial \mu} \right) \\ & + \frac{1}{r^2(1 - \mu^2)} \frac{\partial^2 T_i(r; \mu; \phi; t)}{\partial \phi^2} + \frac{g'''(r; \mu; \phi)}{k_i} \end{aligned} \quad (1)$$

Para resolver la ecuación (1) se tiene que:

a. Condiciones iniciales ( $i = \{1,2\}$ ):

$$T_i(r; \mu; \phi; t = 0) = f_i(r; \mu; \phi) \quad (2)$$

b. Condiciones de frontera:

En la dirección  $r$  para la capa interna ( $i = 1$ ), de la esfera sólida:

$$\frac{\partial T_1(r_1; \mu; \phi; t)}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

En la dirección  $r$  de la capa externa ( $i = 2$ ):

$$k_2 \frac{\partial T_2(r_2; \mu; \phi; t)}{\partial r} = q''(r = r_2; \mu; \phi) \quad (4)$$

siendo,  $q''(r = r_2; \mu; \phi)$  el flujo de calor por unidad de área que genera la resistencia eléctrica sobre un hemisferio del casquete externo. Este flujo puede depender de las otras dos coordenadas ( $\mu; \phi$ ).

Condiciones de frontera en la dirección  $\theta$ :

i. Continuidad de la temperatura en la misma esfera ( $i = \{1,2\}$ ):

$$T_i(r; \mu = -1; \phi; t) = T_i(r; \mu = 1; \phi; t) \quad (5)$$

ii. Continuidad del flujo de calor dentro de la misma esfera ( $i = \{1,2\}$ ):

$$\frac{\partial T_i(r; \mu = -1; \phi; t)}{\partial \mu} = \frac{\partial T_i(r; \mu = 1; \phi; t)}{\partial \mu} \quad (6)$$

Condición de frontera en la dirección  $\phi$ :

i. Continuidad de la temperatura en la misma esfera ( $i = \{1,2\}$ ):

$$T_i(r; \mu; \phi = 0; t) = T_i(r; \mu; \phi = 2\pi; t) \quad (7)$$

ii. Continuidad del flujo de calor dentro de la misma esfera ( $i = \{1,2\}$ ):

$$\frac{\partial T_i(r; \mu; \phi = 0; t)}{\partial \phi} = \frac{\partial T_i(r; \mu; \phi = 2\pi; t)}{\partial \phi} \quad (8)$$

iii. Continuidad de la temperatura en la interface entre las dos esferas en contacto,

$$T_i(r_i; \mu; \phi; t) = T_{i+1}(r_{i+1}; \mu; \phi; t). \quad (9)$$

Continuidad del flujo de calor en la interface entre dos esferas en contacto,

$$k_i \frac{\partial T_i(r_i; \mu; \phi; t)}{\partial \phi} = k_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}(r_{i+1}; \mu; \phi; t)}{\partial \phi} \quad (10)$$

En estas ecuaciones,  $\alpha_i$  es la difusividad térmica del material de la esfera  $i$ . Este parámetro se define como la relación entre la conductividad térmica ( $k_i$ ) y el producto de la densidad por el calor específico, ( $k_i/\rho_i c_i$ ). Sus unidades en el SI son  $m^2 s^{-1}$ .  $T_i(r; \mu; \phi; t)$  es la temperatura de la esfera  $i$  en K, y en función de la posición radial, del coseno del ángulo  $\theta$  (azimutal,  $\theta = \arccos(\mu)$ ), del ángulo de elevación  $\phi$  y del tiempo  $t$ .  $\mu = \cos(\theta)$ , es un conveniente cambio de variable referenciado en la literatura.  $g'''(r; \mu; \phi)$  es la generación interna de energía (la generación volumétrica de calor), que para el presente trabajo solo existe para la esfera sólida interna ( $i = 1$ ), y se considera constante en un primer caso y variable con la posición en la esfera (absorción preferente de la energía de las microondas dentro de la esfera) con el transcurrir del tiempo. Por simplicidad, ésta se simulará como un flujo de energía constante que transporta las ondas electromagnéticas. Sus unidades son  $W m^{-3}$ .  $k_i$  es la conductividad térmica de la esfera  $i$  con unidades  $W m^{-1} K^{-1}$ . La energía irradiada por la resistencia eléctrica externa se incluye en el modelo matemático del proceso de calentamiento híbrido como una condición de frontera, con unidades  $W m^{-2}$ . Las ecuaciones diferenciales parciales se resolvieron utilizando el conocido método de elementos finitos, utilizando MATLAB para el enmallado y la solución numérica de las ecuaciones resultantes.

### 3. Resultados

A continuación, se presentan algunos de los resultados de las simulaciones, organizados del siguiente modo: primero aparecen los perfiles de temperatura cuando solamente la resistencia eléctrica se encuentra activada generando una potencia constante que impacta solamente

la cara de la semiesfera externa. Seguidamente aparecen los perfiles de temperatura cuando solamente el magnetrón se encuentra encendido. Se propone un valor constante para esta generación volumétrica de calor. Finalmente, se presentan los perfiles de temperatura cuando ambos, tanto la resistencia eléctrica como el magnetrón, se encuentran encendidos. Las características y los valores utilizados en las simulaciones aparecen en

la Tabla 1. La condición inicial para ambas esferas es de 298,15 K (25°C).

Las figuras 2(a,b) ilustran un ejemplo de la secuencia de los primeros 89 s de estar encendida la resistencia eléctrica únicamente. La simulación muestra los perfiles de la temperatura de ambas esferas en dos y tres dimensiones.

Tabla 1. Valores de los parámetros utilizados en las simulaciones

Parámetro	Capa interna	Capa externa
Radio, m	0,050	0,100
Conductividad térmica, $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	0,100	0,036
Densidad, $\text{kg m}^{-3}$	0,760	0,321
Calor específico, $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$	0,807	0,890
Generación interna de potencia, $\text{Wm}^{-3}$	3	-
Potencia emitida por la resistencia eléctrica, $\text{Wm}^{-2}$	-	2
Constante dieléctrica ( $\epsilon_r$ )	30	2

Fuente: elaboración propia.

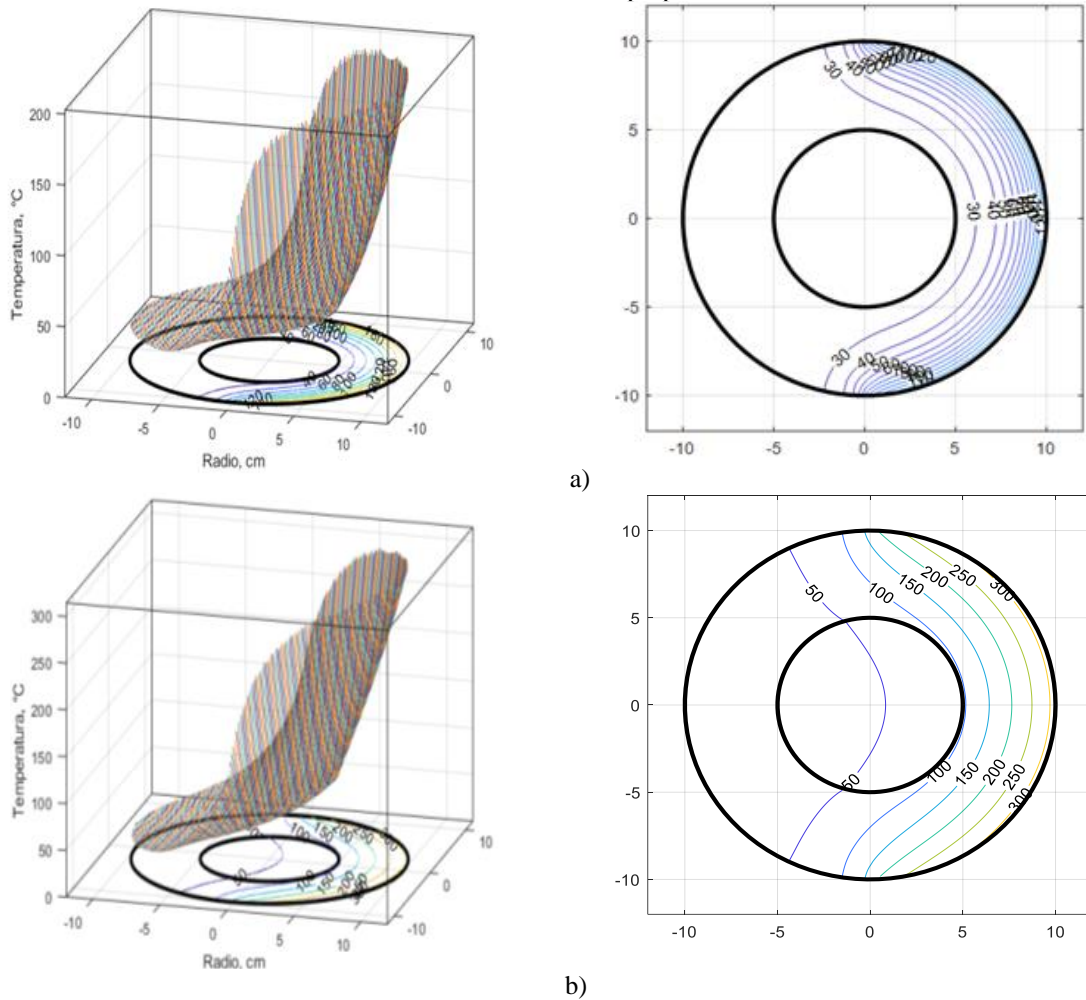


Figura 2. Gradientes de temperatura cuando solo está encendida la resistencia eléctrica. (a) 17 s; (b) 89 s. Fuente: elaboración propia.

La resistencia genera potencia constante que impacta únicamente uno de los hemisferios de la esfera externa. Aunque resulta obvio, este sistema no logra alcanzar el equilibrio térmico, así que los perfiles de temperatura crecen continuamente en la ventana de tiempo de observación, como se evidencia en la figura 3. En ella se aprecia el gradiente de temperatura en las esferas en función del tiempo, para los primeros 100 s de calentamiento con solo la resistencia eléctrica. La capa interna, así como el hemisferio lejano de la fuente de energía están a temperaturas más bajas. Así, se obtiene un excelente calentamiento de la capa externa, pero más

bajo en las partes internas del sólido. En esta figura se resalta el radio de la esfera interna.

En la figura 4 se aprecia el gradiente de la temperatura en las dos esferas en función del tiempo, para los primeros 100 s de calentamiento con solo el magnetrón operando. Se resalta la esfera central la cual posee ahora mayor temperatura que la externa, al interactuar con las microondas. La siguiente etapa de simulación involucró ambos sistemas de calentamiento.

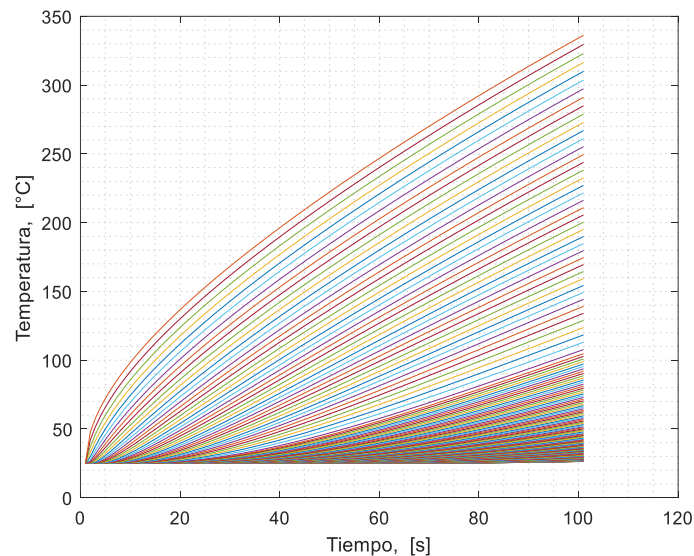


Figura 3. Perfil de temperatura de las esferas en la ventana de observación de 100 s. Solo resistencia.  
Fuente: elaboración propia.

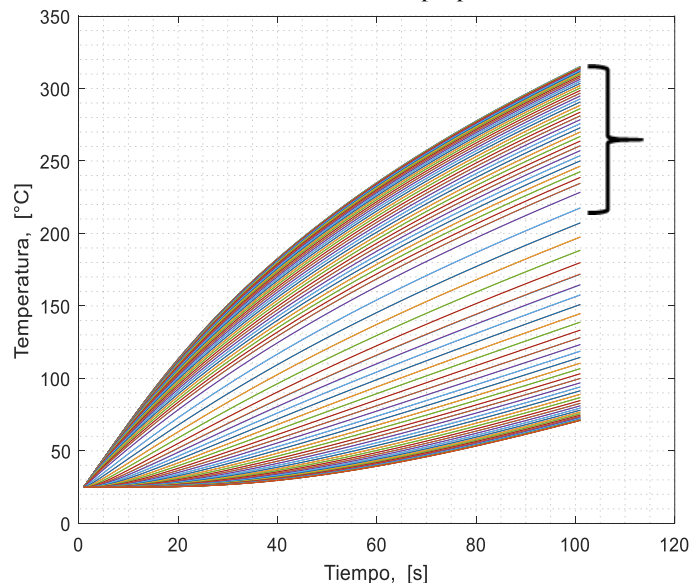


Figura 4. Perfil de temperatura de las esferas en la ventana de observación de 100 s. Solo magnetrón.  
Fuente: elaboración propia.



Seguidamente, en la figura 5(a,b) se encuentra el perfil de temperatura secuencial de las dos esferas. Ahora es la esfera interna la que alcanza perfiles de temperatura elevados en corto tiempo, y la externa permanece a temperaturas más bajas. Es evidente el cambio en la forma del perfil de temperatura del sistema.

En la figura 6 se aprecia el gradiente de la temperatura en las esferas en función del tiempo, para los primeros 100 s de calentamiento simultáneo con la resistencia eléctrica y el magnetrón. Se resalta el radio de la esfera interna. Es claro el notable incremento de la temperatura superficial, así como la de la esfera interior, que alcanza valores aún más elevados.

No obstante, por estar impactando la energía radiante solamente en uno de sus hemisferios, aún aparecen temperaturas bajas en su interior.

La figura 7 muestra la variación de temperatura en el tiempo para el caso del calentamiento simultáneo microondas-radiación térmica. El perfil de temperatura evidencia claramente el hemisferio menos caliente de la esfera externa. El material de la esfera interna tiene una elevada constante dieléctrica y, por ende, absorbió preferencialmente la energía transportada por las ondas electromagnéticas. De igual forma, se calienta por conducción térmica debida a la energía proveniente de la esfera externa que la recibe por uno de sus hemisferios.

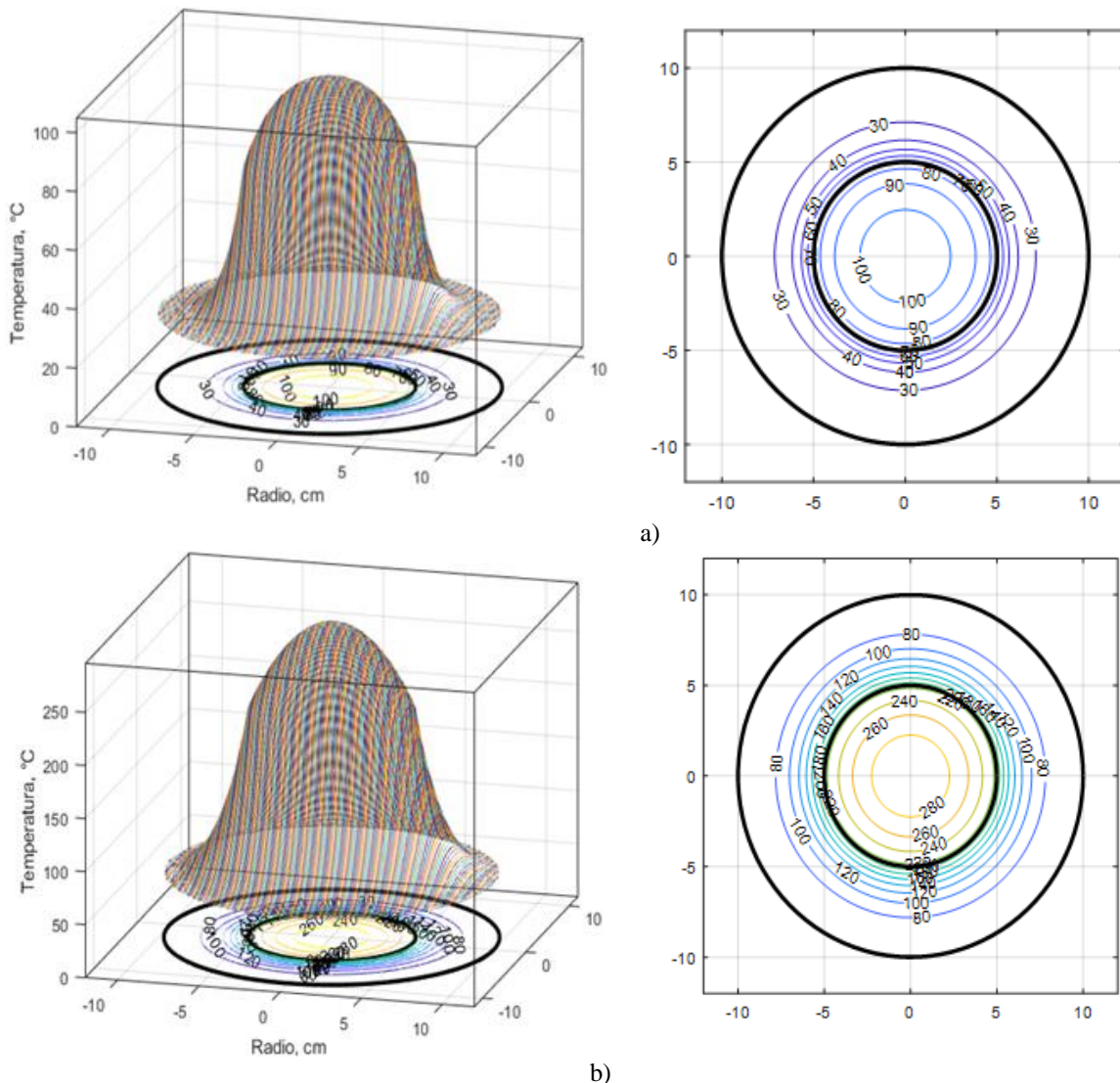


Figura 5. Gradiente de temperatura cuando solo está encendido el magnetrón (a) 17s, (b) 89s.

Fuente: elaboración propia.

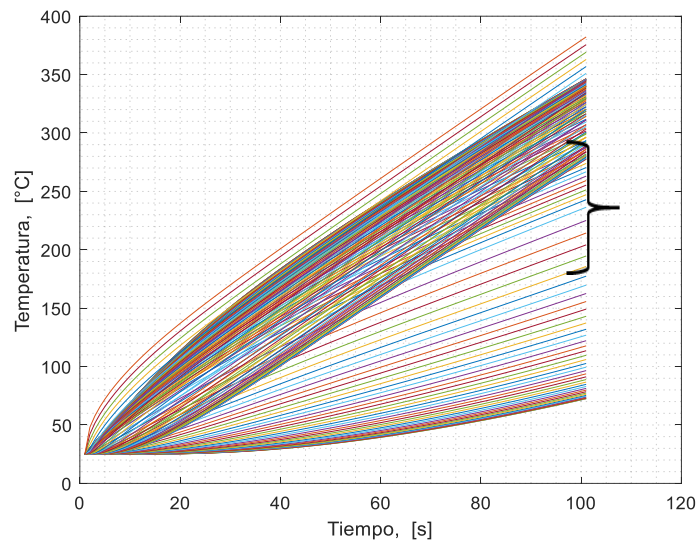


Figura 6. Perfil de temperatura de las esferas en la ventana de observación a 100 s. La resistencia eléctrica y el magnetrón operando. Fuente: elaboración propia.

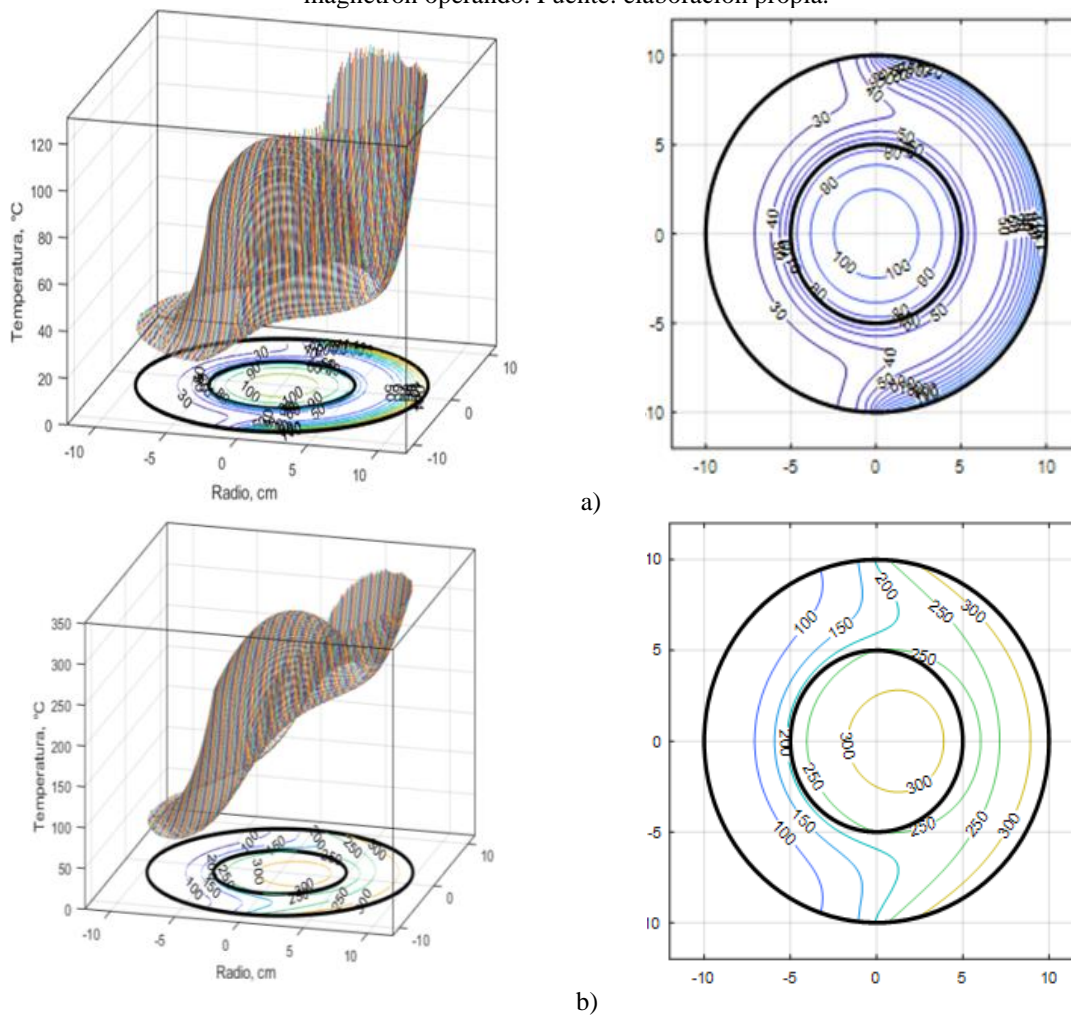


Figura 7. Gradiente de temperatura cuando están encendidas la resistencia eléctrica como el magnetrón. (a) 17 s, (b) 89 s. Fuente: elaboración propia.



#### 4. Conclusiones

Hasta hace poco resultaba complicado simular el calentamiento híbrido microondas-radiación térmica sin recurrir a un software comercial de alto costo, siendo una caja negra y de su limitada disponibilidad. Con el advenimiento de las estrategias numéricas, cada vez más elaboradas, se pueden resolver problemas modelados con ecuaciones diferenciales parciales con coeficientes dependientes de la temperatura, la posición o incluso el tiempo. En el presente problema se abordó un caso de aplicación práctica, ya que las microondas son evidentemente una estrategia de calentamiento con características únicas y que no poseen los mecanismos convencionales, pero que a su vez poseen otras limitaciones. Es por esto que, al realizar un tratamiento térmico híbrido, se combinan no solamente las bondades que éste y otros sistemas poseen, sino que se facilita el análisis de los costos de producción y las cualidades que poseerá el producto dada esta combinación de tratamientos. De igual forma, al ser más eficiente el sistema de calentamiento implicará un consumo racional de energía.

Puesto que el desarrollo de este trabajo de investigación tuvo la limitación del uso del calentamiento con la resistencia eléctrica, la generación interna de calor, y las propiedades termofísicas constantes, resulta evidente para ir aproximando el presente modelo a casos reales, hacer que los anteriores parámetros varíen con la posición, el tiempo y la temperatura, como se espera sucede en la vida real.

#### Agradecimientos

Los autores agradecen a la Universidad Industrial de Santander, Colombia, por el apoyo para realizar este trabajo.

#### Referencias

- [1] N. R. Council, *Micro Wave Processing*. Washington, USA: The National Academies, 1994.
- [2] B. Yan *et al.*, “Microwave treatment regulates the free volume of rice starch”, *Sci. Rep.*, vol. 9, no. 1, pp. 3876, 2019, doi: 10.1038/s41598-019-40598-3
- [3] J. A. Rudd *et al.*, “Solvent-free microwave-assisted synthesis of tenorite nanoparticle-decorated multi-walled carbon nanotubes”, *J. Mater. Sci. Technol.*, vol. 35, no. 6, pp. 1121–1127, Jun. 2019, doi: 10.1016/j.jmst.2019.01.002
- [4] Y. Liu, T. Jiang, C. Liu, W. Huang, J. Wang, and X. Xue, “Effect of microwave pre-treatment on the magnetic properties of Ludwigite and its implications on magnetic separation”, *Metall. Res. Technol.*, vol. 116, no. 1, pp. 107, Dec. 2019, doi: 10.1051/metal/2018087
- [5] D. Jhodkar, M. Amarnath, H. Chelladurai, and J. Ramkumar, “Experimental Investigations to Study the Effects of Microwave Treatment Strategy on Tool Performance in Turning Operation”, *J. Mater. Eng. Perform.*, vol. 27, no. 12, pp. 6374–6388, 2018, doi: 10.1007/s11665-018-3742-7
- [6] L. Zedler, M. Klein, M. R. Saeb, X. Colom, J. Cañavate, and K. Formela, “Synergistic Effects of Bitumen Plasticization and Microwave Treatment on Short-Term Devulcanization of Ground Tire Rubber”, *Polymers (Basel)*, vol. 10, no. 11, pp. 1265, Nov. 2018, doi: 10.3390/polym10111265
- [7] H. Xiao, L. Lin, and F. Fu, “Temperature characteristics of wood during microwave treatments”, *J. For. Res.*, vol. 29, no. 6, pp. 1815–1820, Nov. 2018, doi: 10.1007/s11676-018-0599-4
- [8] S. S. Behera, S. K. Panda, D. Mandal, and P. K. Parhi, “Ultrasound and Microwave assisted leaching of neodymium from waste magnet using organic solvent”, *Hydrometallurgy*, vol. 185, pp. 61–70, May 2019, doi: 10.1016/j.hydromet.2019.02.003
- [9] Y. Kang *et al.*, “Microwave-constructed honeycomb architectures of h-BN/rGO nano-hybrids for efficient microwave conversion”, *Compos. Sci. Technol.*, vol. 174, pp. 184–193, Apr. 2019, doi: 10.1016/j.compscitech.2019.02.029
- [10] G. G. Morbioli, N. C. Speller, M. E. Cato, T. P. Cantrell, and A. M. Stockton, “Rapid and low-cost development of microfluidic devices using wax printing and microwave treatment”, *Sensors Actuators B Chem.*, vol. 284, pp. 650–656, Apr. 2019, doi: 10.1016/j.snb.2018.12.053
- [11] A. Banerji, L. Ananthanarayan, and S. S. Lele, “Dough browning inhibition of multigrain Indian flatbread (chapatti) using a combination of chemical and microwave treatment”, *J. Food Meas. Charact.*, vol. 13, no. 1, pp. 807–820, Mar. 2019, doi: 10.1007/s11694-018-9993-z
- [12] A. B. Mahdi and C. Gomes, “Effects of microwave radiation on micro-organisms in selected materials from healthcare waste”, *Int. J. Environ. Sci. Technol.*, vol. 16, no. 3, pp. 1277–1288, Mar. 2019, doi: 10.1007/s13762-018-1741-8

[13] J. Wang, T. Jiang, Y. Liu, and X. Xue, “Influence of microwave treatment on grinding and dissociation characteristics of vanadium titano-magnetite”, *Int. J. Miner. Metall. Mater.*, vol. 26, no. 2, pp. 160–167, Feb. 2019, doi: 10.1007/s12613-019-1720-1

[14] M. Liu, C. Li, and Q. Wang, “Microstructural Characteristics of Larch Wood Treated by High-intensity Microwave”, *Bioresour. Vol 14, No 1*, 2018

[15] J. Liu, C. Zhang, S. Guo, L. Xu, S. Xiao, and Z. Shen, “Microwave treatment of pre-oxidized fibers for improving their structure and mechanical properties”, *Ceram. Int.*, vol. 45, no. 1, pp. 1379–1384, Jan. 2019, doi: 10.1016/j.ceramint.2018.08.311

[16] S. Singh, P. K. Jain, and Rizwan-uddin, “Analytical Solution for Three-Dimensional, Unsteady Heat Conduction in a Multilayer Sphere”, *J. Heat Transfer*, vol. 138, no. 10, Oct. 2016, doi: 10.1115/1.4033536