



Revista UIS Ingenierías

ISSN: 1657-4583

ISSN: 2145-8456

revistaingenierias@uis.edu.co

Universidad Industrial de Santander

Colombia

Grisales-Grisales1, Norbey; Durango-Idárraga, Sebastián;  
Álvarez- Vargas, César Augusto; Flórez-Hurtado, Rubén Darío  
Calibración cinemática de una ruteadora CNC usando un  
modelo cuasi-estático de error y fotogrametría monocular  
Revista UIS Ingenierías, vol. 19, núm. 3, 2020, Julio-Septiembre, pp. 15-30  
Universidad Industrial de Santander  
Bucaramanga, Colombia

DOI: <https://doi.org/10.18273/revuin.v19n3-2020002>

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=553768212004>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso  
abierto

# Calibración cinemática de una ruteadora CNC usando un modelo cuasi-estático de error y fotogrametría monocular

---

## CNC router kinematic calibration using a quasi-static error model and monocular photogrammetry

Norbey Grisales-Grisales<sup>1</sup>, Sebastián Durango-Idárraga<sup>2a</sup>, César Augusto Álvarez-Vargas<sup>2b</sup>, Rubén Darío Flórez-Hurtado<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.  
Correo electrónico: [norbey.gg@gmail.com](mailto:norbey.gg@gmail.com)

<sup>2</sup> Grupo Diseño Mecánico y Desarrollo Industrial, Departamento de Mecánica y Producción, Universidad Autónoma de Manizales, Colombia. Orcid: <sup>a</sup> 0000-0002-5475-1390, <sup>b</sup> 0000-0002-4417-3865. Correos electrónicos: <sup>a</sup> [sebastiandi@autonoma.edu.co](mailto:sebastiandi@autonoma.edu.co), <sup>b</sup> [dekinov@autonoma.edu.co](mailto:dekinov@autonoma.edu.co)

<sup>3</sup> Grupo Automática, Departamento de Electrónica y Automatización, Universidad Autónoma de Manizales, Colombia. Orcid: 0000-0002-6334-5888. Correo electrónico: [rubenfh@autonoma.edu.co](mailto:rubenfh@autonoma.edu.co)

Recibido: 27 noviembre, 2019. Aceptado: 24 febrero, 2020. Versión final: 27 abril, 2020.

### Resumen

La precisión y exactitud, que son requerimientos habituales en los procesos de manufactura, están definidas por el contexto de fabricación, tanto desde las especificaciones del proceso como desde el propio sistema de manufactura. La calibración cinemática de sistemas electromecánicos contribuye a lograr los requerimientos de fabricación. Este trabajo presenta un método de calibración cinemática para una ruteadora CNC que opera en un contexto de tolerancias dimensionales lineales ISO 2768-c. El método de calibración está basado en la estimación de los parámetros de un modelo cinemático con una representación de variaciones dimensionales (lineales y angulares) de la estructura. La estimación de los parámetros es realizada a partir de errores de maquinado medidos mediante fotogrametría monocular de un patrón geométrico que registra un mecanizado intencional. La calibración se implementó en una máquina CNC mediante ajuste del código G, alcanzando así los requerimientos de fabricación exigidos por el contexto propuesto.

**Palabras clave:** máquinas herramientas; calibración; modelos de simulación; fotogrametría.

### Abstract

Precision and accuracy, which are common requirements in manufacturing processes, are defined by the manufacturing context, both from the specifications of the process and from the manufacturing system itself. In this context, the kinematic calibration of electromechanical systems contributes to achieve manufacturing requirements. This paper presents a kinematic calibration method for a CNC router that operates in a context of ISO 2768-c linear dimensional tolerances. The calibration method is based on the estimation of the parameters of a kinematic model with a representation of dimensional variations (linear and angular) of the structure. The estimation of the parameters is based on machining errors measured by monocular photogrammetry of a geometric pattern that records a machining. The calibration was implemented on a CNC machine by adjusting the G code, thus meeting the manufacturing requirements demanded by the proposed context.

**Keywords:** machine tools; calibration; simulation models; photogrammetry.

## 1. Introducción

Un factor que determina la calidad de un componente mecanizado es la precisión dimensional, que es función de las máquinas herramientas y de su configuración para el proceso de fabricación. A su vez los errores de fabricación asociados a una máquina herramienta son un acoplamiento de errores que inician en la preparación de la máquina y que se conjugan con los errores del mecanizado propiamente dicho. Los errores asociados al maquinado incluyen los del controlador, las deformaciones elásticas por cargas de trabajo e inerciales, y las variaciones dimensionales por cargas térmicas y por errores geométricos en la fabricación y ensamble de la máquina herramienta [1]. La referencia [2] ha caracterizado a los errores térmicos y geométricos como dominantes, estables (cuasi-estáticos), insensibles al ambiente, y susceptibles a ser compensados, lo que ha sido el fundamento de diferentes métodos de mejora de la precisión de máquinas herramientas, ver por ejemplo [3] y [4] donde se registran revisiones de trabajos recientes.

El procedimiento común para la identificación y compensación de los errores cuasi-estáticos, en adelante calibración cinemática, consta de tres pasos gruesos habituales entre diferentes autores. Por ejemplo, [3] y [5] resumen el procedimiento como: (i) construcción de un modelo para calibración cinemática, (ii) determinación experimental de errores, y (iii) compensación de errores.

El modelo cinemático determina los requerimientos para la medición de errores [5], entonces es necesario caracterizar tanto los errores como los métodos de medición. Para los errores geométricos se han establecido dos categorías recurrentes en la literatura, según la referencia [4]: (i) los causados por imperfecciones durante la manufactura de los elementos de la máquina herramienta y que son función de la posición (PDGEs), y (ii) los causados por variaciones durante el ensamble de la máquina herramienta y que resultan independientes de la posición (PIGEs). A su vez, la estimación experimental de los errores se ha desarrollado en dos categorías revisadas por [1] y por [6]: (i) métodos de medición enfocados en los errores geométricos de un eje en particular y denominados directos, y (ii) métodos de medición enfocados en la combinación de los errores en la herramienta y denominados indirectos.

Las categorías previamente descritas permiten clasificar varios trabajos recientes sobre calibración cinemática de máquinas CNC: la referencia [2] presenta un algoritmo para la calibración cinemática de máquinas CNC de tres ejes con modelo geométrico basado en Matrices de Transformación Homogénea (HTM), método de

medición indirecto mediante *ballbar* desarrollado en tres planos ortogonales, y estimación de parámetros usando un algoritmo genético con dos etapas.

El algoritmo propuesto identifica un conjunto de parámetros cinemáticos que minimizaría los errores geométricos en la vecindad del volumen calibrado, pero el trabajo no avanza hasta la compensación y verificación experimental. Una calibración cinemática para máquinas herramientas de cinco ejes se presenta en [3], donde el modelo cinemático se basa en *screw theory* y se identifica un conjunto de parámetros geométricos mediante desacoplamiento e iteración en la identificación de PDGEs y de PIGEs, el método de medición de errores es uno indirecto basado en *ballbar*, mientras la compensación se realiza mapeando correcciones desde un modelo cinemático ajustado hacia el plan de fabricación de la parte.

El trabajo abarca hasta la simulación y verificación experimental de una calibración. Alternativo a [3], la referencia [4] presenta una calibración cinemática para cinco ejes derivada de una variación de un modelo cinemático basado en la representación en Producto de Exponentes (POE). El modelo alternativo usa una transformación que requiere un número menor de parámetros, tanto para la representación de los pares de rotación como para los de translación, y que requiere menos cálculos que el POE estándar. La medición de errores es indirecta mediante *ballbar* y se reportan resultados simulados y experimentales. En la literatura se encuentran calibraciones de máquinas herramientas de cinco ejes con modelo cinemáticos que no están basados en *screw theory*, por ejemplo, en [7] se propone una calibración de PIGEs basado en Matrices de Movimiento Diferencial (DMM) que describen el efecto de pequeños cambios de posición y orientación en marcos de coordenadas consecutivos.

El modelo diferencial propaga los errores desde la base hasta la herramienta en la cadena cinemática. La medición de errores se realiza mediante *ballbar* y la identificación de parámetros se logra mediante un algoritmo de mínimos cuadrados que es característico de muchos modelos de identificación. Los resultados se reportan sobre simulación y experimentación. La calibración cinemática se ha extendido incluso a máquinas herramientas de propósito específico, por ejemplo, en [8] se presenta la calibración cinemática de una máquina fresadora de engranes cónicas espirales como una alternativa a métodos tradicionales de modificación de configuraciones.

La calibración de la máquina se diseña específicamente para los parámetros que más inciden en las principales

características geométricas de los engranes, el modelo geométrico de la máquina es uno basado en *screw theory*, la medición de errores es directa mediante interferómetro laser y calibrador rotativo, y la compensación se realiza a través del plan de manufactura y del pos-procesador. Se reportan verificaciones experimentales medidas directamente sobre engranes manufacturados.

El invariante metodológico de la calibración cinemática, como lo ha expresado [7] y como también se evidencia en los trabajos aquí revisados, es un modelo cinemático que relaciona los errores de posición del centro de la herramienta con los parámetros de un modelo de los errores geométricos. Al final el modelo matemático, la medición de errores, y la estrategia de compensación resultan incidentales y dependientes del contexto y de las capacidades técnicas y analíticas disponibles para los investigadores. La calibración cinemática puede complementarse con enfoques en el nivel de la rugosidad, por ejemplo [9], donde se modela un proceso de fresado, desde la perspectiva de la herramienta, para obtener parámetros de operación.

En este trabajo se reporta la calibración cinemática de una máquina herramienta para ruteado. La máquina opera en un contexto artesanal en el que los requerimientos de precisión son equiparables con tolerancias dimensionales lineales según la norma ISO 2768-c. El modelo de calibración cinemática elegido para este trabajo tiene los tres pasos típicos descritos en la literatura:

- i. Se asume un modelo matemático para la descripción de los errores basado en la propuesta de [10]. El modelo describe los movimientos relativos entre eslabones y los errores geométricos mediante HTM. Al limitar el espacio de trabajo a una aplicación de ruteado el número de parámetros cinemáticos se reduce a los requeridos por el plano de trabajo.
- ii. Para la estimación de parámetros se usa un algoritmo de Levenberg-Marquardt que minimiza la diferencia entre la posición ideal del centro de la herramienta y la posición efectivamente alcanzada. Para la medición de los errores se optimiza la observabilidad de los parámetros cinemáticos desde una matriz de sensibilidad, según lo propuesto en [11]. La medición se implementa mediante el registro monocular de un patrón de maquinado representativo del área de trabajo y su procesamiento mediante algoritmos estándar de visión de máquina.
- iii. La compensación de errores se implementa a través del modelo cinemático corregido según se propone

en [12], mapeando los errores desde el diseño de la pieza a fabricar hasta el código G.

La estructura del artículo es como sigue: en la sección 2 se presentan los fundamentos del modelo geométrico, de la medición de los errores de posicionamiento, y de la compensación de una máquina ruteadora CNC. La sección 3 desarrolla una nueva propuesta para la medición de los errores de posicionamiento de una máquina ruteadora mediante un patrón-huella de maquinado y visión monocular. En la sección 4 se presentan los resultados de la calibración de una máquina CNC, y, finalmente, la sección 5 registra las conclusiones.

## 2. Modelo de calibración de errores geométricos

El modelo cinemático propuesto en [10] y adoptado para este trabajo se desarrolla en tres etapas. En la primera etapa se asignan sistemáticamente dos categorías de marcos de coordenadas: unos completamente restringidos y diseñados para representar las relaciones estructurales en la máquina mediante *transformaciones de forma* y otros diseñados para representar el movimiento relativo de eslabones sucesivos mediante *transformaciones de junta*.

La Figura 1 presenta una asignación de marcos para una máquina CNC de tres ejes ortogonales donde los marcos {1}, {3}, y {5} son fijos con respecto a su predecesor y están en la primera categoría, mientras los marcos {2}, {4} y {6} permiten la representación del movimiento de translación entre los eslabones consecutivos y pertenecen a la segunda categoría. La relación ideal entre eslabones consecutivos se representa mediante matrices de transformación homogénea. Si la transformación es de forma se nota como  $T_i(a_i, b_i, c_i)$  y si es de junta se nota como  $\Phi_i(\delta_{i1}x_1, \delta_{i2}x_2, \delta_{i3}x_3)$ , donde  $a_i, b_i, c_i$  son parámetros geométricos en las direcciones  $x_i, y_i, z_i$ , mientras el parámetro discreto  $\delta_{ij}$  identifica las juntas activas en cada transformación de junta: si  $i \neq j \rightarrow \delta_{ij} = 0$ , si  $i = j \rightarrow \delta_{ij} = 1$ .

La posición  $C_p$  del centro de la herramienta con respecto a un marco de referencia {0} se obtiene mediante la composición sucesiva de las transformaciones de forma y de junta desde el marco {0} hasta alcanzar el marco de la herramienta.

Si como referencia se hacen coincidir el marco fijo y el punto  $C_p$  la composición de las transformaciones resultará en matriz identidad,  $I = T_4\Phi_3T_3\Phi_2T_2\Phi_1T_1$ .

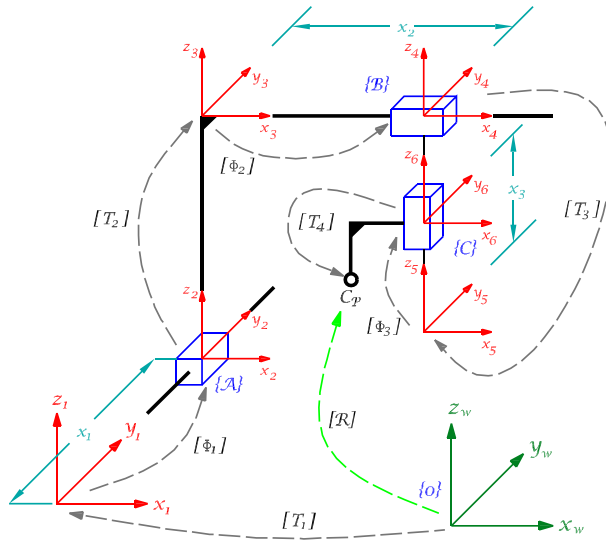


Figura 1. Equivalencia cinemática para la ruteadora CNC. Fuente: elaboración propia.

En la segunda etapa se compensa el maquinado teniendo en cuenta el diámetro y la longitud de la herramienta. La relación entre el marco de referencia para la programación CNC y el punto objetivo se registra mediante una matriz  $X(X_1, X_2, X_3)$  que representa exclusivamente una traslación, mientras que la compensación por diámetro y longitud se registra en la matriz  $T_c(a_t, b_t, c_t)$  que es función de los parámetros de la herramienta y de la trayectoria del maquinado. En el caso ideal, la composición de la compensación, el modelo cinemático, y la representación del punto objetivo deberían coincidir con el centro de la herramienta. La tercera etapa avanza el modelo hasta incluir los errores geométricos.

Cada transformación de forma se actualiza incluyendo tres desalineaciones de orientación y tres desalineaciones dimensionales, entonces  $T_i = T_i(\Delta\alpha_i, \Delta\beta_i, \Delta\gamma_i, \Delta a_i, \Delta b_i, \Delta c_i)$ . Así mismo, cada transformación de junta dependerá de errores angulares, de errores de posicionamiento y de la acumulación de errores de rectitud en función de la  $i$ -ésima coordenada generalizada  $x_i$ , lo que implica que  $\Phi_i = \Phi_i(\alpha_i(x_i), \beta_i(x_i), \gamma_i(x_i), \rho_i(x_i))$ . La forma particular de las transformaciones de forma y de junta puede consultarse en [10]. El modelo cinemático con errores geométricos tendrá una diferencia  $R$  entre el punto objetivo  $X$  y el centro  $C_p$  de la herramienta, según se registra en la ecuación (1):

$$T_c T_4 \Phi_3 T_3 \Phi_2 T_2 \Phi_1 T_1 X = R. \quad (1)$$

Para una máquina de tres ejes, y para el caso particular de una máquina ruteadora que es el foco de este trabajo, la compensación de los errores se centrará en los errores de desplazamiento de la herramienta. En consecuencia, se extrae la información relevante del modelo según se presenta en la ecuación (2):

$$\begin{bmatrix} {}^n e \\ 1 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

donde  ${}^n e$  es un vector que contiene los errores de desplazamiento correspondiendo con un modelo donde los errores angulares  $\alpha_i(x_i)$ ,  $\beta_i(x_i)$  y  $\gamma_i(x_i)$ , y de posicionamiento  $\rho_i(x_i)$  se representan como funciones polinómicas de orden  $n$  de la coordenada generalizada  $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

El modelo de error geométrico planteado en la ecuación (2) se desarrolla recursivamente, partiendo de un modelo de orden 0 que representa una máquina en la que no hay variación de los errores a lo largo de los ejes motrices y donde los errores se reducen a imprecisiones dimensionales de los elementos estructurales y a los errores de ortogonalidad en los ejes. Los órdenes mayores en los polinomios de error representarán características dependientes del desplazamiento de los ejes motrices. La forma particular de la recursión puede consultarse en [10].

La referencia [10] reporta varios trabajos en los que se recurre a modelos lineales para modelar máquinas herramientas de tamaño mediano y pequeño logrando un desempeño adecuado. Otra ventaja de un modelo de orden bajo es que se simplifica el proceso de identificación de parámetros (los coeficientes de los polinomios) limitando el número de parámetros y sus relaciones de dependencia. Para la máquina ruteadora objeto de este trabajo, cuyo tamaño es pequeño con respecto al de sus pares industriales, se ha asumido un modelo lineal de errores angulares y de posicionamiento.

Una vez superadas las tres etapas del modelo geométrico, se avanza al paso de estimación de los parámetros geométricos donde se busca un conjunto de valores que minimicen los errores de posicionamiento en el espacio de trabajo calibrado. Para este trabajo se ha adoptado la metodología propuesta en [11] donde la estimación se logra mediante un modelo matricial que relaciona los errores de posicionamiento,  $e = {}^1 e$ , con un vector de parámetros  $p$  del modelo a través de una matriz de sensibilidad  $U$ , según se presenta en la ecuación (3):

$$\mathbf{e} = U(X_1, X_2, X_3)\mathbf{p}. \quad (3)$$

La estructura de la matriz  $U$ , que mapea el efecto de pequeñas variaciones en los parámetros  $\mathbf{p}$  sobre el error de posicionamiento  $\mathbf{e}$  del centro de la herramienta, se puede consultar en el apéndice de [11]. Para la estimación de los parámetros se conoce un conjunto de mediciones del error de posicionamiento  $\tilde{\mathbf{e}}$  que corresponde con un conjunto de coordenadas  $(X_1, X_2, X_3)$ , entonces es posible despejar  $\mathbf{p}$  de la ecuación (3).

El conjunto de mediciones suele ser redundante para minimizar el efecto de datos anómalos y para garantizar estadísticamente la calidad de la estimación, por ejemplo, en [13] se propone como regla empírica que el número de mediciones sea al menos el doble que la cantidad de parámetros a estimar. Dado el conjunto de mediciones redundantes entonces se recurre a una regresión para la estimación de los parámetros, en este caso se asume una minimización del error cuadrático (pseudoinversa de Moore-Penrose de la matriz  $U$ ). El procedimiento de regresión implica que la calidad de la estimación dependerá fuertemente de la invertibilidad del modelo (3), esto es de la independencia lineal entre las mediciones como función de las posiciones  $(X_1, X_2, X_3)$ .

Mejorar la invertibilidad se asocia con aumentar la observabilidad de los parámetros como conjunto. Para cadenas cinemáticas, en general, cada parámetro tendrá una observabilidad distinta, e incluso se pueden tener parámetros inobservables. La selección del conjunto de posiciones para medición se basa en el aumento de la observabilidad del conjunto de parámetros, para lo que se asume un algoritmo tipo DETMAX.

Se inicia por una discretización del espacio de trabajo a calibrar y se escoge una base inicial de posiciones aleatorias. La base inicial, de menor tamaño que el requerido para construir la matriz  $U$ , se evoluciona mediante pasos de reemplazo, crecimiento, y reemplazo hasta alcanzar el tamaño adecuado. En cada paso se cambia o adiciona una fila de la matriz de sensibilidad, donde cada fila corresponde con una posición y dirección de medición, entonces se verifica la invertibilidad de la matriz de manera que la fila cambiada o adicionada aumente la condición de la matriz. Al final se tiene una base de posiciones óptimas, y su matriz correspondiente, para la medición de los errores de posicionamiento, entonces es posible estimar el conjunto de parámetros como en la ecuación (4):

$$\mathbf{p} = U^{-1}\tilde{\mathbf{e}}. \quad (4)$$

Este trabajo tiene como objetivo la calibración de una máquina ruteadora CNC, lo que restringe el área de trabajo a un plano  $x-y$  y simplifica el modelo geométrico. Al mapear el modelo de calibración de tres a dos dimensiones, algunos parámetros de error en las transformaciones de forma y de junta se desprecian, particularmente, los parámetros que afectan la ortogonalidad y la desviación a lo largo del eje  $z$ .

Dado el ajuste del modelo geométrico, el número de parámetros a identificar en una máquina CNC se reduce de 17, en el caso del modelo de error lineal de una máquina de tres ejes, a 12 para el modelo de error lineal de una máquina que opera en un plano (ruteadora). En términos del vector  $\mathbf{p}$  de parámetros se tiene:  $\mathbf{p}_{17 \times 1} \rightarrow \mathbf{p}_{12 \times 1}$ .

Los 17 parámetros de la máquina de tres ejes serían  $\rho_{11}, \rho_{21}, \rho_{31}, (\Delta\alpha_2 - c_1^*\gamma_{11}), (\Delta\alpha_3 + \Delta\alpha_4), (\Delta\beta_2 + \Delta\beta_3 + b_1^*\gamma_{11}), \Delta\beta_4, \Delta\gamma_3, \Delta\gamma_4, \alpha_{11}, \beta_{11}, \alpha_{21}, \beta_{21}, \gamma_{21}, \alpha_{31}, \beta_{31}, \gamma_{31}$ . Limitando el modelo a un plano calibrado, entonces el conjunto se reduce a  $\rho_{11}, \rho_{21}, (\Delta\alpha_2 - c_1^*\gamma_{11}), \Delta\alpha_4, (\Delta\beta_2 + b_1^*\gamma_{11}), \Delta\beta_4, \Delta\gamma_4, \alpha_{11}, \beta_{11}, \alpha_{21}, \beta_{21}, \gamma_{21}$ . El modelo de error se ajusta según la ecuación (5), que es un módulo para los errores de posicionamiento  $e_{x1}$  y  $e_{x2}$  correspondiendo con las componentes  $x-y$  del espacio de trabajo y que desprecia el error en  $z$ . Al apilar un número suficiente de módulos linealmente independientes se tiene una base para la estimación de los parámetros.

$$\begin{bmatrix} e_{x1} \\ e_{x2} \\ 0 \end{bmatrix} = U_{3 \times 12} \mathbf{p}_{12 \times 1}. \quad (5)$$

Si se asume la recomendación empírica de [13] sobre el doble del mínimo de mediciones, entonces se debe ajustar el modelo para 24 mediciones y los parámetros se estiman con una optimización, por ejemplo, la asumida aquí que minimiza el error cuadrático. Para la medición, y como un aporte de este trabajo, se desarrolló un sistema basado en visión monocular que registra la huella de un maquinado en un patrón geométrico y que permite la estimación de los errores de posicionamiento en el plano del ruteado. El aporte se describe en la sección 3 a continuación.

Para el tercer paso de la calibración cinemática, la compensación de errores, se consideran dos enfoques: (i) desde el hardware, lo implica una modificación de la máquina mediante un microprocesador que almacena el modelo de error e interviene el lazo de control modificando las instrucciones de control de trayectoria de forma que se compensen los errores de posicionamiento, (ii) desde software, modificando el

código G del maquinado mediante el modelo geométrico calibrado, lo que determina una nueva trayectoria que al ser ejecutada se aproxima a la del maquinado ideal, según se expone en [12]. El enfoque por software es el asumido para este trabajo.

La Figura 2 presenta la implementación de la estrategia reduciéndola a una posición caracterizada por cuatro puntos: un punto ideal  $P_t$  que es teórico y corresponde con la ausencia de errores, un punto  $P_r$  que corresponde con la ejecución de  $P_t$  y tiene asociado el error de posicionamiento  $e_i$  antes de compensar, un punto  $P_v$  que es virtual y que está determinado por la diferencia entre el modelo calibrado y el modelo virtual, y un punto  $P_c$  que corresponde con la ejecución de  $P_v$  y tiene asociado el error de posicionamiento  $e_c$  después de la compensación. Esta implementación no requiere de la modificación del modelo geométrico en el controlador de la máquina, sino que compensa a través de una trayectoria virtual tal que  $\|e_c\| < \|e_i\|$ .

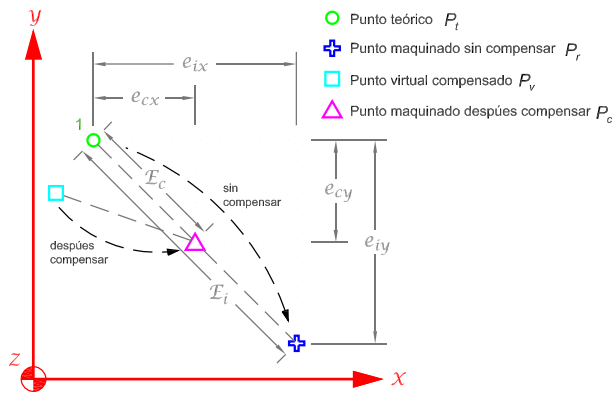


Figura 2. Representación gráfica de la estrategia de compensación de errores geométricos.

Fuente: elaboración propia.

### 3. Medición del error de posicionamiento

Para este trabajo se ha asumido la calibración de una máquina ruteadora CNC. La máquina está diseñada para realizar operaciones limitadas a un plano de trabajo, o en todo caso con una movilidad limitada del eje z.

Particularmente, la configuración y características constructivas de la máquina implican que las operaciones de manufactura requieren una tolerancia gruesa para dimensiones lineales, correspondiendo con la norma ISO 2768-c, lo que está acorde con manufactura de ornamentos, mobiliario, o incluso operaciones de desbaste durante la manufactura de artesanías, que permiten tolerancias de fracciones de milímetro. Asumiendo el maquinado en un plano entonces es posible

diseñar un sistema de medición de posicionamiento bidimensional. Teniendo en cuenta las características descritas para la manufactura y asumiendo como usuarios talleres poco tecnificados, o incluso la tendencia moderna del auto equipamiento (DIY), se ha diseñado un sistema de medición de errores de posicionamiento basado en visión monocular y en la fotogrametría de un registro plano de huellas de maquinado. Se estima que el procedimiento podría extenderse, en un contexto similar al descrito antes, a máquinas herramientas actualizadas en electrónica y control, por ejemplo, [14], e incluso a otros dispositivos con posicionamiento contenido en un plano, por ejemplo, [15].

Entre los atributos de la visión monocular para el registro de las huellas se cuentan (i) oportunidad, pues las cámaras digitales son equipos de uso común, en continua mejora, y cada vez más asequibles, (ii) los modelos de cámara están disponibles en la literatura, y (iii) hay herramientas libres para calibración de cámara y procesamiento digital de imágenes bien establecidos.

El uso de un único sensor óptico implica la proyección tridimensional a bidimensional (del escenario registrado al plano de la imagen), mapeo que se modela de acuerdo con el dispositivo óptico utilizado y que se conoce formalmente como modelo de cámara. Para el presente trabajo el modelo de cámara asumido es el de Tsai [16], que contempla dos categorías de parámetros: (i) los intrínsecos que registran aspectos constructivos de la cámara (punto focal, forma del lente), y (ii) los extrínsecos que registran la relación de la cámara con el escenario (posición y orientación).

Estos parámetros, así como los errores geométricos de la máquina CNC, también son objeto de identificación, lo que está más allá del objetivo de este trabajo y puede consultarse por ejemplo en [17].

El procedimiento de calibración de cámara está basado en el registro de un patrón geométrico, típicamente un tablero de damas (damero) como el de la Figura 3, que facilita el mapeo entre las coordenadas conocidas en el patrón y las coordenadas en el plano proyectado de la imagen.

Para dispositivos digitales las coordenadas en el plano de la imagen corresponderán con posiciones discretas en el sensor óptico, esto es píxeles. Así como el registro de los errores de posicionamiento permite determinar los parámetros del modelo de error a través de una matriz de sensibilidad, el registro del patrón de calibración desde varias perspectivas permite estimar los parámetros del modelo de cámara, siendo un procedimiento disponible



en la literatura y con herramientas libres, por ejemplo, la desarrollada en [17].

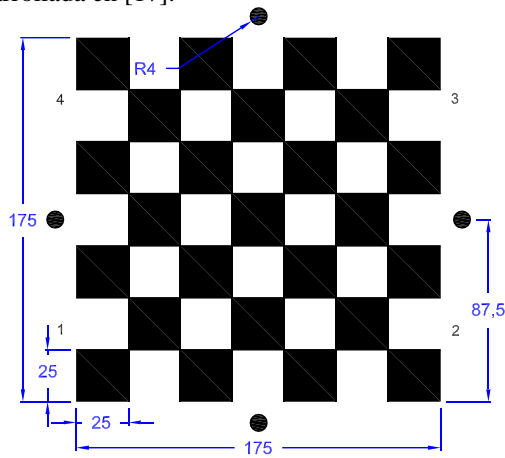


Figura 3. Patrón geométrico para calibración de cámara y medición de errores de posicionamiento [mm].  
Fuente: elaboración propia.

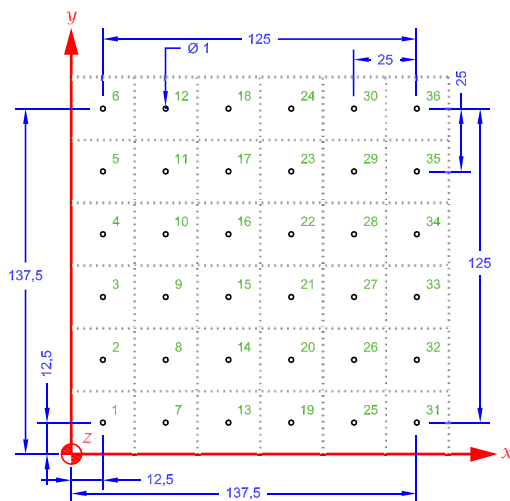


Figura 4. Malla de posiciones para el registro de huellas de maquinado [mm]. Fuente: elaboración propia.

Dado el patrón de calibración del sensor óptico, resulta inmediata una discretización para el registro de huellas de maquinado: una malla cuadrada de 36 puntos, como en la Figura 4, donde cada punto está centrado en uno de los cuadrados. Cada punto se máquina con una broca de diámetro pequeño, por ejemplo 1 mm. Completado el mecanizado de la malla se mejora el contraste de la huella usando un patrón geométrico inverso (cambio entre los colores blanco y negro) debajo del damero original.

Tanto la calibración de la cámara como la de la máquina estarán limitadas al área del patrón, lo que podría

superarse aumentando el tamaño del damero o con calibraciones locales que puedan interpolarse.

Para la calibración de la cámara y para el tratamiento digital de las imágenes de las huellas de maquinado se usó la herramienta libre de visión artificial incluida en [17]. Una vez disponible el patrón-huella de mecanizado se avanza al procesamiento digital de imágenes para fotogrametría.

El procedimiento implementado se resume en los siguientes pasos:

- Registro del patrón huella. Se dispone un montaje con trípodes y niveles que promueva el paralelismo entre el plano de la cámara y el patrón huella. La cámara se configura en “blanco y negro” y en la máxima resolución. Se toma la primera fotografía, que se procesará y reservará para la fotogrametría.
- Se gira, sucesivamente, el patrón, registrando un mínimo de 20 fotografías que serán la base para la calibración de la cámara. Se facilita montando el patrón en un trípode con rotula.
- Se calibra la cámara usando el conjunto de imágenes.
- Se corrigen las imágenes según los parámetros identificados para el lente.
- Se ajusta la imagen de referencia según la orientación relativa cámara-patrón estimada durante la calibración de cámara.

Para la imagen de referencia:

- Conversión escala de grises.
- Transformación a imagen binaria (blanco y negro) usando un filtro por umbral de intensidad luminosa (valores de 0 - 255).
- Filtrado de ruido por identificación de zonas homogéneas (eliminación de píxeles anómalos).
- Identificación de patrones geométricos en las imágenes, particularmente se asocian las huellas de maquinado a elipses.
- Determinación de las coordenadas del centroide de las huellas.
- Calibración de cámara para establecer la función que mapea la posición de un pixel en el sensor óptico a una posición en el plano de mecanizado.

Este procedimiento, en coordenadas del sensor óptico, se ilustra en la Figura 5. Al final del procedimiento se obtienen las coordenadas del centro de la herramienta en el plano del mecanizado y el error de posicionamiento con respecto a las coordenadas ideales de un mecanizado sin errores geométricos. Un estudio experimental de la incertidumbre de la fotogrametría se presenta en la sección 6 (apéndice).



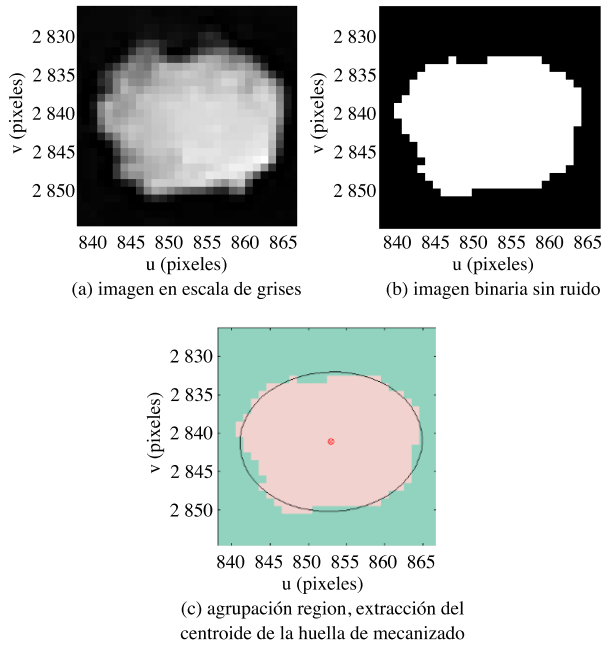


Figura 5. Tratamiento de imagen para la obtención de coordenadas del centro de la herramienta de una máquina ruteadora CNC. Fuente: elaboración propia.

## 4. Resultados

### 4.1. Medición del error

El error de posicionamiento de la herramienta de la máquina ruteadora CNC medido sobre la malla de posiciones de la Figura 4 presenta una media de  $-0,5$  mm para el eje  $x$  con una dispersión de  $\pm 0,422$  mm, mientras que para el eje  $y$  la media es  $1,39$  mm con una dispersión de  $\pm 0,526$  mm, como se presenta en la Figura 8. Para identificar la tendencia global de la exactitud de la máquina sin calibrar se calcula la norma del error de posicionamiento ( $|e| = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$ ).

La magnitud del error de posicionamiento aumenta, en las dos direcciones del plano de la ruteadora, cuando la herramienta se aleja del origen (cero de la máquina), según se registra en la Figura 6 y en la Figura 7. Esto lo explican las componentes acumulativas del modelo geométrico.

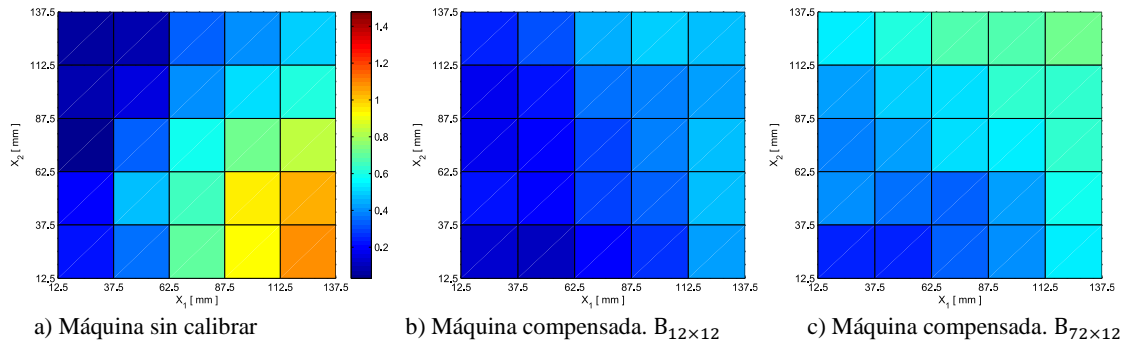


Figura 6. Error de posicionamiento en la dirección  $X_1$ . Fuente: elaboración propia.

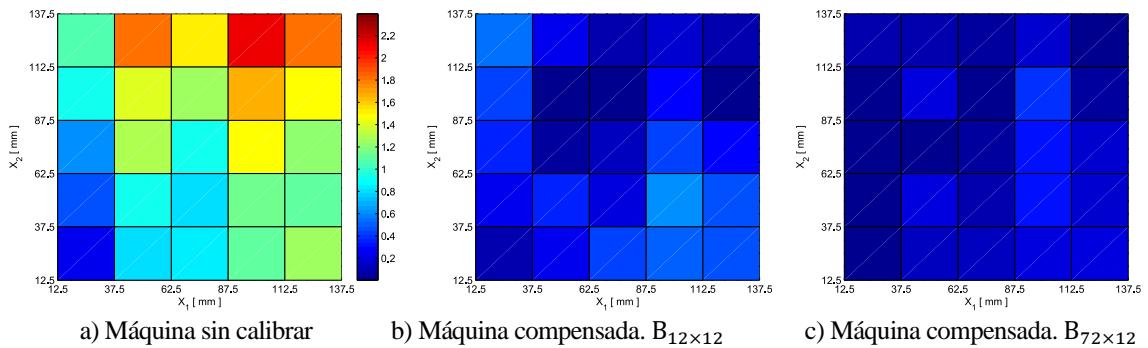


Figura 7. Error de posicionamiento en la dirección  $X_2$ . Fuente: elaboración propia.

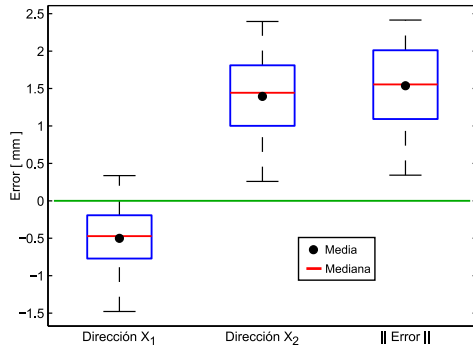


Figura 8. Error de posicionamiento de la herramienta. Máquina sin calibrar. Fuente: elaboración propia.

#### 4.2. Modelo geométrico

El registro de los errores de posicionamiento en cada punto y dirección de la malla de posiciones representa un universo discretizado para la calibración cinemática. Usando la expresión (5) como módulo constructivo del modelo geométrico se obtiene un sistema de 108 ecuaciones posibles para la estimación de los 12 parámetros.

Teniendo en cuenta la recomendación empírica de al menos el doble del mínimo de mediciones, y la construcción de un subespacio óptimo del universo discretizado de mediciones mediante el algoritmo DETMAX, se diseñan dos calibraciones: (i) usando un subespacio mínimo, de 12 registros, y denotado  $B_{12 \times 12}$ , y (ii) usando un subespacio de registros que contenga al menos 36 mediciones en las direcciones  $x$  y  $y$  y denotado  $B_{72 \times 12}$ .

En ambas estrategias de calibración se requieren registros con error nulo en la dirección  $z$  para garantizar la estabilidad numérica del sistema. Se asumió  $z = 1$ . Implementando el algoritmo DETMAX, con los módulos constructivos de la expresión (5), y estimando los parámetros mediante la pseudoinversa de Moore-Penrose se llega a la ecuación (6). Los valores estimados de los parámetros del modelo geométrico se pueden consultar en la Tabla 1, tanto para el subespacio mínimo  $B_{12 \times 12}$  como para el subespacio  $B_{72 \times 12}$ .

$$\mathbf{p} = (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \tilde{\mathbf{e}}. \quad (6)$$

La ecuación (6) representa una regresión lineal en la que se ajustan los 12 parámetros del modelo de manera que la diferencia entre la posición alcanzada y la posición requerida para la herramienta sea mínima. Los parámetros, que representan errores geométricos en las transformaciones de forma y de junta, se han descrito en el modelo geométrico, sección 2.

Tabla 1. Valores de los parámetros obtenidos mediante el modelo del error

Parámetro	$[Base]_{12 \times 12}$	$[Base]_{72 \times 12}$
$\rho_{11}$	$6,44 \times 10^{-3}$	$7,08 \times 10^{-3}$
$\rho_{21}$	$-5,62 \times 10^{-3}$	$-1,03 \times 10^{-3}$
$\Delta\alpha_2 - C_2^* \gamma_{11}$	$-2,73 \times 10^{-3}$	$-1,65 \times 10^{-3}$
$\Delta\alpha_4$	$3,95 \times 10^{-3}$	$5,16 \times 10^{-3}$
$\Delta\beta_2 + b_2^* \gamma_{11}$	$-3,44 \times 10^{-3}$	$-4,85 \times 10^{-3}$
$\Delta\beta_4$	$3,44 \times 10^{-3}$	$4,85 \times 10^{-3}$
$\Delta\gamma_4$	0	$-1,12 \times 10^{-3}$
$\alpha_{11}$	$-1,79 \times 10^{-3}$	$-3,09 \times 10^{-3}$
$\beta_{11}$	0	$-8,35 \times 10^{-3}$
$\alpha_{21}$	$-2,31 \times 10^{-3}$	$-2,00 \times 10^{-3}$
$\beta_{21}$	0	$1,32 \times 10^{-3}$
$\gamma_{21}$	0	$-1,48 \times 10^{-3}$

Fuente: elaboración propia.

Al componer los parámetros estimados en el modelo geométrico  ${}^1\mathbf{e}$  de la ecuación (3) se obtiene la siguiente ecuación para la estimación de los errores de posicionamiento en el espacio de trabajo:

$$\begin{bmatrix} e_{x1} \\ e_{x2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AX_2^2 + BX_2 + CX_1 + DX_3 \\ EX_1 + FX_2 + GX_3 + HX_1X_2 + IX_1^2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

donde  $X_1, X_2, X_3$  son las coordenadas del punto en la dirección  $x, y$  y  $z$  respectivamente. Los términos de segundo orden aparecen por la composición de los errores geométricos de primer orden sobre los desplazamientos lineales en las juntas activas. Los valores de las constantes  $A, B, C, \dots, I$  compuestos para la ecuación (7) se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Constantes obtenidas a partir de los parámetros del modelo de error

Constante	$[Base]_{12 \times 12}$	$[Base]_{72 \times 12}$
$A$	$1,16 \times 10^{-5}$	$1,01 \times 10^{-5}$
$B$	$3,91 \times 10^{-3}$	$5,20 \times 10^{-3}$
$C$	$-6,40 \times 10^{-3}$	$-7,10 \times 10^{-3}$
$D$	$-3,44 \times 10^{-1}$	$4,85 \times 10^{-3}$
$E$	$2,33 \times 10^{-3}$	$1,11 \times 10^{-2}$
$F$	$5,60 \times 10^{-3}$	$1,03 \times 10^{-2}$
$G$	0	$-1,12 \times 10^{-5}$
$H$	$-2,31 \times 10^{-5}$	$-2,01 \times 10^{-5}$
$I$	$-8,97 \times 10^{-5}$	$-1,55 \times 10^{-5}$

Fuente: elaboración propia.

### 4.3. Compensación del error

Dado que para este trabajo se ha medido la posición del centro de la herramienta a partir de las huellas de un mecanizado, entonces la compensación se enfoca exclusivamente en posicionar el centro. Otras compensaciones como diámetro y longitud de la herramienta no se tienen en cuenta, pero pueden incorporarse posteriormente al modelo, por ejemplo, usando un método como en [12]. La compensación del error se obtiene como una posición  $X_c$  que es la diferencia entre la posición nominal  $X_t$  y el error  $e(X_t)$  estimado a partir del modelo geométrico de la ecuación (7), entonces  $X_c = X_t - e(X_t)$ .

Al maquinar el punto compensado  $X_c$  se tendrá un error de posicionamiento menor que el error al maquinar el punto  $X_t$ , como se presenta en la Figura 2. Como verificación experimental el procedimiento de compensación se implementó para los 36 puntos del patrón-huella de mecanizado y se midió el error de posicionamiento, según se registra en las Figuras 6, 7 y 9.

Los resultados se describen a continuación para las direcciones  $x$  y  $y$  del plano de ruteado:

En el eje  $x$

- Para el subespacio de registros  $B_{12 \times 12}$  la media del error de posicionamiento mejora un 24,7% con respecto al error inicial al pasar de  $-0,5$  mm a  $-0,377$  mm y la dispersión del error disminuye en un 56,7% con respecto a la máquina sin calibrar pasando de una dispersión de los datos de  $\pm 0,422$  mm a  $\pm 0,182$  mm, como se presenta en la Figura 9.

- Para subespacio de registros  $B_{72 \times 12}$  la media del error de posicionamiento no tiene una mejora evidente, sin embargo, la dispersión del error es 54,4% menor con respecto a la máquina no calibrada, según se registra en la Figura 9.

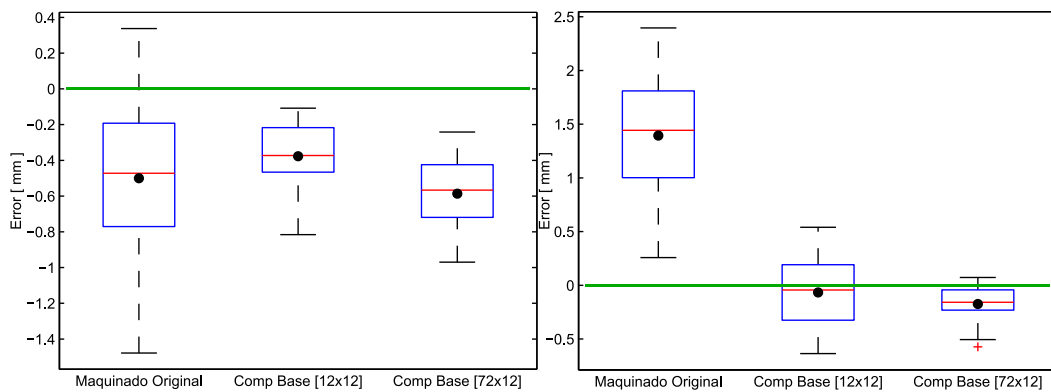
En el eje  $y$

- Para los dos subespacios de registros usados para la calibración la media del error de posicionamiento mejora significativamente con respecto a la máquina sin calibrar. Para el subespacio  $B_{12 \times 12}$ , comparado con la máquina sin calibrar, pasa de un error promedio de 1,39 mm a  $-0,066$  mm que representa un 95% de mejora, mientras que para el subespacio  $B_{72 \times 12}$  se llega un error de posicionamiento promedio de  $-0,174$  mm que representa un 87,5% de mejora.

- La dispersión de los errores de posicionamiento se redujo en ambas calibraciones, en un 39,7% y un 68,9% para los subespacios  $B_{12 \times 12}$  y  $B_{72 \times 12}$  respectivamente. Los resultados se registran en la Figura 9.

### 5. Conclusiones

El sistema de medición mediante visión monocular usando patrón geométrico puede considerarse una alternativa viable y económica ante la necesidad de obtener coordenadas en un plano, presentándose como un instrumento de medición con una incertidumbre global dentro de los parámetros admisibles para la calibración de máquinas dedicadas a la manufactura de ornamentos, mobiliario, o en general usadas para operaciones de desbaste, limitadas a un espacio de trabajo plano en un contexto artesanal. El contexto de trabajo resulta equiparable con lo requerido por la norma ISO 2768-c.



(a) Dirección  $X_1$ . Máquina sin compensar y máquina compensada. (b) Dirección  $X_2$ . Máquina sin compensar y máquina compensada.

Figura 9. Norma del error de posicionamiento de la herramienta. Fuente: elaboración propia.

Tabla 3. Porcentaje de mejora respecto al maquinado inicial para la norma del error

Medida	Maquinado Inicial [mm]	Comp [mm] [12X12]	Mejora [12X12]	Comp [mm] [72X12]	Mejora [72X12]
Valor Máx	2,4146	0,9392	61,10%	1,1038	54,29%
$Q_3$	2,0117	0,6142	69,47%	0,7347	63,48%
Mediana	1,5541	0,4692	69,81%	0,6192	60,16%
$Q_1$	1,0926	0,3809	65,14%	0,4478	59,02%
Valor Mín	0,3427	0,1650	51,85%	0,2415	29,53%
Media	1,5378	0,4951	67,80%	0,6252	59,34%
Desviación	$\pm 0,5288$	$\pm 0,1806$	65,85%	$\pm 0,2202$	58,36%
Promedio			64,43%		54,88%

Fuente: elaboración propia.

Durante este trabajo se realizó la calibración de una máquina herramienta ruteadora CNC donde la medición de los errores de precisión se implementó mediante visión monocular y el registro de un patrón de doble propósito: la calibración del instrumento de medición y la medición de la posición del centro de la herramienta a través de huellas de maquinado. Para ambos ejes en el plano del espacio de trabajo se redujo la dispersión de los errores de precisión con respecto a la máquina sin calibrar. También se mejoró la exactitud al disminuir el error de posicionamiento medio. Los resultados se registran en la Figura 9.

Los resultados globales de la calibración, evaluados a través de la norma del error de posicionamiento medido en los 36 puntos del patrón-huella de maquinado, se registran en la Figura 10 y se resumen a continuación: Se disminuyeron tanto el promedio como la dispersión del error de posicionamiento del centro de la herramienta en las dos calibraciones  $B_{12 \times 12}$  y  $B_{72 \times 12}$ . Por ejemplo, el resultado para la calibración con el espacio óptimo de registros  $B_{12 \times 12}$  tiene una mejora en la exactitud del 67,85% con respecto al error de la máquina sin calibrar, al pasar de 1,5378 mm a 0,4951 mm. Así mismo, la precisión mejoró en un 65,8% con respecto a la dispersión del error de posicionamiento de la maquinado sin calibrar, al pasar de  $\pm 0,5288$  mm a  $\pm 0,1806$  mm. Los resultados están registrados en la Tabla 3.

Cualitativamente se destacan los siguientes aspectos del método de calibración propuesto en este trabajo:

- Facilidad. Se destaca el desarrollo del patrón-huella de maquinado que permite tanto la calibración del sensor óptico como la estimación de los errores de posicionamiento a partir de un único registro de imágenes. Para la compensación de la máquina se recurre a la modificación de las trayectorias por software, lo que se facilita al lograr el registro de la posición del centro de la herramienta a partir de la visión monocular.

- Bajo costo: No se requiere de inversiones significativas para adquirir instrumentación de medición y equipos para calibración de la máquina herramienta, ya que actualmente se encuentra una gran variedad de sensores ópticos con buena calidad y amplia discretización (megapíxeles) que se requiere para obtener las imágenes que serán analizadas.

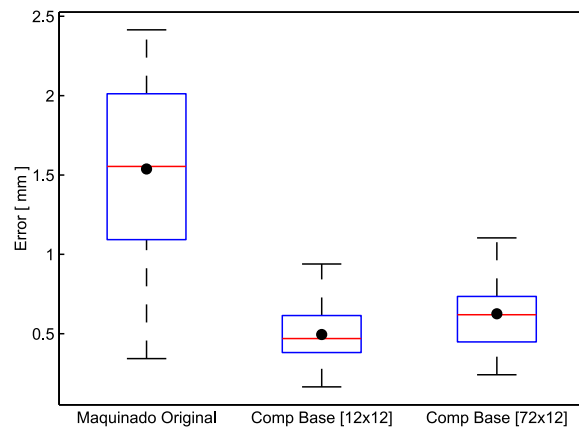


Figura 10. Norma del error antes y después de la calibración cinemática. Fuente: elaboración propia.

## Referencias

- [1] H. Schwenke, W. Knapp, H. Haitjema, A. Weckenmann, R. Schmitt, F. Delbressine, "Geometric Error Measurement and Compensation of Machines -an Update," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 57, no. 2, pp. 660-665, 2008. doi: 10.1016/j.cirp.2008.09.008
- [2] M. Wan, Y. Liu, W. Zhang, "A New Algorithm for the Identification of CNC Geometric Errors," *Procedia CIRP*, vol. 56, pp. 293-298, 2016. doi: 10.1016/j.procir.2016.10.086

- [3] S. Xiang y Y. Altintas, "Modeling and Compensation of Volumetric Errors for Five-axis Machine Tools," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 101, pp. 65-78, 2016. doi: 10.1016/j.ijmachtools.2015.11.006
- [4] Y. Qiao, Y. Chen, J. Yang, B. Chen, "A Five-axis Geometric Errors Calibration Model based on the Common Perpendicular Line (CPL) Transformation using the Product of Exponentials," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 118-119, pp. 49-60, 2017. doi: 10.1016/j.ijmachtools.2017.04.003
- [5] J. Yang, J. Mayer, Y. Altintas, "A Position Independent Geometric Errors Identification and Correction Method for Five-axis Serial Machines based on Screw Theory," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 95, pp. 52-66, 2015. doi: 10.1016/j.ijmachtools.2015.04.011
- [6] S. Ibaraki y W. Knapp, "Indirect Measurement of Volumetric Accuracy for Three-axis and Five-axis Machine Tools: A Review," *International Journal of Automation Technology*, vol. 6, no. 2, pp. 110-124, 2012. doi: 10.3929/ethz-a-007593181
- [7] J. Yang, H. Ding, "A New Position Independent Geometric Errors Identification Model of Five-axis Serial Machine Tools based on Differential Motion Matrices," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 104, pp. 68-77, 2016. doi: 10.1016/j.ijmachtools.2016.02.001
- [8] S. Xiang, H. Li, M. Deng y J. Yang, "Geometric Error Analysis and Compensation for Multi-axis Spiral Bevel Gears Milling Machine," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 121, pp. 59-74, 2018. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2017.10.014.
- [9] A. Cifuentes, E. C. Nieto, "La rugosidad influenciada por factores geométricos en fresado de superficies," *Revista UIS Ingenierías*, vol. 18, no. 2, pp. 121-130, 2019. doi: 10.18273/revuin.v18n2-2019011
- [10] V. Kiridena, P. M. Ferreira, "Kinematic Modeling of Quasistatic Errors of Three-axis Machining Center," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 34, no. 1, pp. 85-100, 1994. doi: 10.1016/0890-6955(94)90042-6
- [11] V. Kiridena, P. M. Ferreira, "Parameter estimation and model verification of first order quasistatic error model for three-axis machining center," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 34, no. 1, pp. 101-125, 1994. doi: 10.1016/0890-6955(94)90043-4
- [12] V. Kiridena, P. M. Ferreira, "Computational approaches to compensating quasistatic errors of three-axis machining center," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 34, no. 1, pp. 127-145, 1994. doi: 10.1016/0890-6955(94)90044-2
- [13] H. Zhuang, J. Yan, O. Masory, "Calibration of Stewart platforms and other parallel manipulators by minimizing inverse kinematic residuals," *Journal of Fields Robotics*, vol. 15, no. 7, pp. 395-405, 1998. doi: 10.1002/(SICI)1097-4563(199807)15:7<395::AID-ROB2>3.0.CO;2-H
- [14] J. R. Ibañez, S. S. Marquez, E. T. Higuera, M. C. Salcedo, E. Y. Rodriguez, J. R. McKinley, "Controlador CNC para modernización del proceso de fresado a bajo costo: caso con fresadora Supernova," *Revista UIS Ingenierías*, vol. 18, no. 3, pp. 95-104, 2019. doi: 10.18273/revuin.v18n3-2019010
- [15] D. J. Novoa, J. G. Bustamante, W. A. Chaparro, "Dispositivo de alineación de muestras para el difractor de rayos X con control de posición e interfaz de manipulación," *Respuestas*, vol. 22, no. 1, pp. 84-95, 2017. doi: 10.22463/0122820X.856
- [16] R. Tsai, "A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3d machine vision metrology using off-the-shelf tv cameras and lenses," *IEEE Journal on Robotics and Automation*, vol. 3, no.4, pp. 323-344, 1987.
- [17] P. Corke, *Robotics, Vision and Control (Second edition)*, Berlin: Springer, 2017.
- [18] O. Masory, J. Wang, H. Zhuang, "On the accuracy of Stewart platform ii. kinematic calibration and compensation," *Robotics and Automation, Proceedings IEEE International Conference*, pp. 725-731, 1993.
- [19] M. P. Hernandez, *Evaluación de Datos de Medición. Guía para la expresión de la incertidumbre de medida (primera edición)*, Madrid: Centro Español de Metrología, 2008.

## Apéndice

### Caracterización del instrumento de medición

Para determinar la incertidumbre del instrumento de medición se realiza un conjunto de mediciones de un experimento aleatorio que determinan un espacio muestral, se ubica sistemáticamente un punto circular de 4 mm de diámetro con centro en  $q(x, y) = (62,5 \text{ mm}, 62,5 \text{ mm})$  punto que es equidistante para ambos ejes sobre el damero tal como se muestra en la Figura 11. Se procede a tomar las fotografías del damero teniendo en cuenta que el patrón represente más del 60% de la imagen capturada, para ello se debe ubicar la cámara en un trípode o soporte y ajustar el encuadre de la lente para contener la totalidad del damero de tal manera que el foco sea fijo para todas las capturas, se hace variar la inclinación del patrón un ángulo específico ( $\psi$ ) entre cada toma hasta tener un mínimo de 20 imágenes para extraer las coordenadas del punto  $q$  usando el tratamiento de imágenes descrito en la sección 3, de este modo se efectúa un análisis estadístico para obtener la incertidumbre por repetibilidad.

La variación de la inclinación de las imágenes tomadas es controlada con el uso de un soporte acoplado a una rotula que permite establecer control sobre el ángulo  $-30^\circ < \psi < 30^\circ$  tal como se muestra en la Figura 11. La condición físico-ambiental de mayor relevancia para la toma de las fotografías es la iluminancia la cual debe ser mayor a 350 lx.

Como instrumento patrón para corroborar la ubicación del punto  $q(x, y)$ , al igual que las dimensiones del damero, se usó un pie de rey digital Mitutoyo, su certificado de calibración fue expedido por el laboratorio de metrología de Equipos y Controles Industriales S.A (Empresa acreditada ubicada en Bogotá DC proveedor global de automatización y control de procesos, control de calidad, soluciones integradas para la industria, construcción de tanques, plantas e instalaciones industriales, ejecución de proyectos, <http://eci.co/>), mediante el cual se obtienen las incertidumbres tipo B, para determinar la confiabilidad del mensurando aportado por la cámara.

El sensor óptico usado para efectuar el mensurando del presente artículo es la cámara fotográfica digital Sony DSC-RX10M2 (Las características completas al igual que el manual de la cámara puede encontrarse en: <http://www.sony.com.ar/electronics/cameras-compactas-cyber-shot/dsc-rx10m2>) con un lente de apertura focal de F2.8 de 24 mm - 200 mm, usa como sensor un Exmor RS CMOS tipo 1.0 (13,2 mm  $\times$

8,8 mm) con una resolución de 20,2 Mp (Mega píxeles) efectivos y zoom óptico para la imagen digital fija 33  $\times$ .

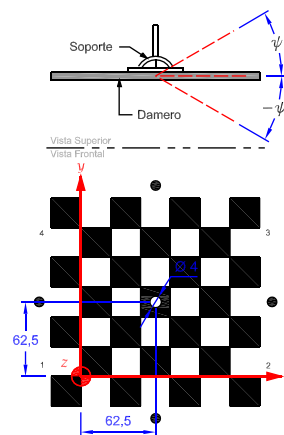


Figura 11. Tablero de pruebas para determinar la incertidumbre [mm]. Fuente: elaboración propia.

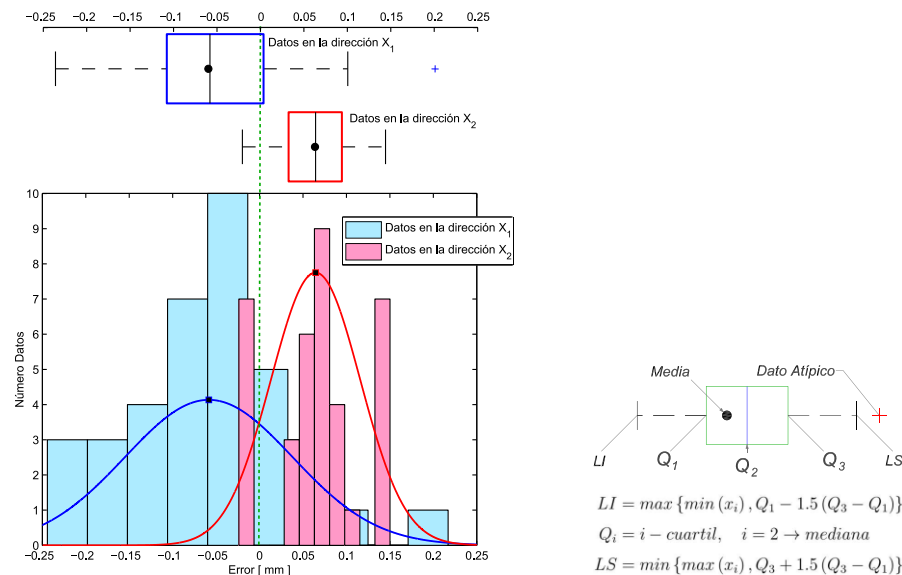
Se tiene que para el sensor en mención las mediciones en la dirección  $x$  presentan un error de  $-58,5 \mu\text{m}$  con una desviación típica de  $96,5 \mu\text{m}$  y para la dirección  $y$  el error es de  $64,5 \mu\text{m}$  con una desviación típica de  $51,5 \mu\text{m}$ , es decir, que presenta mayor dispersión de los datos el eje  $x$  tal como se muestra en la Figura 12. La incertidumbre de medición para la cámara usada en la dirección  $x$  y  $y$  es de  $\pm 47,3 \mu\text{m}$  y de  $\pm 39 \mu\text{m}$  respectivamente, tal como se muestra en la Tabla 4.

Finalmente, el desempeño al que se puede aspirar una vez efectuado la calibración es típicamente de un orden mayor en magnitud a la incertidumbre que tiene el procedimiento de medición [18], por tal razón para la máquina herramienta CNC de ruteado se espera un desempeño en el orden de las fracciones de milímetro.

Tabla 4. Valores de incertidumbre asociada al instrumento para su caracterización

Incertidumbre*		Coordenada	Coordenada
		$x [\mu\text{m}]$	$y [\mu\text{m}]$
Experimental	$u(x_1)$	15,9	8,5
Patrón	$u(x_2)$		0,8
Resolución	$u(x_3)$		2,9
Exactitud	$u(x_4)$		17,3
Combinada	$u(c)$	23,6	19,6
Expandida	$U, k_p = 2$	47,3	39

\* Los valores de incertidumbre se obtienen mediante la GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement) documento establecido por primera vez en 1993 a solicitud de BIPM con asociación de la ISO y la IEC (International Electrotechnical Commission); su última actualización se realizó en 2008 [19]. Fuente: elaboración propia.



Histograma del error medido en la dirección  $X_1$  y  $X_2$ .

Figura 12. Incertidumbre experimental del instrumento

### Determinación de la incertidumbre experimental via análisis de varianza multifactorial

Con la finalidad de determinar la incertidumbre presentada en la dirección  $X_2$ , se realizó un diseño experimental multifactorial con dos factores: uno cualitativo y uno cuantitativo. El factor cualitativo es el tipo de imagen al cual se le asignaron dos valores -1 para la imagen con corrección y 1 para la imagen sin corrección. El factor cuantitativo es la inclinación del damero tal como se referencia en la Figura 11. Para este proceso se seleccionaron cinco niveles determinados en grados sexagesimales:  $-30^\circ$ ,  $-15^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ . Como variables de respuesta se seleccionaron las coordenadas en mm de un punto (X, Y) sobre el damero con posición ideal de medición (62,5 mm, 62,5 mm). El experimento fue completamente aleatorizado, con tres réplicas y determinado en un único bloque hecho por una única persona con un único sistema de entrenamiento y cámara. Los resultados de las variables de respuesta se muestran en la Tabla 5. El experimento se analizó con un error tipo I de 95%, donde se estudian las interacciones de segundo orden entre factores. El número de niveles de factor del tipo de imagen no permitió estudiar la interacción cuadrática entre los niveles de este.

Los análisis de varianza (ANOVA) para ambas variables de respuesta se muestran en las Tablas 6 y 7, anotando que en ambos estudios se verificaron la normalidad, independencia y homocedasticidad de los residuales.

Los valores-P menores a 0,05 son significativos por lo que se deduce que el tipo de imagen y la interacción entre el tipo de imagen y la inclinación resultaron significativos en el experimento de medición de la coordenada X, mientras que el tipo de imagen y la inclinación resultaron significativos en el experimento de medición de la coordenada Y.

Tabla 5. Factores y variables de respuesta del experimento

Pruoba	Tipo de Imagen	Inclinación [°]	Coord. X [mm]	Coord. Y [mm]
1	-1	15	62,5068	62,5135
2	-1	0	62,5373	62,4716
3	1	-30	62,7437	62,3710
4	1	30	62,5242	62,4409
5	1	-15	62,6498	62,3580
6	1	15	62,5401	62,4475
7	-1	-15	62,5574	62,4295
8	-1	30	62,2829	62,4342
9	1	0	62,5750	62,4021
10	-1	30	62,6105	62,5068
11	1	30	62,7028	62,4322
12	-1	0	62,5331	62,4703
13	-1	-15	62,4509	62,4233
14	-1	15	62,5763	62,5127
15	1	15	62,6304	62,4427
16	1	-15	62,5943	62,3543
17	1	0	62,5837	62,4119
18	-1	-30	62,5254	62,4346
19	1	-30	62,6744	62,3623
20	-1	30	62,4821	62,5138
21	1	-30	62,7346	62,3631
22	-1	15	62,4716	62,5238



Tabla 5. Factores y variables de respuesta del experimento – continuación –

Prueba	Tipo de Imagen	Inclinación [°]	Coord. X [mm]	Coord. Y [mm]
23	-1	30	62,4806	62,5142
24	1	15	62,6041	62,4447
25	-1	0	62,5383	62,4706
26	1	30	62,6942	62,4475
27	1	0	62,5687	62,4012
28	-1	-30	62,3891	62,4348
29	-1	-15	62,4784	62,4186
30	1	-15	62,6086	62,3498
31	-1	-30	62,5566	62,4351
32	-1	30	62,4359	62,5133
33	-1	-15	62,5506	62,4260
34	1	-30	62,7443	62,3608
35	1	15	62,5370	62,4500
36	1	30	62,4945	62,4359
37	-1	0	62,5384	62,4668
38	-1	15	62,4629	62,5210
39	1	-15	62,6910	62,3571
40	1	0	62,5902	62,4031

Fuente: elaboración propia.

El análisis de medias LSD de Fisher con confianza de 95% para el factor tipo de imagen revela que hay diferencias significativas entre la imagen corregida y la imagen sin corregir mostrando una mejor aproximación al valor ideal la imagen corregida. No obstante hay una mayor precisión de medida para la coordenada X que para la coordenada Y. Dado que esta es una variable cualitativa la interacción con la inclinación en la medición de la coordenada X, se explica como una

medición más precisa de la coordenada con la imagen corregida de manera independiente a la inclinación. Los diagramas LSD para las coordenadas X y Y se muestran en las respectivas Figuras 13 y 14. Cabe anotar que la interacción entre factores no resultó significativa para la medición de la coordenada Y.

En cuanto al análisis de medias en la inclinación el análisis LSD de Fisher corrobora que para la medición de la coordenada X, la inclinación no es un factor significativo, no obstante si resulta ser un factor determinante en la medición de la coordenada Y. El análisis LSD de Fisher muestra que cada nivel de factor de inclinación tiene una media distinta siendo cada nivel un grupo diferente; esto es la medición de la coordenada Y depende directamente del ángulo de inclinación del damero.

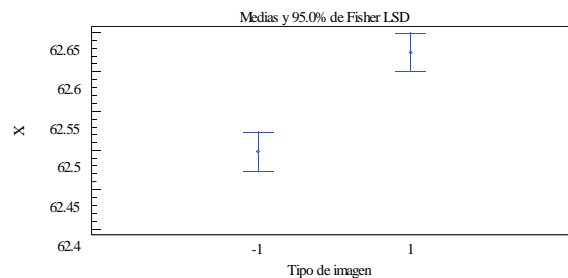


Figura 13. Comparación de medias para el tipo de imagen en la medición de coordenadas X. Fuente: elaboración propia.

Tabla 6. ANOVA para la variable de respuesta Coord. X

Factor de variación	S. C.	G. L.	M. C.	Razón - F	Valor - P
A: Tipo de Imagen	0,158823	1	0,158823	32,53	0,0000
B: Inclinación	0,00619872	1	0,00619872	1,27	0,2675
AB	0,0354987	1	0,0354987	7,27	0,0107
B <sup>2</sup>	0,000869143	1	0,000869143	0,18	0,6756
Error Total	0,170864	35	0,00488182		
Total	0,372253	39			

Fuente: elaboración propia.

Tabla 7. ANOVA para la variable de respuesta Coord. Y

Factor de variación	S. C.	G. L.	M. C.	Razón - F	Valor - P
A: Tipo de Imagen	0,0488881	1	0,0488881	169,81	0,0000
B: Inclinación	0,0478584	1	0,0478584	166,23	0,0000
AB	0,00000987013	1	0,00000987013	0,03	0,8542
B <sup>2</sup>	0,0000099008	1	0,0000099008	0,03	0,8540
Error Total	0,0100764	35	0,000287897		
Total	0,106843	39			

Fuente: elaboración propia.

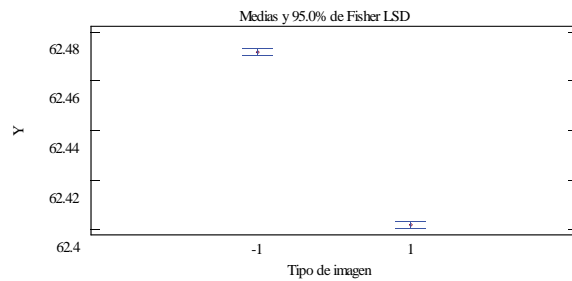


Figura 14. Comparación de medias para el tipo de imagen en la medición de coordenadas Y. Fuente: elaboración propia.

La Figura 15 muestra la comparación de medias para el factor inclinación en la medición de la coordenada Y, donde además se puede establecer que el valor más preciso resulta para una inclinación del damero de  $15^\circ$ .

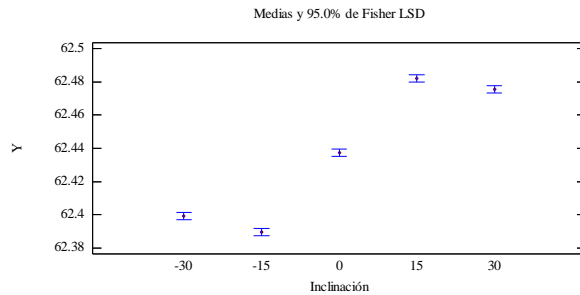


Figura 15. Comparación de medias para la inclinación en la medición de coordenadas Y. Fuente: elaboración propia.

El diseño de experimentos permite concluir que la incertidumbre en la medición detectada en el desarrollo del artículo corresponde al instrumento óptico (cámara) que no registra adecuadamente las coordenadas ubicadas en el eje Y mostrando distorsión de la imagen. Las mediciones en los experimentos de calibración se realizaron con los planos de cámara y damero paralelos.

Una recomendación significativa consiste en tomar las imágenes con una inclinación del instrumento de  $15^\circ$  respecto a dicha dirección. El experimento también concluye que la medición de la coordenada en el eje X es independiente del ángulo de inclinación. En ambos casos la imagen debe ser corregida para mejorar la precisión.