Diánoia
ISSN: 0185-2450
Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM

Melogno, Pablo
Una reevaluación del convencionalismo geométrico de Poincaré
Diánoia, vol. 63, núm. 81, 2018, pp. 37-59
Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM

DOI: 10.22201/iifs.18704913e.2018.81.1575

# Una reevaluación del convencionalismo geométrico de Poincaré

# [A Reappraisal of Poincaré's Geometrical Conventionalism]

PABLO MELOGNO
*Facultad de Información y Comunicación*
*Universidad de la República, Uruguay*
pablo.melogno@fic.edu.uy

**Resumen:** Janet Folina ha propuesto una interpretación del convencionalismo de Poincaré contraria a la que ofrecen Michael Friedman y Robert DiSalle. Ambos afirman que la propuesta de Poincaré queda refutada por la relatividad general pues supone una noción restrictiva de los principios *a priori*. Folina sostiene que el convencionalismo de Poincaré no es contradictorio con la relatividad general porque permite una noción relativizada de los principios *a priori*. Intento mostrar que la estrategia de Folina es ineficaz porque Poincaré no puede explicar el papel de la variedad de Riemann en la relatividad general. Concluyo que la tentativa de reconstruir el desarrollo de la relatividad general a partir de la filosofía de Poincaré puede constituir un obstáculo para comprender la radicalidad del cambio que la relatividad generó en las relaciones entre física y geometría.
**Palabras clave:** *a priori*, relatividad general, Janet Folina, Michael Friedman, Robert DiSalle

**Abstract:** Janet Folina has proposed an interpretation of Poincaré's conventionalism against Michael Friedman and Robert DiSalle. They both state that Poincaré's proposal is refuted by general relativity, since it implies a restrictive notion of *a priori* principles. Folina claims that Poincaré's conventionalism is not in conflict with general relativity because from Poincaré's proposal it is possible to extract a relativized notion of *a priori* principles. I intend to show that Folina's strategy is ineffective due to Poincaré's inability to explain the role of Riemann manifold in general relativity. I conclude that the attempt to reconstruct the development of general relativity from Poincaré's philosophy may be an obstacle to understanding the radical nature of the change that relativity brought to the relationship between physics and geometry.
**Key words:** *a priori*, general relativity, Janet Folina, Michael Friedman, Robert DiSalle

## *Introducción*

Janet Folina (Folina 2014) ha propuesto una reinterpretación del convencionalismo geométrico de Poincaré en respuesta a Michael Friedman (Friedman 1995 y Friedman 1999) y Robert DiSalle (DiSalle 2006), quienes han señalado que la propuesta de Poincaré queda refutada por el surgimiento de la teoría general de la relatividad y, en especial, por la adopción en ésta de una variedad de Riemann con espacio de curvatura

*Diánoia*, vol. 63, no. 81 (noviembre de 2018–abril de 2019): pp. 37–59 • e-ISSN: 1870–4913
DOI: https://doi.org/10.22201/iifs.18704913e.2018.81.1575

variable. Defienden también que Poincaré introdujo una noción restrictiva y poco flexible del papel de los principios *a priori* en la ciencia, cuyas limitaciones serían puestas de manifiesto por las vertientes más sofisticadas del empirismo lógico. Por último, consideran que Poincaré adoptó una actitud conservadora respecto de la geometría de Euclides y también de la geometría riemanniana para espacios de curvatura variable. En relación con la primera, por considerarla la base invariante de la física a pesar del desarrollo de las geometrías no euclidianas; en relación con la segunda, por considerarla *puramente analítica* y carente de posibilidades de aplicación a la teoría física.

Frente a esto, Folina defiende que 1) el convencionalismo de Poincaré es lo suficientemente flexible para no resultar totalmente contradictorio con la relatividad general;[1] 2) la categoría "convención" —tal como Poincaré la introduce— está expuesta a un control empírico de un modo tal que justifica la revisión de la base geométrica de la física y también la introducción de sistemas geométricos alternativos; 3) la propuesta de Poincaré no se restringe necesariamente a las geometrías que respetan la libre movilidad, por lo que puede aplicarse a geometrías en que no rige dicho principio —como ocurre en la relatividad general—, y 4) es posible extraer de la propuesta de Poincaré una noción relativizada de los principios *a priori* de la geometría próxima a la que después desarrollará Reichenbach 1965 (1920) y adoptarán los empiristas lógicos.

En este trabajo intento defender que la estrategia de Folina no es eficaz. Para esto revisaré tanto sus argumentos a favor de la postura de Poincaré como algunas de las objeciones de Friedman y DiSalle a las que aquellos pretenden responder.[2] Intentaré mostrar que, en contra de lo que defiende Folina, el convencionalismo de Poincaré no ofrece cabida para geometrías que no respetan el principio de libre movilidad y, en esa medida, no puede explicar el papel que cumple la variedad de Riemann en la relatividad general.[3] A partir de aquí sostendré que la

[1] Si bien Poincaré nunca presentó sus reflexiones sobre la geometría como un sistema reductible a un "ismo", la expresión "convencionalismo geométrico" es ampliamente aceptada en el contexto del debate en el que se sitúa este artículo, y por ello la daré por presupuesta.

[2] Los estudios sobre el convencionalismo de Poincaré y su relación con la relatividad son abundantes, desde los trabajos clásicos de Goldberg 1967 y Torretti 1978, pasando por Stump 1989 y Detlefsen 1992, hasta los de Galison 2003 y Béguin 2012, además del volumen compilado por de Paz y DiSalle 2014. Para mis propósitos me limitaré al núcleo del debate de Friedman, DiSalle y Folina.

[3] No ofrezco exposiciones técnicas ni de la relatividad general ni de la geometría


DOI: https://doi.org/10.22201/iifs.18704913e.2018.81.1575

apertura de las convenciones a la contrastación empírica no constituye un argumento a favor de la aplicación del programa de Poincaré a la relatividad general, pues las geometrías que califican como convenciones —y que por lo tanto son revisables a la luz de la experiencia— son sólo las que respetan el principio de libre movilidad. Por último, concluiré que la tentativa de reconstruir el desarrollo de la relatividad general a partir de la filosofía prerrelativista de Poincaré puede constituir un obstáculo para comprender la radicalidad del cambio que la física relativista generó en las relaciones entre la física y la geometría.

## 1 . *Poincaré según Friedman*

El punto central de la crítica de Friedman (Friedman 1995 y Friedman 1999) a Poincaré es que el convencionalismo geométrico queda refutado por el surgimiento de la teoría de la relatividad general. Este proceso implica un cambio fundamental en las relaciones entre la física y la geometría del cual es posible dar cuenta mediante los análisis de Reichenbach 1965 (1920) y Carnap 1998 (1928) y no mediante el convencionalismo geométrico de Poincaré.[4]

Friedman identifica dos aspectos de la visión convencionalista que no resisten al desarrollo histórico de la relatividad. El primero es la concepción jerárquica de la ciencia: para Poincaré, las teorías científicas se organizan en diferentes niveles jerárquicos de hipótesis. En el primero se encuentran la aritmética, cuyos principios mantienen un carácter sintético *a priori*; luego se ubica la serie de los números reales que Poincaré denominaba "teoría de las magnitudes matemáticas". Mediante ésta toma forma la idea de una magnitud continua, pero no aún la idea de una escala de medición de magnitudes; no obstante, "[t]an pronto como la medición se introduce en el continuo que hemos defini-

de Riemann porque los propósitos de mi trabajo no lo exigen. Para la relatividad general resulta útil la introducción de Schutz 2009 y el texto de Wald 1984. Un análisis histórico interesante se ofrece en la compilación de Hawking e Israel 1979, y una revisión de los aspectos técnicos de los problemas que aquí abordo en Ludvigsen 1999 —en especial los capítulos del 9 al 11—. Sobre las variedades de Riemann, remito al lector a la introducción de Stroock 2000, al capítulo 4 de las lecciones de Nicolaescu 2007 y a la exposición más técnica de Petersen 2006.

[4] Friedman 1999 (p. 143) y Friedman 2007 (p. 101) señala que ya en *Der Raum*, su tesis de doctorado de 1922, Carnap había postulado que, aunque la estructura topológica del espacio es invariante —en términos kantianos—, la estructura métrica del espacio está sujeta a una elección convencional entre distintas geometrías. Sin embargo, a diferencia de Poincaré, Carnap considera elegibles todas las geometrías incluidas en las variedades de Riemann.

do, el continuo se transforma en espacio, y nace la geometría" (Poincaré 1905 [1902], p. 41; Lützen 2006).[5] En el tercer nivel se encuentra la geometría, cuyos principios funcionan como convenciones que surgen de una estipulación respecto de la métrica que hemos elegido para dar cuenta de las operaciones de los cuerpos en un determinado espacio —geométrico—, lo que permite considerarlos "definiciones disfrazadas" (Poincaré 1905 [1902], p. 59).

Poincaré entendía que los axiomas geométricos no pueden considerarse proposiciones empíricas ni leyes lógicas, ni tampoco juicios sintéticos *a priori*. Si aceptamos con Kant que es imposible concebir la falsedad de un juicio sintético *a priori*, no podríamos concebir la falsedad de los axiomas de Euclides ni habríamos desarrollado jamás geometrías alternativas. Pero una vez que existen las geometrías no euclidianas, los axiomas geométricos no pueden tomarse como sintéticos *a priori*, ya que, si lo fueran, "[n]os serían impuestos con una fuerza tal que no podríamos concebir la proposición contraria ni construir sobre ella un edificio teórico. No habría geometría no euclidiana" (Poincaré 1905 [1902], p. 57). Los axiomas geométricos deben considerarse más bien *definiciones disfrazadas* debido a que su contenido es el resultado de una estipulación del significado de los términos básicos de cada sistema geométrico.

Sin embargo, el carácter convencional de los axiomas no implica que estén despojados de todo componente trascendental, ya que para Poincaré su elección sigue regulada por las restricciones que impone nuestra experiencia del movimiento de los cuerpos en el espacio y, si bien nuestra experiencia no nos fuerza a adoptar una geometría concreta, restringe las elecciones posibles a las geometrías de curvatura constante. De este modo, las convenciones configuran según Poincaré una categoría semántica por derecho propio (Folina 2014) en la medida en que no encajan en las categorías tradicionales. Las convenciones de la geometría no son puramente analíticas porque su introduc-

[5] Medio siglo antes de la publicación de Poincaré 1905 (1902), Riemann había afirmado justo lo contrario al señalar el carácter empírico de la determinación de las propiedades del espacio y la consiguiente imposibilidad de derivar los principios de la geometría de la sola noción de magnitud: "una magnitud extendida de forma múltiple es capaz de diferentes relaciones métricas y, en consecuencia, el espacio es sólo un caso particular de una magnitud triplemente extendida. Pero entonces surge como una consecuencia necesaria que las proposiciones de la geometría no pueden derivarse de las nociones generales de magnitud, sino que las propiedades que distinguen el espacio de otras magnitudes triplemente extendidas deben deducirse de la experiencia" (Riemann 1996 [1868], p. 652. Las traducciones son mías en todos los casos en que la referencia correspondiente no se consigna en español).

ción está regulada por nuestra experiencia del espacio, no son sintéticas *a priori* debido a que es posible concebir su falsedad y no son empíricas porque no es posible derivar un sistema geométrico dado o elegir entre sistemas rivales a partir de nuestra experiencia del espacio.

En el siguiente nivel se hallan los principios de la mecánica, que también tienen carácter convencional en la medida en que no describen hechos empíricos, sino que proporcionan un marco de referencia para aplicar conceptos empíricos (Poincaré 1905 [1902], pp. 102–103 y 124). Por último se encuentran las leyes empíricas propiamente dichas, que presuponen el marco métrico de la geometría que decidimos adoptar, sumado a los principios básicos de la mecánica. Tal es el camino por el cual los axiomas de la geometría y los principios de la mecánica, en cuanto convenciones, quedan excluidos de la contrastación empírica. En el balance de Friedman "de acuerdo con la jerarquía de las ciencias, la determinación de las fuerzas físicas particulares presupone las leyes del movimiento, y las leyes del movimiento presuponen la geometría en sí misma: uno debe primero colocar una geometría antes de que pueda establecer una teoría particular de las fuerzas físicas" (Friedman 1999, p. 78). Si, de acuerdo con esta jerarquía, la elección de los principios geométricos es previa a la construcción de la teoría física, entonces la elección entre principios geométricos no tiene otras bases que la conveniencia. Éste es el sentido metodológico que Poincaré 1905 (1902, p. 59) le otorga a la elección de la geometría más simple o más acorde con nuestros propósitos de medición empírica.

Ahora bien, Friedman entiende que el surgimiento de la relatividad general no sólo supuso el abandono de la geometría euclidiana y la adopción de la variedad de Riemann, sino que implicó también un cambio en el carácter de la geometría, que pasó de un estatus no empírico y convencional a uno empírico y no convencional. En la relatividad general, la adopción de la variedad de Riemann describe el movimiento de los cuerpos en un campo gravitacional con base en una curva geodésica, y la gravitación entendida así impide establecer una separación entre la geometría del espacio y las leyes del movimiento (Friedman 1999, p. 80; Friedman 1995), por lo que la relación entre la variedad de Riemann y la relatividad general no es del mismo tipo que la relación entre la geometría de Euclides y la física de Newton. La relatividad general muestra así que la geometría euclidiana no se aplica al espacio físico y, en esa medida, es falsa, por lo que la experiencia *sí permite* —contra Poincaré— establecer de un modo no convencional qué geometría es más adecuada para la física (Friedman 1999, p. 69).[6]

Un segundo aspecto al que apunta Friedman 1995 es que el convencionalismo de Poincaré sólo puede sostenerse si se presupone la solución de Helmholtz-Lie para la curvatura del espacio. Basado en el teorema de Lie, Poincaré partía de que el espacio es homogéneo e isotrópico, lo que permite reproducir de manera indefinida el movimiento de una figura sin alterar sus propiedades (Poincaré 1905 [1902], p. 74). En el grupo de Lie el movimiento libre de los cuerpos en el espacio admite como posibilidades un espacio de curvatura neutra, positiva o negativa, pero en cualquiera de los tres casos la curvatura se mantiene constante, lo que asegura la homogeneidad y la isotropía. Si se acepta esto, queda claro que no hay elementos empíricos que permitan establecer si cada geometría de curvatura constante es superior a otra:

> En el contexto de la solución de Helmholtz-Lie al problema del espacio, parece natural suponer que tenemos una elección convencional entre tres (y sólo tres) posibilidades. Y, precisamente porque la geometría aún aparece como la presuposición de todas las ciencias empíricas propiamente dichas, esta elección en sí misma no puede ser empírica. (Friedman 1999, p. 81; *cfr*. Friedman 2001, pp. 110–112; Friedman 2002, p. 198)

Sin embargo, esta concepción entra en conflicto con la relatividad general porque el espacio relativista apela a la variedad de Riemann que —a diferencia del grupo de Lie— no admite tres opciones de curvatura constante, sino una sola opción de curvatura variable, cuya variación depende —en el nivel empírico— de la distribución de la materia en el espacio.[7] Y si la curvatura constante deja de ser una presuposición de

[6] Friedman 1999 (p. 66) señala que aquí radica el motivo por el que ni Reichenbach ni Carnap aceptan el convencionalismo de Poincaré, pues ambos suponen que la teoría de la relatividad implica la falsedad de la geometría de Euclides en relación con el espacio físico.

[7] Un aspecto histórico relevante concierne a la posición que el propio Einstein adoptó frente a la filosofía de Poincaré. Paty 1992 remite a diversos pasajes para defender que Einstein se declaró favorable al convencionalismo, mientras que Friedman (Friedman 2002 y Friedman 2014) insiste en que toma la opción contraria. Un elemento decisivo a favor de la interpretación de Friedman es que Einstein 2002 (1921) se pronuncia en contra de Poincaré alegando que la relatividad general lleva al abandono de la geometría de Euclides: "en un sistema de referencia que rota en relación con un sistema inercial, las leyes de disposición de los cuerpos rígidos no corresponden a las reglas de la geometría euclidiana a causa de la contracción de Lorentz; entonces, si aceptamos sistemas no inerciales en iguales condiciones,


DOI: https://doi.org/10.22201/iifs.18704913e.2018.81.1575

la geometría previa a la física, entonces la cuestión de qué geometría se adapta mejor al espacio físico ya no se estipula de manera convencional, sino que se decide empíricamente con base en los resultados de la teoría física; de aquí que la geometría ya no sea ni constitutiva ni convencional.

Si bien Poincaré no llegó a conocer la relatividad general, sí tomó nota de la variedad de Riemann, a la que podemos decir que dejó fuera del juego de las convenciones geométricas justo por encontrarla incompatible con el espacio homogéneo de Lie:

> la mayoría de estas definiciones son incompatibles con el movimiento de una figura invariable, que se supone posible en el teorema de Lie. Estas geometrías riemannianas, interesantes en varios aspectos, *no pueden por lo tanto ser nunca nada más que pura analítica*,[8] y no serán susceptibles de una demostración análoga a la de Euclides. (Poincaré 1905 [1902], pp. 47–48)

Thomas Ryckman señaló a propósito de este pasaje: "[q]ue la geometría fuera dinámica no fue una posibilidad que Poincaré tomara en serio" (Ryckman 2005 p. 67). El mismo Reichenbach 1965 (1920, pp. 3–4), detectó que Poincaré excluye la geometría de Riemann porque no tiene un espacio isotrópico que permita el desplazamiento de los cuerpos sin cambiar de forma, de lo que Friedman saca partido para defender que las concepciones del *a priori* de los empiristas lógicos superan al convencionalismo de Poincaré en la comprensión del espacio relativista.[9] El balance de Friedman en relación con Poincaré remite a que:

debemos abandonar la geometría euclidiana" (Einstein 2002 [1921], p. 211), lo que conduce a dirimir la base geométrica de la física de forma empírica: "[l]a pregunta de si este continuo [espacial] tiene una estructura euclidiana, riemanniana o cualquier otra es una pregunta de la propia física que debe responder la experiencia y no es cuestión de una convención que haya que elegir con base en la mera conveniencia" (Einstein 2002 [1921], p. 214).

[8] Tanto en la filosofía de Kant como en los debates posteriores sobre los fundamentos de la geometría, la distinción entre lo analítico y lo sintético abarca distintos sentidos, que no siempre aparecen explícitos en el contexto argumental. En el caso de Poincaré, la consideración de la geometría de Riemann como "pura analítica" implica que los principios riemannianos constituyen un sistema geométrico formal que no es susceptible de una interpretación empírica debido a que no permite la construcción geométrica conforme al principio de libre movilidad.

[9] Ya antes Coffa 1991 (p. 202) había mostrado que el convencionalismo no desempeña ningún papel en la obra de Reichenbach 1965 (1920), quien sólo incorporará la terminología de Poincaré después, como resultado de la influencia de Schlick. Como se sabe, Friedman sigue de cerca la reconstrucción de Coffa.

> ni su concepción de la jerarquía de las ciencias ni su aplicación del teorema de Helmholtz-Lie tienen sentido en este nuevo marco conceptual. Para la teoría general de la relatividad resulta esencial el empleo de la geometría de curvatura variable, y esa teoría también efectúa una unificación holística de ciencias previamente separadas. (Friedman 1999, p. 81)

Robert DiSalle retoma y amplía algunos aspectos de esta orientación crítica, y a continuación revisaré su planteamiento.

## 2 . *Poincaré según DiSalle*

DiSalle concuerda con Friedman en que los empiristas lógicos lograron dar mejor cabida que Poincaré a las consecuencias de la relatividad general sobre la geometría:

> En el contexto de la relatividad general, como la entendían Einstein y Schlick, la relatividad de la geometría tiene una significación inmediata para la geometría métrica: el espacio "amorfo" subyacente está representado por una variedad arbitraria de Riemann, que se supone que no tiene más estructura intrínseca que su estructura diferenciable. (DiSalle 2006, p. 87)[10]

DiSalle considera que la caracterización kantiana del espacio con base en el grupo de los movimientos rígidos impidió a Poincaré considerar el espacio como parte de una estructura que pudieran revelar las leyes del movimiento (DiSalle 2006, p. 92). La impronta de Kant en Poincaré también puede verse en la consideración del grupo de los movimientos rígidos como una "forma del entendimiento", lo que permite comprender tanto la exclusión de la variedad de Riemann como la preeminencia epistémica de la geometría de Euclides:

> El objeto de la geometría es el estudio de un "grupo" particular; pero el concepto de grupo preexiste en nuestras mentes, al menos en forma potencial. Se nos impone no como una forma de la sensibilidad, sino como

[10] En la variedad de Riemann, cada espacio tangente cuenta con un producto escalar que permite introducir una variación de punto a punto: "supongamos una pieza variable de multiplicidades [*manifoldness/Mannigfaltigkeit*] de una dimensión, que tiene para cada punto de la multiplicidad dada un valor definido que varía continuamente con el punto; o, en otras palabras, tomemos una función continua de posición dentro de la multiplicidad dada que además no sea constante a través de ninguna parte de la multiplicidad" (Riemann 1996 [1868], p. 654).

> una forma de nuestro entendimiento; sólo que, entre todos los grupos posibles, debemos elegir uno que será el estándar, al que, por así decirlo, atribuiremos los fenómenos naturales. (Poincaré 1905 [1902], p. 82)[11]

Para evitar la acusación de anacronismo, cabe acotar que DiSalle no reprocha a Poincaré que no haya tomado en cuenta los resultados de la relatividad general —que no llegó a conocer—, sino que no haya dejado abierta la posibilidad de integración entre las leyes de la física y las de la geometría, al modo en que sí supo hacerlo Riemann tiempo antes. Por ello, la definición del grupo de los movimientos rígidos como objeto de la geometría confina en el dominio de las construcciones analíticas a aquellas geometrías que —como la variedad de Riemann— no suponen el isomorfismo del espacio:

> La razón de esto era que, para Poincaré, todas las otras geometrías posibles eran analíticas más que sintéticas: porque no se les aplica el principio de libre movilidad, no son cognoscibles mediante construcciones geométricas clásicas. Son objetos de estudio matemático como sistemas formales, pero no son susceptibles de interpretación empírica como estructuras del espacio. (DiSalle 2006, p. 88)

Las geometrías que no respetan el principio de libre movilidad no son cognoscibles mediante construcciones geométricas clásicas y no se ajustan al grupo de los movimientos rígidos en cuanto forma *a priori* del entendimiento. En esta medida pueden dar cuenta de posibles operaciones formales, pero no de la manera en que nos representamos mentalmente el espacio. A la luz de esto, es comprensible que Poincaré no contemplara que el desarrollo posterior de la física pudiera dar cabida a una geometría de curvatura variable, ya que no concebía la necesidad de un espacio homogéneo como consecuencia del estado de la ciencia física, sino como una imposición de nuestro entendimiento mismo del espacio. DiSalle encuentra una actitud filosófica muy diferente en Riemann, ya que:

[11] Poincaré adopta de manera literal la posición de Helmholtz, quien consideró el concepto de cuerpo rígido como "trascendental en sentido kantiano" (Helmholtz 1996 [1876], p. 682) con la consiguiente afirmación del estatus *a priori* del principio de libre movilidad. Una revisión cuidadosa del espacio como forma del entendimiento en Poincaré se halla en Peláez 2008 y una revisión de su postura respecto de la intuición en Folina 2006.

> en lugar de adoptar la convención de que hay movimientos rígidos, Riemann señaló que el avance de la física nos llevaría a nociones más exactas en escalas más pequeñas. En otras palabras, el principio de libre movilidad no era para Riemann una condición de posibilidad de la geometría física, sino un supuesto en el que confiamos provisionalmente. (DiSalle 2006, p. 90)

Esta mayor apertura filosófica de Riemann responde a la consideración de que las propiedades del espacio pueden determinarse empíricamente, así como a la idea de que los resultados de la investigación científica afectan la naturaleza de la geometría. Para Riemann:

> La respuesta a estas cuestiones sólo puede obtenerse si se comienza desde la concepción de los fenómenos que hasta ahora ha sido justificada por la experiencia, y que Newton aceptó como fundamental, y haciendo en esta concepción los sucesivos cambios requeridos por los hechos que ella no pueda explicar. (Riemann 1996 [1868], p. 661)[12]

En la evaluación de DiSalle, Poincaré no sólo dejaba al desarrollo futuro de la física un margen de maniobra bastante menor al que le concedía la "posición más sofisticada" de Riemann (DiSalle 2006, p. 90), sino que incluso dentro del campo de la geometría su postura no resulta consecuentemente convencionalista. Lo que pueda quedar de convencionalismo en Poincaré se limita al principio de libre movilidad, ya que "[e]l contenido de la geometría no era impuesto por convención, sino revelado por el análisis conceptual que lo identificaba con nuestra experiencia de la libre movilidad [. . .]. El principio de libre movilidad [. . .] establece que el espacio sólo tiene una de las geometrías de curvatura constante" (DiSalle 2006, p. 88).

Por último, DiSalle señala que esta forma de entender el convencionalismo geométrico explica por qué Poincaré insistió en que, a pesar del surgimiento de las geometrías no euclidianas, la geometría de Euclides seguiría siendo la base de la física.

> La geometría euclidiana es, y seguirá siendo, la más conveniente: primero, porque es la más simple, y ello no sólo por nuestros hábitos mentales o por la clase de intuición directa que tenemos del espacio euclidiano; es

[12] En una valoración ajustada, Lützen señaló que "Riemann admitió no sólo que teníamos que rechazar la geometría euclidiana si se demostraba que era incorrecta, sino que debíamos rechazarla tan pronto como encontráramos una explicación más simple. En este aspecto era más perspicaz que Poincaré" (Lützen 2006, p. 328).

> la más simple en sí misma [. . .]. En segundo lugar, porque coincide lo suficiente con las propiedades de los sólidos naturales, aquellos cuerpos que podemos comparar y medir por medio de nuestros sentidos. (Poincaré 1905 [1902], p. 59)[13]

De acuerdo con Poincaré, la geometría euclidiana seguía siendo la más conveniente para la investigación física, pero no se trataba de una cuestión de hecho derivada del estado de la física, sino de una consecuencia conceptual de la simplicidad intrínseca de la geometría euclidiana, y muy en especial de su ajuste con nuestra experiencia del espacio. Para DiSalle, en esta lógica es inevitable que "si alguna convención sobre la geometría debe adoptarse antes de que la física pueda comenzar, entonces los físicos tienen el derecho de elegir la geometría más simple, que sin duda es la de Euclides" (DiSalle 2006, p. 93).

Tanto en el análisis de Friedman como en el de DiSalle, el lema de Poincaré según el cual la elección de los principios geométricos es "convencional y libre" se ve afectado por la limitación de las convenciones geométricas a los espacios de curvatura homogénea y por la negación de que la física puede adoptar un marco alternativo a la geometría de Euclides. Esto pone en evidencia tanto las limitaciones de la filosofía de la geometría de Poincaré como su incapacidad para dar cuenta del nuevo escenario que se genera a partir del surgimiento de la física relativista. Janet Folina intenta contrarrestar esta evaluación a partir de los argumentos que revisaré a continuación.

## 3 . *Poincaré según Folina*

Folina 2014 considera que Friedman y DiSalle ofrecen una visión imprecisa del pensamiento de Poincaré en la medida en que le atribuyen una forma rígida de convencionalismo que cuestionan tanto el empirismo lógico como la teoría de la relatividad general. Folina entiende

[13] El peso que se otorgue a pasajes de este tipo siempre depende de la obra que se tome como referencia, ya que si bien Poincaré 1905 (1902) adopta una actitud conservadora respecto de la geometría de Euclides, Poincaré 1996 (1898) presenta una posición algo diferente: "Si nuestra experiencia fuera considerablemente diferente, la geometría de Euclides ya no sería suficiente para representarla de forma conveniente, y deberíamos elegir una geometría diferente" (Poincaré 1996 [1898], p. 1011). A ello se suma que los capítulos del 2 al 5 de Poincaré 1905 (1902) fueron escritos entre 1891 y 1899, lo que da cierta heterogeneidad al contenido del texto. Las ideas de Poincaré sobre la naturaleza de la geometría aparecen en textos de diferentes épocas y no siempre se destinan al mismo tipo de público, lo que explica esta clase de diferencias.

que, de acuerdo con una lectura más caritativa, el convencionalismo de Poincaré provee una explicación interesante del papel *a priori* de los principios geométricos y de su relación con las teorías físicas y, en esa medida, resulta suficientemente flexible para que la física relativista no pueda rebatirlo y para que no resulte primitivo respecto de las propuestas de Reichenbach o Carnap.

Folina entiende que si bien la filosofía de la geometría de Poincaré —basada en las geometrías de curvatura constante— no puede conciliarse con la relatividad, sí es posible —en contra de Friedman y de DiSalle— preservar algo de la visión convencionalista de la ciencia en un marco relativista. En primer término, el carácter intermedio que Poincaré atribuía a las convenciones de la geometría que, en sentido estricto, no son ni *a priori* ni empíricas, implica que:

> las convenciones actúan *a priori* en la medida en que contribuyen con algunos de los principios marco [*framework principles*] necesarios para la metodología de la ciencia. Pero también las *sugiere* la experiencia y *responden a ella* [*acted upon by experience*], por lo que las convenciones tienen sus raíces en la experiencia e impulsan decisiones que deben responder a los datos empíricos y a veces cambiar a la luz de ellos. (Folina 2014, p. 28)[14]

En contraste, según la autora Friedman y DiSalle:

> explican la inconsistencia entre Poincaré y la relatividad general suponiendo que Poincaré había adoptado una distinción bastante fuerte entre los elementos empíricos y *a priori* de una teoría, y que la función de la geometría y de otros principios convencionales los hace *a priori* y no empíricos. Además, suponen que, una vez estipulados, los principios geométricos quedan aislados de los resultados empíricos debido a su naturaleza *a priori*. (Folina 2014, p. 28)

No es mi propósito evaluar si cada una de estas tesis se puede atribuir a Poincaré; lo que me interesa mostrar es que las estrategias críticas tanto de Friedman como de DiSalle no dependen de adjudicar a Poincaré ni una distinción de fondo entre lo empírico y lo *a priori* ni la inmunidad empírica de la geometría. A lo sumo, esto último es un aspecto de la argumentación de DiSalle que no forma parte del núcleo de su crítica a

[14] La idea de que hay en Poincaré una dimensión empírica relevante en los fundamentos de la geometría se remonta por lo menos hasta Grünbaum y su consideración de Poincaré como un “empirista geométrico calificado” (Grünbaum 1963, p. 129); no obstante, Folina representa una posición más moderada al respecto.

Poincaré. Entiendo que se atribuya o no a Poincaré esta interpretación, las razones por las que su convencionalismo resulta incompatible con la relatividad general son independientes de ella y, en esa medida, el contraataque de Folina no es certero.

Esta postura busca acentuar que si bien las convenciones son constitutivas de los marcos teóricos de la física, eso no quita que haya cambios en los marcos teóricos que obliguen a revisar las convenciones; de aquí que:

> Poincaré reconocía que los marcos cambian y que estos cambios provienen de la influencia de la experiencia. Así, la idea de Poincaré no es que las convenciones sean absolutamente *a priori*. Tanto Friedman como DiSalle citan la rigidez de las convenciones de Poincaré como un obstáculo para una visión más flexible de las convenciones de la ciencia [...]. En contraste, considero que el convencionalismo de Poincaré proporciona la base para una actitud más flexible. Durante ciertos periodos, las convenciones funcionan como verdades *a priori* pero, a diferencia de las verdades *a priori* regulares, son susceptibles de revisión debido a los cambios en los datos o en la teoría. (Folina 2014, p. 28)

Más allá de que seamos más o menos caritativos en la lectura de Poincaré, el argumento de Folina no cuestiona un punto central: ¿cuál es el dominio de la categoría de convención que Poincaré defiende y qué sistemas geométricos pueden cobijarse legítimamente en ella? Esto es relevante porque podemos atribuirles a las convenciones de la geometría un carácter relativo *a priori* y un alto grado de permeabilidad a la experiencia, pero ello no saca del atolladero al convencionalismo si estas propiedades sólo son atribuibles a las geometrías de curvatura constante. En la próxima sección sostendré que esta dificultad no es salvable en los términos de Poincaré.

Otra forma de zanjar el punto consiste en afirmar que el dominio de las convenciones es variable y que del mismo modo que la experiencia puede llevarnos a reemplazar una geometría por otra, también puede conducirnos a considerar entre las convenciones una geometría fuera del grupo de la libre movilidad. Este detalle es central para la argumentación de Folina:

> el carácter *a priori* del concepto de grupo no significa que todas las teorías posibles del espacio *deben* permitir la libre movilidad. Esto también puede “corregirse”, o *revocarse*, por nuevas teorías y nuevos datos, justo como —admite Poincaré— la nueva teoría cuántica puede revocar nuestra creencia de que la naturaleza es continua. (Folina 2014, p. 44).

El argumento implica que, en contra de lo que afirma Friedman 1999, el convencionalismo de Poincaré no es una consecuencia de su adopción del grupo de Lie. Sin embargo, hay que señalar que el surgimiento de la relatividad general no sólo lleva a la geometría fuera del grupo de Lie, sino que también cambia el estatus de los axiomas geométricos, porque la variedad de Riemann no se considera estipulativa ni tiene —como sucedía con las geometrías de espacio homogéneo— otros sistemas geométricos empíricamente equivalentes. A la luz de esto, parece difícil considerar la geometría de curvatura variable como un caso ampliatorio del grupo de libre movilidad. Sin embargo, Folina insiste en que:

> en esta interpretación, las convenciones son rasgos de un marco científico que responde a la información empírica. Así, el convencionalismo no es un compromiso con estipulaciones fijas *a priori*. Más bien, indica cambios motivados empíricamente en las convenciones (aun en las geométricas), una visión sorprendentemente acorde con el *a priori* relativizado y, así, menos en conflicto con la relatividad. (Folina 2014, p. 29)

Sin entrar en la noción de *a priori* relativizado de Reichenbach, cabe detenerse en que los planteamientos críticos revisados —y en especial el de DiSalle— no achacan al convencionalismo el dar por sentado un "compromiso con estipulaciones fijas *a priori*", sino más bien que sólo un conjunto fijo de geometrías pueden funcionar como estipulaciones *a priori*. En ese sentido, no hay dificultad en aceptar que, para Poincaré, las estipulaciones geométricas que sirven de base a la física pueden cambiar con el tiempo, pero lo que no cambia —y es, en efecto, fijo— es el conjunto de principios geométricos potencialmente elegibles como base de la física. Si bien las estipulaciones no son fijas, sí lo es el conjunto de estipulaciones posibles que queda reducido a las geometrías de curvatura constante, y ésta es una de las principales razones de que el conflicto entre el convencionalismo y la relatividad no pueda resolverse. En la siguiente sección ahondaré en este problema y en algunas de sus consecuencias.

## 4. *Discusión*

La reconstrucción que Folina ofrece del convencionalismo de Poincaré gira en torno a dos formulaciones. Primero, que las convenciones geométricas que sirven como base de la física permanecen susceptibles a cierto nivel de contrastación empírica, lo que permite modificarlas en función de los cambios en las teorías físicas. Segundo, que aunque Poincaré nunca lo haya dicho de manera expresa, esta apertura empírica de los principios de la geometría permite dar cabida a un tipo de modificación de la base geométrica de la física como el que se generó a partir de la relatividad general. Como adelanté, entiendo que esta interpretación no logra evitar el cargo de que la relatividad general pone en jaque al convencionalismo de Poincaré.

Una primera razón para ello es el papel privilegiado que la geometría euclidiana tiene en la propuesta convencionalista. La idea de que los axiomas de Euclides están protegidos de los resultados empíricos hace difícil identificar qué sector del convencionalismo de Poincaré puede aplicarse una vez que la geometría euclidiana pierde su papel constitutivo en la física, máxime cuando la afirmación de la inmunidad empírica de la geometría euclidiana no es una atribución interpretativa de Friedman ni de DiSalle —como insinúa Folina—, sino un supuesto explícito de Poincaré.

> Si descubriéramos paralajes negativos o probáramos que todos los paralajes son mayores a cierto límite, deberíamos hacer una elección entre dos conclusiones: podríamos abandonar la geometría euclidiana o modificar las leyes de la óptica y suponer que la luz no se propaga rigurosamente en línea recta. *No es necesario agregar que todo el mundo consideraría esta solución como la más ventajosa*. Por lo tanto, la geometría euclidiana no tiene nada que temer de los nuevos experimentos. (Poincaré 1905 [1902], p. 84; las cursivas son mías)[15]

No obstante, la dificultad de conciliar el convencionalismo de Poincaré con la física del siglo XX no sólo radica en la preeminencia de la geometría de Euclides ni en las dificultades para ofrecer una reconstrucción del convencionalismo que ponga a la geometría euclidiana en pie de igualdad con las restantes geometrías de curvatura homogénea. Aun si aceptamos que en Poincaré los principios de la geometría son *a priori* pero abiertos a la experiencia y que, por lo tanto, la geometría de Euclides *no es inmune* a los resultados empíricos, lo que pone en tela de juicio a la perspectiva convencionalista no es —como cree Folina— que los principios de la geometría queden fuera de control empírico ni que haya una distinción de fondo entre lo empírico y lo *a priori*. Lo

[15] Friedman 2007 (p. 101) apunta que Schlick 1979 (1922) consideró este problema en los términos que sigue Poincaré pero concluye que, aunque tenemos la opción de mantener la geometría de Euclides en un marco relativista, ello traería complicaciones innecesarias para la teoría física.


DOI: https://doi.org/10.22201/iifs.18704913e.2018.81.1575

que pone en tela de juicio el convencionalismo es la imposibilidad de incluir las geometrías de curvatura variable bajo el concepto de convención, al margen del nivel de apertura que las convenciones tengan frente al control empírico.

No tiene sentido afirmar que, en un marco relativista, podemos elegir por estipulación entre geometrías de curvatura constante o variable, ya que éste es precisamente el tipo de elección que Poincaré canceló al restringir las geometrías elegibles al teorema de Helmholtz-Lie. Incluso si se reconoce que para Poincaré los marcos teóricos cambian y que ello provoca revisiones en las convenciones geométricas a la luz de la experiencia, sólo podemos elegir entre las tres geometrías de curvatura constante y esperar que el decurso de la investigación física muestre cuál de las tres es la más conveniente. Más aún, aunque se acepte que las convenciones no son absolutamente *a priori*, esto se aplica *sólo* a las convenciones que proporcionan las geometrías de curvatura constante, ya que desde la perspectiva de Poincaré las geometrías que están fuera del grupo de Lie se consideran analíticas y, por lo tanto, no califican como convenciones. Podemos entonces decir que, para Poincaré, "todas las convenciones están sujetas a control empírico" (Folina 2014, p. 40), pero con la acotación de que los que están sujetos a evaluación empírica son *todos los principios geométricos que califican como convenciones*, cuyo dominio no coincide con el de los principios geométricos sin más.

Por lo tanto, no es de recibo afirmar sin restricciones que "somos *libres* de desarrollar varios sistemas geométricos puros —dentro de algunos confines mínimos tales como la consistencia—. Y la estipulación, o elección, de qué sistema geométrico hemos de aplicar a la física es también libre" (Folina 2014, p. 31). Con más apego a la lógica de Poincaré, más bien cabría decir que somos libres de proponer varios sistemas geométricos puros, algunos de los cuales contarán como convenciones —los de curvatura constante—, y otros sólo como principios analíticos —los de curvatura variable—.[16] Como subraya Jeremy Gray, ello responde al papel que desempeña el grupo de los movimientos rígidos en Poincaré y a la prioridad del concepto de grupo —como objeto de la geometría— por encima del espacio:

> Una vez descubierto el papel de la geometría no euclidiana, se desplazó con rapidez al descubrimiento de que diferentes subgrupos discretos de la geometría no euclidiana conducen a diferentes superficies de Riemann

[16] Como ya señalé, los sistemas de curvatura constante son los únicos que cuentan como convenciones porque para Poincaré son los que se ajustan mejor a nuestra experiencia del espacio.

> [...]. Estos descubrimientos parecen haber convencido a Poincaré de que la idea de grupo tiene prioridad, una idea que sostuvo por el resto de su vida. (Gray 2006, p. 301)

En estas condiciones, la elección de qué sistema geométrico hay que aplicar a la física también será libre, pero sólo dentro del grupo de los sistemas no analíticos que califican como convenciones y no para los sistemas de curvatura variable. La introducción de sistemas geométricos y la elección del marco geométrico de la física sólo es *libre* en el radio limitado de acción que imponen estas restricciones.

El pensamiento de Poincaré presenta en este punto una fuerte limitación conceptual, que impide incluir a la variedad de Riemann en el dominio de las convenciones. Una vez que en Poincaré el término "convención" designa una categoría semántica específica, no hay posibilidad de que una proposición analítica devenga convencional como consecuencia de los cambios en la teoría física, del mismo modo que el desarrollo de la ciencia no puede tornar sintética una proposición analítica.[17] Ahora bien, para Poincaré las proposiciones de la geometría riemanniana de curvatura variable son analíticas y, por lo tanto, no pueden volverse convencionales. Los principios de Riemann no se ajustan de acuerdo con nuestra experiencia del movimiento de los cuerpos del modo en que lo hacen las geometrías de curvatura constante y por ello no pueden servir como base de nuestra experiencia del espacio, independientemente de cuál sea el estado efectivo de las teorías físicas.

Es interesante señalar cómo, si bien en el marco de Poincaré la experiencia puede forzarnos a abandonar una geometría, no puede forzarnos a elegir una geometría, ya que si la experiencia obligara necesariamente a elegir determinado marco geométrico, entonces ya no se trataría de una elección por convención. La dificultad no estriba entonces —como defiende Folina— en si las convenciones son absolutamente *a priori* o relativamente *a priori*, en si son completa o parcialmente inmunes a la experiencia, sino en que, en cualquier escenario, estas propiedades se predican de un grupo reducido de geometrías de curvatura constante que constituyen la materia prima sobre la que toma forma el convencionalismo de Poincaré y cuyo papel para la teoría física se pone en cuestión justamente con el surgimiento de la relatividad general.

[17] Como señalan Coffa 1991 y Folina 2014, Poincaré partía de la validez de la distinción kantiana entre juicios sintéticos y analíticos, aunque cuestionaba su exhaustividad.


DOI: https://doi.org/10.22201/iifs.18704913e.2018.81.1575

Sin embargo, más allá de esto, creo que el problema de fondo no es que la categoría de "convención" no da cabida a la variedad de Riemann, sino que la relación entre la física y la geometría en la relatividad general no da cabida a algo como una "convención geométrica". La adopción de la variedad de Riemann por la relatividad general impide estipular en términos convencionales cualquier clase de espacio, por lo que pone en cuestión la idea misma de que los axiomas geométricos sean convenciones, más allá de si son o no susceptibles de un control empírico.

Como oportunamente destacó Friedman (Friedman 2002 y Friedman 2014), Einstein introdujo la variedad de Riemann como la única geometría que concordaba con los resultados de la relatividad general, lo que convierte a la cuestión de la base geométrica de la física en un problema que se ha de resolver mediante el ajuste entre las consecuencias empíricas de las teorías físicas y los sistemas geométricos interpretados. De esta manera, la adopción de la variedad de Riemann en la relatividad general no sólo reformula las relaciones entre la física y la filosofía en términos inconciliables con el convencionalismo, sino que ubica a Einstein en una posición filosófica mucho más cercana al empirismo geométrico de Helmholtz que a la perspectiva de Poincaré. Por ello, no es posible reconstruir el cambio de la base geométrica de la relatividad general como el reemplazo de una convención por otra, pues involucra no sólo un cambio de principios geométricos, sino una modificación de las relaciones entre los principios de la geometría y las leyes físicas.

La formulación de la relatividad general afecta las dos principales tesis metodológicas del convencionalismo: la idea de que los físicos eligen entre geometrías empíricamente equivalentes y la idea de que sus elecciones responden a criterios de simplicidad y conveniencia (Poincaré 1905 [1902], pp. 84–85). Ninguna de estas dos premisas vale para el escenario de la relatividad general, ya que la variedad de Riemann no es más simple que cualquiera de las geometrías de curvatura constante ni es empíricamente equivalente a ninguna de ellas. De acuerdo con un marco relativista, ya no es posible identificar *antes* de la investigación física un grupo de geometrías alternativas y empíricamente equivalentes y, por lo tanto, no hay una *elección* de marco geométrico. Esto se debe a que el carácter convencional de la geometría en Poincaré es resultado de las tres opciones de geometrías con espacio de curvatura constante que se obtienen a partir del grupo de los movimientos rígidos, y una vez que la relatividad general incorpora una geometría de curvatura variable, ya no hay margen para el tipo de convención que Poincaré defendió, porque se cancela la posibilidad de que los físicos puedan hacer una *elección* de marco geométrico antes de echar a andar la teoría.

A la luz de esto, una de las principales lecciones que parece enseñar el advenimiento de la teoría de la relatividad es que la relación entre la variedad de Riemann y la relatividad general es de un tipo inédito y no reductible a la relación entre la geometría de Euclides (más sus variantes no euclidianas) y la física de Newton. Por ello, reconstruir el desarrollo de las relaciones entre la geometría y la física en el siglo XX como un cambio de convenciones conlleva el riesgo de reducir la novedad de la física relativista a herramientas reconstructivas acuñadas en un contexto prerrelativista.[18]

## *Conclusión*

Como ha señalado Friedman, no debe menospreciarse la importancia de la filosofía de la ciencia de Poincaré en el surgimiento de la teoría de la relatividad (Friedman 2001, pp. 62–63) ni su influencia en las propuestas posteriores de los empiristas lógicos. La obra de Poincaré ha sido fundamental para la comprensión del papel de los elementos *a priori* en el conocimiento científico y, como ha señalado Coffa 1991, su trabajo, junto con el de Hilbert, sientan las bases de una orientación influyente de la filosofía del siglo XX dirigida a determinar los componentes del conocimiento que no son propiamente empíricos ni meramente conceptuales. Asimismo, puede considerarse que el convencionalismo geométrico de Poincaré, con su base en las geometrías de curvatura constante y su peculiar relación entre la física de Newton y la geometría de Euclides, constituye una reconstrucción muy atinada de la situación de la física y la geometría a finales del siglo XIX, en el contexto inmediatamente previo a la irrupción de la relatividad. Y aunque no podemos encontrar en Poincaré la flexibilidad metodológica de Riemann, la afirmación de la equivalencia empírica de las geometrías de curvatura constante, la disolución del problema de la "verdad" de los sistemas geométricos y la novedosa consideración del estatus de los axiomas como definiciones dan suficiente motivo para afirmar que Poincaré dejó a la filosofía de la geometría —y a la incipiente filosofía profesional de la ciencia— varios pasos adelante de donde la encontró.

[18] Una conclusión similar a ésta —aunque obtenida por un camino muy diferente— respecto de las razones por las que Poincaré consideraba la geometría de Euclides como la mejor representación posible del espacio físico puede encontrarse en Lützen 2006.

Sin embargo, todo esto no quita la dificultad para comprender, mediante su convencionalismo, el desarrollo de la ciencia posterior a Poincaré. La irrupción de la teoría de la relatividad constituyó una revolución científica de primer orden que no sólo modificó las nociones más fundamentales sobre el espacio-tiempo, la materia y el comportamiento de la luz, sino que también implicó una reorganización profunda en la estructura de la ciencia y en la forma en que se relacionan algunas disciplinas científicas. La distinción misma entre geometría pura y geometría física es resultado de esto; según Friedman 2002, dicha distinción sólo cobra sentido con el advenimiento de la relatividad general. En este contexto, el convencionalismo de Poincaré presenta limitaciones insalvables para dar cuenta de las relaciones entre la física y la geometría en el marco de la relatividad general.

La interpretación de Folina busca subsanar estas dificultades haciendo hincapié en la dimensión empírica de las convenciones y en la posibilidad de reconstruir la adopción de la variedad de Riemann en la relatividad general como un cambio de convenciones en la base geométrica de la física. He intentado mostrar que esta estrategia no logra retirar el cargo de que la relatividad general contradice al convencionalismo de Poincaré porque la adopción del grupo de Lie y del principio de libre movilidad impide considerar dentro de las convenciones a una geometría de curvatura variable. Por esto, la relación entre la variedad de Riemann y la relatividad general no puede leerse en clave convencionalista como si fuera del mismo tipo que la relación entre la geometría de Euclides y la física newtoniana, pues la relatividad general no acepta la convivencia de sistemas geométricos empíricamente equivalentes.

Las razones que llevaron a Poincaré a restringir el dominio de las convenciones a las geometrías de curvatura constante no son coyunturales, sino que constituyen un componente central de su convencionalismo y de su consideración neokantiana del grupo de los movimientos rígidos como una forma *a priori* del entendimiento. Por ello entiendo que no es posible reformular el proyecto de Poincaré bajo un concepto de convención que vaya más allá del grupo de Lie. En esa medida, resulta sumamente espinosa la tentativa de reconstruir las relaciones entre la física y la geometría dadas a partir de la relatividad desde un marco prerrelativista como el de Poincaré, quien difícilmente hubiera podido anticipar el nivel de novedad que iba a reportar el desarrollo posterior de la física.[19]

[19] El autor desea agradecer a Juan V. Mayoral, Ángel M. Faerna y Jorge Rasner por las fructíferas discusiones sobre el tema de este artículo que tuvieron lugar

## BIBLIOGRAFÍA

Béguin, F., 2012, "Henri Poincaré and the Uniformization of Riemann Surfaces", en B. Duplantier y V. Rivasseau (comps.), *Henri Poincaré, 1912–2012*, Birkhaüser, Basilea, pp. 193–230.

Carnap, R., 1998, *La construcción lógica del mundo*, trad. C.N. Molina Flores, Instituto de Investigaciones Filosóficas-UNAM, México [1a. ed.: 1928].

Coffa, A., 1991, *The Semantic Tradition from Kant to Carnap*, Cambridge University Press, Cambridge, Mass.

De Paz, M. y R. DiSalle (comps.), 2014, *Poincaré, Philosopher of Science: Problems and Perspectives*, Springer, Nueva York.

Detlefsen, M., 1992, "Poincaré against the Logicians", *Synthese*, vol. 90, no. 3, pp. 349–378.

DiSalle, R., 2006, *Understanding Space-Time: The Philosophical Development of Physics from Newton to Einstein*, Cambridge University Press, Cambridge, Mass.

Einstein, A., 2002, "Geometry and Experience", en *The Collected Papers of Albert Einstein. Volume 7. Writings 1918–1921 (English Translation Supplement)*, ed. M. Janssen, R. Schulmann, J. Illy, C. Lehner y D. Kormos Buchwald, trad. A. Engel, Princeton University Press, Princeton, pp. 208–222 [1a. ed.: 1921].

Ewald, W. (comp.), 1996, *From Kant to Hilbert. A Source Book in the Foundations of Mathematics*, vol. II, Clarendon Press, Oxford.

Folina, J., 2006, "Poincaré's Circularity Arguments for Mathematical Intuition", en Friedman y Nordmann 2006, pp. 273–293.

———, 2014, "Poincaré and the Invention of Convention", en de Paz y DiSalle 2014, pp. 25–45.

Friedman, M., 1995, "Poincaré's Conventionalism and the Logical Positivists", *Foundations of Science*, vol. 1, no. 2, pp. 299–314.

———, 1999, *Reconsidering Logical Positivism*, Cambridge University Press, Cambridge Mass.

———, 2001, *The Dynamics of Reason*, CSLI Publications, Stanford.

———, 2002, "Geometry as a Branch of Physics: Background and Context for Einstein's 'Geometry and Experience'", en D. Malament (comp.), *Reading Natural Philosophy*, Open Court, La Salle, Illinois, pp. 193–229.

———, 2007, "Coordination, Constitution and Convention. The Evolution of the *A Priori* in Logical Empiricism", en A. Richardson y T. Uebel (comps.), *The Cambridge Companion to Logical Empiricism*, Cambridge University Press, Nueva York, pp. 91–116.

———, 2014, "Space, Time, and Geometry", en M. Janssen y C. Lehner (comps.), *The Cambridge Companion to Einstein*, Cambridge University Press, Nueva York, pp. 398–420.

durante una estancia en la Universidad de Zaragoza. También a dos evaluadores anónimos de *Dianoia* cuyas críticas y sugerencias contribuyeron sustantivamente a la versión final.

Friedman, M. y A. Nordmann (comps.), 2006, *The Kantian Legacy in Nineteenth-Century Science*, MIT Press, Massachusetts.

Galison, P., 2003, *Einstein's Clocks and Poincaré's Maps: The Empire of Time*, W.W. Norton, Nueva York.

Goldberg, S., 1967, "Henri Poincaré and Einstein's Theory of Relativity", *American Journal of Physics*, no. 35, pp. 934–944.

Gray, J., 2006, "Poincaré — Between Physics and Philosophy", en Friedman y Nordmann 2006, pp. 295–313.

Grünbaum, A., 1963, *Philosophical Problems of Space and Time*, Knopf, Nueva York.

Hawking, S. y W. Israel, 1979, *General Relativity: An Einstein Centenary Survey*, Cambridge University Press, Cambridge.

Helmholtz, H., 1996, "The Origin and Meaning of the Geometrical Axioms", trad. E. Atkinson, en Ewald 1996, pp. 663–689 [1a. ed.: 1876].

Ludvigsen, M., 1999, *General Relativity: A Geometric Approach*, Cambridge University Press, Cambridge.

Lützen, J., 2006, "Images and Conventions: Kantianism, Empiricism, and Conventionalism in Hertz's and Poincaré's Philosophies of Space and Mechanics", en Friedman y Nordmann 2006, pp. 315–330.

Nicolaescu, L., 2007, *Lectures on the Geometry of Manifolds*, World Scientific, Singapore.

Paty, M., 1992, "Physical Geometry and Special Relativity: Einstein and Poincaré", en L. Boi, D. Flament y J.M. Salanski (comps.), *1830–1930: Un Siècle de géométrie, de C.F. Gauss et B. Riemann à H. Poincaré et E. Cartan. Epistémologie, histoire et mathématiques*, Springer, Berlín, pp. 126–149.

Peláez, Á., 2008, *Lo* a priori *constitutivo: historia y prospectiva*, Universidad Autónoma Metropolitana/Anthropos, México.

Petersen, P., 2006, *Riemannian Geometry*, Springer, Nueva York.

Poincaré, J.H., 1905, *Science and Hypothesis*, trad. W.J. Greenstreet, The Walter Scott Publishing, Nueva York [1a. ed.: 1902].

———, 1996, "On the Foundations of Geometry", trad. T.J. McCormack, en Ewald 1996, pp. 982–1011 [1a. ed.: 1898].

Reichenbach, H., 1965, *The Theory of Relativity and A Priori Knowledge*, trad. M. Reichenbach, University of California Press, Berkeley [1a. ed.: 1920].

Riemann, B., 1996, "On the Hypotheses Which Lie at the Foundation of Geometry", trad. W.K. Clifford y W. Ewald, en Ewald 1996, pp. 652–661 [1a. ed.: 1868].

Ryckman, Th., 2005, *The Reign of Relativity: Philosophy in Physics 1915–1925*, Oxford University Press, Nueva York.

Schlick, M., 1979, "Space and Time in Contemporary Physics", *Philosophical Papers*, vol. 1, *1909–1922*, ed. H.L. Mulder y B. van de Velde-Schlick, trad. P. Heath, Reidel, Dordrecht, pp. 207–269 [1a. ed.: 1922].

Schutz, B., 2009, *A First Course in General Relativity*, Cambridge University Press, Cambridge.


DOI: https://doi.org/10.22201/iifs.18704913e.2018.81.1575

Stroock, D., 2000, *An Introduction to the Analysis of Paths on a Riemannian Manifold*, American Mathematical Society (Mathematical Surveys and Monographs, 74), Providence.

Stump, D., 1989, "Henri Poincaré's Philosophy of Science", *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 20, no. 3, pp. 335–363.

Torretti, R., 1978, *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, D. Reidel, Dordrecht.

Wald, R.M., 1984, *General Relativity*, The University of Chicago Press, Chicago.

*Recibido el 26 de enero de 2017; revisado el 15 de febrero de 2018; aceptado el 19 de abril de 2018.*