



Estudios Económicos (México, D.F.)

ISSN: 0188-6916

ISSN: 0186-7202

El Colegio de México, A.C.

Elizondo, Rocio

Estimaciones del PIB mensual en México basadas en el IGAE

Estudios Económicos (México, D.F.), vol. 34, núm. 2, 2019, Julio-Diciembre, pp. 197-241

El Colegio de México, A.C.

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=59762642002>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

UDEM  redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso
abierto

ESTIMACIONES DEL PIB MENSUAL EN MÉXICO BASADAS EN EL IGAE

MONTHLY GDP ESTIMATES IN MEXICO BASED ON THE IGAE

Rocio Elizondo

Banco de México

Resumen: Se presentan tres métodos para estimar el PIB mensual en México: (1) una aproximación determinística; (2) una extensión del método de Denton; y, (3) el filtro de Kalman. En dichos métodos el PIB mensual es una variable no observable que se aproxima utilizando únicamente al IGAE. Los tres métodos muestran un buen ajuste a los datos observados del PIB trimestral dentro de la muestra, con errores promedio de ajuste como máximo de 0.1%. Adicionalmente, dada la estructura dinámica del método de filtro de Kalman y que sus parámetros permanecen relativamente estables bajo diferentes periodos de estimación, se utilizó este para realizar pronósticos fuera de la muestra.

Abstract: This article presents three methods to estimate the monthly GDP in Mexico: (1) a deterministic approach; (2) an extension of Denton method; and, (3) the Kalman filter. In these methods the monthly GDP is regarded as an unobservable variable that is approximated using only the IGAE. Results show that the three methods do a good job in adjusting the observed data of the quarterly GDP within the sample, with average adjustment errors of at most 0.1%. Additionally, given the dynamic structure of the Kalman filter method and that under different estimation periods it was found that the parameters corresponding remained relatively stable. Therefore, this method was used to perform out-of-sample forecasts.

Clasificación JEL/JEL Classification: I10, I12, J21, J30

Palabras clave/keywords: producto interno bruto; indicador global de la actividad económica (IGAE); filtro de kalman; método de denton; pronósticos; gross domestic product; global indicator of economic activity (IGAE); Kalman filter; Denton method; forecasts

Fecha de recepción: 06 II 2018

Fecha de aceptación: 16 XI 2018

Estudios Económicos, vol. 34, núm. 2, julio-diciembre 2019, páginas 197-241

1. Introducción

El producto interno bruto (PIB) es uno de los indicadores económicos más importantes de las cuentas nacionales y de la economía ya que representa una medida amplia de la actividad económica y proporciona señales de la dirección general de la actividad económica agregada.

Conocer las condiciones económicas actuales es información útil para los economistas y los hacedores de política. Por ejemplo, un cambio en la tasa de política monetaria o un cambio en las expectativas sobre el nivel futuro de la tasa de interés de política monetaria, puede causar una cadena de acontecimientos que afectan a las tasas de interés de corto y largo plazo, el tipo de cambio, el precio de las acciones, etc. A su vez, los cambios en estas variables pueden influir en las decisiones en gasto y consumo de los hogares y las empresas, lo que afecta el crecimiento de la demanda agregada y la economía, lo cual no se refleja en tiempo real debido a que el PIB se calcula y reporta de forma rezagada y en baja frecuencia.

De acuerdo con lo anterior, resulta evidente que existe un problema con respecto al flujo de información debido a que los datos del PIB son publicados con frecuencia trimestral y se reportan 52 días después de que termina el trimestre,¹ lo que puede traducirse en una desventaja ya que, por un lado, limita el uso de modelos econométricos que requieren información en alta frecuencia para realizar estimaciones y pronósticos a corto plazo del comportamiento de la economía. Por el otro, el que la información esté rezagada no es óptimo para la toma de decisiones de política monetaria, en la cual se requiere información en tiempo real y/o en alta frecuencia.

La variable que comúnmente se utiliza en México como una aproximación del PIB mensual es el indicador global de la actividad económica (IGAE).² La pregunta que surge es ¿para qué tener una medida mensual del PIB si ya existe un indicador mensual como el

¹ Cabe mencionar que a partir de octubre de 2017 el Instituto Nacional de Estadística y Geografía, INEGI, proporciona 30 días después de que termina el trimestre la cifra del PIB oportuno, que es un valor del PIB trimestral adelantado. Es importante mencionar que dicha cifra puede contener incertidumbre debido a que una parte del indicador se obtiene mediante métodos estadísticos y modelos econométricos. Así que es más probable que esta cifra esté sujeta a cambios con una probabilidad mayor que el propio PIB trimestral. Aunque, por otro lado, el PIB oportuno nos permitiría tener de forma más oportuna una estimación del PIB mensual.

² Este indicador muestra la evolución de la actividad económica del país, con

IGAE? Para responder la pregunta existen algunas razones: *i*) el IGAE se expresa como un índice de volumen físico con una base fija, en este caso es el año 2013 = 100, en un periodo determinado y no es una medida del valor de la actividad económica y *ii*) aunque el IGAE es un buen indicador de la tendencia del PIB, siempre es comparado con éste debido a que los usuarios, generalmente, tienen en mente el rango de variación que se ha dado como proyección para el crecimiento del PIB. Además, el PIB es de fácil interpretación, sus variaciones relativas proporcionan la señal del crecimiento económico.

Por lo antes descrito, con la idea de explotar tanto la información contenida en el PIB trimestral como la relación del IGAE con éste, el objetivo principal del presente estudio es obtener medidas o aproximaciones del PIB mensual utilizando tres diferentes métodos y considerando como insumo únicamente al IGAE. A continuación se detallará brevemente cada uno de ellos.

Como un primer método se presenta una aproximación intuitiva, que es considerada una medida “determinística”. Para ello, se construye el logaritmo del PIB mensual al tiempo t como la suma entre la tasa de crecimiento del IGAE observado al tiempo t y el logaritmo del PIB rezagado un periodo. En dicha construcción, además del IGAE, sólo se necesita conocer el valor inicial del logaritmo del PIB, y así obtener las estimaciones subsecuentes de forma recursiva. Este método tiene la ventaja de que es muy sencillo de aplicar, aunque no es posible realizar estimaciones o pronósticos fuera de muestra del PIB mensual sino se conocen *a priori* los datos del PIB trimestral y del IGAE mensual observados.

Dentro de la literatura se encuentran los métodos de interpolación para aproximar el PIB a diferentes frecuencias, entre ellos uno de los más comunes es la extensión del método de Denton (Fernández, 1981), el cual se utilizará en este artículo para obtener una estimación del PIB mensual. Lo que hace dicho método es transformar la serie de baja frecuencia (PIB trimestral) en una serie de alta frecuencia (PIB mensual), al utilizar series relacionadas con el PIB de alta frecuencia, en este caso el IGAE. La solución se obtiene minimizando la función de pérdida cuadrática entre la diferencia de la serie que debe ser creada (PIB mensual) y una combinación lineal de las series de alta frecuencia observadas (la cual corresponde únicamente al IGAE). Este método tiene la ventaja que, por construcción, los datos corres-

periodicidad mensual y una oportunidad prevista entre 54 días naturales después de concluido el mes de referencia; su cobertura geográfica es nacional 94.7 por ciento. Para su elaboración consultar INEGI.

pondientes al cierre del trimestre del modelo coinciden con los datos del PIB trimestral observado. Igual que la aproximación intuitiva su desventaja es que no permite obtener pronósticos fuera de muestra sino se conocen *a priori* los datos observados del PIB trimestral y del IGAE mensual.

El tercer método para obtener una estimación robusta del PIB mensual es mediante el filtro de Kalman, que es un estimador recursivo basado en la estimación de un sistema estocástico de transiciones de variables aleatorias observables y latentes.³ Esto significa que sólo el estado estimado en el tiempo anterior $t - 1$ y la medición actual al tiempo t son necesarios para calcular el estado actual en t . La ventaja de utilizar el filtro de Kalman en la estimación del PIB mensual es que, además de obtener un buen ajuste dentro de la muestra, se pueden lograr estimaciones del PIB mensual fuera de la muestra, lo que permite tener un pronóstico del PIB mensual. De acuerdo con la estructura del filtro sólo es necesario conocer una o diversas variables mensuales que estén estrechamente relacionadas con el PIB. La variable observable a utilizar será el IGAE, indicador de periodicidad mensual y estrechamente relacionado con el PIB.

En resumen, en este artículo se describen y utilizan: una aproximación intuitiva, la extensión del método de Denton y el filtro de Kalman, para obtener medidas del logaritmo del PIB mensual. En particular, de las estimaciones del logaritmo del PIB mensual conseguidas mediante el filtro de Kalman, se utilizan dos procedimientos para estimar los parámetros: el primero estima los parámetros del filtro con datos trimestrales observados del PIB y del IGAE y, posteriormente, se usa el mismo filtro de Kalman para estimar el PIB mensual, procedimiento que se le llama método de dos etapas (*MFK dos etapas*); el segundo se basa en estimar conjuntamente dentro del filtro los parámetros y el PIB mensual, a este método se le nombra método de una etapa (*MFK una etapa*).

Todas las aproximaciones del logaritmo del PIB mensual están basadas en dos pasos: *i*) obtener la tasa de crecimiento del PIB mensual mediante los diferentes métodos y *ii*) construir el logaritmo del

³ La propuesta de cada iteración del filtro de Kalman es actualizar la estimación del vector de estado del sistema (así como la covarianza del vector de estado) basada en la información de una nueva observación. La versión del filtro de Kalman en esta función supone que las observaciones ocurren en intervalos de tiempo discretos y fijos. También esta función supone un sistema lineal, es decir, que el tiempo de evolución del vector de estado puede ser calculada por la matriz de transición de los estados.

PIB al tiempo t de forma recursiva como la suma entre la tasa de crecimiento del PIB mensual al tiempo t estimado por los diversos métodos y el logaritmo del PIB rezagado un periodo. Las aproximaciones se realizan tanto para datos originales como para datos desestacionalizados del PIB y del IGAE, así como para datos del IGAE con y sin agregación trimestral.

De las estimaciones del logaritmo del PIB mensual se encuentra que, con el uso de diferentes medidas de error,⁴ todos los métodos muestran un buen ajuste dentro de muestra y con errores de ajuste menores, en promedio, a 0.1%. Para el caso del método del filtro de Kalman, el modelo *MFK una etapa* alimentado con datos agregados proporciona un PEAM por debajo de 0.03% para los datos originales y de 0.05% para los datos desestacionalizados. Dichos errores resultaron ser menores que aquellos provenientes del modelo *MFK dos etapas*, cuyo PEAM es 0.05% y 0.15%, respectivamente.

Cabe mencionar que al utilizar la prueba estadística de Müller-Kademmann (2015) se encuentra que el método que cumple la prueba de desagregación de datos trimestrales a mensuales es el método *MFK una etapa* para los datos agregados. Adicionalmente, por construcción el método de Denton también la satisface. Dado lo anterior, se utilizó el modelo *MFK una etapa* para pronosticar el logaritmo del PIB mensual fuera de muestra, considerando varios periodos, de donde se desprende que los parámetros involucrados en este modelo son estables a través del periodo de estudio, lo que resulta ventajoso al pronosticar fuera de muestra el logaritmo del PIB mensual.

Además, para verificar qué tipo de datos, agregados o sin agregar, genera un mejor ajuste fuera de muestra se hace una comparación mensual de las estimaciones del logaritmo del PIB con las aproximaciones obtenidas mediante la extensión del método de Denton y el modelo *MFK una etapa* dentro de muestra, así como una comparación trimestral con los datos observados del logaritmo del PIB, teniendo siempre en mente que ésta última es el único parámetro real de comparación con que se cuenta.

De los resultados obtenidos, se puede decir que las estimaciones del logaritmo del PIB mensual, fuera de muestra, que ajustan a los datos observados tienen un porcentaje de error absoluto medio pequeño de alrededor de 0.1%, tanto para la series originales como para la series desestacionalizadas del logaritmo del PIB.

⁴ Las medidas de error utilizadas son: error absoluto medio (EAM), porcentaje de error absoluto medio (PEAM) y raíz cuadrada del error cuadrático medio (RECM).

Las estimaciones de los logaritmos del PIB en este artículo pueden variar si éstas se hubieran realizado en tiempo real, debido a que el PIB y el IGAE son variables que están en constante revisión y, por tanto, pueden cambiar al momento de realizar una nueva estimación.

El estudio se divide de la siguiente manera, después de la introducción, en la sección dos se hace una breve revisión de la literatura; en la tercera se describen los datos que se utilizarán en el análisis; en la cuarta se presentan las estimaciones del logaritmo del PIB mensual dentro de muestras obtenidas mediante tres diferentes métodos: la aproximación intuitiva, la extensión del método de Denton y el filtro de Kalman. Se presenta, además una comparación de estas estimaciones; en la quinta sección se obtienen pronósticos del logaritmo del PIB mensual fuera de muestra, en cuyo caso sólo se utiliza el método MFK *una etapa* basado en el filtro de Kalman y en la sexta se concluye.

2. Revisión de la literatura

En las décadas setenta y ochenta los métodos más utilizados para transformar series de baja frecuencia a series de alta frecuencia eran los métodos de interpolación o extrapolación. Entre los más comunes se encuentran el de Chow y Lin (1971), Denton (1971) y Fernández (1981). Estos métodos proporcionan estimadores insesgados de las series a ser estimadas bajo ciertos supuestos estadísticos; el último es utilizado para obtener una aproximación mensual del logaritmo del PIB. En los años noventa, Guerrero (1990) utiliza un modelo ARIMA para transformar o desagregar series de baja frecuencia en series de alta frecuencia.

Los métodos más recientes para estimar el PIB mensual o diversos indicadores relacionados con éste (indicadores de difusión o coincidentes, ciclos del PIB, etc.) hacen uso del filtro de Kalman ya que su estructura dinámica lineal finita es más flexible y sus estimaciones son más aproximadas, ya que son actualizadas a medida que llega nueva información de forma secuencial. Entre este tipo de estimaciones se cuenta con Stock y Watson (1988), Mariano y Murasawa (2000), Cuche y Hess (2000), Stock y Watson (2002), Karanfil y Ozkaya (2007). La relevancia de dicha literatura para nuestro análisis es la técnica aplicada del filtro de Kalman en variables relacionadas con el PIB.

Para el caso de México, en De Alba (1990) se aproxima el PIB trimestral del país para el periodo de 1967 a 1975 utilizando el método de Chow y Lin (1971). Mientras que en Guerrero (2003) se proporciona una estimación de la desagregación mensual del PIB de México,

para el periodo 1993-1999, tomando como variable de insumo el IMGAE con base 1993.⁵ Para ello, el autor utiliza un modelo estadístico que relaciona datos no observados con series estimadas preliminarmente y con series de valores agregados para resolver el problema de la desagregación temporal.⁶ Además, en Guerrero (2004) se propone una solución a un problema relacionado con el procedimiento de desagregación que se usa para aproximar el PIB real mensual de México, cabe destacar que la serie desagregada es de uso interno para el INEGI.

Debido a que en México el PIB se calcula con periodicidad trimestral, generalmente se utiliza al IGAE como un indicador de la tendencia o dirección de la actividad económica en el país en el corto plazo. Por tal motivo, en este artículo se usará al IGAE como variable de insumo para obtener diferentes aproximaciones mensuales del logaritmo del PIB a precios constantes, dentro y fuera de muestra, utilizando una aproximación intuitiva, la extensión del método de Denton y el filtro de Kalman.

3. Datos

En las estimaciones del logaritmo del PIB mensual que se obtendrán en este estudio se utilizan las series de tiempo del PIB trimestral a precios constantes y del IGAE mensual, ambas series con datos originales y desestacionalizados para el periodo de marzo de 1993 a marzo de 2018. Los datos se obtuvieron del INEGI.

En el análisis se consideran los datos originales y desestacionalizados,⁷ estos últimos para remover factores estacionales periódicos debido a que su presencia puede dificultar el diagnosticar o describir el comportamiento de una serie económica, al no poder comparar adecuadamente un determinado mes con el inmediato anterior.

Además, las series desestacionalizadas ayudan a realizar un mejor diagnóstico y pronóstico de la evolución de la misma, ya que facilita la

⁵ El IMGAE es un indicador mensual que solamente toma en cuenta el sector industrial y el de servicios de la economía mexicana.

⁶ Desagregación temporal significa transformar datos de baja frecuencia en datos de alta frecuencia.

⁷ Se tomaron en cuenta ambos tipos de datos para mostrar la robustez de los métodos utilizados. Cabe señalar que en estudios económicos y econométricos es más común utilizar series desestacionalizadas.

identificación de la posible dirección de los movimientos que pudiera tener la variable en cuestión en el corto plazo.⁸

Hay que destacar que el IGAE es un indicador de periodicidad mensual estrechamente relacionado con el PIB. Para visualizar dicha relación las gráficas 1 y 2 presentan los logaritmos y las tasas de crecimiento tanto del PIB como del IGAE, respectivamente.⁹ Al considerar que el PIB es de frecuencia trimestral, se tomó el promedio trimestral del IGAE para hacer la comparación entre ambas series, tanto para los datos originales como para los datos desestacionalizados o con ajuste estacional.

De aquí en adelante se utilizarán las tasas de crecimiento de dichas variables para estimar las diferentes aproximaciones del PIB mensual.¹⁰

Es muy importante tener presente que en las estimaciones aquí realizadas se utilizarán series con agregación trimestral y series sin agregación trimestral de la variable de insumo, el IGAE. Para ello, se hacen las siguientes consideraciones:

1. En el análisis sin agregación trimestral, en lo que sigue se dirá simplemente series o datos sin agregar, las series de las tasas de crecimiento del IGAE son calculadas de la forma estándar:

$$\text{dif}[\log(\text{IGAE}_t)] = \log[\text{IGAE}_t] - \log[\text{IGAE}_{t-1}]$$

2. Las series agregadas trimestralmente, en lo que sigue se mencionará tan solo series o datos agregados, de la tasa de crecimiento del IGAE que se usarán en el análisis se construyen de la siguiente forma:

⁸ Para desestacionalizar la serie del PIB y del IGAE se estima el modelo ARIMA más adecuado. Una vez definido el modelo se aplica el método X12-ARIMA, cuyas características implican que los factores estacionales se ven sometidos a revisión a medida que se incorporan nuevos datos a la serie; además, se llevan a cabo ajustes previos a la desestacionalización por efectos del calendario (distinto número de días de la semana y Semana Santa). La desestacionalización de los datos proviene del origen. Fuente: INEGI.

⁹ Las tasas de crecimiento son medidas como la diferencia de los logaritmos: $\text{dif}[x_t] = \log(x_t) - \log(x_{t-1})$.

¹⁰ Con independencia de que se obtenga un mejor ajuste con las tasas de crecimiento del PIB y del IGAE, es muy importante verificar que los datos sean estacionarios para poder aplicar los métodos aquí presentados, lo cual se consigue considerando dichas tasas de crecimiento de los datos.

- a. Al final de cada trimestre (los meses correspondientes a marzo, junio, septiembre y diciembre) se considera el promedio trimestral de la serie del IGAE mensual. Dicho promedio sólo aplica a los datos del final de trimestre, los datos inter-trimestrales corresponden al IGAE mensual.
- b. Se determinan los logaritmos de las series de tiempo anteriores, en las que ya se tiene la agregación trimestral deseada.
- c. Finalmente, se toman las tasas de crecimiento del IGAE considerando las siguientes relaciones:

Primer mes del trimestre,

$$\text{dif}[\log(\text{IGAE}_t)] = \log[\text{IGAE}_t] - \log[\text{IGAE}_{t-1}]$$

Segundo mes del trimestre,

$$\text{dif}[\log(\text{IGAE}_{t+1})] = \log[\text{IGAE}_{t+1}] - \log[\text{IGAE}_t]$$

Fin de cada trimestre,

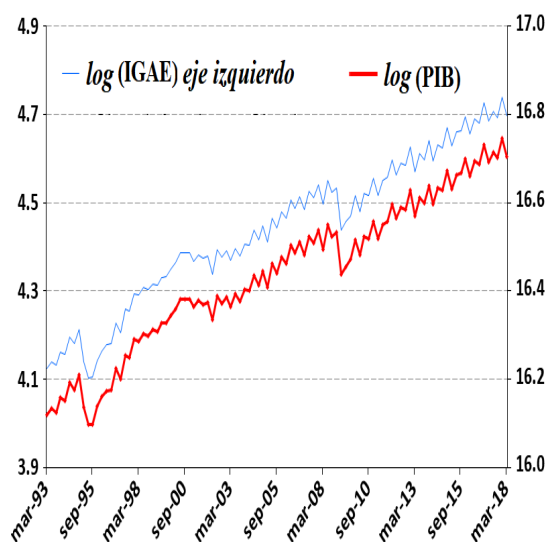
$$\text{dif}[\log(\text{IGAE}_{t+2})] = \log\left[\frac{1}{3} \sum_{k=0}^2 \text{IGAE}_{t+k}\right] - \log[\text{IGAE}_{t-1}].$$

Otra posible forma de agregar la serie del IGAE puede ser tomar promedios móviles con una ventana móvil de tres meses, de tal forma que al final de cada trimestre se tenga el promedio trimestral de las tasas de crecimiento del IGAE para que coincidan con las tasas de crecimiento del PIB. La diferencia con la agregación anterior radica en que los datos inter-trimestrales también corresponden a un promedio trimestral.¹¹ Sin pérdida de generalidad en este artículo para las estimaciones agregadas se utilizará el primer método debido a que se tiene un poco más de movimiento inter-trimestral.

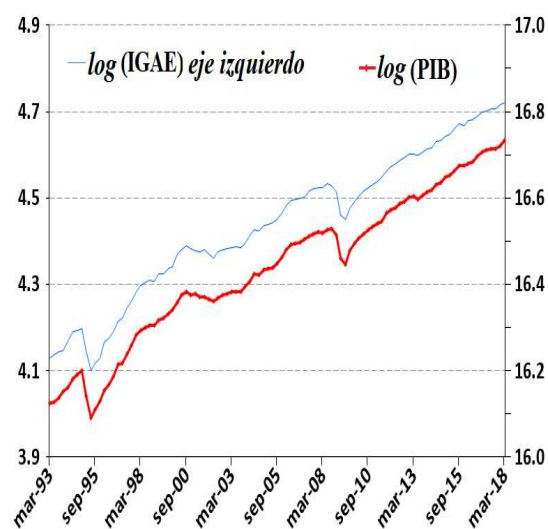
¹¹ Se corroboró que ambas formas de agregación del IGAE, con datos inter-trimestrales mensuales y promedios trimestrales proporcionan resultados similares. Para más detalles se pueden pedir al autor dichas estimaciones.

Gráfica 1
Logaritmos del PIB y del IGAE
observados con frecuencia trimestral

Series originales

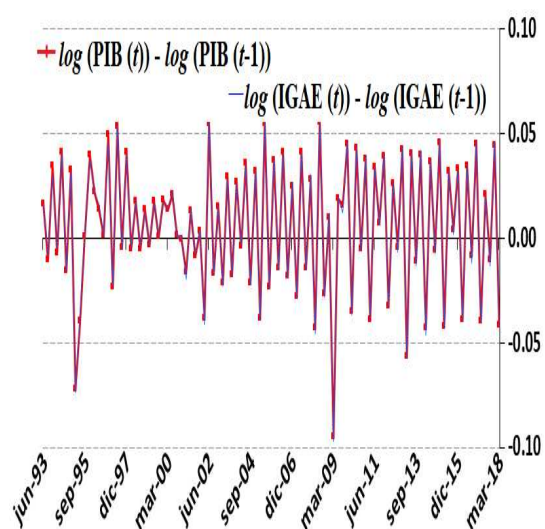


Series desestacionalizadas

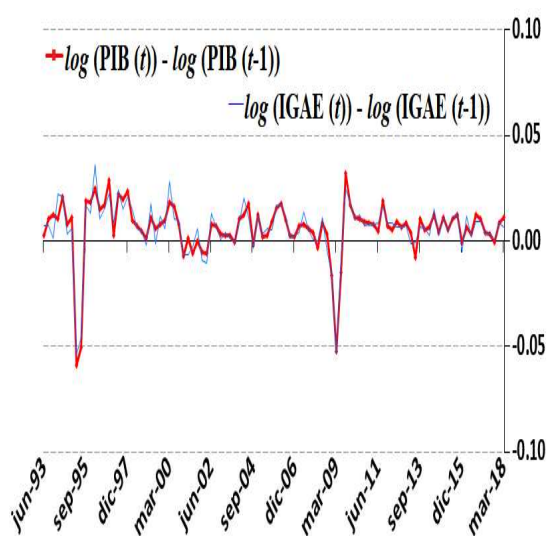


Gráfica 2
*Tasas de crecimiento del PIB y
 del IGAE observados trimestrales*

Series originales



Series desestacionalizadas



En resumen, se tendrán cuatro series de tiempo que corresponderán a las variables de insumo para realizar las aproximaciones, ellas son: tasa de crecimiento del IGAE con datos originales sin agregar, tasa de crecimiento del IGAE con datos desestacionalizados sin agregar, tasa de crecimiento del IGAE con datos originales agregados y tasa de crecimiento del IGAE con datos desestacionalizados agregados.

4. Estimaciones del PIB mensual dentro de la muestra

En las estimaciones del logaritmo del PIB mensual se requiere de una variable observable o de alta frecuencia, la cual estará representada por el IGAE. Es importante mencionar que cuando se piensa en la relación entre el PIB y el IGAE, se considera que para poder comparar ambas variables el IGAE necesita estar agregado trimestralmente.

Para nuestro análisis, el PIB mensual a estimar siempre será una variable no observable, lo que ofrece un mayor grado de libertad sobre la variable de insumo requerida en los modelos a utilizar, ya que se pueden hacer sobre ésta los supuestos que uno considere correctos o suficientes para lograr una buena aproximación al PIB mensual. Por tal motivo, se examinan dos supuestos sobre la variable de insumo: el primero es que, en frecuencia mensual, la tasa de crecimiento del IGAE será muy parecida a la tasa de crecimiento del PIB mensual, misma que será la forma natural de aproximar a la tasa de crecimiento del PIB mensual (series sin agregación trimestral). El segundo supuesto es que hay agregación trimestral en la tasa de crecimiento del IGAE. De esta forma, se utiliza la tasa de crecimiento del IGAE como variable de insumo para estimar la tasa de crecimiento del PIB mensual mediante los tres diferentes métodos.¹²

Posteriormente, se obtienen los logaritmos del PIB mensual a través de las siguientes relaciones estándares.

Caso con datos sin agregar:

$$\log[\hat{PIB}_t] = dif[\log(\hat{PIB}_t)] + \log[PIB_{t-1}] \quad (1)$$

Caso con datos agregados:

Primer mes del trimestre,

$$\log[\hat{PIB}_t] = dif[\log(\hat{PIB}_t)] + \log[PIB_{t-1}] \quad (2)$$

¹² Estimadas con datos originales y desestacionalizados, así como con datos agregados y sin agregar.

Segundo mes del trimestre,

$$\log[\hat{PIB}_{t+1}] = dif[\log(\hat{PIB}_{t+1})] + \log[PIB_t]$$

Fin de cada trimestre,

$$\log[\hat{PIB}_{t+2}] = dif[\log(\hat{PIB}_{t+2})] + \log[PIB_{t-1}]$$

Para poder obtener las estimaciones del logaritmo del PIB mensual se requiere de un valor inicial de dicho logaritmo. Para ello, se considera el dato correspondiente al logaritmo del PIB observado en marzo de 1993 como valor inicial. Después, se estiman los logaritmos recursivamente mediante las relaciones mostradas en (1) para datos sin agregar y (2) para datos agregados.

Además, se pueden obtener las cifras absolutas del PIB mensual a precios constantes mediante la expresión $\hat{PIB}_t = \exp[\log(\hat{PIB}_t)]$. Para fines de este artículo sólo se muestran los logaritmos.

En síntesis, las estimaciones del logaritmo del PIB mensual consisten en encontrar la mejor aproximación a la $dif[\log(\hat{PIB}_t)]$ a través de los diferentes métodos considerados en el análisis, tales como: aproximación intuitiva, método de Denton y filtro de Kalman, aplicados a las series de tiempo original y desestacionalizada, tanto para los datos agregados como para los datos sin agregar.

4.1. Aproximación intuitiva del logaritmo del PIB

La aproximación intuitiva consiste en construir el logaritmo del PIB mensual utilizando la tasa de crecimiento del IGAE mensual observado sin considerar ningún estimador o modelo estadístico. En otras palabras, se toma simplemente a la tasa de crecimiento del PIB mensual, tanto para los datos agregados y sin agregar, como:

$$dif[\log(\hat{PIB}_t)] = dif[\log(IGAE_t)]$$

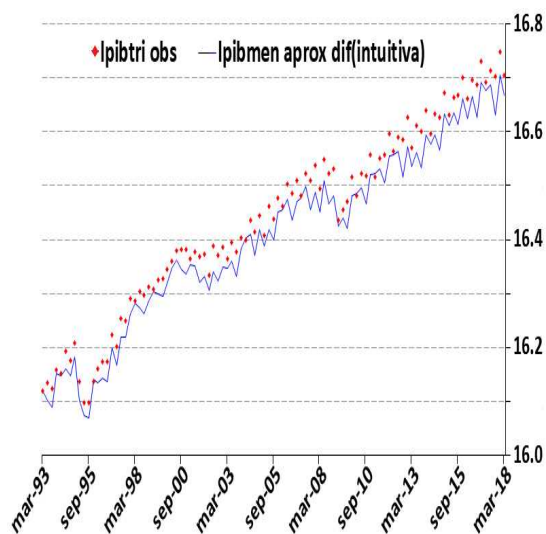
Más adelante se generan las series mensuales del logaritmo del PIB mediante las relaciones (1) y (2) para datos sin agregar y datos agregados, respectivamente. En las aproximaciones sólo se requiere de un valor inicial del logaritmo del PIB y de las tasas de crecimiento mensuales del IGAE observadas para poder estimar los valores subsecuentes de forma recursiva.

En la gráfica 3 se presenta la construcción intuitiva del logaritmo del PIB mensual tanto para las series originales como para las series

desestacionalizadas, así como para los datos agregados y sin agregar.¹³ En dicha gráfica se observa que las estimaciones realizadas con los datos desestacionalizados, agregados y sin agregar, ajustan mejor al logaritmo del PIB trimestral observado que las series originales. En particular, al utilizar series originales sin agregar se subestima al logaritmo del PIB trimestral observado, en tanto que al utilizar los datos agregados el ajuste resulta mejor.

Sin embargo, la aproximación hecha con los datos desestacionalizados sin agregar parece jugar un mejor papel en el ajuste con los datos observados trimestrales, que la aproximación realizada con los datos desestacionalizados agregados. El único inconveniente es que sólo se pueden hacer estimaciones dentro de muestra, ya que el dato del IGAE siempre es requerido para hacer una nueva aproximación del PIB mensual, por lo que también se tiene un rezago de dos meses para conocer la estimación en tiempo real del logaritmo del PIB mensual.

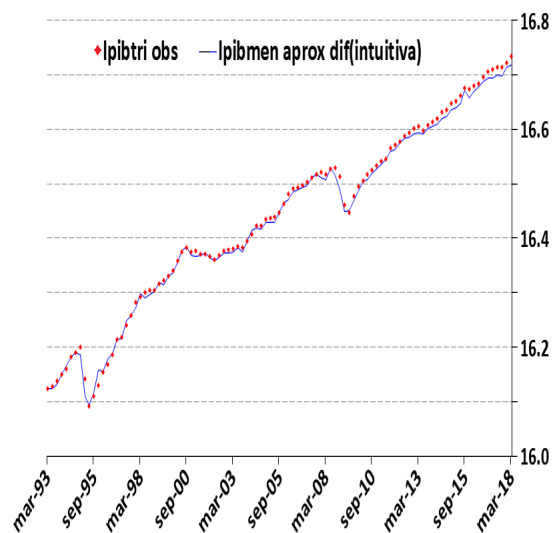
Gráfica 3
Aproximación intuitiva del logaritmo del PIB mensual
Datos originales sin agregar



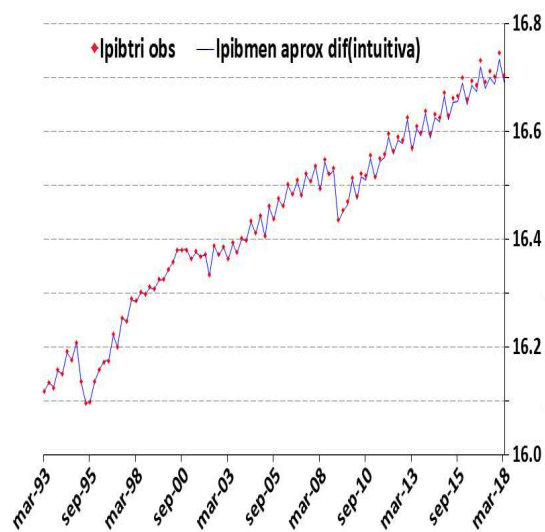
¹³ Se realizó el mismo análisis para la agregación con promedios móviles en los datos inter-trimestrales y los resultados de las estimaciones son similares, lo que hace al método robusto ante diferentes formas de agregación inter-trimestral.

Gráfica 3
(continuación)

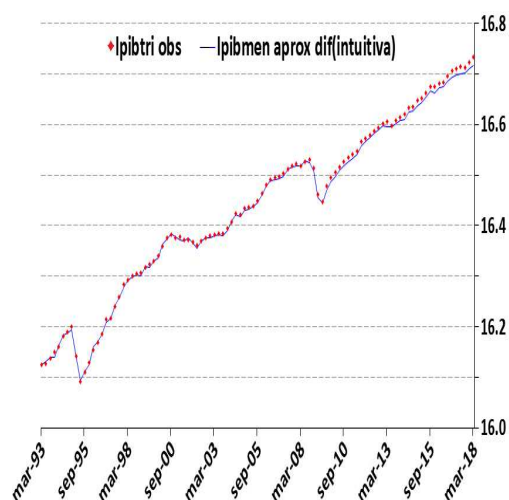
Datos desestacionalizados sin agregar



Datos originales agregados



Gráfica 3
(continuación)
Datos desestacionalizados agregados



$lpibtri$ es el logaritmo del PIB trimestral observado; $lpibmen$ es el logaritmo del PIB mensual construido mediante la aproximación intuitiva.

En la siguiente subsección se proporciona otro método para aproximar el logaritmo del PIB mensual basada en un modelo formal bajo ciertos supuestos estadísticos, la ventaja de esta estimación es que el dato trimestral ajustado coincide exactamente con el dato trimestral observado del logaritmo del PIB. En este caso no será necesario utilizar la serie agregada de las tasas de crecimiento del IGAE.

4.2. Construcción del logaritmo del PIB mensual mediante la extensión del método de Denton

Mediante la extensión del método de Denton (Fernández, 1981) se transforma la serie de baja frecuencia, el PIB trimestral, en una serie de alta frecuencia, el PIB mensual, utilizando series relacionadas con el PIB de alta frecuencia, en este caso el IGAE. La solución se obtiene minimizando la función de pérdida cuadrática entre la diferencia de la serie que debe ser creada (PIB mensual) y una combinación lineal de las series de alta frecuencia (IGAE mensual).

Sin pérdida de generalidad, se supone que la serie de baja frecuencia es trimestral con k periodos inter-trimestrales, “ k ” es el entero

a construirse. Cada serie de alta frecuencia observada cubre m años y consiste de $n = mk$ valores. Estas series son representadas en forma matricial por $Z = [Z_1, Z_2, \dots, Z_q]$, donde $Z_i = [z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{in}]'$ con $i = 1, 2, \dots, q$ vectores columna. Sea la serie trimestral representada por el vector $Y = [y_1, y_2, \dots, y_m]'$. El problema radica en construir un nuevo vector $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]'$ que hace uso de la información disponible de las Z_i y satisface la condición de que el valor k de la nueva serie dentro de cada trimestre suma el valor observado para el trimestre completo.

Al escribir el problema en términos de un modelo de regresión múltiple se supone que la serie que debe ser estimada, X , satisface la relación:

$$X = Z\beta + u,$$

$\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q]$ es un vector de coeficientes desconocidos y u es un vector aleatorio con media cero y matriz de covarianza $E[uu^i] = V$. Entonces, en términos de Y , la serie observada de baja frecuencia se relaciona con la serie de alta frecuencia con la regresión $Y = B'X = B'Z\beta + B'u$, donde $B = [j \ 0 \dots 0; 0 \ j \ 0 \dots 0; \dots; 0 \ 0 \dots 0 \ j]$. B es una matriz de dimensión $n \times m$, j representa un vector columna k -dimensional, en el que cada elemento es igual a la unidad y cero representa un vector columna nulo k -dimensional.

La variable X y el vector de parámetros β se obtienen minimizando la función de pérdida sujeta a la restricción $Y = \beta'$, así el estimador lineal insesgado \hat{X} de X está dado por:

$$\hat{X} = Z\hat{\beta} + A^{-1}B(B'A^{-1}B)^{-1}[Y - B'Z\hat{\beta}]$$

$$\hat{\beta} = [Z'B(B'A^{-1}B)^{-1}B'Z]^{-1}Z'B(BA^{-1}B)^{-1}Y$$

El caso más simple es cuando A es la matriz identidad y en este caso se obtienen los estimadores:

$$\hat{X} = Z\hat{\beta} + B[Y - B'Z\hat{\beta}]\frac{1}{k} \quad (3)$$

$$\hat{\beta} = [Z'BB'Z]^{-1}Z'BY \quad (4)$$

La $\hat{\beta}$ tiene la forma de un estimador de mínimos cuadrados ordinarios, así éste puede ser obtenido mediante la regresión entre los valores de las series de alta frecuencia $Z'\beta$ y la serie de baja frecuencia Y . La \hat{X} implica que la discrepancia para cada trimestre entre el

valor trimestral observado (Y) y el valor trimestral estimado ($\beta'Z\hat{\beta}$) debería ser distribuido en montos iguales a través de los k periodos dentro del trimestre.

Para aproximar el logaritmo del PIB mensual mediante la extensión del método de Denton, se consideran los estimadores de (3) y (4), así como las siguientes especificaciones de las matrices involucradas en dichas ecuaciones:

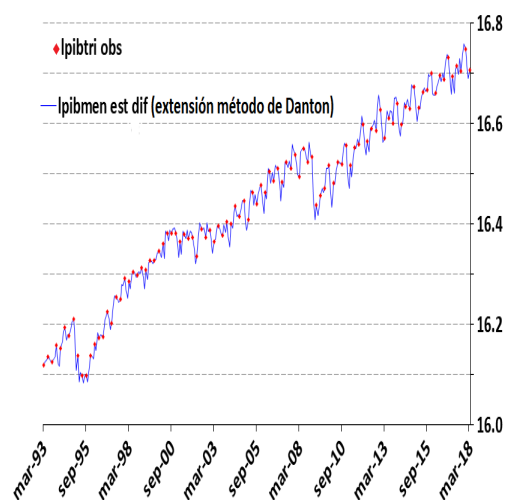
- i. \hat{Y} representa la tasa de crecimiento del PIB mensual a ser estimado
- ii. Z_t es la tasa de crecimiento del IGAE con frecuencia mensual
- iii. Y_t corresponde a la tasa de crecimiento del PIB con frecuencia trimestral
- iv. B es una matriz de dimensión $n \times m$ con entradas
 $B_{nx1} = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0]'$, $B_{nx2} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0]'$, ...,
 $B_{n \times m} = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1]'$
- v. k es igual a 3

Dadas Y_t , Z_t y B con las especificaciones anteriores, se construye \hat{X} , que corresponde a la tasa de crecimiento del PIB mensual, $\text{dif}[\log(\hat{P}IB_t)] = \hat{X}_t$. Después, se obtiene la aproximación al logaritmo del PIB mensual mediante la relación (1).

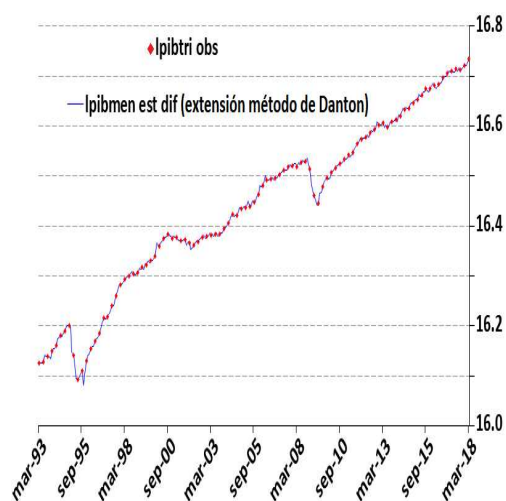
La gráfica 4 presenta la trayectoria mensual del logaritmo del PIB interpolado por la extensión del método de Denton, junto con los datos trimestrales observados de los logaritmos del PIB para la serie original y desestacionalizada. La ventaja de este método con respecto a la aproximación intuitiva es que se obtiene una estimación mensual del logaritmo del PIB cuyo dato trimestral coincide exactamente con el logaritmo del PIB trimestral observado, el único inconveniente es que dicha estimación mensual considera que los datos inter-trimestrales tienen el mismo peso, lo cual puede no ser cierto en la realidad. Además, igual que la aproximación intuitiva, solo se pueden realizar estimaciones dentro de muestra, ya que es necesario conocer el dato del IGAE y del PIB para hacer la estimación inter-trimestral del PIB mensual, así que, en este caso, tampoco se puede conocer el logaritmo del PIB mensual en tiempo real, es decir, la última estimación tiene un rezago de cinco meses con respecto al mes de la publicación. Sin embargo, dado su propiedad de que al final del trimestre coinciden con el PIB trimestral, este modelo puede ser utilizado como un modelo base.

Gráfica 4
*Aproximación del log del PIB mensual
 con la extensión del método de Denton*

Datos originales



Datos desestacionalizados



lplibtri es el logaritmo del PIB trimestral observado; **lplibmen** es el logaritmo del PIB mensual construido mediante la extensión del método de interpolación de Denton.

4.3. Estimación del PIB mensual mediante el filtro de Kalman

Para la estimación del logaritmo del PIB mensual se considera la representación más sencilla de un modelo de espacio-estado y se utiliza el filtro de Kalman para estimar la variable de estado no observable X_t . El modelo más simple a estimar será:

$$X_t = AX_{t-1} + w_t \quad w_t(0, Q) \quad (5)$$

$$Z_t = HX_t + \vartheta_t \quad \vartheta_t(0, R) \quad (6)$$

La variable Z_t es observable y corresponderá a la tasa de crecimiento del IGAE con frecuencia mensual. En tanto que la variable X_t es no observable y será construida dentro del filtro de Kalman. Además, ésta última representará la tasa de crecimiento del PIB mensual en la construcción de las relaciones (1) para datos sin agregar y (2) para datos agregados, es decir, $\text{dif}[\log(\hat{PIB}_t)] = X_t$.

Cabe destacar que X_t estará formada por un sólo estado, lo que implica que las matrices del modelo constituido por las ecuaciones (5) y (6) contienen un sólo elemento, así que, de aquí en adelante, se hablará de parámetros en lugar de matrices.

Es muy importante tener en mente que para las estimaciones realizadas con el filtro de Kalman en su forma más sencilla, éste es utilizado tal cual se presenta en las ecuaciones (5) y (6) debido a que en cada paso del tiempo se supone que la variable de estado X_t es no observable. Así que, en los casos en que se considera la agregación trimestral en los datos, dicha agregación estará contenida implícitamente en la variable de insumo Z_t . Más explícitamente, cuando se realizan las estimaciones con los datos sin agregar, no se supone ninguna restricción sobre las X_t , en el sentido de que no se pedirá ninguna agregación o promedio trimestral para aproximar la tasa de crecimiento del PIB mensual. La idea es precisamente tratar de construir la tasa de crecimiento del PIB mensual de una forma natural, considerando simplemente que las X_t no observables están relacionadas con la tasa de crecimiento del IGAE mediante la ecuación (6). Mientras que, para el caso en que se utilizan los datos agregados de la tasa de crecimiento del IGAE como variable observable, al relacionar ésta con la tasa de crecimiento del PIB mensual no observable mediante la ecuación (6), dicha aproximación del PIB mensual, implícitamente, ya trae consigo la agregación trimestral heredada de la variable de insumo.¹⁴

¹⁴ En los casos estudiados por Mariano y Murasawa (2000) y Cucho y Hess

Los vectores de error w y ϑ_t son Gaussianos con media cero y varianza Q y R , respectivamente. Es importante mencionar que tales vectores de error no están correlacionados, $E(w_t \vartheta_t') = 0$ para toda $s, t = 1, 2, \dots, m$ y $t \neq s$, lo que quiere decir que la varianza del estimador del vector de estados es independiente de la varianza del vector de la ecuación de medida. Intuitivamente, la no correlación significa que ninguna observación ayuda más que otra a reducir la incertidumbre existente en el vector de estados. Aunque, por construcción del mismo filtro, está garantizado el no crecimiento de dicha incertidumbre en el ciclo de actualización dentro del filtro de Kalman.¹⁵

Los parámetros del filtro A, H, Q y R son desconocidos y para poder estimarlos mediante el método de máxima verosimilitud se proponen los siguientes dos procedimientos:

1. Un procedimiento estándar es estimar los parámetros usando los datos trimestrales observados de las tasas de crecimiento tanto del PIB como del IGAE (véase Pasricha, 2006). A este procedimiento se le llamará método de dos etapas (*MFK dos etapas*). En otras palabras, dadas las ecuaciones (5) y (6) se estiman los parámetros mediante la función de máxima verosimilitud conjunta de los errores de ambas ecuaciones, es decir:

$$w_t = X_t - AX_{t-1} \quad \text{y} \quad \vartheta_t = Z_t - HX_t$$

$$\text{con} \quad \begin{pmatrix} w_t \\ \vartheta_t \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} \right)$$

(2000) si hacen modificaciones al filtro de Kalman para hacer la agregación trimestral. En el presente estudio la idea es más sencilla, porque sin tener que modificar el filtro de Kalman original se puede introducir la agregación trimestral directamente en la variable de insumo observable y, por consiguiente, al estimar la variable de estado no observable, con el supuesto de que ésta última está relacionada con la variable de insumo que ya tiene la agregación trimestral, entonces la variable de estado estimada heredaría la agregación de la variable observable.

¹⁵ Los errores de la ecuación de medida y de la ecuación de transición pueden estar correlacionados, inclusive en la literatura existe un algoritmo del filtro de Kalman con correlación en los errores, aunque no es muy común su aplicación. En las estimaciones realizadas en nuestro análisis no se considera este caso, ya que en la literatura es más estándar utilizar el filtro de Kalman con los errores no correlacionados, debido a que lo que se desea es que todas las observaciones pesen lo mismo para reducir la incertidumbre en el vector de estado cuando éste es no observable.

Para obtener una estimación mensual de la tasa de crecimiento del PIB. Después de estimar los parámetros A, H, Q y R se aplica el filtro de Kalman, considerando como variable observable X_t , a la tasa de crecimiento del IGAE. La instrumentación de este procedimiento es muy sencilla y su convergencia es rápida, lo que hace que el costo computacional sea pequeño.

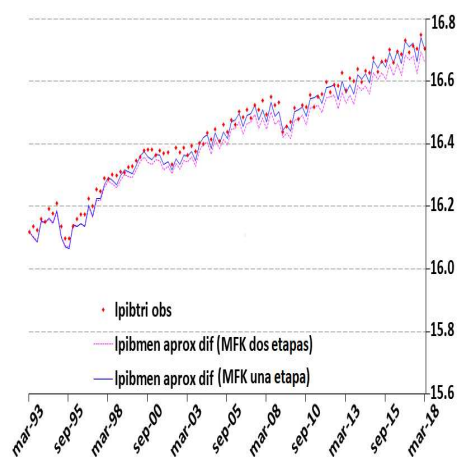
2. El segundo procedimiento consiste en estimar conjuntamente tanto los parámetros A, H, Q y R , así como la variable no observable X_t , que corresponde a la tasa de crecimiento del PIB mensual. Para ello, se utiliza el filtro de Kalman dentro de la función de máxima verosimilitud. Análogo al procedimiento anterior, la variable observable Z_t corresponde a la tasa de crecimiento del IGAE. A este procedimiento se le llamará *MFK una etapa*. Su instrumentación es más complicada, ya que encontrar parámetros que lleven a un buen ajuste requiere de más tiempo y su convergencia es más lenta debido a que dentro de la función de máxima verosimilitud hay que estar calculando el filtro de Kalman. Así que, en términos computacionales, este procedimiento es un poco más costoso que el anterior. Aunque los ajustes pueden ser mejores, ya que al llegar nueva información los errores del ajuste se van minimizando.

Después de estimar los parámetros A, H, Q y R y la variable de estado X_t por ambos métodos se obtiene el logaritmo del PIB con frecuencia mensual, mediante las relaciones (1) y (2) para los datos sin agregar y agregados, respectivamente.

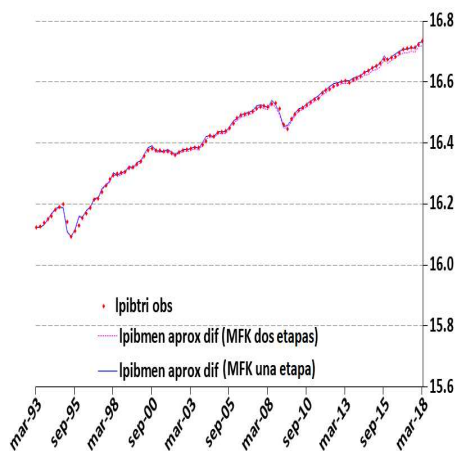
Los resultados con la aplicación de los dos métodos anteriores a las series originales y desestacionalizadas se presentan en la gráfica 5 para los datos sin agregar y en la 6 para los datos agregados.¹⁶ En ambas gráficas los rombos corresponden a los logaritmos del PIB trimestral observado, la línea punteada representa el logaritmo del PIB mensual aproximado mediante el método *MFK dos etapas* y la línea continua corresponde al logaritmo del PIB mensual aproximado a través del método *MFK una etapa*.

¹⁶ Adicionalmente, en las gráficas A1 y A2 del anexo 1 se presentan las bandas de confianza de las estimaciones del PIB mensual utilizando ambos métodos del filtro de Kalman, *MFK dos etapas* y *MFK una etapa*.

Gráfica 5
*Aproximación del logaritmo del PIB mensual
 para datos sin agregar mediante el filtro de Kalman*
Datos originales sin agregar

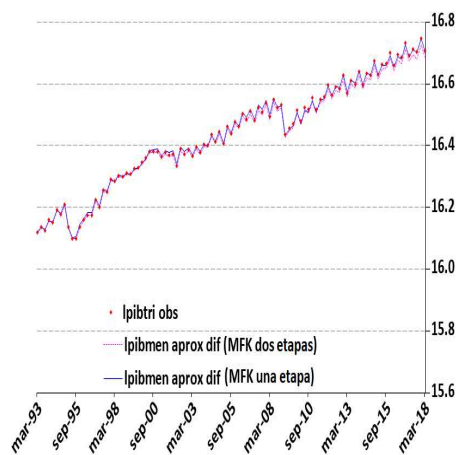


Datos desestacionalizados sin agregar

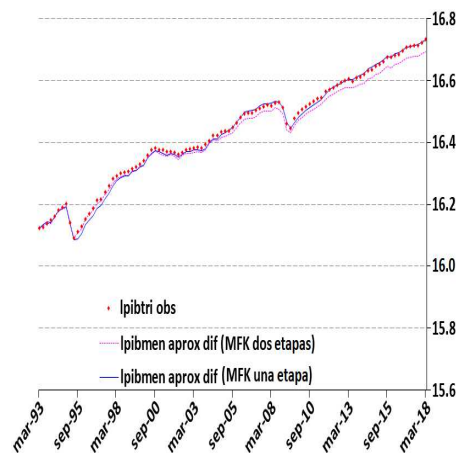


lpibtri obs es el logaritmo del PIB trimestral observado. **lpibmen aprox** es el logaritmo del PIB mensual aproximado. Ambas aproximaciones se hacen mediante el filtro de Kalman utilizando como variable observable la tasa de crecimiento del IGAE con frecuencia mensual. Posteriormente, se obtienen los logaritmos mediante la relación (1). *MFK una etapa* significa que los parámetros fueron estimados mediante el método de filtro de Kalman. *MFK dos etapas* es el método que utiliza datos trimestrales observados del PIB y del IGAE para estimar las matrices A , H , Q y R , y después se aplica el filtro de Kalman.

Gráfica 6
*Aproximación del logaritmo del PIB mensual
 para datos agregados mediante el filtro de Kalman*
Datos originales agregados



Datos desestacionalizados agregados



lpibtri obs es el logaritmo del PIB trimestral observado. **lpibmen aprox** es el logaritmo del PIB mensual aproximado. Ambas aproximaciones se hacen mediante el filtro de Kalman utilizando como variable observable la tasa de crecimiento del IGAE agregada con frecuencia mensual. Posteriormente, se obtienen los logaritmos mediante las relaciones de (2). *MFK una etapa* significa que los parámetros fueron estimados mediante el método de filtro de Kalman. *MFK dos etapas* es el método que utiliza datos trimestrales observados del PIB y del IGAE para estimar las matrices A , H , Q y R , y después se aplica el filtro de Kalman.

Para el caso de los datos sin agregar, gráfica 5, el método *MFK una etapa* parece ajustar mejor los datos observados del logaritmo del PIB trimestral, tanto para los datos originales como para los datos desestacionalizados. Sin embargo, la aproximación con datos originales sin agregar la mayor parte del tiempo subestima los datos observados del logaritmo del PIB trimestral. Para el caso de los datos agregados, gráfica 6, las estimaciones del logaritmo del PIB mensual son mejores, el posible sesgo que se apreciaba con los datos originales sin agregar ya no se percibe en los datos originales agregados. Así, las estimaciones del logaritmo del PIB mensual generadas con datos agregados, originales y desestacionalizados, con respecto a los datos observados del logaritmo del PIB trimestral tienen buen ajuste.

Para comparar el ajuste dentro de muestra de las estimaciones realizadas mediante los métodos *MFK una etapa* y *MFK dos etapas*, tanto para datos sin agregar como para los datos agregados, se calculan el error absoluto medio (EAM), el porcentaje del error absoluto medio (PEAM), así como la raíz cuadrada del error cuadrático medio (RECM), entre los logaritmos del PIB mensual de los puntos que corresponden a la aproximación al final de cada trimestre y los puntos de los logaritmos del PIB trimestral observados. La aproximación al final de cada trimestre corresponde a los puntos de los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre de las aproximaciones mensuales. Los resultados se presentan en el cuadro 1, donde se puede ver que el modelo que tiene menores errores al ajustar los datos observados es el método *MFK una etapa* para los cuatro casos analizados. Además, los errores considerando los datos agregados, en comparación con los errores de los datos sin agregar, se reducen considerablemente.

Cuadro 1
Errores de estimación

<i>Errores/Método</i>	<i>Datos originales</i>		<i>Datos desestacionalizados</i>	
	<i>MFK dos etapas</i>	<i>MFK una etapa</i>	<i>MFK dos etapas</i>	<i>MFK una etapa</i>
<i>Datos sin agregar</i>				
EAM	0.0360	0.0187	0.0062	0.0048
PEAM (%)	0.2185	0.1138	0.0379	0.0294
RECM	0.0399	0.0221	0.0082	0.0071

Cuadro 1
(continuación)

<i>Errores/Método</i>	<i>Datos originales</i>		<i>Datos desestacionalizados</i>	
	<i>MFK dos etapas</i>	<i>MFK una etapa</i>	<i>MFK dos etapas</i>	<i>MFK una etapa</i>
<i>Datos agregados</i>				
EAM	0.0079	0.0040	0.0170	0.0081
PEAM (%)	0.0476	0.0240	0.1030	0.0492
RECM	0.0097	0.0049	0.0193	0.0101

$$EAM = \sum_{i=1}^n |x_i - \hat{x}_i| / n \text{ es el error absoluto medio, } PEAM = \sum_{i=1}^n (|x_i - \hat{x}_i| / x_i) / n$$

es el porcentaje del error absoluto medio y $RECM = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2} / n$ es la raíz cuadrada del error cuadrático medio. Las x_i corresponden a los logaritmos del PIB trimestral observados y las \hat{x}_i corresponden a las aproximaciones de los logaritmos del PIB mensual relativos a los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre.

4.4. Comparación de las estimaciones del logaritmo del PIB mensual

Para resumir los resultados, en esta sección se hará una comparación entre las diferentes estimaciones obtenidas del logaritmo del PIB mensual dentro de muestra utilizando la aproximación intuitiva, la extensión del método de Denton y el método de filtro de Kalman (*MFK una etapa* y *MFK dos etapas*), tanto para los datos agregados como para los datos sin agregar.

Debido a que el PIB mensual es una variable no observable, lo único que se puede hacer es verificar qué método es el que mejor ajusta los datos del logaritmo del PIB trimestral observado. Para ello, se consideran, como antes, las medidas de error EAM, PEAM y RECM. Los errores se construyen con los datos estimados del logaritmo del PIB mensual de los puntos que pertenecen al final de cada trimestre y los puntos de los logaritmos del PIB trimestral observados.¹⁷ Los resultados se presentan en el cuadro 2.

¹⁷ Como antes, la estimación al final de cada trimestre se refiere a los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre de las aproximaciones mensuales.

En el cuadro 2 se aprecia que el modelo que menores errores presenta al ajustar los datos trimestrales del PIB observado es el *MFK una etapa* para datos sin agregar, el PEAM de las estimaciones realizadas con dicho método resultan ser, en promedio, menores a 0.12% y 0.03% para datos originales y desestacionalizados, respectivamente. Para el caso de los datos agregados, el método *MFK una etapa* es mejor en el ajuste con los datos originales y la aproximación intuitiva es mejor con los datos desestacionalizados, el PEAM correspondiente es menor a 0.03% y 0.04%, respectivamente.¹⁸

Cuadro 2
Errores de estimación mediante tres métodos diferentes

<i>Errores/ Método</i>	<i>Datos originales</i>			<i>Datos desestacionalizados</i>		
	<i>MFK dos etapas</i>	<i>MFK una etapa</i>	<i>Aproximación intuitiva</i>	<i>MFK dos etapas</i>	<i>MFK una etapa</i>	<i>Aproximación intuitiva</i>
<i>Datos sin agregar</i>						
EAM	0.0360	0.0187	0.0321	0.0062	0.0048	0.0070
PEAM (%)	0.2185	0.1138	0.1947	0.0379	0.0294	0.0425
RECM	0.0399	0.0221	0.0358	0.0082	0.0071	0.0090
<i>Datos agregados</i>						
EAM	0.0079	0.0040	0.0055	0.0170	0.0081	0.0065
PEAM (%)	0.0476	0.0240	0.0334	0.1030	0.0492	0.0397
RECM	0.0097	0.0049	0.0061	0.0193	0.0101	0.0078

Como se puede observar, al considerar el criterio del ajuste dentro de muestra no se puede determinar que método es el mejor. Por tal motivo, se recurre a la prueba estadística de Müller-Kademmann (2015), de aquí en adelante MK, por medio de la cual se compara la consistencia interna del método de desagregación para pasar de series

¹⁸ Es de mencionar que en el cuadro no se consideró la extensión del método de Denton, porque una característica de esta aproximación es que por construcción los datos trimestrales del modelo coinciden con los datos del PIB trimestral observado, así que su error sería cero.

de baja frecuencia a series de alta frecuencia.¹⁹ Al utilizar el modelo Chow-Lin (CL), propuesto por MK, se obtiene que el ajuste dentro y fuera de muestra entre los datos del PIB observado y los datos del PIB estimado para cada modelo, en general, son mejores para todos los modelos con datos agregados que con datos no agregados tanto para datos originales como para datos desestacionalizados (ver las R^2 y las RECM en el cuadro del anexo 2).

Adicionalmente, de acuerdo con la prueba estadística MK, el modelo que resulta mejor para la desagregación de series trimestrales a mensuales es el *MK una etapa*, ya que este pasa la prueba de agregación tanto para datos originales como para datos desestacionalizados, lo que le da consistencia al modelo (ver los resultados de dicha prueba en el cuadro del anexo 2). Cabe resaltar que el método de Denton al coincidir el dato al final del trimestre con el PIB trimestral observado pasa esta prueba en automático.

También se realiza la comparación de las tasas de crecimiento anuales del PIB, obtenidas como $Crec. anual (PIB) = [\ln(PIB_t) - \ln(PIB_{t-12})] * 100$ para las estimaciones mensuales y $Crec. anual (PIB) = [\ln(PIB_t) - \ln(PIB_{t-4})] * 100$ para los datos observados trimestrales. En el cuadro 3 se presenta la comparación entre el dato trimestral observado de la tasa de crecimiento anual y cada uno de los datos correspondientes a los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre de la tasa de crecimiento anual del PIB estimada mediante el método *MK una etapa*, el método *MK dos etapas*, extensión del método de Denton y la aproximación intuitiva.

En el cuadro 3 se observa que no hay un método que en todos los casos proporcione la mejor aproximación. No obstante, el método de *MK dos etapas* parece ser el que menores errores presenta para los datos sin agregar y para los datos desestacionalizados agregados. Además, para los datos originales agregados el que menores errores presenta es la aproximación intuitiva. Hay que destacar que, en este caso, tal vez se pudiera obtener una mejor aproximación si se hubiera considerado como variable de insumo a la tasa de crecimiento anual del IGAE en los diferentes métodos utilizados, en lugar de las tasas de crecimiento mensual y luego anualizar.

Finalmente, en la gráfica 7 se presenta la comparación de la volatilidad del IGAE con algunas de las estimaciones del PIB men-

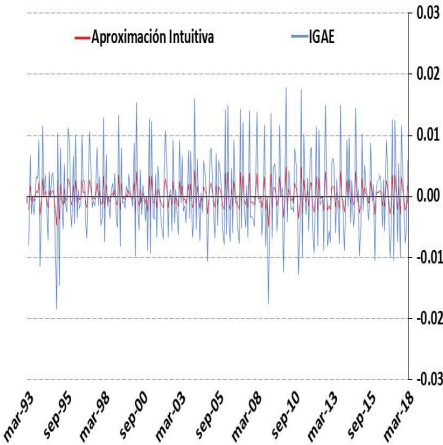
¹⁹ Esta prueba utiliza el modelo de agregación de Chow y Lin (1971). La prueba de agregación se puede llevar a cabo para todos los posibles modelos de desagregación, ya que todos serán equivalentes con respecto a las propiedades de su función de auto-covarianza.

sual con las diferentes metodologías. En la gráfica se observa que la ventaja de tener medidas del PIB mensual es que estas son menos volátiles que el propio IGAE.

Cuadro 3
Errores de la estimación de la tasa de crecimiento anualizado del PIB

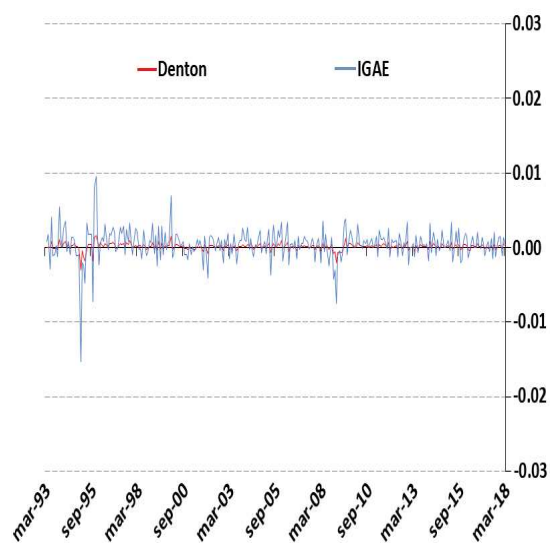
<i>Errores/ Método</i>	<i>Datos originales</i>			<i>Datos desestacionalizados</i>		
	<i>MFK dos etapas</i>	<i>MFK una etapa</i>	<i>Aproximación intuitiva</i>	<i>MFK dos etapas</i>	<i>MFK una etapa</i>	<i>Aproximación intuitiva</i>
<i>Datos sin agregar</i>						
EAM	0.0102	0.0106	0.0102	0.0063	0.0067	0.0067
PEAM (%)	0.2821	0.3030	0.2849	0.1085	0.1140	0.1123
RECM	0.0133	0.0139	0.0134	0.0100	0.0095	0.0101
<i>Datos agregados</i>						
EAM	0.0012	0.0039	0.0012	0.0028	0.0050	0.0024
PEAM (%)	0.0257	0.0849	0.0247	0.0614	0.1029	0.0631
RECM	0.0015	0.0045	0.0016	0.0032	0.0036	0.0065

Gráfica 7
*Comparación entre las volatilidades del IGAE
y de algunas estimaciones del PIB mensual
utilizando las diferentes metodologías*
Datos originales sin agregar

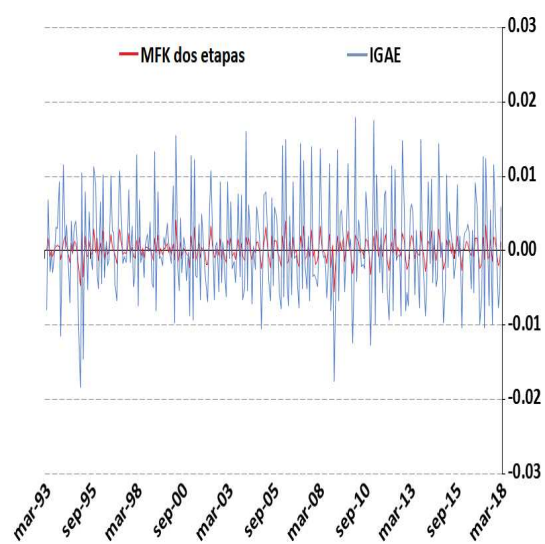


Gráfica 7
(continuación)

Datos originales agregados

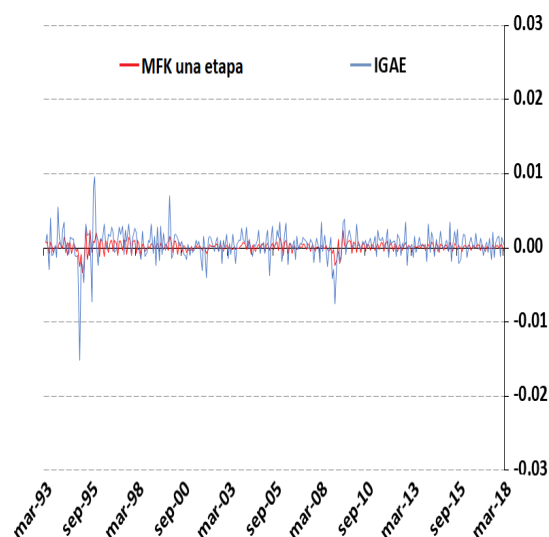


Datos desestacionalizados sin agregar



Gráfica 7
(continuación)

Datos desestacionalizados agregados



En resumen, dado que dentro de los modelos con filtro de Kalman el método *MFK una etapa* es el que resultó ser el mejor para la desagregación, este se utilizará para hacer los pronósticos fuera de muestra ya que con el método de Denton no es posible realizar tal tipo de pronósticos. En este caso, también se considerarán las estimaciones realizadas con los cuatro diferentes datos considerados.

5. Estimaciones del PIB mensual fuera de muestra

Debido a que el filtro de Kalman es un método dinámico recursivo se pueden hacer aproximaciones fuera de muestra.²⁰ Para ello, únicamente se utiliza el modelo *MFK una etapa* porque fue el que dio

²⁰ Si uno quisiera hacer pronósticos con los métodos de la extensión del método de Denton y con la aproximación intuitiva se requiere lo siguiente: para el primer método se necesitaría tener alguna proyección del PIB trimestral, ya que éste es una variable de insumo para el modelo. En el caso de la segunda aproximación sólo se requerirá tener alguna proyección del IGAE para pronosticar el PIB, igual que el modelo que utiliza el filtro de Kalman, ya que dicho IGAE es la variable de insumo para ambos modelos.

mejores resultados para la desagregación de datos trimestrales a mensuales. Ahora lo que se desea es verificar que tan bueno es el modelo *MFK una etapa* para pronosticar fuera de muestra. Así, se comparan las estimaciones derivadas de éste con:

- a) Los datos de los logaritmos del PIB trimestral observados. Cabe mencionar que éste es el único parámetro real de comparación con que se cuenta.
- b) Las estimaciones mensuales provenientes de la extensión del método de Denton.
- c) Las aproximaciones mensuales del logaritmo del PIB obtenidas del método *MFK una etapa* dentro de muestra.

Para ello, lo que se hace es estimar hasta cierto periodo los parámetros A , H , Q y R mediante el modelo *MFK una etapa*, después se aproxima la tasa de crecimiento del PIB mensual para el periodo restante utilizando el filtro de Kalman y, finalmente, se construye el logaritmo del PIB mensual mediante las relaciones (1) y (2) para los datos sin agregar y datos agregados, respectivamente. Se consideran siete diferentes periodos para la estimación de dichos parámetros, el primer periodo abarca de marzo de 1993 a diciembre 2004, el segundo de marzo de 1993 a diciembre de 2005, y así sucesivamente hasta llegar al periodo de marzo de 1993 a diciembre de 2016. En el cuadro 4 se presentan las estimaciones de los parámetros A , H , Q y R involucrados en el modelo *MFK una etapa*, para los datos originales y desestacionalizados, así como éstos agregados y sin agregar. Hay que destacar que los parámetros varían poco en los periodos analizados,²¹ lo que significa que dichos parámetros han sido estables a través del tiempo. Este último hecho es muy importante al momento de hacer los pronósticos.

Estimados los parámetros con el modelo *MFK una etapa* para los periodos en estudio, se construye la tasa de crecimiento del PIB mensual mediante el filtro de Kalman para el periodo restante. Por ejemplo, si los parámetros fueron estimados en el periodo de enero de 1993 a diciembre de 2004, entonces se construye la tasa de crecimiento del PIB mensual para el periodo de enero de 2005 a marzo de 2018, y así sucesivamente para cada periodo analizado. Finalmente, como

²¹ Aquí se presentan los parámetros solo para los años pares, el cuadro completo, que incluye los años impares, puede solicitarse al autor.

antes, se obtiene el logaritmo del PIB mensual mediante la relación (1) para los datos sin agregar y la relación (2) para los datos agregados.²²

Para comparar los pronósticos del logaritmo del PIB mensual fuera de muestra con las aproximaciones dentro de muestra y con los datos observados, en el cuadro 5 se proporcionan los errores EAM, PEAM y RECM para diferentes periodos de estimación, considerando que los pronósticos fueron realizados con datos sin agregar. De dicho cuadro se puede concluir lo siguiente: con respecto al error PEAM, en general, se puede apreciar que es menor a 0.1% para los datos originales y menor a 0.06% para los datos desestacionalizados. Los errores estimados con datos desestacionalizados son menores que los errores calculados con datos originales, lo que significa que el modelo *MFK* fuera de muestra pronostica mejor el logaritmo del PIB mensual con los datos desestacionalizados. El único parámetro real de comparación son los datos trimestrales observados del logaritmo del PIB, y de esta comparación se desprende que los errores son pequeños, menores a 0.1%, para el caso del error PEAM. En el periodo de pronóstico marzo 2009- marzo 2018 se observa que los errores se incrementaron tanto para datos originales como para los datos desestacionalizados. Es decir, los pronósticos del logaritmo del PIB mensual realizados con datos sin agregar en este periodo no capturan la fuerte caída que tuvo el PIB.

De manera análoga, en el cuadro 6 se presentan los mismos tipos de errores y las mismas comparaciones entre modelos para los pronósticos del logaritmo del PIB mensual estimados con los datos agregados. En este cuadro se aprecia que los errores de los pronósticos del logaritmo del PIB mensual generados con los datos desestacionalizados son menores que los errores de los pronósticos del logaritmo del PIB mensual realizados con los datos originales. El porcentaje de error absoluto medio, en promedio, siempre es menor a 0.05% para los datos desestacionalizados.

En resumen, se puede decir que los tres métodos funcionan razonablemente bien para obtener medidas del PIB mensual que ajustan relativamente bien los datos observados del PIB trimestral. Adicionalmente, el modelo *MFK una etapa* pronostica bien fuera de muestra tanto para los datos agregados como para los datos sin agregar.

²² Es posible construir intervalos de confianza para la variable de estado no observable dado que la varianza de ésta es estimada y actualizada cada vez que llega una nueva observación dentro del filtro de Kalman. No se reportan en el estudio porque los errores estándar de esta variable de estado tienden a estabilizarse y son pequeños.

Cuadro 4
Parámetros del filtro de Kalman para diferentes periodos

<i>Periodo de estimación</i>	<i>Datos originales</i>				<i>Datos desestacionalizados</i>			
	<i>A</i>	<i>H</i>	<i>R</i>	<i>Q</i>	<i>A</i>	<i>H</i>	<i>R</i>	<i>Q</i>
	<i>Datos sin agregar</i>							
1993-2004	-0.3817 (0.0757)	0.9691 (0.0577)	5.44E-05 (0.0152)	0.0252 (0.0015)	1.32E-08 (0.0002)	1.0017 (0.0597)	1.57E-05 (0.0371)	0.0105 (0.0006)
1993-2006	-0.3685 (0.0706)	1.0312 (0.0561)	4.23E-05 (0.0142)	0.0246 (0.0014)	1.27E-08 (0.0002)	0.9454 (0.0521)	1.35E-05 (0.0327)	0.0108 (0.0006)
1993-2008	-0.3692 (0.0666)	1.0909 (0.0561)	-1.23E-04 (0.0131)	0.0238 (0.0013)	6.85E-09 (0.0001)	1.0766 (0.0554)	1.66E-05 (0.0280)	0.0092 (0.0005)
1993-2010	-0.3235 (0.0636)	0.9973 (0.0483)	-2.12E-04 (0.0137)	0.0274 (0.0013)	2.32E-08 (0.0002)	0.9773 (0.0474)	1.37E-05 (0.0270)	0.0102 (0.0005)
1993-2012	-0.3234 (0.0605)	1.2674 (0.0582)	-5.39E-05 (0.0115)	0.0223 (0.0010)	2.35E-08 (0.0002)	0.9573 (0.0440)	1.66E-05 (0.0236)	0.0101 (0.0005)
1993-2014	-0.3072 (0.0579)	1.0831 (0.0474)	-4.20E-05 (0.0113)	0.0264 (0.0012)	1.63E-08 (0.0001)	1.0121 (0.0443)	2.01E-05 (0.0208)	0.0092 (0.0004)
1993-2016	-0.2980 (0.0557)	0.9534 (0.0399)	-3.08E-04 (0.0112)	0.0296 (0.0013)	1.77E-08 (0.0002)	0.9384 (0.0393)	2.17E-05 (0.0189)	0.0098 (0.0004)
	<i>Datos agregados</i>							
1993-2004	0.2895 (0.1269)	0.6101 (0.0643)	1.61E-02 (0.0021)	0.0296 (0.0031)	0.8391 (0.0536)	0.5730 (0.0866)	1.02E-02 (0.0008)	0.0095 (0.0015)

Cuadro 4
(continuación)

<i>Periodo de estimación</i>	<i>Datos originales</i>				<i>Datos desestacionalizados</i>			
	<i>A</i>	<i>H</i>	<i>R</i>	<i>Q</i>	<i>A</i>	<i>H</i>	<i>R</i>	<i>Q</i>
1993-2006	0.2448 (0.1457)	0.4674 (0.0570)	1.93E-02 (0.0017)	0.0366 (0.0057)	0.8501 (0.0475)	0.5258 (0.0751)	9.82E-03 (0.0007)	0.0096 (0.0014)
1993-2008	0.2097 (0.1676)	0.3977 (0.0562)	2.16E-02 (0.0017)	0.0402 (0.0057)	0.8504 (0.0447)	0.5420 (0.0732)	9.42E-03 (0.0006)	0.0089 (0.0012)
1993-2010	0.2799 (0.1436)	0.4548 (0.0590)	2.25E-02 (0.0017)	0.0368 (0.0048)	0.8416 (0.0431)	0.5873 (0.0716)	9.79E-03 (0.0006)	0.0089 (0.0012)
1993-2012	0.2640 (0.1201)	0.4751 (0.0486)	2.12E-02 (0.0017)	0.0392 (0.0040)	0.8505 (0.0396)	0.5768 (0.0675)	9.45E-03 (0.0006)	0.0086 (0.0010)
1993-2014	0.2338 (0.1064)	0.5877 (0.0509)	2.03E-02 (0.0018)	0.0345 (0.0030)	0.8514 (0.0376)	0.5106 (0.0575)	9.16E-03 (0.0005)	0.0093 (0.0011)
1993-2016	0.2335 (0.1112)	0.3714 (0.0342)	2.13E-02 (0.0016)	0.0515 (0.0047)	0.8539 (0.0357)	0.5087 (0.0559)	8.99E-03 (0.0005)	0.0089 (0.0010)

Nota: Entre paréntesis los errores estándar de los parámetros estimados.

Cuadro 5
Errores del pronóstico del logaritmo del PIB para datos sin agregar

<i>Periodo de pronóstico</i>	<i>Observado vs. estimado fuera de muestra MFK</i>			<i>Estimado dentro de muestra MFK vs. estimado fuera de muestra MFK</i>			<i>Estimado dentro de muestra Denton vs. estimado fuera de muestra MFK</i>		
	<i>EAM</i>	<i>PEAM (%)</i>	<i>RECM</i>	<i>EAM</i>	<i>PEAM (%)</i>	<i>RECM</i>	<i>EAM</i>	<i>PEAM (%)</i>	<i>RECM</i>
	<i>Datos originales sin agregados</i>								
2005-mzo2018	0.0150	0.0906	0.0183	0.0057	0.0348	0.0063	0.0116	0.0699	0.0141
2007-mzo2018	0.0146	0.0883	0.0186	0.0113	0.0684	0.0133	0.0110	0.0666	0.0142
2009-mzo2018	0.0160	0.0964	0.0214	0.0163	0.0987	0.0198	0.0135	0.0812	0.0178
2011-mzo2018	0.0144	0.0865	0.0183	0.0062	0.0377	0.0071	0.0108	0.0650	0.0137
2013-mzo2018	0.0118	0.0710	0.0155	0.0162	0.0972	0.0196	0.0108	0.0647	0.0137
2015-mzo2018	0.0110	0.0661	0.0143	0.0062	0.0371	0.0073	0.0089	0.0535	0.0112
2017-mzo2018	0.0126	0.0754	0.0180	0.0044	0.0262	0.0044	0.0102	0.0613	0.0135
	<i>Datos desestacionalizados sin agregados</i>								
2005-mzo2018	0.0046	0.0278	0.0059	0.0090	0.0542	0.0108	0.0039	0.0236	0.0052
2007-mzo2018	0.0042	0.0251	0.0058	0.0067	0.0403	0.0083	0.0037	0.0225	0.0053
2009-mzo2018	0.0094	0.0568	0.0118	0.0121	0.0728	0.0157	0.0093	0.0564	0.0115
2011-mzo2018	0.0032	0.0193	0.0038	0.0075	0.0453	0.0091	0.0026	0.0155	0.0031
2013-mzo2018	0.0029	0.0176	0.0041	0.0058	0.0347	0.0071	0.0028	0.0165	0.0036
2015-mzo2018	0.0034	0.0201	0.0042	0.0075	0.0448	0.0088	0.0027	0.0160	0.0033
2017-mzo2018	0.0029	0.0176	0.0035	0.0052	0.0313	0.0063	0.0021	0.0129	0.0027

Notas: EAM es el error absoluto medio, PEAM el porcentaje del error absoluto medio y ECM el error cuadrático medio.

Cuadro 6
Errores del pronóstico del logaritmo del PIB para datos agregados

<i>Periodo de pronóstico</i>	<i>Observado vs. estimado fuera de muestra MFK</i>			<i>Estimado dentro de muestra MFK vs. estimado fuera de muestra MFK</i>			<i>Estimado dentro de muestra Denton vs. estimado fuera de muestra MFK</i>		
	<i>EAM</i>	<i>PEAM (%)</i>	<i>RECM</i>	<i>EAM</i>	<i>PEAM (%)</i>	<i>RECM</i>	<i>EAM</i>	<i>PEAM (%)</i>	<i>RECM</i>
	<i>Datos originales agregados</i>								
2005-mzo2018	0.0048	0.0292	0.0060	0.0013	0.0076	0.0015	0.0059	0.0356	0.0073
2007-mzo2018	0.0075	0.0454	0.0096	0.0054	0.0328	0.0063	0.0069	0.0416	0.0088
2009-mzo2018	0.0044	0.0262	0.0053	0.0015	0.0091	0.0019	0.0055	0.0333	0.0067
2011-mzo2018	0.0062	0.0373	0.0071	0.0058	0.0349	0.0073	0.0082	0.0491	0.0100
2013-mzo2018	0.0048	0.0285	0.0060	0.0026	0.0157	0.0031	0.0050	0.0301	0.0062
2015-mzo2018	0.0034	0.0206	0.0042	0.0024	0.0143	0.0030	0.0053	0.0316	0.0065
2017-mzo2018	0.0055	0.0330	0.0083	0.0061	0.0368	0.0080	0.0062	0.0372	0.0085
	<i>Datos desestacionalizados agregados</i>								
2005-mzo2018	0.0058	0.0350	0.0068	0.0044	0.0268	0.0051	0.0074	0.0445	0.0091
2007-mzo2018	0.0064	0.0384	0.0092	0.0049	0.0297	0.0056	0.0075	0.0455	0.0103
2009-mzo2018	0.0051	0.0309	0.0064	0.0004	0.0026	0.0005	0.0070	0.0423	0.0089
2011-mzo2018	0.0048	0.0289	0.0057	0.0040	0.0240	0.0048	0.0078	0.0469	0.0092
2013-mzo2018	0.0039	0.0236	0.0044	0.0032	0.0192	0.0038	0.0058	0.0350	0.0069
2015-mzo2018	0.0019	0.0116	0.0024	0.0042	0.0250	0.0045	0.0048	0.0289	0.0060
2017-mzo2018	0.0012	0.0073	0.0015	0.0008	0.0045	0.0010	0.0037	0.0224	0.0049

Notas: EAM es el error absoluto medio, PEAM el porcentaje del error absoluto medio y ECM el error cuadrático medio.

7. Conclusiones

En este artículo se presentaron diferentes estimaciones del logaritmo del PIB mensual dentro de muestra utilizando tres diferentes métodos: una aproximación intuitiva, la extensión del método de Denton y el filtro de Kalman (*MFK una etapa* y *MFK dos etapas*), la diferencia entre estos dos métodos radica en la forma de estimar los parámetros). Cabe destacar que la ventaja de los métodos en cuestión es que solamente se utilizó como insumo la tasa de crecimiento del IGAE mensual.

De las diferentes estimaciones del logaritmo del PIB mensual dentro de muestra, se encontró que, en general, todas las metodologías ajustan bien el logaritmo del PIB trimestral observado con datos agregados, tanto para la serie original como para la serie desestacionalizada.²³ La forma de llegar a dicha conclusión fue comparando tres diferentes medidas de error: el error absoluto medio, el porcentaje de error absoluto medio y la raíz cuadrada del error cuadrático medio. Sin embargo, el método que satisface la prueba estadística *MK* de desagregación trimestral a mensual es el de *MFK una etapa* y por construcción el método de Denton.

Cabe destacar que cada una de estas metodologías tiene sus ventajas y desventajas. Por ejemplo, en el método de Denton el dato trimestral estimado del logaritmo del PIB coincide con el dato trimestral observado lo que le da una ventaja con respecto a las otras metodologías. Sin embargo, su desventaja es que no se pueden hacer pronósticos fuera de muestra. Mientras que, con el método de filtro de Kalman, si es posible realizar este tipo de pronósticos debido a su estructura dinámica recursiva, lo cual puede ser útil en el análisis de política monetaria. En particular, se encontró que el modelo *MFK una etapa* proporciona estimaciones ajustadas a los datos trimestrales observados del logaritmo del PIB fuera de muestra, lo que hace que este método sea una herramienta útil para pronosticar el PIB mensual.

Finalmente, se puede concluir que estas metodologías pueden ser utilizadas para estimar series mensuales provenientes de datos trimestrales observados, siempre y cuando se cuente con series mensuales que estén relacionadas con las series trimestrales. Por ejemplo,

²³ Los resultados mostrados en este artículo pueden tener dos fuentes de variación: la primera es inducida por la revisión de las cifras del PIB y del IGAE, la cual aplica para todos los modelos, y la segunda es generada por el procedimiento de estimación implícito de los parámetros del modelo (A, H, Q y R) al incorporar nueva información, ésta última aplica únicamente al modelo *MFK* y *M una etapa*.

pueden ser utilizados para estimar el PIB mensual de las actividades primarias, secundarias y terciarias, ya que existen las series mensuales del IGAE correspondiente a dichas actividades. Adicionalmente, es posible considerar el obtener series mensuales para la inversión y consumo teniendo una serie mensual que esté relacionada con cada una de éstas.

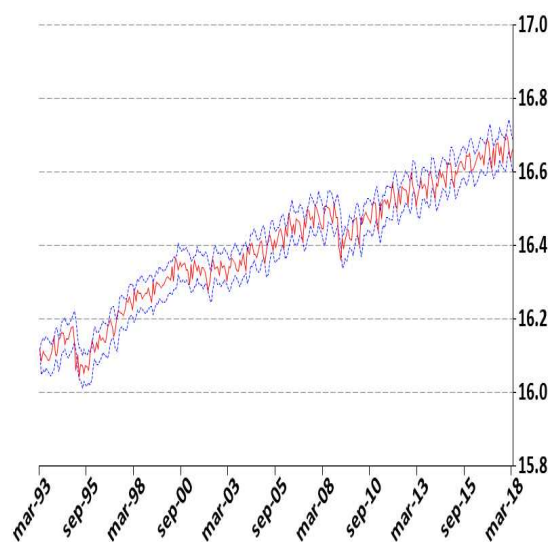
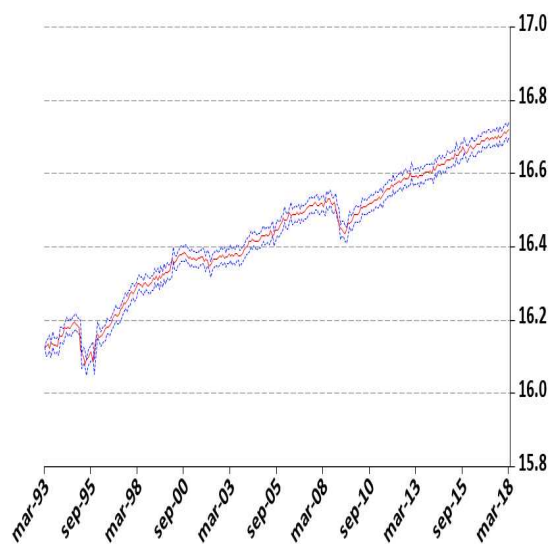
Agradecimientos

El autor agradece los valiosos comentarios y sugerencias de Santiago García, Raúl Ibarra, Ana Aguilar, Carlos Lever, Alejandrina Salcedo, Mario Reyna y dos dictaminadores anónimos. El contenido de este artículo así como las conclusiones que de él se derivan son responsabilidad del autor y no reflejan necesariamente la opinión del Banco de México, melizondo@banxico.org.mx.

Referencias

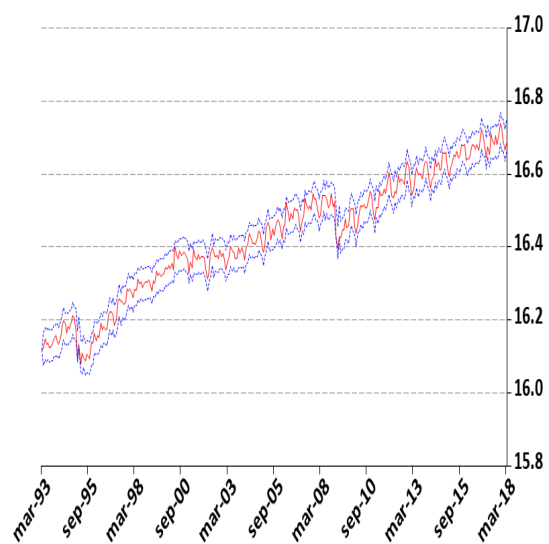
- Chow, G.C. y A. Lin. 1971. Best Linear Unbiased Interpolation, Distribution, and Extrapolation of Time Series by Related Series, *The Review of Economics and Statistics*, 53(4): 372-375.
- Cortázar, G., E. Schwartz y L. Naranjo. 2003. Term Structure Estimation in Low-Frequency Transaction Markets: A Kalman Filter Approach with Incomplete Panel-Data, UC Los Angeles: Anderson Graduate School of Management, recuperado de: <http://escholarship.org/uc/item/56h775cz>.
- Cuche, N.A. y M.K. Hess. 2000. Estimating Monthly GDP in a General Kalman Filter Framework: Evidence from Switzerland, *Economic and Financial Modeling*, pp. 153-193.
- De Alba, E. 1990. Estimación del PIB trimestral para México, *Estudios Económicos*, 5(2): 359-370.
- Denton, F.T. 1971. Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach Based on Quadratic Minimization, *Journal of the American Statistical Association*, 66 (333): 99-102.
- Fernández, R.B. 1981. A Methodological Note on the Estimation of Time Series, *The Review of Economics and Statistics*, 63(3): 471-476.
- Guerrero, V.M. 1990. Temporal Disaggregation of Time Series: An ARIMA based approach, *International Statistical Review*, 58: 29-46.
- . 2003. Monthly Disaggregation of a Quarterly Time Series and Forecast of Its Unobservable Monthly Values, *Journal of Official Statistics*, 19(3): 215-235.

- . 2004. Nota sobre la estimación del PIB mensual de México, *Estadística*, 56(166): 35-60.
- . y J. Martínez. 1995. A Recursive ARIMA-Based Procedure For Disaggregating a Time Series Variable Using Concurrent Data, *Test*, 4(2): 359-376.
- Harvey, A.C. y N. Shephard. 1993. Structural Time Series Models, en G.S. Maddala, C.R. Rao y H.D. Vinod (eds.) *Handbook of Statistics*, vol. 11, pp. 261-302.
- Karanfil, F y A. Ozkaya. 2007. Estimation of Real GDP and Unrecorded Economy in Turkey Base Done Environmental Data, *Energy Policy*, 35(10): 4902-4908.
- Kleinbauer, R. 2004. Kalman Filtering Implementation with Matlab, Study Report in the Field of Study Geodesy and Geoinformatics at University Stuttgart.
- Mariano, R.S. y Y. Murasawa. 2000. A New Coincident Index of Business Cycles Base on Monthly and Quarterly Series, *Journal of Applied Econometrics*, 18: 427-443.
- Pasricha, G.K. 2006. Kalman Filter and its Economic Applications, MPRA Paper, núm. 22734.
- Solera, A. 2003. El Filtro de Kalman, Nota Técnica No. DIE-02-2003-NT del Banco Central de Costa Rica.
- Stock, J.H. y M.W. Watson. 1998. A probability Model of the Coincident Economic Indicators, NBER Working Paper Series, núm. 2772.
- . 2002. Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes, *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(2): 147-162.
- Tanizaki, H. 1996. State-Space Model in Linear Case, *Nonlinear Filters: Estimation and Applications*, Springer-Verlag, capítulo 1, pp.15-41.
- Welch, G. y G. Bishop. 2006. An Introduction to the Kalman Filter, Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill.
- Wu, K.H. y Z.G. Chen. 2006. Comparison of Benchmarking Methods with and Without Survey Error Model, *International Statistical Review*, 74(3): 285-304.

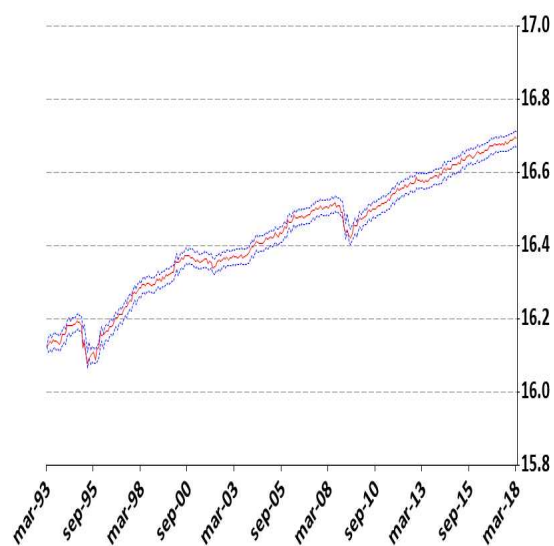
Anexo 1. Gráficas de bandas de confianza**Gráficas A.1***Bandas de confianza para el modelo MFK dos etapas**Datos originales sin agregar**Datos desestacionalizados sin agregar*

Gráficas A.1
(continuación)

Datos originales agregados



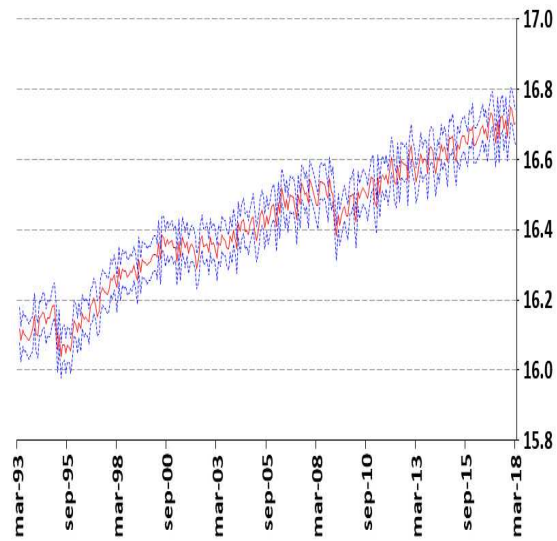
Datos desestacionalizados agregados



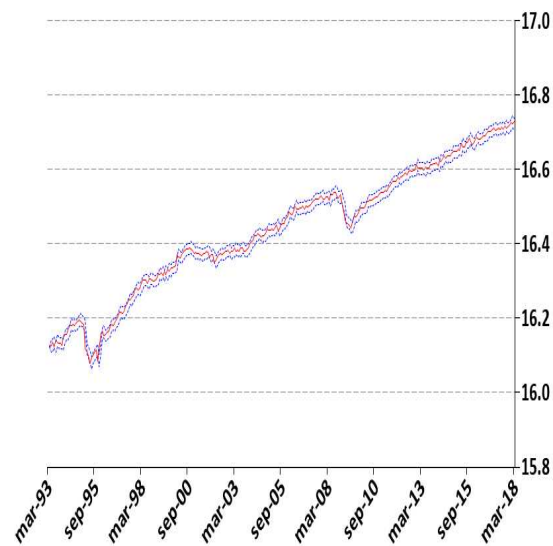
Gráficas A.2

Bandas de confianza para el modelo MFK una etapa

Datos originales sin agregar

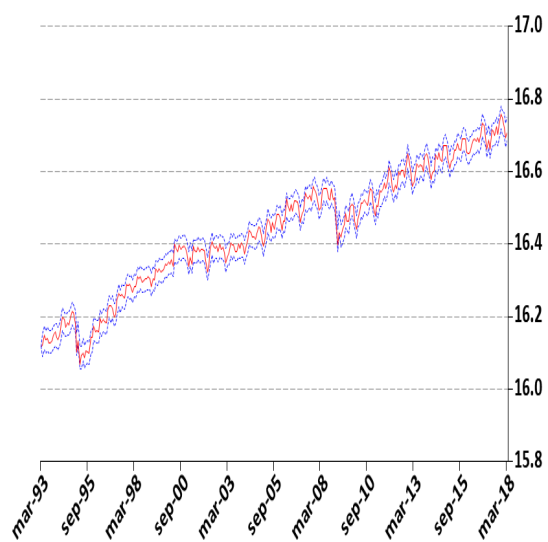


Datos desestacionalizados sin agregar

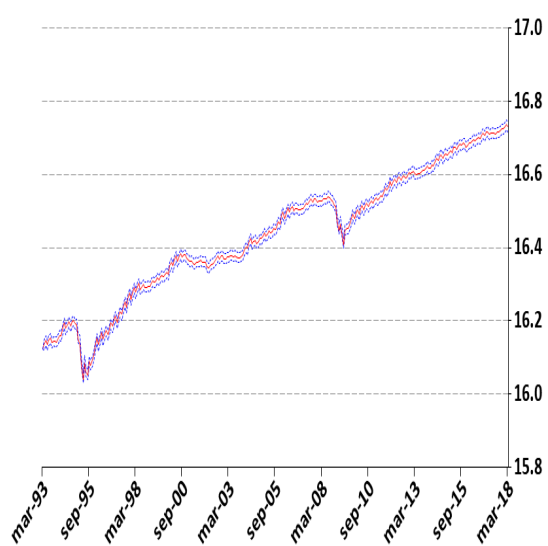


Gráficas A.2
(continuación)

Datos originales agregados



Datos desestacionalizados agregados



Anexo 2. Resultados de la prueba Müller-Kademmann

Variables	$ \rho $	β	Estadístico t	R^2	Estadístico de prueba	RECM
<i>Datos originales</i>						
pib intuitivo desag.	0.227	0.688	9.961	0.658	4.01	0.018
pib <i>MFK dos etapas</i> desag.	0.229	0.696	9.934	0.657	23.20	0.018
pib <i>MFK una etapa</i> desag.	0.222	0.648	9.961	0.658	4.05	0.018
pib intuitivo agreg.	0.526	0.999	219.140	0.999	23.78	0.002
pib <i>MFK dos etapas</i> agreg.	0.530	1.014	218.040	0.999	4.01	0.002
pib <i>MFK una etapa</i> agreg.	0.077	0.979	111.040	0.994	0.38*	0.002
<i>Datos desestacionalizados</i>						
pib intuitivo desag.	0.234	0.920	21.580	0.662	3.57*	0.005
pib <i>MFK dos etapas</i> desag.	0.241	0.837	23.560	0.689	18.33	0.004
pib <i>MFK una etapa</i> desag.	0.234	0.802	21.620	0.662	4.02	0.005
pib intuitivo agreg.	0.426	0.991	57.510	0.917	17.67	0.002
pib <i>MFK dos etapas</i> agreg.	0.412	1.017	54.260	0.920	3.58*	0.002
pib <i>MFK una etapa</i> agreg.	0.175	0.963	32.120	0.900	2.96*	0.002

El valor de $|\rho| < 1$ indica que la varianza es estacionaria y satisface las suposiciones de cointegración. Un valor del estadístico de $t \geq 2$ indica que el parámetro β es significativo al menos a 5% de significancia. La R^2 proporciona el ajuste del modelo. RECM es la raíz del error cuadrático medio del pronóstico fuera de muestra considerado para la muestra 2017Q1 a 2017Q4. El estadístico de prueba es el cociente entre las verosimilitudes del modelo no restringido *vs* el modelo restringido, este valor se compara con una $X^2_{(1)} = 3.8415$ a 5% de confianza, si el estadístico es mayor que dicho valor de la $X^2_{(1)}$ se rechaza la hipótesis nula de que el modelo restringido es indistinguible del modelo no restringido, es decir, si la hipótesis nula no es rechazada se acepta la desagregación. Un asterisco significa que se aceptó la hipótesis nula.