SAPIENTIAE: Revista de Ciencias Sociais, Humanas e Engenharias
ISSN: 2183-5063
ISSN: 2184-061X
revistasapientiae@gmail.com
Universidade Óscar Ribas
Angola

Proposta dos parâmetros de transformação de coordenadas rectangulares da Província de Luanda do elipsoide de Clark 1880 para o Wgs 84

António Alves Teixeira De Carvalho
Proposta dos parâmetros de transformação de coordenadas rectangulares da Província de Luanda do elipsoide de Clark 1880 para o Wgs 84
SAPIENTIAE: Revista de Ciencias Sociais, Humanas e Engenharias, vol. 5, núm. 1, 2019
Universidade Óscar Ribas, Angola

Proposta dos parâmetros de transformação de coordenadas rectangulares da Província de Luanda do elipsoide de Clark 1880 para o Wgs 84

Proposal of the Processing Parameters for the Conversion of Rectangular Coordinates of the Luanda Province from Ellipsoid Clark 1880 to WGS 84 /

Propuesta de parametros de transformación de coordenadas rectangulares de la provincia de Luanda del Elipsoide Clark 1880 para el WGS 84

António Alves Teixeira De Carvalho
Universidades Agostinho Neto (UAN) e da Universidade Óscar Ribas (UÓR), Angola
alvesprofessor2015@gmail.com

Redalyc: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=572761149006

Resumo:

A atividade geodésica experimenta uma transformação significativa com o surgimento dos sistemas de posicionamento por observações de Satélites Artificiais Terrestres (SAT). A sua capacidade atual permite a determinação com alta precisão, da posição de qualquer objeto sobre a superfície da terra, aliada à rapidez e comodidade, superando os métodos clássicos em muitos aspetos. Com a adoção do sistema WGS 84 (World Geodetic System), os documentos cartográficos, em uso atualmente e produzidos com base no sistema Clark 1880 que é um sistema topocêntrico, terão de ser transformados ou adequados ao novo referencial geocêntrico. No presente artigo fez-se ênfase na determinação dos parâmetros de transformação na Província de Luanda. Os procedimentos metodológicos seguidos fundamentam-se na pesquisa descritiva, onde se destaca o método dedutivo, com base nos resultados obtidos através dos dados coletados. Neste contexto foram utilizados 8 pontos da Rede Geodésica de Angola (RGA), com coordenadas retangulares, referenciados no elipsoide Clark 1880 e WGS 84. Solucionado o sistema de equações normais, foram estimados os quatro parâmetros de transformação de Luanda (ΔX= -195.9722 metros; ΔY= + 53.8010 metros; γ = 1.5708 arcseg; m = 0.9999), pelo método dos mínimos quadrados. A avaliação dos resultados foi feita pela comparação das diferenças entre as coordenadas estimadas pelo ajustamento e os valores de referência, isto é, os valores conhecidos. Os resultados demonstraram que o modelo se apresenta apropriado para a transformação de bases cartográficas, sobretudo às de escalas iguais ou menores que 1:5000.
Palavras – chaves: Clark 1880, Datum, Elipsóide; Parámetros, WGS84. Recebido: Fevereiro 2019 Aceitado: Junho 2019 114

Resumen:

La actividad geodésica experimenta una transformación significativa con el surgimiento de los sistemas de posicionamiento por observaciones de satélites artificiales terrestres (SAT). Su capacidad actual permite la determinación con alto nivel de precisión de la posición de cualquier objeto sobre la superficie de la tierra, además de la rapidez y comodidad, superando los métodos clásicos en muchos aspectos. Con la adopción del sistema WGS 84 (World Geodetic System), los documentos cartográficos, en uso actual y producidos con base en el sistema Clark 1880 que es un sistema topocentrico, tendrán que ser transformados o adecuados a la nueva referencia geocentrica. El presente artículo pretende utilizar esta transformación conforme a la determinación de los parámetros de la misma en la provincia de Luanda. Los procedimientos metodológicos del trabajo se llevaron cabo mediante una investigación descriptiva, donde el método científico a usar fue el deductivo, con base a los resultados obtenidos a través de la recolección de datos presentados de forma estadística. En este contexto fueron usados 8 puntos de la red geodésica de Angola (RGA) con coordenadas rectangulares referenciados en el elipsoide Clark 1880 y WGS 84. Solucionado el sistema de ecuaciones normales, fueron estimados los cuatro parámetros de transformación de Luanda (ΔX= 195.9722 metros; ΔY= + 53.8010 metros; γ = 1.5708 arcseg; m = 0.9999), por el método de los mínimos cuadrados. La evaluación de los resultados está hecha por la comparación de las diferencias entre las coordenadas estimadas por los ajustes y los valores de referencia, es decir, los valores conocidos. Los resultados demuestran que el modelo es apropiado para la transformación de las bases cartográficas a escalas iguales o menores que 1:5000.

Palabras clave: Clark 1880, Datos, Elipsóide, Parámetros, WGS84.

Abstract:

The geodetic activity in Angola has seen a tremendous advancement with the advent of global positioning systems via Artificial Earth Satellites (AES). The capacity of such systems permits users to locate with high degree of accuracy any object on the surface of the ground. Such ability coupled with its speed of execution and availability makes AES a far superior methods of observation than its predecessors. However, the adoption of the World Geodetic System (WGS 84) creates a need to update the cartographic literature currently in use, from the Ellipsoid Clark 1880 system, a topocentric system, to the WGS 84 System, a geocentric system. The present article intends to use the transformation conforme to the determination of the transformation parameters in the Province of Luanda. The methodology used for this project is fundamentally based on, as far as its procedures, a descriptive research where the deductive scientific method used is based on the results obtained from the data gathered. The results are thereafter presented in statistical form. This study utilizes 8 points from the Geodetic Network of Angola (GNA) and rectangular coordinates referenced from Ellipsoid Clark 1880 and WGS 84. Solved the system of normal equations, were estimated four parameters of conversion of Luanda (ΔX= -195.9722 metros; ΔY= + 53.8010 metros; γ = 1.5708 arcseg; m = 0.9999), based on the method of minimum squares. To evaluate the results, a comparison was made between the differences in coordinates estimated by the adjustment and any known reference values. The results demonstrate that the model is appropriate for the conversion of cartographic bases with a scale equal or smaller than 1:5000.

Keywords: Clark 1880, Datum, Ellipsoid, Parameters, WGS 84.

INTRODUÇÃO

A realização prática de um referencial consiste da determinação das coordenadas de um conjunto de pontos sobre a superfície física da Terra. Para propósitos práticos é necessário que os diversos referenciais realizados possam se relacionar mediante alguma equação de transformação. Todavia, devido aos erros inerentes ao próprio processo de medida, estes são propagados para as coordenadas atreladas a um referencial materializado causando distorções na rede.

Devido à natureza dos dados originais, a heterogeneidade das técnicas observacionais e ao modelo matemático que relaciona estas quantidades, é improvável que as coordenadas estimadas sejam obtidas de uma maneira simples.

Um dos mais complexos problemas, no método das medições por satélites é transformar as coordenadas rectangulares, da projecção cartográfica cilíndrica transversal de Mercator referenciadas ao elipsóide local de Angola “Clark 1880” para o elipsoide global WGS-84.

A insuficiência dos actuais softwares utilizados para determinar os parâmetros de transformação de coordenadas, é a ausência de controlo da precisão das grandezas intervenientes nos cálculos impossibilitando assim avaliar a precisão com que foram calculados os parâmetros de transformação e as suas respectivas funções (Borisovich y Viktorovich, 2015).

O presente artigo pretende utilizar a transformação conforme na determinação dos parâmetros de transformação na Província de Luanda.

O artigo está estruturado em cinco partes: a primeira apresenta o modelo matemático para a transformação de coordenadas espaciais rectangulares. Na segunda parte descreve o algoritmo de transformação de coordenadas na projecção de Mercator. Enquanto que na terceira parte faz-se uma estimativa dos parâmetros de transformação pelo método dos mínimos quadrados.

Na quarta parte são apresentados os materiais e métodos utilizados na pesquisa, assim com os procedimentos metodológicos realizados e as análises realizadas no estudo. Com isso se têm, determinado os parâmetros de transformação na Província de Luanda bem como as respectivas avaliações de precisão. A última parte centra-se nas conclusões e discussões dos resultados obtidos.

MÉTODO DE TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS ESPACIAIS

O modelo mais utilizado para realizar transformação de coordenadas entre sistemas geodésicos de referência é o modelo de transformação de Helmert (Fernando y Francisco, 2000). O modelo de transformação conforme, expressa a relação entre dois sistemas de coordenadas, por meio de sete parâmetros que envolve a transição de coordenadas curvilíneas geodésicas para coordenadas geocêntricas cartesianas.

No espaço este modelo matemático matricial de transformação conforme do sistema de coordenadas 1 para o sistema 2 é dado pela fórmula:

$X \; \Delta X \; 1 \; \varepsilon Z \; -\varepsilon Y \; X$

Y = (ΔY) + (1 + m) (−εZ 1 εX) (Y) , (1)

Z 2 ΔZ 1.2 εY −εX 1 Z 1 onde (X1, Y1, Z1)

- coordenadas cartesianas espaciais dos pontos do sistema de coordenadas 1 e (X2, Y2, Z2) - coordenadas cartesianas espaciais dos pontos do sistema de coordenadas 2, (#x, #y, #z) - rotações em torno dos respectivos eixos de coordenadas; (1+m) - coeficiente de escala; (ΔX, ΔY, ΔZ) - translações entre as origens dos sistemas.

Este modelo matemático de transformação de coordenadas é utilizado por exemplo na transformação de coordenadas do elipsoide global PARAMETRY ZEMLI 1990 PZ-90 (sistema Russo GLONASS) para o WGS-84 (sistema Americano NAVSTAR-GPS), no qual os angulos de rotação dos eixos (#x, #y, #z) são da ordem da unidade de segundos (Borisovich, 2010). Para o sistema de coordenadas locais tais como o elipsoide de Clarke 1880 utilizado em Angola, Datum Camacupa, não é aconselhavel aplicar a formula (1) uma vez que os angulos de rotação podem atingir grandezas bastante grandes. Neste caso, o processo de determinação dos paramêtros de transformação é substancialmente mais complicado.

Este método de transformação de coordenadas para o caso de Angola (Alves, 2012) acarreta algumas deficiências significativas a saber:

- para o cálculo das coordenadas rectangulares espaciais X, Y, Z é necessário conhecer a altura do quasegeóide em relação o elipsoide de referência Clark 1880, ou seja conhecer com bastante precisão a anamolia das alturas. Angola não possui um modelo de ondulação do geoide, nem se tem o conhecimento das anomalias das alturas e os intervalos da sua variação em todo o território; - fraca densidade de pontos da rede Astronomo-Geodésica;

- inexistência de uma rede Geodésica Espacial de ordem zero.

Nas medições geodésicas por observação de satélites obtem-se dois sistemas de coordenadas: as coordenadas rectangulares espaciais X, Y, Z e as coordenadas elipsoidais: latitude geodésica B, longitude geodésica L e a altura geodésica H que é determinada pela formula:

H = Hγ + ξ, (2) onde Hγ - altura normal; ξ - altura do quasegeóide.

Conforme Burkholder (2018), as coordenadas geodésicas dos pontos são transformadas em coordenadas espaciais rectangulares pela seguinte formula:

X (N + H)cosBcosL

Y = ((N + H)cosBsenL), (3)

Z (N + H)senB − e2NsenB

onde H - altura geodésica do vértice; N = a raio de curvatura da primeira

√1−e2sen2B

vertical; a -semieixo maior do elipsoide de referência; # − primeira excentricidade, e semieixo menor do elipsoide de referência.

a

A inexistência dos valores das anomalias das alturas, faz com que as coordenadas rectangulares espaciais dos pontos da Rede Geodésica Estatal, calculadas a partir dos valores das coordenadas curvilíneas, podem conter erros superiores a 10 - 20 metros (Alves, 2012). Além demais, as coordenadas rectangulares dos mesmos pontos, calculadas a partir dos resultados das medições de observações dos satélites nos sistemas de coordenadas PZ-90 ou WGS-84 podem ter erros que variam de 3 a 5 m. Usar fontes de informação tão grosseiras de erros, não permite determinar parâmetros de transformações fiáveis.

Da análise dos factos acima referidos, permite concluir, que para os trabalhos de geodesia e de engenharia de alta precisão em Angola, este não é o caminho ideal a tomar para o cálculo dos parâmetros de transformação.

Do resultado das observações de satélites as coordenadas espaciais rectangulares dos pontos, são transformadas em coordenadas geodésicas através das equações:

tg L = Y , (4)

X

a latitude geodésica B é aconselhável calcular pela fórmula de Bowling

(Mikhailovich, 2005):

Z r3+be#2z2 tg B = 3 2 2, (5)

R r −be(1−e)R

onde R ; r = √Z2 + (X2 + Y2)(1 − #2; e#2 #2 segunda

1−# excentricidade. De notar que as expressões (4) e (5), a longitude geodésica L e a latitude geodésica B não dependem da altura geodésica H, portanto, estas grandezas não serão distorcidos por erros causados pela falta de conhecimento da anomalia de altura. Por sua vez, o cálculo das coordenadas rectangulares na projecção transversal de Mercator, também são feitas sem o conhecimento da altura geodésica H dos pontos:

X ≈ NcosBΔL + #, (6)

Y ≈ # + # (7)

onde B – é a latitude geodésica em radianos; # – é o comprimento de arco de meridiano desde o Equador até a latitude geodésica B; ΔL – é a diferença em longitude do ponto de interesse ao meridiano central da zona cartográfica (33 S ou 34 S), medida em radianos.

Desse modo, no contexto retratado, pode-se concluir que o método mais racional para encontrar os parâmetros de transformação em Angola é utilizar as coordenadas baseadas no plano bidimensional cartesiano da projecção de Mercator em ambos sistemas.

ALGORITMO DE TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS NA PROJECÇÃO TRANSVERSAL DE MERCATOR (UTM)

O modelo matemático de transformação usado para esta aplicação é a transformação conforme de coordenadas no espaço bidimensional (Aleksandrovich, 2010). O modelo matemático desta transformação contém quatro parâmetros e expressa o relacionamento entre dois referenciais por meio de duas translações, uma rotação e um factor de escala.

A figura 1, mostra o relacionamento entre dois referenciais cartesianos bidimensionais, no qual as coordenadas de um ponto genérico P no referencial cartesiano (X,, Y,) é dado por (XP, , YP,) e no referencial (X, Y) do mesmo ponto é dado pelas coordenadas (XP, YP). As translações representadas por (ΔX, ΔY,) entram para compor o vector (R0), e a rotação entre os sistemas é representada por (#). O parâmetro (m) é utilizado para expressar o factor de escala da transformação.

Para qualquer ponto genérico Pi (figura1) cumpre-se a seguinte igualdade:

XP, = a + b + ΔX (8)

YP, = d − c + ΔY (9)

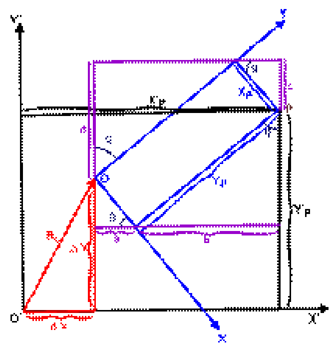

Figura 1 - Transformação conforme no espaço bidimensional.

elaboração própria.

As expressões (8) e (9) de acordo com as relações fundamentais de trigonometria (Dang e Thi, 2012) podem-se reescrever:

XP, = XP. #. cosγ + YP. #. senγ + ΔX (10)

YP, = YP. #. cosγ − XP. #. senγ + ΔY. (11) Agora, convém substituir as equações (10) e (11), para expressar o modelo geral de transformação de coordenadas na forma matricial como:

(XYP,,) = (XYP −YXP) . (##) + (ΔΔXY), (12)

P P P onde:

α = #. cosγ; β = #. senγ; γ −angulo de rotação entre os sistemas de coordenadas;

−factor de escala;

ΔX ; ΔY − translações da origem do sistema (X,, Y,) para o sistema (X, Y).

Para a aplicação da transformação conforme no espaço bidimensional (12) é necessário que existam pontos comuns, cujas as coordenadas cartesianas, sejam conhecidas em ambos referenciais e os parâmetros de transformação (ΔX, ΔY, γ, #), são estimados pelo método dos mínimos quadrados.

ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS (MMQ)

O método dos mínimos quadrados é uma técnica de optimização matemática, que estima as incógitas (parâmetros de transformação) envolvidas no processo de ajustamento e minimiza a função das correcções nas quais estão, de algum modo,ligados a um conjunto de observações redundantes por meio de um modelo adequado (Markuze, 2005).

Vários são os modelos que utilizam o método do mínimo quadrados. No entanto, o que será apresentado é o método paramétrico.

Por conveniência pode ser introduzida a coordenadas (Xi, Y#), de um ponto genérico Pi na expressão (12), de maneira que:

XYii,, −− YXii == YXii..((## −−11))−+XYii..ββ ++ ΔΔYX}. (13)

Agora, deslocando as origens dos sistemas nos respectivos centros de gravidade (cg), nomeadamente:

(Xcg, Ycg) = ([Xn] , [Yn]) ; (Xcg, , Ycg,) = ([Xn,] , [Yn,]), pode-se reescrever a equação (13) como:

#,i, − ξi = ξi. ϖ + ηi. β + ΔX## }, (14)

#i − #i = ηi. ϖ − ηi. β + ΔY## onde:

ξi = Xi − Xcg; ξ,i = Xi, − Xcg, ; ηi = Yi − Ycg; η,i = Yi, − Ycg, ; ϖ = (α − 1).

As diferenças ξ,i − ξi = Lξi e ηi, − ηi = Lηi podem ser consideradas como vectores dos valores observados (Markuze y Dmitrievich, 2016).

Quanto aos valores dos observáveis ajustados podem ser expressos explicitamente como uma função dos parâmetros ajustados, isto é, quando se verifica o modelo matemático:

Li = F(Xi) (15) diz-se que o ajustamento se processa pelo método paramétrico.

Sendo:

Li = Lj + V (16) onde:

Lj − vector dos valores observados;

V − vector dos resíduos;

Li − vector dos valores observados ajustados.

E também:

Xi = Xk + X (17) onde:

Xk − vector dos parâmetros aproximados;

X − vector das correções dos parâmetros; Xi − vector dos parâmetros ajustados.

O vector V dos resíduos é interpretado como correções às observações Lj como mostra a equação (16) e o vector X é estimado no processo de ajustamento.

Para as matrizes e vectores aqui apresentadas, o índice i define as quantidades ajustadas, o índice k representa as quantidades aproximadas e o j é usada para as quantidades observadas. O mínimo de pontos comuns com coordenadas conhecidas em ambos sistemas (referenciais), vai-se definir por n e a quantidade de parâmetros por u.

A equação (15) pode ser substituída pelas equações (16) e (17) e o modelo pode ser linearizado pela fórmula de Taylor (Piskunov, 1983), desprezando as parcelas de ordem dois e superiores:

Lj + V = F(Xk + X) = F(Xk) + # ##Xi |Xi=Xk . X (18)

Segundo Markuze (1989), a equação (18) pode - se escrever:

Lj + V = Lk + B . X (19)

V(2nx1) = A(2nx4). X(4x1) + L(2nx1), (20) onde:

∂F

B(2nx4) = ∂ Xi |Xi=Xk;

Lk = F(Xk);

L = Lk − Lj.

A equação (20) é o modelo linearizado do método de ajustamento paramétrico.

A matriz B das derivadas parciais e Lk, devem ser avaliadas em função dos parâmetros Xk.

Para pontos comuns com coordenadas cartesianas conhecidas (n) em ambos referenciais o modelo linearizado (20), é expressa convenientemente na forma:

V = BZ + L (21) onde:

B − Matriz dos coeficientes das incógnitas com um número de filas igual a 2n;

1 0 ξi ηi] ; i = 1,2, … … … . n B = [

0 1 ηi −ξi

Z − Matriz coluna dos coeficientes das incógnitas com o número de filas iguais aos parâmetros de transformação;

L − Matriz coluna das observações com o número de filas igual a 2n;

V − Matriz coluna dos resíduos com o número de filas igual a 2n.

Para solução da equação (21), é necessário minimizar a forma quadrática fundamental pelo método dos mínimos quadrados e obtém-se:

= VTV = min (22)

Para minimizar a equação (22) e obter a solução dos parâmetros, a derivada parcial em relação a Z deve ser nula (Piskunov, 1983). De (21) tem -se que:

∂V ∂# ∂V

= f(V) → = . (23)

∂Z ∂V ∂Z

∂V

B (24)

∂V Z

Na equação (23), o termo ∂V/ ∂Z pode ser substituído pelo seu equivalente

(24), de modo que:

∂ V = 2VTB = BTV = 0 (25)

∂Z

Recorrendo à equação (25), pode-se reescrever a equação (21) como:

BTBZ + BTL = 0 (26)

A equação matricial (26), representa um sistema de equações normais:

N(4x4)Z(4x1) + U(4x1) = 0 (27) onde:

N(4x4) = BT(4x2n)B(2nx4)

U(4x1) = BT(4x2n)L(2nx1)

A solução do sistema de equações normais (27), que são os parâmetros de transformação é dada por:

Z(4x1) = N−(41x4)(−U(4x1)) (28)

A equação (28) mostra que a matriz a ser invertida na aplicação possui ordem igual a quatro, o que não oferece dificuldade do ponto de vista computacional. Para outas aplicações, onde tem-se um número elevado de incógnitas a serem estimados, a inversão da matriz N, pode ser não tão simples exigindo alternativas para a solução do problema.

Para os casos complexos de um número elevado de parâmetros, a matriz inversa dos coeficientes da matriz N, recomenda-se a utilizar o método de decomposição de Cholesky (Doherty, 2010) que tem sido bastante eficiente para os referidos casos.

Estimados os parâmetros Z, o vector dos resíduos V obtém-se:

V(2nx1) = B(2nx4)Z(4x1) + L(2Nx1) (29)

Da equação (28) o produto da matriz inversa N−(41x4) por (−U(4x1)), pode ser igual a zero, impossibilitando assim a determinação dos parâmetros de transformação

(Z(4x1)).

Diante do exposto, tem-se que buscar uma diferente possibilidade de determinação dos parâmetros de transformação. Na equação (21) depois de minimizada, é encontrada a matriz B dos coeficientes das incógnitas (Markuze,

1 0 2010), Bi = [0 1 a saber: 1 0 BTi = [ξ0i η1i]. ηi −ξi ξi ηi ηi] ; i = 1,2, ... n, em seguida determina-se a matriz BTi −ξi Importar tabla

Assim a matriz N = BT(4x2n)B(2nx4) assume a seguinte forma:

n 0 [ξi] [ηi]

0 n [ηi] [−ξi] N(4x4) = [ξi] [ηi] r 0

[[ηi] [−ξi] 0 r] onde: n é o número de pontos comuns em ambos referenciais; r = [ξi]2 + [ηi]2.

A matriz normal N é uma matriz simétrica.

A matriz L é a matriz das observações ou seja a matriz dos termos independentes a saber:

###

Li = [###] ; onde:

= ξ′# − ##; ### = η′# − ##.

A matriz dos elementos livres U(4x1) = BT(4x2n)L(2nx1) se escreve como:

[###]

[###]

= [ξi###] + [ηi###] .

[[ηi###] − [ξi###]] Foi definido que:

ξi = Xi − Xcg (30) ηi = Yi − Ycg (31)

As equações (30) e (31) podem ser representadas respectivamente da seguinte forma:

ξ1 = X1 − Xcg ξ2 = X2 − Xcg

ξ3...=... X...3 ...−...Xcg... ; (32)

ξn = Xn − Xcg

+ − − − − − − − −

[ξ] = [Xi] − nXcg }

η1 = Y1 − Ycg η2 = Y2 − Ycg

η...3 ...=... Y3...−...Y...cg (33) ηn = Yn − Ycg

+ − − − − − − − −

[η] = [Yi] − nYcg }

Sabe-se que:

[X]

Xcg = n

[Y]

Ycg = n .

Nos somatórios das expressões (32) e (33), podem ser substituídos respectivamente pelos termos equivalentes de Xcg e Ycg, de modo que:

[X]

[ξ] = [Xi] − n → [ξ] = 0 (34)

n

[Y]

[η] = [Yi] − n → [η] = 0 (35)

n

Consequentemente:

[###] = [###] = 0.

A equação matricial N(4x4)Z(4x1) + U(4x1) = 0, que representa o sistema de equações normais, neste caso, é expressa da seguinte forma:

n 0 [ξi] [ηi] ΔXξi [Lξi] 0

0 n [η] [−ξ]

[[[ηξii]] [[−ηξi]i] i r0 0r i] [ΔϖβYηi] + [[[ηξiiLLξξii]] [+L−ηi] [[ηξiiLLηηii]]] = [000] } (36)

Das condições (33), (34) e (35) o sistema de equações (36) pode ser reescrita da forma seguinte:

[n n0 0 0 ΔXξi 00 00] (37)

00 0 0r 00] [ΔYηi] + [ξiLξi] + [ηiLηi] = [0 ϖ

0 0 0 r β

[[ηiLξi] − [ξiLηi]] 0 }

O sistema de equações (37) assume a forma:

#ϖ + [ξi###] + [ηi###] = 0} (38)

#β + [ηiLξi] − [ξiLηi] = 0

Do sistema (38) encontram-se as magnitudes ϖ = − [ξi###] − [ηi###], β =

#

− [ηiLξi] + [ξiLηi] e o valor de α, uma vez que o valor de ϖ = (α − 1).

#

Determinado as grandezas α e β onde α = m. cosγ; β = m. senγ; pode-se formular o seguinte sistema:

α2 = m2cos2γ

2 2sen2γ} (39)

β = m

O factor de escala é obtido da expressão (39), o qual é dada por:

m (40)

Conhecido o factor escala, encontra-se o ângulo de rotação entre os referênciais pela fórmula:

γ = arctg (41)

Para determinar os pârametros ΔX e ΔY, que representa o deslocamento da origem de um sistema para o outro, recorre-se a equação (12), do método de transformação conforme de coordenadas.

Ao passar os termos da esquerda para à direita da expressão (12), obtém-se as equações de correções a introduzir nos deslocamentos ΔX e ΔY , que tomam a seguinte forma:

VXi = Xi. ((αα −− 11)) +− YXii..ββ ++ ΔΔXY −− XYii,, ++ YXii} (42)

VYi = Yi.

ou:

[[VVXiYi]] == [[XYii]]αα +− [[YXii]]ββ ++ nnΔΔXY −− [[XYii,,]]} (43)

De acordo com o teorema de Gauss (Markuze, 1994) para a resolução do sistema da equação (42) tem que se cumprir a condição dos mínimos quadrados:

ATV = 0 → [VXi] = [VYi] = 0 (44)

Por conveniência, divide-se todos os membros do sistema (43) por n:

[VXi] = [Xi]α + [Yi]β + ΔX − [Xi,]
# # # #, (45)
[VYi] [Yi]α [Xi]β [Yi]
= # − # + ΔY − # }
Ao expressar as condições (44) no sistema (45), o mesmo poderá ser reescrito da forma:
0 = Xcgα + Ycgβ + ΔX − X′cg
′ } (46)
0 = Ycgα − Xcgβ + ΔY − Ycg
O deslocamento da origem de um referencial para o outro é dado pela expressão:
ΔX = X′cg − Xcgα − Ycgβ
′ − Ycgα + Xcgβ} (47)
ΔY = Ycg

DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS RECTANGULARES UTM NA PROVÍNCIA DE LUANDA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

O conhecimento dos parâmetros de transformação entre os referenciais vinculados ao Sistema de Posicionamento Global (GPS) e ao sistema geodésico adoptado em Angola, constitui uma necessidade da comunidade cartográfica usuária da técnica de posicionamento por satélite. Com objectivo de sanar este problema, um plano de trabalho foi elaborado pelo Departamento de Geodesia do Instituto de Geográfico e Cadastral de Angola (IGCA), onde, realizou-se um rastreamento de satélites em oito vértices na Província de Luanda, com o intuito de se obter os parâmetros de transformação entre os sistemas do Elipsoide de CLARK 1880 (DATUM CAMACUPA) e o WGS 84.

Para a realização de uma compatibilização entre os dois referênciais é necessário observar mais do que três vértices comuns nos dois sistemas envolvidos (Borisovich, 2006), para que se possa ter abundância de informação, permitindo assim usar o método dos mínimos quadrados (MMQ) na determinação dos valores mais prováveis para os parâmetros de transformação.

Com o intuito de mostrar os procedimentos de determinação dos parâmetros de transformação, a parte experimental foi divido em algumas etapas que serão apresentadas a seguir.

ÁREA DE ESTUDO

A área de estudo selecionada para a realização dos ensaios contidos neste trabalho, que serviu para testar e avaliar a metodologia proposta, foi a Província de Luanda. A Província tem uma superfície de 18887.771 Km2, com as seguintes confrontações: a Norte - com a Província do Bengo; a Sul – com a Província do Cuanza Sul; a Este – com a Província do Cuanza Norte e a Oeste com o Oceano Atlântico.

Neste ensaio, foram utilizadas as coordenadas de 8 vértices pertencentes à Rede Planimétrica da Rede Geodésica de Triangulação de Angola contidas nas últimas realizações deste sistema, denominadas de RGA. A figura 2 mostra a área de estudo com as estações da RGA.

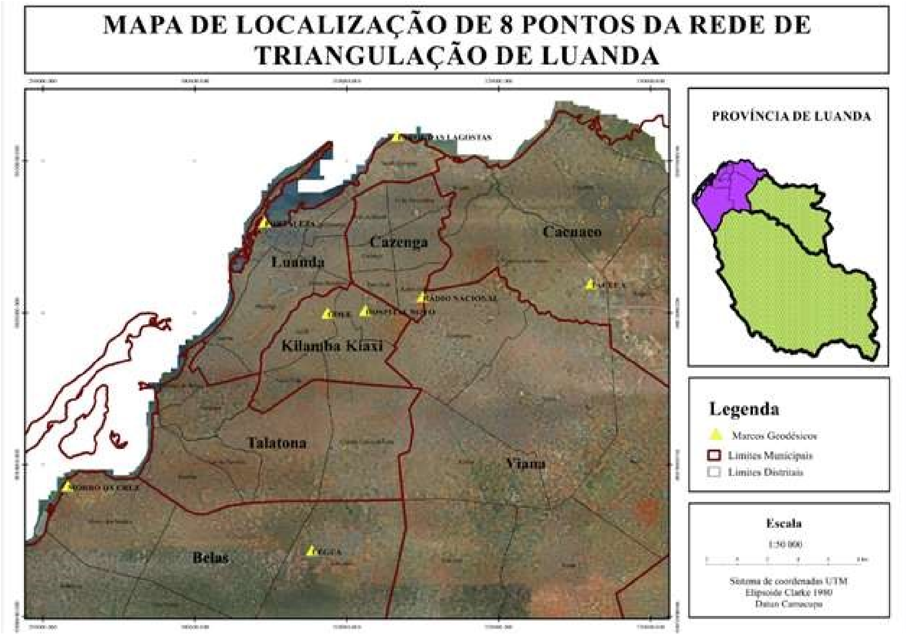

Figura 2 - Ilustração dos vértices utilizados na determinação dos parâmetros de transformação na Província de Luanda.
elaboração própria.

As posições cartesianas dos vértices nos sistemas CLARK 1880 (DATUM CAMACUPA) e WGS-84 utilizados na determinação dos parâmetros são mostradas nas tabelas 1 e 2.

Tabela 1 - Coordenadas rectangulares UTM dos vértices no sistema CAMACUPA

ID	X (m)	Y (M)	COTA (m)	DESCRIÇÃO
1	313644.50	9031787.28	79.34	FAROL DAS LAGOSTAS
2	311545.73	9020285.84	101.36	HOSPITAL NOVO
3	304914.21	9026104.21	56.60	FORTALEZA
4	291945.24	9008728.94	53.73	MORRO DA CRUZ
5	326378.50	9022056.60	125.77	TACULA
6	308028.82	9004498.37	111.45	LÉGUA
7	315323.29	9021186.074	91.0	RÁDIO NACIONAL
8	309060.78	9020121.570	110.08	GOLF

IGCA (2018)

Tabela 2- Coordenadas rectangulares UTM dos vértices no sistema WGS-84.

ID	X (m)	Y (M)	H ELIPSOIDAL (m)	DESCRIÇÃO
1	313326.9825	9031552.226	98.5946	FAROL DAS LAGOSTAS
2	311228.3242	9020050.553	120.5155	HOSPITAL NOVO
3	304596.4718	9025870.083	74.8616	FORTALEZA
4	291626.6434	9008495.882	73.2346	MORRO DA CRUZ
5	326062.2433	9021823.234	138.8181	TACULA
6	307711.7561	9004262.42	131.3529	LÉGUA
7	315004.8463	9020951.164	11.1967	RÁDIO NACIONAL
8	308742.2112	9019886.03	XXXXXX	GOLF

IGCA (2018)

As informações referentes aos vértices localizados na Província de Luanda foram cedidas em 4 de Maio de 2018 pelo Instituto Geográfico e Cadastral de Angola (IGCA). Estas informações consistem da nota com referência 00142/DG.IGCA/2018, contendo as posições horizontais e verticais. Estes vértices da Rede Geodésica de Angola (RGA), onde as posições horizontais estão associadas ao elipsoide de referência de CLARK 1880 (DATUM CAMACUPA) e as verticais, que correspondem as altitudes em relação ao nível médio das águas do mar, estão associadas ao DATUM VERTICAL (MAREÓGRAFO DE LUANDA), sito na base da Marinha de Guerra na Ilha de Luanda. As cotas são provenientes dos nivelamentos geométricos e trigonométricos (Fernandes, 2005).

O procedimento de cálculo e avaliação qualitativa dos parâmetros de transformação, é uma tarefa que requer entre outras fases de colecta, processamento, análise e ajuste de uma série de dados, sendo para tal necessário adoptar um modelo de cálculo que permite realizar e por fim determinar os valores dos parâmetros com redundância.

O processamento dos dados para a geração dos resultados mostrados neste trabalho foi realizado utilizando-se rotinas desenvolvidas em ambiente MATLAB. Os arquivos de entrada e saída, são em formato texto compatíveis com o MATLAB.

Da resolução dos sistemas de equações (38) e (47), foram encontrados os valores ajustados dos parâmetros de transformação (tabela 3), na Província de Luanda do sistema UTM-CAMACUPA para o sistema UTM-WGS-84.

Tabela 3 - Os parâmetros de transformação na Província de Luanda.

MODELO	PARÂMETRO	VALOR
CONFORME	TRANSLAÇÃO Δ X	-195.97223227 m
	TRANSLAÇÃO Δ Y	+ 53.80102521 m
	ROTAÇÃO γ	1.5708087 arcseg
	FACTOR ESCALA m	0.99996759

elaboração própria

A transformação aqui apresentada é dada pelo sentido CAMACUPA → WGS 84, pelo que a transformação inversa, de WGS 84 para CAMACUPA, pode ser feita com recurso a relação matricial (12) trocando o sinal dos quatro parâmetros, de translação, rotação e o factor escala.

Aplicando os parâmetros de transformação estimados à lista de coordenadas da tabela 1 fornecida pelo IGCA e transformando-as de acordo o sistema matricial

(12), obtém-se a uma lista de coordenadas rectangulares transformadas em WGS 84 que comparadas com as coordenadas da tabela 2 conduzem aos resíduos dos vértices (tabela 4).

Tabela 4- Resíduos de 8 vértices em X e Y, determinados a partir das diferenças das coordenadas transformadas com os parâmetros e as coordenadas de GPS no sistema WGS 84.

VÉRTICE GEODÉSICO	V_X (m)	V_Y (m)
FAROL DAS LAGOSTAS	+ 0.4475	- 0.1987
HOSPITAL NOVO	+ 0.3484	- 0.6883
FORTALEZA	- 0.1264	+ 0.7423
MORRO DA CRUZ	- 1.6202	+1.4090
TACULA	+2.0000	+1.1964
LÉGUA	+ 0.3816	-1.8192
RADIO NACIONAL	- 0.5555	- 0.3289
GOLF	- 0.8968	- 0.9158

elaboração própria

A tabela 5 representa a estatística, em X e Y, dos resíduos da estimação dos parâmetros de transformação.

A Tabela 5- Estatística dos resíduos dos 8 vértices em X e Y

ESTATÍSTICA	V_X (m)	V_Y (m)
1	+ 0.4475	- 0.1987
2	+ 0.3484	- 0.6883
3	- 0.1264	+ 0.7423
4	- 1.6202	+1.4090
5	+2.0000	+1.1964
6	+ 0.3816	-1.8192
7	- 0.5555	- 0.3289
8	- 0.8968	- 0.9158
MÉDIA	- 0.0027	-0.0754
DESVIO PADRÃO	1.0137	1.0423

elaboração própria

Da tabela 5 pode-se observar que a componente Y é a relativamente menos precisa, associada a variação da convergência dos meridianos, tendo em conta que a magnitude Y depende do comprimento de arco de meridiano desde o equador até a latitude geodésica B do referido ponto.

AVALIAÇÃO DA PRECISÃO DOS PARÂMETROS CALCULADOS

Determinados os parâmetros de transformação, outra informação qualitativa, são os erros médios quadráticos para cada um dos parâmetros.

De acordo com o princípio dos mínimos quadrados, os resíduos tendem a ser mínimos.
O erro médio quadrático é dado pelas expressões (Markuze, 2010):

$$= \sqrt{\frac{[VV]}{2n-4}} = \sqrt{\frac{16.9584}{12}} = 1.1888$$

Cálculo dos erros médios quadráticos dos parâmetros:
m m m
mm onde:
$Q\Delta X$, $Q\Delta Y$, $Q\gamma$ e Qm são os elementos da diagonal principal ### da matriz $N-1$.
Os valores de precisão dos parâmetros de transformação estão listados na tabela 6.

Tabela 6- Parâmetros de transformação e precisão na Província de Luanda.

PARÂMETRO	VALOR	PRECISÃO
TRANSLAÇÃO Δ X	-195.97223227 m	0.4203
TRANSLAÇÃO Δ Y	+ 53.80102521 m	0.4203
ROTAÇÃO γ	1.5708087 arcseg	3.41E - 05
FACTOR ESCALA m	0.99996759	3.41E - 05

elaboração própria

CONCLUSÕES

A utilização das tecnologias do Sistema Global de Navegação por Satélites (GNSS), para trabalhos de posicionamento geodésico de alta e média precisão é actualmente uma realidade que obriga a procurar estabelecer metodologias que permitam relacionar os sistemas de referências associados a estas técnicas globais com as locais.

Neste trabalho foi realizado um experimento em que se determinou os parâmetros de transformação bidimensional que possam ser usados para realizar a transformação de referencial geodésico de bases cartográficas na Província de Luanda.

A metodologia consistiu na utilização de dois grupos de dados fornecidos pelo IGCA que representam coordenadas no sistema de projecção cartográfica UTM, associados a diferentes Sistemas Geodésicos de Referência, a saber a Rede Geodésica de Angola (DATUM CAMACUPA) e o global (DATUM WGS84).

Realizou-se a estimação e avaliação da precisão dos parâmetros de transformações bidimensionais por meio de ajustamento dos mínimos quadrados pelo método paramétrico, entre as superfícies de projecção associadas a cada sistema de referência.

O resultado da avaliação dos parâmetros de transformação bidimensionais permitiu concluir que o modelo utilizado teve um bom desempenho, e que produziu, praticamente valores de resíduos menores ou igual que 2 metros. A avaliação da exactidão posicional tem como base a análise dos resíduos entre as coordenadas transformadas e seus homólogos observados (Petrovich, 2017).

Uma das formas de analisar a exactidão posicional é através de um indicador Padrão de Exatidão Cartográfico (PEC). A Associação Internacional de Cartografia (ICA), estabelece que as cartas de classe A devem ter um PEC em planimetria igual a 0.5mm x escala. Portanto para uma carta de classe A à escala 1:5000 o valor do PEC é de 2,5 metros, logo os resíduos obtidos (2 metros) são menores que o PEC e são absorvidos pela escala de representação do produto cartográfico.

Os parâmetros de transformação de coordenadas rectangulares UTM, propostos para a Província de Luanda nesta pesquisa, mostram -se fiáveis tendo em conta os testes e as comparações efectuadas entre as coordenadas observadas e as calculadas, podendo serem melhoradas, se a redundância de números de pontos com coordenadas conhecidas (pontos de observação) em ambas realizações forem maiores de formas a produzir melhores resultados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aleksandrovich, Nikolai. (2010). Sistema de Coordenadas Locais. Izdalstvo Prospekt. Russia.

Alves, Antonio. (2012). Modernização da Rede Geodésica de Angola com observações de Satélites. MIIGAIiK. Russia.

Borisovich, Evgeny. (2006). Método de observações de Satélites nas Medições Geodésicas. MIIGAiK. Rússia.

Borisovich, Evgeny. (2010). Os parâmetros de transformação entre os Elpsoides PZ-90 e WGS 84. Moscovo. Russia.

Borisovich, Evgeny & Viktorovich, Vasily. (2015). Método de medições por observações de Satélites Artificiais Terrestre (SAT). MIR. Russia.

Burkholder, Earl. (2018). The 3-D Global Spatial Data Model. Principles and applications. Taylor and Francis Group. USA.

Dang, Tring & Thi, Ta. (2012). Trigonometria. Mayamba. Angola.

Doherty, Andrade. (2018). Decomposição Lu e Cholesky. Obtido de http://wwwp.fc.unesp.br/~arbalbo/Iniciacao_Cientifica/sistemaslineares/teori a/3_Met_Cholesky.pdf Consulta 08/08/2018

Fernandes, Abilio. (2005). Fronteiras Terrestres de Angola. Faculdade de Ciências Universidade Agostinho Neto. Angola.

Fernando, Luis & Francisco, João. (2000). Transformação de Helmert generalizada no posicionamento de alta precisão. Revista Brasileira de Geofísica. Volume 18. Nº 2. Brasil. (Pp.161 – 172).

Instituto Geográfico e Cadastral de Angola IGCA. (2018). Listas de coordenadas rectangulares UTM da Província de Luanda DATUM CAMACUPA – BATUM WGS 84, Nota com Referência 000142/2018 de 4 de Maio 2018. Angola.

Markuze, Youre. (1989). Algoritmo para o Ajuste das Redes Geodésicas. Russia: Nedra.

Markuze, Youre. (1994). Cálculo e Ajuste. Geodezizdate. Russia.

Markuze, Youre. (2005). Teoria Matemática de Medições Geodésicas. MIIGAiK. Russia.

Markuze, Youre. (2010). Teoria de Processamenro Matemático de Medições Geodésicas. Alma Mater. Russia.

Markuze, Youre & Dmitrievich, Vasily. (2016). Teoria Matemática de Medições Geodésicas. Mir. Russia.

Mikhailovich, Konstantin. (2005). Utilização do Sistema de Radionavegação de Satélites em Geodesia. CartGeocentre. Rússia.

Petrovich, Peter. (2017). Cartografia Matemática. Akademitsiskii Prospekt. Rússia.

Piskunov, Nikolai. (1983). Cálculo Diferencial e Integral. MIR. URSS.

Notas

[1] Doutor em Ciências Técnicas (Geodesia Espacial). Professor das Universidades Agostinho Neto (UAN) e da Universidade Óscar Ribas (UÓR), Luanda, Angola. Correo electrónico: alvesprofessor2015@gmail.com