



Revista Archai
ISSN: 1984-249X
Universidade de Brasília

Gargiulo, María Teresa
Algunas consideraciones acerca de la relación ciencia y filosofía en los
escritos ptolemaicos: Un análisis desde su modelo teleológico de explicación
Revista Archai, núm. 25, e02506, 2019
Universidade de Brasília

DOI: https://doi.org/10.14195/1984-249X_25_6

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=586161737006>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

UDEM  redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc
Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso
abierto

ἄρχαί

AS ORIGENS DO PENSAMENTO OCIDENTAL
THE ORIGINS OF WESTERN THOUGHT

ARTIGO | ARTICLE

Algunas consideraciones acerca de la relación ciencia y filosofía en los escritos ptolemaicos: Un análisis desde su modelo teleológico de explicación

**Some Considerations about the Relationship between Science
and Philosophy in Ptolemaic Writings: An Analysis from Its
Teleological Model of Explanation**

María Teresa Gargiulo ^{i ii}
<https://orcid.org/0000-0003-3580-9478>
gargiulomteresa@gmail.com

ⁱ CONICET – Buenos Aires – Argentina

ⁱⁱ Universidad Nacional de Cuyo – Mendoza – Argentina

GARGIULO, M. T. (2019). Algunas consideraciones acerca de la relación ciencia y filosofía en los escritos ptolemaicos: Un análisis desde su modelo teleológico de explicación. *Archai* 25, e02506.

Resumen: Existe en nuestros días abundante bibliografía que se ha ocupado de presentar al astrónomo alejandrino como un científico empirista abocado a la tarea de salvar las apariencias y desvinculado de todo tipo de reflexión filosófica. En oposición a esta línea de lectura, nos limitaremos a estudiar en su *Almagesto* y en su *Armónica* la unidad científico-filosófica que atraviesa tanto su imagen normativa de la ciencia como su misma práctica científica. Dicha unidad, a nuestro entender, nos permite comprender la noción de ciencia de Ptolomeo desde coordenadas más comprehensivas que las que ofrece el empirismo.

Palabras claves: Ciencia, Teología, Racionalidad Científica, Metafísica, Ptolomeo.

Abstract: There is abundant bibliography today that has been concerned with presenting the astronomer as an empiricist scientist focused on the task of saving appearances and disconnected from all kinds of theological or metaphysical reflection. In opposition to this line of reading, we will limit ourselves to study in his *Almagest* and in his *Harmonics* the scientific-mythological unit that crosses both its normative image of science and its own scientific practice. This unity, in our view, allows us to understand Ptolemy's notion of science from more comprehensive coordinates than empiricism offers.

Keywords: Science, Theology, Scientific Rationality, Metaphysics, Ptolemy.

Introducción

La figura de Ptolomeo es paradigmática en la medida que se trata de uno de los científicos más importantes de la antigüedad. Es habitual encontrar estudios que presentan su obra como un preámbulo de la ciencia moderna, es decir, cómo si en ella se iniciara un proceso de separación entre la ciencia y la filosofía. En esta línea hermenéutica, se mueven una serie de investigaciones del siglo pasado. Entre ellas cabe citar el trabajo de Neugebauer (1975) quien

asegura que las teorías filosóficas del alejandrino no tienen ninguna importancia en su trabajo propiamente astronómico. En esta misma dirección argumenta Beaujeu (1966, p. 343 y ss.) quien define la ciencia helenística – que Ptolomeo busca continuar – como un paulatino desprendimiento de la reflexión metafísica. Los romanos, según él, remplazarían la búsqueda de un principio universal de explicación por la formulación de leyes a partir de la observación minuciosa de los fenómenos. Por su parte, Sambursky (1970, p. 208) distingue en la obra de Ptolomeo su trabajo como astrónomo positivista y pragmático de sus intereses como epistemólogo y filósofo; y asegura que estos intereses filosóficos no parecen tener una incidencia directa en su quehacer como científico. Cabe aquí también citar el trabajo de Long (1988, p. 182) donde asegura que a pesar de su jerga filosófica, Ptolomeo no puede ser reconocido como un filósofo sino más bien como un científico pragmático.

A esta línea de lectura deben sumarse todos aquellos estudios que consideran que la astronomía ptolemaica es – en términos generales – positivista.¹ Según esta hermenéutica, en la astronomía ptolemaica no habría lugar para las cuestiones teológicas o míticas. Pues estas últimas no son sino cuestiones metafísicas ajenas a los intereses propios de la astronomía ptolemaica. En pocas palabras, en la obra de Ptolomeo se encontrarían los orígenes del racionalismo científico occidental en cuanto que en su quehacer propiamente científico intentaría desvincularse de todo tipo de reflexión teológica o metafísica.

En contraposición a esta tradición hermenéutica de su obra en clave positivista disponemos de numerosos trabajos que han analizado la tradición filosófica en la que aquella se inscribe. Su acervo filosófico ha sido enjuiciado desde las más diversas ópticas.²

¹ Dreyer (1906, p. 196 y 201); Duhem (1969, p. 28); Mittelstrass (1962, p. 10); Dijksterhuis (1961, p. 67); Sambursky (1970, p. 146); Wasserstein (1962, p. 54).

² Acerca de la pertenencia de su astronomía a una cosmología aristotélica se puede ver Franz Boll (1894), Toulmin (1961, p. 138), Lloyd (1973, p. 115), Hanson (1985, p. 165), Pedersen (2011, p. 35). Para estudiar la presencia de la filosofía estoica en sus escritos, se puede consultar Perez Sedeño (1987, p. 42 y 49).

Pero nuestra intención no es terciar en la discusión acerca de la pertenencia del astrónomo a una tradición filosófica específica. Nuestro propósito es analizar los escritos de Ptolomeo³ desde una particular cuestión epistemológica, a saber, ¿cuál es la comprensión positiva que tiene Ptolomeo de la misma ciencia que practica? ¿Existe en su obra el intento de desvincular su racionalidad científica de la reflexión filosófica?

Nuestra investigación se desarrolla en línea con recientes publicaciones que han mostrado suficientemente la continuidad que existe entre los escritos ptolemaicos y la filosofía aristotélica y platónica. Se trata de la tradición hermenéutica inaugurada por Taub (1993) quien se ha ocupado de mostrar cómo los ideales éticos atraviesan las ideas astronómicas de Ptolomeo. Esta misma línea de investigación ha sido fortalecida por los trabajos de Carlos Minguez (1995), de Liliana Jaqueline Feque (2009), Barker (2000, p. 268) y Swerdlow (2004). Nuestro trabajo se desarrollara en comunión con el horizonte comprensivo planteado por estos estudios. En este sentido, el valor del presente trabajo no radica en la originalidad o la novedad de su tesis sino, más bien, en la sistematización o precisión con la que se busca definir el estatuto epistemológico de la ciencia ptolemaica desde su relación con las tesis filosóficas.

Ahora bien, reconocemos las limitaciones que supone el planteo de dicha cuestión. Pues el mismo modo de plantear la pregunta podría

Respecto a su deuda intelectual con la tradición platónica contamos con los trabajos de Sambursky (1970, p. 208) y de Beaujeu (1966, p. 334). En una posición más mesurada, aunque todavía en línea con esta hermenéutica, puede mencionarse la tesis doctoral de Jacqueline Feke (2009, p. 14) donde presenta al astrónomo como un platónico empirista. Ptolomeo adaptaría ciertas tesis platónicas a una teoría del conocimiento que encontraría su fundamento en una ontología distintivamente aristotélica. Por su parte, Toomer (1984, p. 35), Manuli (1980, p. 66-74) y Taub (1993, p. 16) interpretan los escritos ptolemaicos en las coordenadas del eclecticismo.

³ Calificaremos como Ptolemaicos a los escritos que analizaremos en la medida que éstos fueron escritos y sistematizados por Claudio Ptolomeo en el siglo II d. C. Aunque se reconoce que la cosmología ptolemaica no fue elaborada por este sólo autor sino más bien, por una serie de astrónomos y matemáticos que trabajaron en el Museo de Alejandría desde el siglo III a.C hasta el siglo II d. C.

suponer la aproximación heurística desde la cual la modernidad formula el problema. Si pretendemos entender la racionalidad científica de Ptolomeo es preciso dispensarse de toda materialización moderna. De lo contrario, la misma argumentación que desarrollaríamos en este artículo podría conducirnos a la siguiente paradoja: si probamos que los modelos astronómicos de Ptolomeo están informados por tesis filosóficas, entonces confirmaríamos que nuestra pregunta está mal formulada. La diferenciación entre ciencia y filosofía que presupone la pregunta se disuelve en la respuesta afirmativa.

Cabe aclarar que Ptolomeo nunca habla de metafísica y sólo ocasionalmente se refiere genéricamente a la filosofía. No obstante, en la ciencia teórica que – en el *Prefacio* de su *Almagesto* – él reconoce como teología podemos comprender toda la especulación metafísica o filosófica que indaga racionalmente acerca del primer principio. En este sentido, uno de los objetivos de nuestro trabajo será indagar la racionalidad ptolemaica desde su particular concepción de la relación astronomía-teología.

Evidentemente el alejandrino distingue la teología y la matemática como dos ciencias distintas. Sin embargo, será el objetivo de nuestro trabajo mostrar – en distintos niveles de análisis – la unidad que existe entre ambas, de modo de poder esbozar la comprensión que tiene Ptolomeo acerca de su propia ciencia.

La hipótesis de nuestro estudio es que no existe dicotomía alguna entre la matemática y teología o – lo que es lo mismo – entre sus modelos astronómicos o armónicos y la filosofía. Su modelo teleológico de explicación científica concretaría una particular unidad entre ellas lo cual excedería, evidentemente las coordenadas de comprensión que ofrece el empirismo.

Para poder analizar en los escritos de Ptolomeo esta unidad dinámica entre matemática y teología estudiaremos tres tesis que justifican a su vez la división del artículo. En primer lugar, presentaremos a través de la división de las ciencias teóricas que éste expone en el *Prefacio* del *Almagesto*, la unidad teleológica que la

matemática guarda respecto a la teología (1). En segundo lugar, expondremos el horizonte filosófico-teológico que sustenta los modelos matemáticos del alejandrino. Particularmente analizaremos cómo los modelos de explicación matemática que desarrolla en el *Almagesto* asumen ciertos supuestos de naturaleza teológica (2). En tercer lugar, presentaremos – tal como Ptolomeo lo expone en su *Harmónica* – el fundamento ontológico de su elección metodológica por la matemática. Al postular la belleza como el objeto propio de la matemática hace explícito el sustrato eidético que sustenta su práctica científica (3).⁴

Estos apartados nos permitirán analizar la cuestión desde dos ópticas diferentes. Por un lado, la estudiaremos desde la imagen normativa de la ciencia que tiene Ptolomeo –tal como el mismo la expone en el *Prefacio* del *Almagesto*– por otro, desde el resultado final de sus modelos.⁵

El orden expositivo de nuestro trabajo no busca respetar un orden estrictamente cronológico. La exposición es más bien hermenéutica y comprensiva. A saber, buscamos que quede patente la comprensión que tiene el alejandrino de la ciencia que práctica.

⁴ Nos ocuparemos del *Almagesto* y de la *Harmónica* porque es en ellas donde el astrónomo se propone aplicar las matemáticas como el método seguro e incontrovertible para acceder al conocimiento científico y para la formulación de conjeturas. No nos ocuparemos de su escrito sobre *El Criterio* en la medida que en él no sigue un método matemático para el desarrollo de su teoría acerca del alma humana. En línea con lo que postula Feke (2009, p. 201, 220, 224) creemos que *El Criterio* es uno de los escritos tempranos de Ptolomeo – quizás el primero. Probablemente por este motivo podría no haber formulado todavía su método científico. Esto explicaría el hecho de que en dicho tratado el astrónomo no aplica la armonía ni ninguna otra rama de la matemática para la formulación de su doctrina del alma humana.

⁵ No nos interesa simplemente señalar si existe consistencia o no entre su práctica científica y su comprensión normativa de la ciencia. Esto es un estudio ya desarrollado por Feke (2009, p. 18 y ss.) y planteado en una reseña por Alan Bowem (1994), quienes ciertamente arriban a diferentes conclusiones. Nuestro abordaje no busca sino acceder a una visión más comprehensiva acerca de la intelección ptolemaica de la racionalidad científica en sus relaciones con la filosofía.

1. Las Matemáticas y la Teología en el *Prefacio del Almagesto*

En orden a exponer la comprensión que tiene Ptolomeo acerca de la íntima vinculación que existe entre las matemáticas y la teología, atenderemos particularmente al *Prefacio* con el que abre el *Almagesto*.⁶ Este *Prefacio* – que aparece en la edición de Toomer como el primer capítulo del Libro I – no solo constituye una contextualización filosófica de su obra sino también una imagen de la comprensión normativa que tiene el astrónomo acerca de su propia práctica científica. Nos interesa particularmente atender a este *Prefacio* porque en él el astrónomo presenta el fundamento epistémico de su noción de ciencia o racionalidad científica.

En continuidad con la tradición aristotélica, Ptolomeo hace una primera distinción entre la filosofía teórica y la práctica. Retoma la división tripartita de la filosofía teórica en el conocimiento físico, el matemático y el teológico.⁷ Finalmente, define cada una de estas ciencias y la relación que existe entre ellas en virtud de la naturaleza de su objeto:

En efecto, Aristóteles divide, con mucho acierto, lo teórico en tres géneros principales: física, matemáticas y teología. Pues todos los seres que existen están compuestos por materia, forma y movimiento; y aunque no puede contemplarse separadamente

⁶ Entre las obras que conservamos de Ptolomeo, el *Almagesto*, ocupa un lugar privilegiado por su óptima conservación en ediciones sucesivas (Heiberg, 1898; Heiberg, 1903; Haskins, 1960, p. 157-165; Kunitzsch, 1974, p. 83-112; Toomer, 1984). Nosotros nos valdremos de la notación correspondiente a la edición de Toomer (1984). Las traducciones serán nuestras.

⁷ Boll (1894, p. 71) cree que cuando Ptolomeo escribió el prefacio a su *Almagesto*, éste ya había tenido indudablemente conocimiento del libro sexto de la *Metafísica* (1025b19-1026a33) de Aristóteles, es decir, del libro donde justamente el Estagirita explica esta división tripartita de la filosofía teórica. No obstante, – y tal como señala Liba Chaia Taub (1993, pp. 19-37) – en el *Almagesto* encontramos ciertos énfasis y giros que lo alejan, en cierto modo, de las definiciones aristotélicas. Pero, a pesar de estas diferencias que señala Taub podemos sostener que se trata ciertamente de una interpretación que hace Ptolomeo de ciertos pasajes de la *Metafísica*.

ninguno de éstos compuestos en el sustrato, sino sólo concebirlo y sin los restantes. (*Almagest* 1.1, H5)
(Nuestra traducción)

En la medida que la sustancia está compuesta de materia, forma y movimiento Ptolomeo distingue tres géneros de conocimiento, a saber, la física, la matemática y la teología. Pero atendamos particularmente a los términos de la relación que son el objeto de nuestro estudio.

Ptolomeo define la teología como aquella ciencia que se pregunta por la causa primera – en sí misma inmóvil – del primer movimiento del universo. Aún más se aventura incluso a describir la naturaleza de esta causa primera como una divinidad invisible e inmutable que se encuentra en la región más alta del cosmos:

Si alguien considerara la causa primera del primer movimiento de todo el universo, lo pensaría como un dios invisible e inmóvil; y la investigación de este ser se llama teología, al estar este tipo de acción por encima de los fenómenos del cosmos, sólo concebible, separada radicalmente de las sustancias percibidas por los sentidos. (*Almagest* 1.1, H5)

El alejandrino identifica la primera causa del movimiento con un dios invisible e inmutable. Hay aquí, al menos según Pedersen (2011, p. 31) una clara referencia al Primer Motor inmóvil del que habla Aristóteles tanto en su *Metafísica* 1071b3-1074a38, como en el libro VIII de la *Física* 8, 260a21-26.⁸ Pues lo describe como aquella entidad inmutable que está completamente separada de la realidad sensible.

Notemos además que Ptolomeo delimita la teología no solo en virtud de la naturaleza de su objeto sino también por sus

⁸ En el prefacio del *Almagesto*, Ptolomeo se concentra en dos aspectos del objeto de la teología: lo define por su imperceptibilidad e inmutabilidad. En su *Óptica* apela a él como un ejemplar paradigmático de inmutabilidad. Se refiere a él como aquello que mueve primero (*quod primo mouet*) (2.103). De este modo, también en su *Óptica* se hace explícita su identificación de la primera causa con el Motor inmóvil de Aristóteles.

características de accesibilidad epistémica. En este último sentido, el astrónomo define la teología por la invisibilidad de su objeto. Caracteriza a Dios como un ser “invisible e inmóvil” y podríamos agregar imperceptible en la medida que lo describe como una sustancia “separada radicalmente de las sustancias percibidas por los sentidos”. Tal como veremos un poco más adelante, el alejandrino especifica la accesibilidad epistémica de cada una de las ciencias teóricas. Respecto al objeto de la teología lo describe nuevamente como aquello que es absolutamente invisible e inapresable.

Por otro lado, el matemático prescindiendo de las cualidades sensibles se ocupa de abstraer la figura, la trayectoria, la cantidad y la medición del movimiento tanto de los cuerpos mortales como inmortales, explica Ptolomeo:

El tipo de ciencia que investiga lo que puede verse de la naturaleza con respecto a la configuración y trayectoria del movimiento, figura, cantidad, tamaño, y también lugar, tiempo y cosas semejantes, configura las matemáticas. Su ser sustancial cae, por así decirlo, en medio de las otras dos; no sólo porque puede percibirse por medio de los sentidos y al margen de ellos, sino también porque atañen absolutamente a todos los seres, tanto mortales como inmortales; unos perpetuamente cambiando de forma, de la que no pueden prescindir, otros eternos y de naturaleza etérea, conservando sin cambio su forma inmutable. (*Almagest* 1.1, H6)

Ptolomeo ubica el objeto de las matemáticas en un lugar intermedio entre la física y la teología. Esta posición intermedia de la matemática la funda en dos motivos.

Primero, porque la matemática se ocupa de todos los seres y, en este sentido se ocupa tanto del objeto de la teología como del de la física. Ella estudia los accidentes cualitativos de todos los cuerpos – infralunares y supralunares – que son susceptibles de ser cuantificadas. Todas aquellas propiedades de los cuerpos que pueden ser medidas o enumeradas – tales como la figura, la cantidad, el tamaño, el lugar, el tiempo – corresponden al estudio de la matemática.

El segundo motivo que alega el astrónomo para conceder a la matemática un estatuto intermedio entre la física y la teología es que su objeto puede percibirse por medio de los sentidos y al margen de ellos. Las matemáticas pueden ser estudiadas a través de herramientas visuales, tales como los diagramas. Por ejemplo, la figura y las trayectorias que siguen los astros o unos danzantes pueden ser dibujadas en un esquema. En este sentido, la matemática se acerca al proceder de la física que se vale de los sentidos pues sus objetos son perceptibles. Sin embargo, destaca que la comprensión de dicho esquemas no tiene que depender del manejo de las figuras geométricas o de las operaciones que con ellas se realizan. Pues el objeto de la matemática no es el esquema o la figura perceptible sino la forma subyacente del movimiento. En continuidad con Aristóteles (*Metafísica* 1078a2-5), Ptolomeo reconoce al objeto de la matemática como perceptible. No obstante, entiende que ello no significa que el matemático estudie su objeto en tanto perceptible.

Atendiendo a la accesibilidad epistémica de su objeto, el alejandrino establece entre la matemática y la teología una distinción epistemológica, a saber, entre lo que el entendimiento humano puede conocer con seguridad – básicamente las matemáticas – y las distintas concepciones sobre la divinidad y la naturaleza material, las cuales se moverían siempre en una dimensión conjetural:

Meditando sobre estas cosas, se diría que dos entre estos diferentes géneros de filosofía especulativa (la física y la teología), más constituyen algo conjeturable (*εἰκασίαν*) que un conocimiento científico (*κατάληψιν ἐπιστήμονικὴν*): la teología porque su objeto es absolutamente invisible e inapresable, y la física, por su materia inestable e incierta; de modo que, por estas causas, nunca se espera que los filósofos alcancen acuerdo alguno sobre las mismas. Sólo las matemáticas, si uno se aproxima a ellas con un método riguroso, proporcionan un conocimiento (*εἶδ-ησιν*) firme e inmutable a sus seguidores, como demostración realizada por caminos indiscutibles, los de la aritmética y la geometría. (*Almagest* 1.1, H6-7)

En virtud de la perceptibilidad o no de sus objetos Ptolomeo clasifica las ciencias teoréticas. Asegura que la teología y la física solo ofrecen un conocimiento conjeturable acerca de su objeto. En el caso de la teología se debe a que su objeto de estudio – la primera causa del movimiento del universo – es invisible e inapresable. Aquí Ptolomeo está suponiendo, en línea con Aristóteles, que el conocimiento depende de la mediación de la percepción sensible. El intelecto obtiene conocimiento a partir del juicio que emite acerca de las percepciones sensibles. De aquí que considere que la naturaleza invisible del objeto teológico dificulte al ser humano acceder a un conocimiento cierto acerca de él. La primera causa del movimiento del universo sería para Ptolomeo absolutamente invisible e inapresable. La divinidad está fuera del alcance del conocimiento sensible. Sólo la razón puede deliberar acerca de ella. El objeto de la teología puede ser pensado. Más siempre será pensado de un modo conjetural.

Por otro lado, en el caso de la física, el astrónomo destaca que sus objetos sí son perceptibles. Sin embargo, debido a su permanente mutabilidad es imposible hacer inferencias claras y estables acerca de ellas. En la teología y en la física solo podemos obtener una serie de conjeturas.

Ptolomeo sitúa a la matemática como el único método que aplicado rigurosamente nos provee de conocimiento seguro.⁹ En esta metodología el alejandrino cifra la posibilidad de que la matemática preste un auxilio a la teología. Pues a través del estudio de las

⁹ No solo en el citado pasaje del prefacio del *Almagesto*, también en *La Harmónica* (3.3, D94.16-17) y en *El Criterio* (La6) Ptolomeo sostiene que solo los estudios astronómicos como los armónicos pueden alcanzar verdadero conocimiento en cuanto que emplean respectivamente la geometría y la aritmética como una herramienta incuestionable para alcanzar el conocimiento de sus respectivos objetos. Mientras que la astronomía es la ciencia de los objetos racionales que son percibidos por la vista, la armonía es la ciencia de los objetos racionales que son perceptibles por el oído. No obstante, y a pesar de esta diferencia, ambas emplean las herramientas matemáticas como un método incuestionable para acceder al conocimiento. La astronomía utiliza la geometría y la armónica la aritmética (Cf. *La Harmónica* 3.3, D94.16-20).

matemáticas, la teología encuentra un nuevo camino para acceder cognoscitivamente a su objeto.¹⁰ La astronomía – como una de las ramas más importantes de la matemática – puede hacer buenas conjeturas acerca del objeto de la teología y de este modo contribuir con su estudio. Lo divino así queda incluido o reconocido entre los dominios de lo que investiga la astronomía:

Pues ella (la matemática) nos abrirá el camino para entender la esencia de la teología, ya que es la única capaz de vislumbrar adecuadamente sobre la actividad de lo inmóvil y lo separado, (y ello) porque relaciona las sustancias que por una parte son sensibles (mueven y son movidas) y, por otra, eternas e inmutables, por medio del curso y disposición de los movimientos. (*Almagest* 1.1, H7)

A partir del movimiento de los astros visibles el astrónomo puede hacer conjeturas acerca de la naturaleza de lo inmóvil y separado. En esta línea, Taub (1993, p. 24 y ss) explica que Ptolomeo al estudiar los atributos de los movimientos de los cuerpos celestes abstrayendo de ellos su eternidad y relativa inmutabilidad, puede hacer buenas conjeturas acerca del Primer Motor.

La ciencia matemática se ocupa del movimiento de los cuerpos sensibles que puede ser traducido en figuras u operaciones geométricas. No obstante, también – y sobre todo– se ocupa de la forma o figura que escapa a los sentidos y en cuyo límite se encontraría la teología. Aquella causa eterna, inmóvil y separada de la materia sensible – que se presenta como inapresable para la teología– puede ser estudiada a través del movimiento siempre igual de los astros divinos. El mismo movimiento eterno e inmutable de los astros revela la naturaleza del objeto de la teología. En la medida que los cuerpos celestes tienen ciertas características comunes con los objetos teológicos, la astronomía puede hacer buenas conjeturas

¹⁰ La representación de la teología como conjetural no es en absoluto una tesis aristotélica. Para Aristóteles y Platón la teología accede a la forma más perfecta de conocimiento porque ella trata con el orden ontológico más alto de la realidad

(καταστοχάζεσθαι) de lo que es inmóvil y separado que en cierto punto el alejandrino identifica con lo divino.

Puede hacerlo porque – tal como vimos más arriba – su objeto propio está constituido por seres que son, por una parte perceptibles, que se mueven y son movidos, pero que por otra parte, en la disposición de sus movimientos pueden revelársenos como eternos e inmutables. Ptolomeo explica que la naturaleza corruptible de los cuerpos físicos se manifiesta en sus movimientos en línea recta, mientras que la naturaleza divina de los cuerpos celestes se revela en sus movimientos circulares uniformes. Pues bien, al trascender las figuras y esquemas geométricos el astrónomo puede conjeturar acerca de la estructura eterna, inmóvil y separada de la materia sensible de los cuerpos celestes (Cf. Ptolomy, *Almagest* 1.1, H7). A través del movimiento circular uniforme puede leer la estructura eterna del movimiento celeste y conjeturar la existencia de una causa del primer movimiento divino.

La matemática – según Ptolomeo – revela la forma de los seres que cambian como la forma inmutable de los seres eternos. Estudia la forma de todos los cuerpos corruptibles que están sujetos a un continuo cambio. Pero, más particularmente, se ocupa de manifestar la forma inmutable de los movimientos eternos y divinos. Y, en este sentido, decimos que la matemática se ordena, como a su objeto más perfecto, a la teología. De este modo, la matemática –o más específicamente, la astronomía como una de sus ramas– comparte su objeto con la teología. La matemática participa del objeto de la teología en cuanto que el primer movimiento divino es también parte de su objeto. La astronomía con la comprensión de este primer movimiento divino revela su sustrato u objeto común con la teología. El mismo Ptolomeo confiesa que se ocupara específicamente de aquella parte teórica de la astronomía que investiga los movimientos divinos:

En lo posible, nos ocupamos específicamente de esta parte teórica en todos sus aspectos, pero con preferencia de la rama que investiga sobre los movimientos divinos y celestes, porque solo ella atiende al examen de lo que siempre permanece igual;

y no siendo oscura ni desordenada, será capaz de ser eterna e inmutable, característica propia de la ciencia, y de colaborar en el ámbito de las otras disciplinas, tanto o más que ellas. (*Almagest* 1.1, H7)

Ptolomeo establece las matemáticas como el único método capaz de ofrecer conocimiento seguro e incontrovertible acerca del mundo. Ahora bien, la formulación de este método no supone, en absoluto, una delimitación o una reducción de la práctica científica al mundo matemático. No sólo reconoce a la teología como una verdadera ciencia sino que ella también es objeto material de su inquietud astronómica.

Aún más, el alejandrino le confiere a la matemática – o a la astronomía como a su disciplina más específica – el máximo estatuto epistemológico en la medida que ella se ocupa de revelar justamente el objeto que comparte con la teología, a saber, la forma eterna y siempre inmutable de los movimientos divinos.

En un fino análisis, Carlos Minguez (1995, p. 30), – refiriéndose al parágrafo recién citado – explica que el astrónomo posee una comprensión aristotélica de ciencia. A saber la entiende como aquel conocimiento de carácter eterno e inmutable. Pues bien, en la medida que la astronomía estudia la forma subyacente de los movimientos celestes, Ptolomeo reconoce que su estudio alcanza estas notas propias de la racionalidad científica.

La matemática al analizar el objeto propio de la teología se acerca más – según Minguez – a lo que reconoceríamos como un modelo aristotélico de ciencia, esto es, a un conocimiento eterno, universal, necesario e inmutable. La astronomía adquiriría estas las notas no sólo por seguir el procedimiento o la metodología propia de la aritmética o la geometría, sino sobre todo en virtud de su participación en el objeto de la teología.

Dando un paso más, Taub (1993) sostiene que para Ptolomeo la matemática es un tipo específico de teología. Aún más, escribe que “Ptolomeo considera la astronomía matemática como la mejor forma de teología al alcance del hombre” (Taub, 1993, p. 29).

En línea con esta hermenéutica de Taub y Minguez creemos que es necesario matizar la lectura de Feke (2009, p. 42) quien sostiene que “identificar la matemática con la teología no es claramente lo que Ptolomeo hace en el *Almagesto*”. Ciertamente su propósito no es identificarla, de hecho –tal como vimos más arriba– las distingue como dos ciencias teóricas que se diferencian en virtud de su objeto y de su accesibilidad epistémica. No obstante, consideramos que Ptolomeo no deja de subrayar la unidad dinámica que debe existir entre ellas. Una unidad dinámica que podríamos caracterizar como un orden teleológico que la astronomía debe guardar respecto a la teología.¹¹

Este breve bosquejo acerca de cómo la astronomía puede contribuir – según Ptolomeo – con el conocimiento de la teología, nos permite un primer acercamiento a su noción de racionalidad científica. Al menos nos permite sostener que el astrónomo nunca pretende definir su práctica astronómica en contraposición dialéctica

¹¹ Esta unidad teleológica no solo la postula teóricamente en el *Prefacio* del *Almagesto* sino que la formula través de un modelo de explicación teleológico de explicación científica. Por modelo teleológico entendemos aquella explicación acerca de la existencia de ciertas entidades en virtud de aquello que hacen, es decir, en términos de una finalidad inherente a sus procesos y estructuras. Pues bien, Ptolomeo en su pregunta acerca de la causa del movimiento de las esferas ofrece una explicación de este tipo. En sus *Hipótesis Planetarias* 2.3 sostiene que los cuerpos celestes se mueven por su propia fuerza o *dynamis*. Esta *dymanis* de las esferas celestes es la que da origen y mantiene su movimiento voluntario. Se trata de una fuerza que es análoga a la inteligencia humana la cual posee en sí misma pensamiento, percepción e impulso. Esta teoría animista de los cuerpos celestes es el fundamento no solo para su rechazo a la explicación mecanicista de sus movimientos (*Hipótesis Planetarias* 2.5) sino para la formulación de un modelo astronómico que explica los movimientos astrales en virtud de su ordenamiento a una causa final. En línea con la interpretación de Taub (1993, p. 116) y Feke (2009, p. 213) podemos decir que si Ptolomeo acepta la existencia del Primer Motor de Aristóteles – tal como consta en *Almagesto* 1.1 y en la *Óptica* 2.103 – pero rechaza, al mismo tiempo, la tesis de que éste mueva a modo de motor eficiente, sería legítimo o plausible adjudicar a alejandrino la tesis de que el primer motor mueve los astros a modo de causa final. El movimiento circular uniforme de los astros se explicaría en virtud de su deseo del Primer Motor. De este modo el Primer Motor moverías las esferas no a modo de causa eficiente sino a modo de causa final. Por otro lado, su misma comprensión de los astros como seres animados y dotados de deseo permite esta interpretación.

con la teología. Todo lo contrario, presenta la teología como el *telos* de la astronomía. La astronomía ptolemaica participa del objeto de la teología y hacia ella ordena su estudio como a su objeto más perfecto. Esta comunión entre la teología y la matemática manifiesta una racionalidad científica que no solo no excluye sino que supone y alienta la inquietud teológica acerca de los cielos.

Podríamos decir que en cuanto a la perfección de su objeto (universal, necesario, inmutable) la teología parecería poseer – según el astrónomo – una prioridad ontológica sobre las demás ciencias. Bajo este aspecto a la astronomía le reconoce propiamente un estatuto científico en la medida que comparte parcialmente su objeto material con la teología.

No obstante, atendiendo al método más seguro para comprender la estructura del movimiento, claramente Ptolomeo erige la matemática sobre el pensar estrictamente filosófico. Sitúa al conocimiento matemático como la forma más perfecta de conocimiento, incluso, metodológicamente como un conocimiento más perfecto que la teología.¹² Ptolomeo asegura que solo a través del método riguroso establecido por la aritmética y la geometría, la astronomía puede prestar un auxilio a la teología.¹³

¹² Aristóteles sostiene que la teología es el conocimiento más perfecto de la filosofía teórica pues ella trata con los seres divinos más perfectos. Cada ciencia es categorizada por el Estagirita como mejor o peor en función de su objeto de estudio (*Metafísica* 1064b1-1064b6). Ptolomeo erige la matemática como la ciencia más perfecta no en virtud de su objeto material sino en miras al modo más asequible al conocimiento humano. Sus consideraciones no versan sobre la ciencia en sí misma sino que se pregunta por la ciencia en cuanto poseída por el entendimiento humano. En este sentido, y aunque la consideración de la ciencia por parte de Ptolomeo da un giro respecto a la tradición aristotélica, no creemos que exista entre ellos una contradicción directa. Pues cada uno de ellos evalúa la ciencia bajo distintos aspectos, que en definitiva pueden resultar complementarios.

¹³ La perfección y la exactitud metodológica de la matemática es una tesis que aparece en el *Prefacio* pero que es matizada por el alejandrino posteriormente en sus escritos – tal como veremos en el próximo punto.

2. El supuesto teológico de su modelo astronómico

En este punto analizaremos la relación que guarda el método matemático de Ptolomeo con una tesis que tiene que ver con su concepción teológica acerca del mundo. Mostraremos como el supuesto acerca del movimiento circular uniforme – sobre el cual erige su modelo astronómico – no se funda únicamente en el riguroso uso de un método matemático sino también en hipótesis que proceden de antiguas tradiciones cosmológicas.

No nos interesa, en absoluto, limitarnos a señalar bajo este aspecto una inconsistencia entre la imagen normativa ofrecida en el *Almagesto* y su práctica científica. Lo que pretendemos delinear en este segundo punto son aquellos elementos comunes y explicativos de su racionalidad científica. Señalar las implicancias que tiene su práctica científica en su comprensión de la ciencia.

Ciertamente – tal como expusimos en el punto anterior – Ptolomeo considera en el *Almagesto* que el método matemático es el método seguro e incontrovertible para acceder al conocimiento científico. También en *La Armónica* (3.3, D94.16-17) explica que los estudios astronómicos como los armónicos pueden alcanzar verdadero conocimiento en cuanto que emplean respectivamente la geometría y la aritmética como una herramienta incuestionable para alcanzar el conocimiento de sus respectivos objetos. Aún más, establece un parentesco entre la astronomía y la armonía en virtud del método matemático que tienen en común:

Ellas [la armónica y la astronomía] emplean la aritmética y la geometría, como instrumentos indispensables, para descubrir la cantidad y la cualidad de los movimientos primarios; y como si fueran primas, nacen de dos hermanas, la vista y el oído, y son educadas como niñas lo más estrechamente ligadas en su existencia por la aritmética y la geometría. (*Harmonic* 3.3, D94.16-20. Las traducciones son nuestras)

Mientras que la astronomía es la ciencia de los objetos racionales que son percibidos por la vista, la armonía es la ciencia de los objetos racionales que son perceptibles por el oído. La astronomía estudia el movimiento de los cuerpos celestes que son percibidos por la vista. La armonía, en cambio, estudia el movimiento de las cosas en cuanto que son percibidas por el oído – esto es – el sonido. Pero a pesar de esta diferencia ambas emplean las herramientas matemáticas como un método incuestionable para acceder al conocimiento. La astronomía utiliza la geometría y la armónica la aritmética.

Sin embargo, si atendemos a la práctica científica del alejandrino, es decir, a la formulación de sus modelos astronómicos y armónicos creemos que esta tesis acerca del carácter incontrovertible de su método matemático debe ser matizada.

El mismo astrónomo confiesa que en sus modelos astronómicos existen algunos elementos o datos a los que no se les debe prestar la misma confianza. Entre ellos se refiere, particularmente a sus mediciones matemáticas de los movimientos celestes. Alega, que la posibilidad de error que existe, por ejemplo, para determinar el período o la longitud exacta de un año tropical es de $\frac{1}{4}$ de un día en sus observaciones (*Almagest* 3.1). Por otro lado, señala que el grado de precisión aceptado en su catálogo de las estrellas es de 10' y la exactitud obtenida, por medio de los instrumentos de medición utilizados, es del orden de un grado de error medio en longitud, y de medio grado en latitud. Esta misma advertencia se encuentra también en la *Óptica*, cuando señala las distorsiones debidas al estado de la atmósfera o porque el objeto observado se encuentra cerca del horizonte. En pocas palabras, aquellos datos y mediciones a los que efectivamente accede a través de su método matemático, no parecen gozar del carácter seguro e incontrovertible que prometía en el prefacio de su *Almagesto*.¹⁴

¹⁴ Para profundizar acerca de la conciencia que tiene el astrónomo respecto de la inexactitud de las matemáticas se pueden ver los estudios de Toomer (1984, p. 328n51) y Lloyd (1978, pp. 237 y 245).

La imposibilidad de que los astrónomos conozcan los períodos exactos de los movimientos celestes se debe para el alejandrino a los límites que supone la observación. Pues las mediciones que pueden hacer los astrónomos de la duración del tiempo es contingente, a saber está limitada, a sus propios períodos de existencia, y a los registros que pueden llevar en el lapso de su corta vida. Luego, éstos no pueden saber, y por lo tanto, no deben afirmar, por ejemplo, que los valores matemáticos que obtienen de la medición de los años tropicales son definitivamente válidos. Estos valores no son sino una aproximación de la longitud del año tropical, que él llama “la aproximación más cercana posible que podemos derivar de los datos disponibles” (*Almagest* 3.1). En este sentido, a aquellos conocimientos que proceden estrictamente de las mediciones matemáticas el alejandrino termina otorgándoles un carácter meramente aproximado.

El alejandrino matiza, en este sentido, el carácter incontrovertible que en el *Prefacio* otorga al método matemático. Y paradójicamente, sitúa como los núcleos más importantes de su comprensión del mundo supra-lunar a supuestos de carácter teológico a los que – según vimos más arriba – les reconocía un mero carácter conjetural.

Cabe distinguir que en el *Almagesto* Ptolomeo desarrolla sus modelos astronómicos en dos niveles distintos. Primero procura formularlos en un nivel abstracto y luego, se esfuerza por introducir los valores numéricos de sus observaciones y mediciones. Estos pasos metodológicos se ordenan a probar fundamentalmente dos supuestos ontológicos. A saber, la hipótesis acerca del carácter esférico de los cielos (*Almagest* 1.3 y 1.8) y aquella que postula el movimiento circular uniforme de los cielos (*Almagest* 3.3). Mientras que para la cuantificación de sus modelos recurre a los límites aproximados que le facilita la medición matemática de lo observado; en la formulación abstracta de estas hipótesis el astrónomo parece fundarse en tradiciones filosóficas que lo preceden.

El carácter esférico de los cielos es una de las hipótesis que según Ptolomeo debe ser considerada como verdadero. A favor de ella,

alega una serie de argumentos dialécticos y empíricos.¹⁵ Argumenta que dicha hipótesis debe reconocerse como verdadera porque ella explica y da cuenta de los datos empíricos. Escribe: “Ninguna otra hipótesis sino ésta puede explicar cómo las construcciones del reloj de sol produce resultados correctos” (*Almagest* 1.3). La veracidad de la hipótesis acerca del carácter esférico es confirmada – a su entender – por la observación de los fenómenos. Aún más, en *Almagesto* 1.8, alega que la hipótesis acerca de la esfericidad de los cielos va a ser probada en los siguientes capítulos a través del acuerdo que ella guarda con las observaciones empíricas; o – lo que es lo mismo – mostrará cómo todas aquellas nociones o tesis alternativas a dicha hipótesis están en contradicción con los fenómenos observados (*Almagest* 1.3). En este caso el astrónomo aplica la matemática como el método que le permitiría probar – aunque con una pretensión más medida que en el *Prefacio* – la adecuación empírica de este postulado.

No obstante, Ptolomeo parece ser consciente que ciertos hechos empíricos podrían contradecir sus hipótesis acerca del carácter esférico de los planetas y del movimiento circular uniforme que aquellos trazan. En el conocido y muy discutido texto de su *Almagesto* 3.3 arguye que la hipótesis acerca del movimiento circular uniforme de los cielos debe salvarse a pesar de las anomalías o irregularidades que se observan aparentemente en los movimientos planetarios.

¹⁵ Arguye, primero, que el tamaño y la mutua distancia de las estrellas no parecen sujeto de cambio. Segundo, que la forma esférica de los cielos es la única hipótesis que explica las observaciones en el reloj de sol. Tercero, que el movimiento de los cielos es el más libre de todos los movimientos y que la forma móvil más libre es la de una esfera. Cuarto, que el tamaño de los cielos es más grande que cualquier otro cuerpo y que, por tanto, debería tener la forma que posee mayor volumen, a saber, una forma esférica. Quinto, atendiendo a la naturaleza etérea de los cielos, por la cual las partes son similares entre sí, debe reconocerse la necesidad de que los cielos tengan una forma esférica donde las partes sean lo más similares entre sí. Finalmente, aduce que el éter consiste en partes esféricas, el cielo está compuesto de éter, luego los cielos deben ser esféricos.

En orden a explicar aquellas irregularidades (cambios de velocidad, retrogradaciones, etc.) de los movimientos planetarios – que contradicen su tesis acerca de su movimiento circular uniforme – Ptolomeo introduce círculos epicíclicos, deferentes (concéntricos y excéntricos) y ecuantas. Estos elementos le permiten fundamentalmente postular el carácter aparente de estos movimientos irregulares de los planetas, argumentando que ellos se deben simplemente a que sus centros de rotación uniforme no coinciden con el punto desde el cual son vistos sus movimientos.

El alejandrino asume en sus modelos astronómicos un principio ontológico que exige explicar el movimiento astral mediante un movimiento circular uniforme. Pero la adopción de tal principio no la funda en argumentos empíricos ni dialécticos. Por el contrario – tal como él mismo explica – la observación de los aparentes movimientos irregulares de los planetas parecería contradecir dicha hipótesis. Pero a pesar de ello, Ptolomeo la asume como verdadera por sobre cualquier tipo de observación. Y para salvar la aparente contradicción que presentan dichas observaciones con su tesis acerca del movimiento circular uniforme de los cielos recurre a la postulación del modelo excéntrico, del epiciclo y del deferente.¹⁶ Su argumento podríamos resumirlo de la siguiente manera: porque los epiciclos y los excéntricos son capaces de dar cuenta de carácter aparente de los movimientos irregulares de los planetas, deben ser considerados como verdaderos. La verdad de estos modelos astronómicos se funda en última instancia en la comunión o

¹⁶ En línea con esta misma tarea el astrónomo descubrió posteriormente que el modelo excéntrico y el modelo del epiciclo deferente basados en el movimiento circular uniforme tenían ciertos límites para dar cuenta de ciertos movimientos planetarios. De ahí la necesidad de incorporar una nueva construcción geométrica: el ecuante. Esta nueva herramienta de cálculo le permitió al astrónomo del siglo II no solo adecuarse a los datos experimentales sino, sobre todo, salvar la uniformidad del movimiento circular de los astros. Es decir, describir la trayectoria de los astros de modo circular y uniforme, tal como la teología platónica dictaba que tenían que ser. Ptolomeo no niega el movimiento angular uniforme de los astros solo que lo explica en referencia al centro de su punto ecuante. En lugar de considerar esferas concéntricas, describe las órbitas de los astros mediante la combinación de diversos movimientos circulares centrados en diferentes puntos.

correspondencia que guardan respecto a una particular tradición heurística reconocida en la historia de la astronomía como el “mandato platónico”.

La asunción del movimiento regular uniforme de los astros presupone y manifiesta – para Platón y también para Ptolomeo – el carácter divino de los cielos. Este último, particularmente no deja de cultivar un sentimiento de reverencia respecto a los astros en la medida que les concede un carácter divino. Como conclusión del *Prefacio* del *Almagesto* escribe: “También nosotros mismos intentamos acrecentar constantemente el amor por la contemplación de lo eterno e inmutable” (*Almagest* 1.1).

El movimiento es concebido en esta larga tradición filosófica como un signo de imperfección que no puede ser predicado a lo divino. Sólo el cambio circular uniforme podría aplicarse a lo divino en cuanto que éste tipo de cambio local es entendido como un cambio que no cambia, es decir, un cambio de lugar que vuelve siempre al mismo lugar. Pues bien, en este horizonte mítico y teológico se inscribe la tarea del astrónomo alejandrino. Después de todo, lo que le preocupa a Ptolomeo es dar solución a una aparente incompatibilidad entre la observación física y el carácter divino de los astros.

Nuestro astrónomo no se limita a materializar una tradición filosófica esferizante en una exigencia técnica respecto a la forma geométrica específica que deben trazar las traslaciones planetarias. Entiende que este movimiento posee un contenido cognoscitivo que es teológica y existencialmente significativo. El movimiento circular de los astros tiene implicancias teológicas y existenciales. El círculo constituye el sustrato eidético que trasluce la simplicidad e inmutabilidad de lo divino. Este contenido cognoscitivo tiene, a su vez, para el astrónomo, una proyección existencial y ética pues el orden y la simplicidad de dicho movimiento debe traducirse en el estilo de vida del científico. Ptolomeo concluye el prefacio de su *Almagesto* invitando a los astrónomos a enamorarse del riguroso orden, proporción y simplicidad de los cielos, pues dicho movimiento

no solo manifiesta la Belleza divina sino que permite a los hombres alcanzar un estado espiritual semejante:

Esta ciencia puede permitirnos ver con especial claridad en todas aquellas cosas que conciernen a la conducta más digna en nuestras acciones y costumbres, debido a la correspondencia existente entre los seres divinos y el riguroso orden, proporción y simplicidad; y ello convierte a sus seguidores en enamorados de la belleza divina, habituándolos y volviéndolos especialmente susceptibles de alcanzar un estado de espíritu semejante (ordenado). (*Almagest* 1.1)

Finalmente aquel conocimiento de procedencia filosófica termina constituyendo el axioma incontrovertible de sus modelos astronómicos. El alejandrino elabora un modelo astronómico que se ajusta a aquellas notas – proporcionadas por Platón¹⁷ y sistematizadas por Aristóteles¹⁸ – acerca de cómo deben ser los

¹⁷ Platón expone su doctrina respecto a la ciclicidad de los movimiento circulares a través de un relato mítico. En el mito de Er (*República* 614b-621d)¹⁷ personifica la persistencia, ciclicidad e irrevocabilidad del movimiento celeste en una bella diosa que tiene en su falda el huso de los cielos.¹⁷ En las *Leyes* X 898a-b, Platón figura la plenitud de vida del intelecto divino con el movimiento de la esfera en rotación regular sobre su eje. Este movimiento se da en un solo lugar, se produce siempre de mismo modo y de manera regular. En virtud de dicho movimiento la esfera permanece siempre en el mismo puesto; se mueve en derredor del mismo punto, en la misma dirección y conforme a una proporción y orden único. Para Platón este movimiento presupone y manifiesta la existencia de una inteligencia divina (*Timeo* 34c-38c; *Leyes* 898d-899b. Cf. también *Epin.* 981e ss.). Este movimiento es el que más se asemeja al giro de la inteligencia divina. Ahora bien, si a lo divino se le asigna como lugar propio los cielos se entiende porque Simplicio cuenta que Platón le exigió a su discípulo – el matematico y geometra Eudoxo de Cnidos – que hallase una explicación para los movimientos observables del cielo postulando exclusivamente traslaciones circulares simples.¹⁷

¹⁸ Aristóteles está lejos de despreciar dicho mito (*Metafísica* L, 8, 1074b11-12 (§ 15). Todo lo contrario, se apropia de él y le confiere una fundamentación racional y sistemática. Formula los principios racionales de este movimiento circular uniforme. En *Del cielo* II, 4, 286b10-26 y 287a3-10 establece la prioridad de la figura esférica como la más adecuada para todos los estratos del mundo supralunar. Argumenta la perfección de lo esférico debido a la regularidad, exactitud y eternidad de su movimiento (*Del cielo* II, 4, 287b15-21). Ahora bien, tal como dicta el mito platónico, las consideraciones del Estagirita también están signadas por una

movimientos supralunares. En continuidad con esta tradición mítica y teológica retiene el requerimiento del movimiento circular uniforme. Pero en lugar de aplicar este requerimiento a las esferas, siguió a Apolonio de Perga (s. III a.C.) y a Hiparco (s. II a. C.) proponiendo una astronomía de Círculos. El movimiento en círculos es empleado por él para predecir – con un razonable grado de precisión cuantitativa – el complicado y aparentemente irregular movimiento de los planetas. Con él predice no solo las futuras posiciones de los planetas sino también las aparentes variaciones en velocidad y dirección de los planetas.

Pero lo que nos interesa destacar es que la implementación de su método matemático no se justifica por sí misma sino en el marco de esta tarea de resguardar una tradición heurística frente a la aparente inadecuación empírica de sus postulados. El interés del astrónomo por la nueva herramienta de cálculo –que supone, por ejemplo, el punto ecuante– se ordena aunque quizás de un modo tácito, a desarrollar una astronomía que esté en comunión con la cosmología platónica. Este sustrato eidético estaría asignándole a su práctica científica una dirección o un sentido específico de carácter teológico. En este sentido, su práctica científica –que supone la rigurosa aplicación metodológica de la matemática para predecir los movimientos planetarios– concretaría aquella ordenación teleológica de la que hablamos en el apartado anterior. Sus cálculos matemáticos cumplirían, de este modo, con el orden teleológico que deben guardar respecto a la teología.

lectura teológica de los astros. Para Aristóteles el movimiento de los astros girando regularmente sobre sus ejes se encuentra en una situación tal que su movimiento puede identificarse con el reposo propio de lo divino. En tanto sus movimientos no acusan ni principio ni fin, poseen una potencialidad mínima (solo locativa). Constituyen así un modo – único en su tipo – de actualidad. Y en este sentido, la rotación de la esfera celeste se convierte en la aproximación sensible más cercana al acto puro, eterno e inmutable de lo divino.

3. El fundamento ontológico de su elección metodológica por la aritmética

En la *Harmónica* podemos advertir un procedimiento análogo al que Ptolomeo desarrolla en su *Almagesto*. Tal como vimos más arriba, en su teoría acerca de la armonía musical también propone a la matemática como el método incontrovertible para acceder a su objeto. Particularmente establece a la aritmética como la herramienta que permite medir el movimiento de las cosas que es percibido por el oído.¹⁹ Ahora bien, esta elección metodológica que el alejandrino reitera en sus estudios armónicos no se basa en una mera consideración epistemológica, a saber, en una doctrina acerca del conocimiento humano tal como hace en el *Almagesto*. Mientras que en éste último escrito – tal como vimos en la primera parte – fundamenta su predilección por la matemática como la vía más segura e incontrovertible para acceder al conocimiento científico, en su *Armónica* da un paso más y explica el fundamento ontológico de esta elección.

Ptolomeo presenta la aritmética como el método apropiado para los estudios armónicos porque justamente su objeto posee en sí mismo una proporción matemática. Su objeto no es sino el orden y las relaciones armónicas que pueden ser abstraídas de los objetos percibidos.

Será suficiente mostrar que el poder de la armonía es una forma de la causa correspondiente a la razón, la cual se ocupa de las proporciones de los movimientos y que la ciencia teórica de esto [de la armonía] es una forma de matemática, una matemática que se ocupa de la *ratio* de las diferencias entre las cosas oídas, esta misma forma que contribuye al buen orden que viene

¹⁹ *Harmónica* 3.3, D94.16-20. Ptolomeo no se limita en la *Harmónica*, a proponer un sistema armónico basado en las formas de octava, o en discriminar géneros melódicos. Proyecta este sistema de escalas y la misma noción de *harmonía* a los movimientos de los cuerpos celestes (*Harmonics* 3.8. D100. 24-26) y a las partes del alma humana con sus correspondientes virtudes (*Harmonics* 3.4, D94. 21-23)

del estudio teórico y de la comprensión de las personas
habituadas en él. (*Harmonics* 3.4, D94.25-95.4)²⁰

Con la noción de armonía, Ptolomeo se refiere efectivamente a la capacidad de la racionalidad humana para demostrar teóricamente la proporción armónica de los movimientos. Este tipo de consideración ha dado motivos a Barker (2000, p. 260-261) para identificar el objeto de la ciencia armónica con la *dynamis harmonike*, es decir, con el poder que tienen los seres humanos para establecer en el cosmos relaciones formales específicas. La armonía – según la lectura de Barker (1989, p. 377) – sería el resultado de aquellas estructuras lógicas que la razón crea y proyecta en los cuerpos físicos conforme a sus propios patrones.

En contraposición a esta hermenéutica, Feke (2009, p. 72) y Swerdlow (2004, p. 151), apuntan que la armonía es entendida por el alejandrino no sólo como una capacidad de la racionalidad humana sino particularmente como una causa formal que es intrínseca al movimiento de ciertas entidades y que puede ser efectivamente leída y traducida por la matemática. En continuidad con este tipo de lectura pueden citarse aquellos pasajes donde nuestro astrónomo se refiere a la armonía como la forma de un tipo de relación específica que existe en los mismos diagramas musicales, en los cuerpos celestes y en la misma alma humana, tales como *Harmonía* 3.5 y 3.10.

Para conciliar estos dos tipos de hermenéutica podríamos decir que la posibilidad epistemológica de traducir matemáticamente dicha armonía se funda para Ptolomeo en la participación que tiene la racionalidad humana en la armonía del cosmos. En cuanto que el alma del matemático guarda una estructura armónica se torna capaz de leer la armonía en las cosas. De aquí que el autor se ocupe en el tratado de las partes del alma de sus respectivas virtudes en relación a los elementos armónicos. En este sentido escribe: “El poder de la armonía está presente en todas las cosas que son más perfectas en su

²⁰ Para profundizar en que es lo que entiende Ptolomeo por *Dynamis armoniké* se pueden ver los estudios de Barker (2000, p. 260) y Feke (2009, p. 70 y ss).

naturaleza, pero se revela plenamente a través de las almas humanas y de los movimientos en los cielos” (*Harmonics* 3.4 D94.21-23).

La discusión que se abre entre Barker, Swerdlow y Feke no es de poca importancia. Se trata nada menos de la cuestión acerca del fundamento último que explica la elección metodológica de Ptolomeo por la matemática. ¿Se trata acaso de una metodología que garantiza la racionalidad de su práctica científica en cuanto que es ella la que impone un orden racional a la lectura de los fenómenos? O, por el contrario ¿ella queda justificada porque el alejandrino reconoce previamente una estructura matemática y racional intrínseca al mismo objeto de sus estudios armónicos? Por lo visto hasta aquí, podemos decir que su elección de la matemática como metodología propia de sus estudios armónicos, así como la posibilidad epistemológica de traducir matemáticamente la belleza, se funda en una particular visión ontológica del cosmos, es decir, en la asunción filosófica de que existe un orden matemático subyacente a todas las manifestaciones de la realidad. Él mismo lo confiesa explícitamente en el siguiente pasaje:

Pues en todas las cosas es propio del investigador teórico y entendido mostrar que los trabajos de la naturaleza están moldeados con una cierta razón, una causa ordenada y en absoluto de modo azaroso, y que nada se ha llevado a cabo por aquélla de modo casual o azaroso, y sobre todo en las más bellas disposiciones, las que alcanzan a los más racionales sentidos, la vista y el oído. (*Harmonics* 1.2, D5. 19-24)

La naturaleza posee en si una racionalidad matemática que es causa del orden armónico y de las bellas disipaciones de la naturaleza. Porque la armonía del cosmos está escrita en un lenguaje matemático, los estudios armónicos deben ser entendidos como una forma de matemática. Este es el sustrato ontológico que justifica su elección metodológica. La formalidad desde la cual la ciencia armónica estudia no solo los fenómenos musicales sino también los movimientos de los cuerpos celestes y las acciones del alma humana, es la belleza. Luego el recurso matemático se justifica en cuanto que éste constituye un método capaz de aprehender lo bello.

El matemático no hace sino traducir la belleza ontológica que existe en todas las cosas, particularmente aquella belleza que poseen las naturalezas más perfectas.²¹ A través de los sensibles percibidos por el oído²² el armónico capta y traduce matemáticamente el orden racional y armónico que existe en el cosmos. Aún más, el alejandrino no deja de subrayar que las relaciones armónicas que suponen las cosas bellas son reproducidas o imitadas, en cierto modo, por el matemático:

[La matemática] No se limita solamente a una comprensión teórica de las cosas bellas, tal como algunos suponen, sino que incluye al mismo tiempo la manifestación y la práctica de la belleza, lo cual surge del mismo acto de entendimiento. (*Harmonics* 3.3, D. 93. 4-10)

La aritmética es el método a través de la cual el hombre estudia, exhibe y practica cosas hermosas.

Ptolomeo entiende la belleza como una relación armónica entre las partes. Esta no es sino la forma de ciertas relaciones específicas presentes en ciertos conjuntos de cuerpos físicos, tales como los sonidos y los movimientos del cielo (Cf. *Harmonics* 3.5 y en 3.10). Esta formalidad desde la cual el matemático debe acercarse a su objeto funda lo que hemos denominado como su modelo teleológico de explicación científica.

²¹ La comprensión de Ptolomeo de los objetos matemáticos como hermosos se deriva de una tradición compartida por Platón y Aristóteles. Por ejemplo, en el *Timeo* (28a. y 32b.) Platón describe los objetos matemáticos como hermosos. Identifica estos objetos bellos con las Formas o modelos inmutables en virtud de las cuales el Demiurgo impone orden y proporción en el cosmos. Aristóteles, por su parte, en su *Metafísica* 1078a-b asegura que el matemático debe ocuparse de los objetos bellos.

²² Ptolomeo, en continuidad con la tradición platónica distingue la vista y el oído como los únicos sentidos que son capaces de percibir a belleza. Éstos pueden aprehender la belleza matemática de las formas, en cuanto que ambos sentidos están vinculados más perfectamente a la parte racional de alma humana, la cual propiamente abstrae el orden de las relaciones armónicas. Cf. *Harmonics* 3.3, D93.11-94.1.

En *Harmonics* 3.3 Ptolomeo establece una identidad entre la forma y el fin. Forma y fin coinciden en un único modelo de explicación científica en el cual la forma de las cosas se explica matemáticamente en virtud de su ordenación dinámica a lo bello y lo armónico:

Puesto que todas las cosas tienen, como sus primeros principios, la materia y el movimiento y la forma; la materia correspondiente a lo que subyace a una cosa y a aquello de lo que proviene, el movimiento a la causa y acción, y la forma al fin y el propósito; no debemos considerar que la armonía sea aquello que subyace (porque ella es algo activo, no algo pasivo), ni que es el fin, ya que por el contrario ella es lo que produce algún fin, tales como la buena melodía, el buen ritmo, el buen orden y la belleza, pero eso ella es la causa, que impone la forma apropiada sobre la materia subyacente. (*Harmonics* 3.3, D92.9-16)

Ptolomeo identifica la forma con el fin o el propósito de las cosas. Establece la armonía como la forma de las cosas, más explica que se trata de una forma activa y no pasiva. No es una forma estática, no es el resultado final de un proceso sino que es la forma subyacente por la cual las cosas se ordenan dinámicamente a la belleza. A través de esta identidad entre forma y fin, entre causa formal y final, el alejandrino postula nuevamente un modelo teleológico de explicación científica. Presenta la belleza o armonía no solo como el objeto formal sino el mismo fin de la explicación matemática. El movimiento de los cuerpos, los sonidos musicales, del alma humana y de los astros deben ser explicados por el matemático como principios activos capaces de producir armonía y belleza. Después de todo, los modelos teleológicos son, en último término, explicaciones acerca de la existencia de ciertas entidades en virtud de aquello que hacen, es decir, en términos de una finalidad inherente a sus procesos y estructuras.

La belleza constituye incluso el criterio que define la veracidad de una teoría. Ella parece comportarse como el fundamento último sobre el cual Ptolomeo establece las diversas correspondencias y analogías que componen sus modelos musicales, psicológicos,

astronómicos y astrológicos. Si no se entiende este sustrato cosmológico podría resultar patente la debilidad de sus argumentaciones dialécticas y analógicas. Acusar a Ptolomeo de una aparente falta de rigurosidad metodológica – tal como ha sido apuntada por los críticos²³ – supone, a nuestro entender, un reduccionismo. Pues, no es legítimo analizar la racionalidad científica de su *Armónica* en el contexto del estricto cumplimiento de una traducción empírica y aritmética de los fenómenos musicales, sin atender al *telos* de sus modelos armónicos.

Tal como hemos visto, su elección metodología debe entenderse en el marco de un modelo teleológico de explicación matemática. El *telos* de sus modelos armónicos no es sino la explicación de las melodías musicales, la conducta humana o los movimientos de los cielos en virtud de su ordenación a una causa final que es la belleza del cosmos.

Ahora bien, si el método que adopta para probar dichas relaciones armónicas es empírico o meramente dialéctico, resulta ser una práctica o un procedimiento estrictamente contingente. Si procura probar la correspondencia entre la música y el alma, Ptolomeo recurre a una demostración empírica. Pero si, en cambio, pretende mostrar la analogía existente entre los acordes del homófono y las respectivas virtudes del alma humana asumirá una argumentación de tipo dialéctica. En este sentido la racionalidad científica de Ptolomeo no puede ser medida en función de una

²³ Tal es el caso – a nuestro entender – de Barker (2000, p. 268) quien sostiene que Ptolomeo no postula ninguna evidencia empírica para justificar las aparentes correspondencias o analogías que existirían entre los acordes del homófono y las virtudes correspondientes a cada parte del alma. Por su parte, Feke (2009, p. 102-103), matiza este juicio de Barker explicando que además de los argumentos de tipo dialéctico Ptolomeo procura complementarlos con una sustentación empírica señalando, por ejemplo, la experiencia sensible que vivencia el alma ante los distintos tonos musicales. Por otro lado, Swerdlow (2004, p. 161-162) apunta que no hay forma de saber si el alejandrino en su condición de científico creía efectivamente que tales correspondencias eran algo más que débiles e imprecisas analogías. No obstante, señala que el resultado de sus modelos armónicos es un sistema armónico grandioso.

rigurosa metodología, entendida ésta como un principio universal y objetivo de sus estudios armónicos.

Ciertamente al formular su doctrina propiamente musical Ptolomeo aplica un método que consiste en la recepción del fenómeno musical, la posterior traducción del mismo al lenguaje matemático y, finalmente, la confrontación de este lenguaje con el canon. De este modo, procura la concordancia entre los fenómenos audibles y la hipótesis ontológica que los sustenta. Pero – tal como él mismo lo confiesa – si aparece un conflicto entre ambos se debe, en definitiva a una sustitución o modificación de los axiomas fundamentales de sus modelos:

No hay que suponer un conflicto tal entre razón y percepción, sino de quienes establecen las hipótesis de manera diferente, un error ya de los más recientes autores, quienes se sirven de las confirmaciones de los sentidos contra ambos criterios (Harmonics 27.1)

Es decir, el criterio último que mide la fecundidad de sus modelos no es sólo la concordancia empírica, sino su aptitud para explicar – mediante la concordancia empírica – las hipótesis fundamentales de sus modelos, entre las cuales se cuenta la tesis que versa acerca de la belleza del cosmos. Se trata de una tarea muy similar a la que se propuso como astrónomo, a saber, salvar los fenómenos de modo tal que puedan traducir un particular axioma ontológico acerca del cosmos: sea el movimiento circular uniforme de los astros o la belleza del cosmos.

Conclusión

Los tres puntos que hemos analizado hasta aquí nos permiten inferir algunas pautas concretas respecto a la racionalidad científica de Ptolomeo, analizada ésta en su relación normativa y práctica con las tesis filosóficas. Cabe recordar nuevamente que esta relación ha sido estudiada particularmente a través de la relación que tiene el alejandrino de la relación – aún más específica – entre matemática y teología.

Desde su noción normativa de la ciencia, expuesta en el *Prefacio* del *Almagesto*, podemos decir que para el alejandrino la astronomía no es una práctica que se defina dialécticamente de la teología. Después de todo – y a pesar del conocimiento conjetural que ésta última provee – reconoce a la teología como parte integral de la ciencia. En virtud de su objeto y de su accesibilidad epistémica el alejandrino discrimina la matemática y la teología como ciencias diversas. Pero también sabe destacar la unidad dinámica que debe co-existir entre ambas. Fundamenta dicha unidad en el orden teleológico que la matemática debe guardar respecto a la teología. Asegura que la astronomía comparte un tipo de objeto con la teología, pues debe ocuparse no solo de la forma de los cuerpos corruptibles sujetos al cambio, sino también de la forma inmutable de los movimientos eternos y divinos. Y, en este sentido, alega que la matemática se ordena, como a su objeto más perfecto, a la teología. Aún más, Ptolomeo le reconoce a la astronomía el máximo estatuto epistemológico en la medida que ella se ocupa de revelar justamente el objeto que comparte con la teología.

Esta estructuración del saber es lo que a nuestro parecer estaría en contradicción con las hermenéuticas radicalmente empiristas o instrumentalistas que se han ensayado en torno a sus escritos. El prefacio al *Almagesto* no es el alegato de un empírico contra el pensamiento conjetural de lo teológico. Todo lo contrario, en él se declara de la necesidad de un nuevo tipo de reflexión astronómica y teológica. Evidentemente que la matemática – y no la pura reflexión filosófica – es el método que permite concretar esta lectura teológica de los cielos. No obstante, sería un error descontextualizar esta consigna metodológica interpretándola en clave empirista y olvidando que ella está inserta en un escrito que aboga por una concepción teológica de la astronomía. El astrónomo insiste que la astronomía no posee estatuto científico en la medida que no comparte su objeto material con la teología. Y ello, lejos de reclamar una independencia de la astronomía respecto a la teología supone una profundización del cálculo matemático como parte integral de una astronomía teológica.

Pasando a la consideración de su misma práctica científica – tal como fue analizado en el segundo y tercer punto – advertimos que tanto sus modelos astronómicos como los armónicos se alimentan cognoscitivamente de axiomas o hipótesis de carácter teológico.

Al formular sus modelos astronómicos Ptolomeo matiza el carácter incontrovertible que en el *Prefacio* al *Almagesto* otorga al método matemático. Y a aquellos supuestos de carácter teológico a los cuales les adjudicaba un mero carácter conjetural termina situándolos en su práctica científica como los núcleos más importantes de su comprensión del mundo supra-lunar. Esta inconsistencia entre su imagen normativa de ciencia y su práctica científica nos revela una nota adicional respecto a su racionalidad científica. Evidentemente sus modelos astronómicos se erigen sobre la rigurosa aplicación metodológica de la matemática para predecir los movimientos planetarios. No obstante, ella no deja de ordenarse a la tarea de resguardar una tradición heurística de carácter teológico. El alejandrino argumenta que su hipótesis acerca del movimiento circular uniforme de los cielos debe salvarse a pesar de las anomalías o irregularidades que se observan aparentemente en los movimientos planetarios. De este modo, sus cálculos matemáticos concretarían aquella ordenación teleológica a la teología – de la que hablamos en el primer punto. Ptolomeo reinventa una nueva síntesis entre la astronomía y la teología donde la matemática deja de ser un conjunto de premisas dispuestas a salvar los fenómenos para convertirse en un instrumento de comprensión teórica del mismo objeto de la teología.

Finalmente, en el tercer punto estudiamos el fundamento eidético de su elección metodológica. Si la matemática es presentada por él como el método más seguro para formular sus modelos musicales se debe a su particular manera de concebir la armonía del cosmos. Analizamos también allí su modelo teleológico de explicación científica donde la belleza constituye el *telos* que legitimaría las diversas correspondencias y analogías que establece en los modelos musicales, psicológicos, astronómicos y astrológicos de su *Harmónica*. Ahora bien, dicho modelo de explicación científica también revela, a nuestro entender, una particular simbiosis entre

matemática y filosofía. La filosofía se comportaría no sólo como un axioma incontrovertible a partir del cual el científico infiere sus modelos científicos sino como el postulado que establece la dirección y el sentido hacia el cual debe ordenarse toda demostración matemática.

Bibliografía

BARKER, A. (trad.) (1989). Ptolemy. "Harmonics". In: *Greek Musical Writings II: Harmonic and Acoustic Theory*. Cambridge, Cambridge University Press.

BARKER, A. (2000). *Scientific Method in Ptolemy's Harmonics*. Cambridge, Cambridge University Press.

BEAUJEU, J. (1966). La ciencia helenística y romana. In: TATON, R. (ed.). *Historia General de las Ciencias*. Vol. I. Barcelona, Orbis. p. 333-461.

BOLL, F. (1894). Studien uber Claudius Ptolemaeus. *Jahrbucher fur classische Philologie* 21 (Suppl.), p. 218-235.

BOWEN, A. (1994). Review of Ptolemy's Universe. The Natural Philosophical and Ethical Foundations of Ptolemy's Astronomy, by Liba Taub. *Isis* 85, n. 1, p. 141.

DIJKSTERHUIS, E. J. (1961). *The Mechanization of the World*. Translated by C. Dikshoorn. New York, Oxford University Press.

DREYER, J. L. (1906). *History of the planetary systems from Thales to Kepler*. Cambridge, Cambridge University Press.

DUHEM, P. (1969). *To Save the Phenomena*. An Essay on the Idea of Physical Theory from Plato to Galileo. Trans. E. Doland and C. Maschler. Chicago, University of Chicago Press.

ECHANDÍA, G. R. (trad.) (1995). Aristóteles. *Física*. Madrid, Gredos.

EGGERS LAN, C. (trad.) (1988). Platón. *República*. Diálogos IV. Madrid, Gredos.

FEKE, J. (2009). *Ptolemy in Philosophical Context*. A Study of the Relationships between Physics, Mathematics, and Theology. PhD

thesis in Philosophy. Institute for the History and Philosophy of Science and technology of the University of Toronto.

HANSON, N. R. (1985). *Constelaciones y Conjeturas*. Madrid, Alianza.

HASKINS, C. H. (1960). *Studies in the History of Medieval Science*. New York/Cambridge, F. Ungar.

HEIBERG, J. L (ed.). (1898). Ptolemy. *Syntaxis Mathematica*. Vol. 1. Leipzig, Teubner.

HEIBERG, J. L (ed.). (1903). Ptolemy. *Syntaxis Mathematica*. Vol. 2. Leipzig, Teubner.

KUNITZSCH, P. (1974). *Der Almagest, Die Syntaxis Mathematica des Claudius Ptolemäus in arabisch-lateinischer Überlieferung*. Wiesbaden, Harrassowitz.

LEJEUNE, A. (ed.) (1956). *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*. Louvain, Université de Louvain. (Recueil de travaux d'histoire et de philologie, 4e série, fasc. 8.)

LLOYD, G. E. R. (1963). Who is attacked in On Ancient Medicine? *Phronesis* 8, p. 121-126.

LLOYD, G. E. R. (1973). *De Tales a Aristóteles*. Buenos Aires, EUDEBA.

LLOYD, G. E. R. (1978). Saving the Appearances. *The Classical Quarterly New Series* 28, n. 1, p. 202-222.

LONG, A. (1988). Ptolemy *On the Criterion*. An epistemology for the practicing scientist. In: DILLON, J. M.; LONG, A.A. (eds.). *The Question of Eclecticism*. Studies in later Greek Philosophy, Berkeley, University of California Press, p. 176-207.

MANULI, P. (1980). Claudio Tolomeo: il criterio e il principe. *Rivista Critica di Storia della Filosofia* 36, n. 1, p. 64-88.

MARTÍNEZ, C. (trad.) (1998). Aristóteles. *Metafísica*. Madrid, Gredos.

MÍNGUEZ, C. (1995). El Prefacio al Almagesto de Ptolomeo. *Thémata* 14, p. 17-35.

MITTELSTRASS, J. (1962). *Die Rettung der Phänomene*. Berlin, W. de Gruyter.

NEUGEBAUER, O. (1975). *A History of Ancient Mathematical Astronomy*. 3 vols. Berlin, Springer.

PEDERSEN, O. (2011). *A survey of the Almagest*. With Annotation and New Commentary by Alexander Jones. New York, Springer.

PÉREZ SEDEÑO, E. (1987). Introducción a Ptolomeo. In: *Las hipótesis de los planetas*. Madrid, Alianza.

SAMBURSKY, S. (1970). *El mundo físico a fines de la antigüedad*. Buenos Aires, Eudeba.

SWERDLOW, N. M. (2004). Ptolemy's *Harmonics* and the 'Tones of the Universe' in the *Canobic Inscription*. In: BURNETT, C.; HOGENDIJK, J. P.; PLOFKER, K.; YANO, M. (eds.). *Studies in the History of the Exact Sciences in Honour of David Pingree*. Leiden, Brill, p. 137-180.

TAUB, L. C. (1993). *Ptolemy's Universe*. The Natural Philosophical and Etical Foundations of Ptolemy's Universe. Chicago, Open Court Pub.

TOULMIN, S.; GOODFIELD, J. (1961). *La trama de los cielos*. Buenos Aires, Eudeba.

TOOMER, G. J. (trans.) (1998). *Ptolemy's Almagest*. New York, Springer-Verlag.

WASSERSTEIN, A. (1962). *Greek Scientific Thought*. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 188, n. 8, p. 51-63.

Sometido en 28/08/2017 y aprobado para publicación en 19/10/2017



Este es un artículo de acceso libre distribuido bajo los términos de la licencia Creative Commons Attribution, que permite uso irrestricto, distribución y reproducción en cualquier medio, siempre y cuando el trabajo original sea citado de manera apropiada.