



Revista Digital: Matemática, Educación e Internet

ISSN: 1659-0643

revistadigitalmatematica@itcr.ac.cr

Instituto Tecnológico de Costa Rica

Costa Rica

Alsina, Ángel; Vásquez, Claudia  
De la investigación al aula: orientaciones didácticas para diseñar  
e implementar tareas probabilísticas en Educación Primaria  
Revista Digital: Matemática, Educación e Internet,  
vol. 23, núm. 1, 2022, Agosto-Febrero, pp. 1-23  
Instituto Tecnológico de Costa Rica  
Cartago, Costa Rica

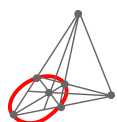
Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=607970262006>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso  
abierto



## De la investigación al aula: orientaciones didácticas para diseñar e implementar tareas probabilísticas en Educación Primaria

| From research to the classroom: educational guidelines to design and implement probabilistic tasks in Primary Education |

 **Ángel Alsina**

angel.alsina@udg.edu  
Universidad de Girona  
Catalunya, España

 **Claudia Vásquez**

cavasque@uc.cl  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
Santiago, Chile

Recibido: 9 febrero 2022

Aceptado: 30 mayo 2022

**Resumen:** A partir de los resultados de una investigación previa en la que se han analizado las tareas probabilísticas que propone el profesorado de Educación Primaria para promover la alfabetización probabilística, en este artículo se ofrecen diversas orientaciones didácticas con el propósito de enlazar los resultados de esta investigación con la práctica escolar. En concreto, se abordan los cinco componentes de la dimensión “tareas probabilísticas” del “Instrumento de Observación de Clases de Probabilidad” (IOC-PROB): uso de recursos; contextos probabilísticos; reto cognitivo; procedimientos y estrategias; y significados de la probabilidad. Para cada componente, primero se presenta una breve descripción y una síntesis de los principales resultados obtenidos en el estudio preliminar; y, seguidamente, se ofrecen diversas orientaciones didácticas fundamentadas teórico-metodológicamente, a partir de una actividad en particular, para que el profesorado de Educación Primaria pueda llevar a cabo una planificación y gestión de las tareas probabilísticas más eficaz y ajustada a los resultados de la investigación. Se concluye que la implementación de tareas probabilísticas en el aula alineadas con la investigación sobre este tópico puede contribuir a mejorar el desarrollo de la alfabetización probabilística del alumnado de Educación Primaria.

**Palabras Clave:** enseñanza de la probabilidad, tareas probabilísticas, alfabetización probabilística, orientaciones didácticas, desarrollo profesional docente, Educación Primaria.

**Abstract:** Based on the results of a previous research that analyses the probabilistic tasks proposed by Primary School teachers to promote probabilistic literacy, this article offers several educational guidelines with the aim of linking the results of this research with school practice. Specifically, we have considered the five components of the “probabilistic tasks” dimension of the “Instrument for Observation of Probability Classes” (IOC-PROB): use of resources; probabilistic contexts; cognitive challenge; procedures and strategies; and meanings of probability. For each component, we first present a brief description and a synthesis of the main results obtained in the preliminary study; and then we offer various theoretically and methodologically based teaching guidelines, based on a particular activity, so that Primary Education teachers can carry out a more effective planning and management of probabilistic tasks, adjusted to the results of the research. We conclude that the implementation of probabilistic tasks in the classroom aligned with the research on this topic can contribute to improving the development of probabilistic literacy in Primary School students.

**Keywords:** probability teaching, probabilistic tasks, probabilistic literacy, educational guidelines, teacher professional development, Primary Education.

## 1. Introducción

---

Desde que a finales del siglo XX se realizaron los primeros estudios acerca de los conocimientos y las actitudes del profesorado de Educación Primaria para enseñar probabilidad, la investigación científica en este campo ha ido aumentando significativamente (Franco y Alsina, 2022). Cada vez son más los investigadores que, conscientes de la importancia de desarrollar la alfabetización probabilística (Gal, 2005), se han centrado en el desarrollo de investigaciones que otorguen luz respecto de cómo iniciar y desarrollar la alfabetización probabilística desde edades tempranas. Los resultados de estos estudios, presentados en congresos y/o publicados en revistas y libros científicos, han dado lugar a un cuerpo de investigación sobre la enseñanza de la probabilidad en las primeras etapas escolares que se ha ido consolidando poco a poco. Este artículo parte del firme convencimiento de que, junto con la construcción de este cuerpo de investigación, debería promoverse la retroalimentación con la práctica escolar para mejorarla. Esto requiere un esfuerzo añadido a los investigadores para que, además de comunicar los resultados de sus investigaciones en congresos y/o revistas científicas de impacto internacional, ofrezcan orientaciones didácticas en revistas y libros de divulgación que lleguen de forma más directa al profesorado. Esta transferencia puede incidir positivamente en los diagnósticos obtenidos a partir de la investigación sobre los conocimientos del profesorado de Educación Primaria para enseñar probabilidad, a menudo poco alentadores, y contribuir de esta forma a la mejora de las prácticas de enseñanza.

Desde este marco, el trabajo que aquí se presenta parte de los resultados del estudio reciente de Vásquez y Alsina (2021), en el que se han analizado las tareas probabilísticas que propone el profesorado de Educación Primaria para promover la alfabetización probabilística. Con este propósito, estos autores registraron en vídeo diversas sesiones de clase de los distintos niveles escolares y se analizaron a partir de la dimensión “tareas probabilísticas” del “Instrumento de Observación de Clases de Probabilidad” (IOC-PROB) diseñado y validado por Vásquez et al. (2020a). Esta dimensión incluye los problemas, ejercicios, experimentos estocásticos, recursos tecnológicos, etc., que el profesorado utiliza para que los niños construyan conocimiento asociado a la probabilidad. En concreto, se consideraron cinco componentes: uso de recursos; contextos probabilísticos; reto cognitivo; procedimientos y estrategias; y significados de la probabilidad.

Con el objeto de tratar de enlazar los resultados obtenidos en esta investigación con las prácticas de enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria, en lo que sigue se considera la siguiente estructura para cada uno de los cinco componentes antes indicados: primero se describe sintéticamente cada componente y los principales resultados obtenidos; y, luego se ofrecen orientaciones didácticas para mejorar las prácticas de enseñanza, con base en los resultados obtenidos.

## 2. Uso de recursos

---

### 2.1. Descripción del componente y principales resultados

Se refiere a los recursos de enseñanza y aprendizaje que utiliza el profesorado para planificar y gestionar la enseñanza de la probabilidad y favorecer el desarrollo de la alfabetización probabilística de los niños (Vásquez y Alsina, 2021). Son diversos los autores y organismos que han impulsado la enseñanza de la probabilidad a partir del uso de diversos recursos como materiales manipulativos y juegos, recursos tecnológicos, etc. (Alsina, 2019, 2021a; Alsina et al., 2020; Batanero, 1998, 2006, 2013;

Batanero y Díaz, 2004; Godino et al., 1987; Vásquez, 2016, 2018, 2021; Vásquez y Alsina, 2017; Vásquez et al., 2018; Vásquez et al., 2020b, 2020c, 2021; entre otros). Así, por ejemplo, Batanero (2013, p. 5) indica que “los niños están rodeados de azar desde que nacen, en sus juegos (echar a suertes, juegos de dados, cartas,...)” y Alsina (2021a) sugiere el diseño de itinerarios de enseñanza de la probabilidad desde lo concreto hacia lo abstracto, a partir de recursos organizados en tres niveles (Alsina, 2019, p. 10-11): primero, recursos informales cuyo propósito es facilitar que los estudiantes visualicen y comprendan las ideas matemáticas a partir de situaciones reales, materiales manipulativos y juegos, siguiendo con los recursos intermedios, que permiten avanzar hacia la esquematización y la generalización progresiva (recursos literarios y tecnológicos) y finalizando con los recursos formales (recursos gráficos, como el libro de texto), para completar de esta forma el aprendizaje desde lo concreto hasta lo simbólico.

En el estudio de Vásquez y Alsina (2021), se utilizó la guía de la tabla 1 para analizar los recursos de enseñanza-aprendizaje de la probabilidad que el profesorado de Educación Primaria implementa en sus prácticas de enseñanza:

**Tabla 1:** Guía para analizar los recursos de enseñanza-aprendizaje de la probabilidad en Educación Primaria. Fuente: elaboración propia.

Componente	Niveles
Recursos de enseñanza-aprendizaje: situaciones reales, materiales físicos, juegos, tecnología, libros de texto, etc.	<b>Bajo:</b> utiliza exclusivamente un recurso, sin gestionar adecuadamente el desarrollo del razonamiento probabilístico en sus estudiantes.
	<b>Medio bajo:</b> Utiliza al menos dos recursos, pero no gestiona adecuadamente el desarrollo del razonamiento probabilístico de los niños mediante su uso.
	<b>Medio alto:</b> utiliza al menos dos recursos, pero gestiona adecuadamente el desarrollo del razonamiento probabilístico de los niños con uno.
	<b>Alto:</b> utiliza al menos dos recursos y gestiona adecuadamente el desarrollo del razonamiento probabilístico de los niños mediante su uso.

Los datos obtenidos evidenciaron que, si bien la mayoría del profesorado tiende a utilizar dos recursos por lo menos, el más utilizado sigue siendo el libro de texto, seguido de experimentos aleatorios con uso de material concreto como dados y monedas, mientras que los menos utilizados son las situaciones reales y el software educativo. Estos datos revelan, por un lado, que el profesorado se sigue apoyando principalmente en el libro de texto como recurso para enseñar probabilidad, lo cual implica que las oportunidades de aprendizaje de los niños estén estrechamente vinculadas con los conocimientos que promueven dichos libros (Stylianides, 2009); y, por otro lado, evidencian que si bien se usa algún material concreto (dados y monedas), se usan escasamente otros materiales lúdico-manipulativos como por ejemplo ruletas y no se utilizan los recursos tecnológicos.

## 2.2. Orientaciones didácticas

Los desequilibrios identificados en relación con el uso de los distintos recursos disponibles para promover la alfabetización probabilística, puede deberse a lagunas de conocimiento didáctico acerca de

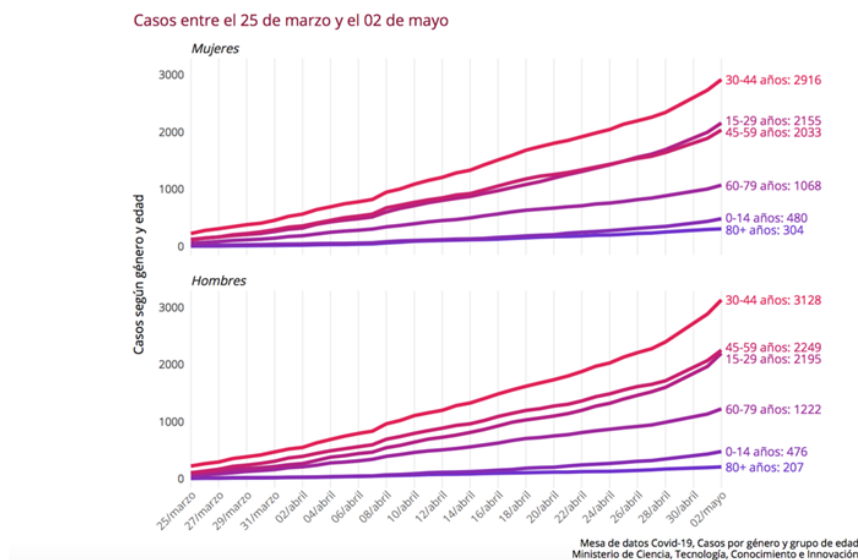
las necesidades reales de los niños para aprender probabilidad en Educación Primaria (Vásquez y Alsina, 2021; Vásquez y Alsina, 2019). En este sentido, por ejemplo, desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (Alsina, 2018, 2019, 2020) se propone diseñar secuencias de enseñanza de la probabilidad desde lo concreto hacia lo abstracto, como se ha indicado.

A continuación, a modo de ejemplo, se describe un posible itinerario de enseñanza de la Probabilidad en Educación Primaria propuesto por Alsina (2021a). Este itinerario se inicia a partir de una situación real, sigue con un recurso tecnológico y finaliza con un recurso gráfico: para iniciar la actividad a partir de una situación real y generar diálogo entre el alumnado, se parte de la base que uno de los efectos de la infodemia asociada a la COVID-19 ha sido considerar que el virus afecta más a los hombres que a las mujeres. Por esta razón, se muestra al alumnado una compilación de titulares de prensa extraídos de periódicos de distintos países (figura 1).



**Figura 1:** ¿Qué nos dice la prensa sobre el COVID-19? Fuente: Alsina et al. (2020).

A partir de estos titulares, tal y como señalan Alsina et al. (2020), es posible promover la discusión y el desarrollo de argumentos por parte de los estudiantes en torno a preguntas como: ¿por qué se da esta tendencia?, ¿cuáles son las razones que hay detrás?, y se plantea la pregunta: ¿existe diferencia de género en la probabilidad de seleccionar al azar a una persona con COVID-19? O bien, plantear preguntas del tipo ¿cuál es la probabilidad de seleccionar al azar a un hombre entre los contagiados por COVID-19? Así, a través de estos tipos de preguntas se busca promover que los estudiantes comprendan la importancia de contar con representaciones estadísticas, en este caso representaciones gráficas como la que se muestra en la figura 2, para estimar, por ejemplo, ciertas probabilidades de ocurrencia.



**Figura 2:** Casos por género y grupo de edad en Chile a 2 de mayo de 2020. Fuente: Alsina et al. (2020).

Luego, a partir del análisis de situaciones reales como la antes expuesta, se indica al alumnado que busquen datos actualizados de su país (o bien se proporciona directamente la fuente) y se solicita que construyan ellos mismos un gráfico (en sintonía con los conocimientos preestablecidos para su nivel educativo) en el que representen los casos según género y edad, utilizando un recurso digital, como por ejemplo Excel de Microsoft Office o bien algunos software especializados y de acceso gratuito como, por ejemplo, CODAP (<https://codap.concord.org>), Geogebra (<https://www.geogebra.org>) para representar datos (se pueden también utilizar otros recursos digitales, descritos exhaustivamente en Contreras et al., 2016 y en Vásquez et al., 2020b). Otro aspecto que considerar en este segundo nivel del itinerario se vincula con orquestar discusiones respecto de los tipos de representaciones gráficas que pueden utilizarse o no para los casos de acuerdo con las variables género y edad, o bien cuáles son las más adecuadas (un gráfico de barras simple, agrupado/doble, agrupado/apilado, un histograma, un gráfico de sectores, un gráfico de línea, etc.) y por qué es o no adecuado. Además, es importante propiciar que los estudiantes analicen también otros tipos de representaciones gráficas, que en muchas ocasiones están presentes en los medios digitales como, por ejemplo, las coropletras, los mapas de burbujas, etc. Todo ello con el propósito de promover la comprensión gráfica, así como ampliar su conocimiento y cómo estas facilitan el camino para la interpretación de los datos y extraer algunas conclusiones del problema en cuestión.

Finalmente, ya en el tercer nivel del itinerario, se puede pedir al alumnado que calculen a partir de los datos disponibles las respectivas probabilidades involucradas en cada una de las preguntas antes planteadas, que las comparen y extraigan conclusiones que lleven a contar con una visión más objetiva sobre cómo afecta el coronavirus en función del género.

### 3. Contextos probabilísticos

#### 3.1. Descripción del componente y principales resultados

De acuerdo con Vásquez y Alsina (2021), este componente refiere al contexto de incertidumbre en el que están inmersas las tareas probabilísticas, que otorga sentido y que el profesorado utiliza para motivar el interés de los niños y favorecer el desarrollo de la alfabetización probabilística. En el marco de la probabilidad, diversos autores plantean la necesidad de una enseñanza de la probabilidad en contextos de diversa índole (Alsina et al., 2020; Batanero, 2006; Vásquez et al., 2020c) considerando que el contexto es ineludible, ya que los datos se definen como “números en contexto” (Cobb y Moore, 1997).

Partiendo de estos fundamentos, para analizar este componente se tomaron como referente los cuatro tipos de contextos para plantear tareas en el marco de las pruebas matemáticas de PISA (OECD, 2019, p. 88):

1. Contexto personal: los problemas clasificados en la categoría de contexto personal se centran en las actividades de uno mismo, de la familia o del grupo de iguales. Los tipos de contextos que pueden considerarse personales incluyen (pero no se limitan a) los que implican la preparación de la comida, las compras, los juegos, la salud personal, el transporte personal, los deportes, los viajes, la programación y las finanzas personales.
2. Contexto laboral: los problemas clasificados en la categoría de contexto laboral se centran en el mundo del trabajo. Los elementos clasificados como laborales pueden implicar (pero no se limitan a) cosas como la medición, el cálculo de costes y el pedido de materiales para construcción, nóminas/contabilidad, control de calidad, programación/inventario, diseño/arquitectura y toma de decisiones relacionadas con el trabajo. Los contextos laborales pueden referirse a cualquier nivel de la mano de obra,



desde el trabajo no cualificado hasta los niveles profesionales más altos, pero deber ser accesibles para los estudiantes.

3. Contexto social: los problemas clasificados en la categoría de contexto social se centran en la propia comunidad (ya sea local, nacional o mundial). Pueden referirse (pero no se limitan a) sistemas de votación, transporte público, gobierno, políticas públicas, demografía, publicidad, las estadísticas nacionales y la economía. Aunque los individuos están implicados en todas estas cosas de forma personal, en la categoría de contexto social, los problemas se centran en la perspectiva de la comunidad.
4. Contexto científico: los problemas clasificados en la categoría científica están relacionados con la aplicación de las matemáticas al mundo natural y a cuestiones y temas relacionados con la ciencia y la tecnología. Los contextos particulares pueden incluir (pero no se limitan a) áreas como el tiempo o el clima, la ecología, la medicina, la ciencia espacial, la genética, la medición y el propio mundo de las matemáticas. Los temas intramatemáticos, en los que todos los elementos implicados pertenecen al mundo de las matemáticas, entran en el contexto científico.

Además, se consideró también la experimentación aleatoria y los juegos de azar, por tratarse de un contexto ampliamente utilizado para abordar la enseñanza de la probabilidad y el azar (p. ej., Godino et al., 1987). Con base en estos cinco contextos, Vásquez y Alsina (2021) usaron la siguiente guía:

**Tabla 2:** Guía para analizar los contextos probabilísticos en Educación Primaria.  
Fuente: elaboración propia.

Componente	Niveles
Contextos probabilísticos: personal, social, laboral, científico o relativo a la experimentación y juegos de azar.	<b>Bajo:</b> propone tareas probabilísticas desde contextos vinculados exclusivamente a experimentación o los juegos de azar.
	<b>Medio bajo:</b> propone tareas probabilísticas a partir de la experimentación y los juegos de azar principalmente, y anecdóticamente propone otros contextos cercanos al alumno.
	<b>Medio alto:</b> propone tareas probabilísticas desde diversos contextos probabilísticos cercanos a los niños, pero se centra en dos contextos diferentes.
	<b>Alto:</b> propone tareas probabilísticas desde contextos diversos y cercanos a los niños que, además de la experimentación y los juegos de azar, incluyen también contextos de tipo personal, social, laboral y científico.

Los resultados obtenidos evidenciaron que la experimentación aleatoria es el contexto más aplicado en las tareas probabilísticas que se implementan en Educación Primaria. Mientras que los demás contextos tienen o bien una escasa presencia (contextos personal y social), o nula en el caso de los contextos laboral y científico. Este es un dato preocupante, que choca frontalmente con las recomendaciones de diversos autores que, como se ha indicado, plantean la necesidad de una enseñanza de la probabilidad a partir de una diversidad de contextos (Alsina, 2019; Alsina et al., 2020; Batanero, 2006; Vásquez et al., 2020c; entre otros).

### 3.2. Orientaciones didácticas

Considerando que, de acuerdo con López-Martín et al. (2016), es necesario que los niños desarrollen los conocimientos y capacidades para abordar situaciones de naturaleza distinta en las que la probabilidad está presente y deben tomarse decisiones, el planteamiento de tareas probabilísticas en diversos contextos podría ayudar a conseguir esta finalidad. A modo de ejemplo, Vázquez (2020) propone una línea de trabajo acerca de la integración de la estocástica y la sostenibilidad que incide en los distintos contextos descritos, aunque quizás con mayor peso en los contextos social y científico. Esta línea, que tiene su origen en las conexiones entre educación matemática y educación para la sostenibilidad planteada por Alsina y Calabuig (2019), a través de la cual se enfatiza en la necesidad de que el profesorado planifique y gestione la enseñanza de las matemáticas integrando elementos de la educación para la sostenibilidad como los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) y las competencias de sostenibilidad (UNESCO, 2017). En la figura 3 (Alsina y Mulà, 2022) se representa esta idea, en la que se trabajan los contenidos matemáticos (p. ej., de estadística y/o probabilidad) a través de los procesos matemáticos descritos por el NCTM (2003), integrando los ODS en la planificación de las tareas y, todo ello, con el propósito de desarrollar las competencias de sostenibilidad.



**Figura 3:** Planificación de actividades matemáticas competenciales en conexión con la Sostenibilidad. Fuente: Alsina y Mulà (2022).

Para el caso concreto de la probabilidad y la estadística, el enfoque de los proyectos estocásticos orientados a la acción, son una herramienta poderosa para el desarrollo de las competencias de sostenibilidad en los estudiantes (figura 4). Para ello, es crucial que el docente pueda seleccionar “problemáticas que provengan de contextos diversos vinculados con los ODS, que sean significativos y acordes a las edades de los niños, para favorecer una enseñanza y aprendizaje en contexto, conduciendo a una educación orientada al desarrollo de ciudadanos alfabetizados en sostenibilidad” (Vázquez, 2021, p. 10).



**Figura 4:** Conexiones entre el ciclo de investigación estadística y educación para la sostenibilidad. Fuente: Vázquez (2021).

A continuación, se describe un ejemplo (extraído de Alsina et al., 2020) que se centra el ODS 3 de Salud



y Bienestar, cuya principal meta es “garantizar una vida sana y promover el bienestar para todos en todas las edades” (UNESCO, 2017, p. 16). El propósito es que los alumnos tomen conciencia de la importancia del uso de mascarilla como una medida importante para prevenir el avance del número de contagios, y cómo podemos evitar contagiarnos. Para ello, en una primera instancia se discute sobre las medidas de autocuidado vinculadas con cómo la posibilidad de contagio puede aumentar si no usamos mascarilla en espacios cerrados. Luego se presenta el conjunto de láminas como las de la figura 5, con el propósito de vincular el lenguaje probabilístico con una cierta relación entre una persona portadora de la COVID-19, una persona sana y el uso de mascarillas.



**Figura 5:** Posibilidad de contagio de coronavirus vs uso de mascarillas. Fuente: Alsina et al. (2020).

Se guía la discusión a través de preguntas que lleven a la reflexión y que a la vez se vinculen con algunas de las competencias clave para la sostenibilidad, por ejemplo: ¿qué acciones podemos realizar para contribuir a disminuir el riesgo de contagio en espacios cerrados? (competencia estratégica, resolución de problemas), ¿creen que hay alguna razón por la cual aún hay tantos contagios? (pensamiento crítico). Lo anterior, con el propósito de que los estudiantes empleen el lenguaje probabilístico para comunicar el riesgo de contagio. Siendo posible representar tales posibilidades de acuerdo con una escala cualitativa asociada a la probabilidad de contagio en función del uso de mascarillas (figura 6).



**Figura 6:** Ordenando y clasificando posibilidades de contagio en una escala cualitativa. Fuente: Alsina et al. (2020).

Con ello, se espera que los niños aprendan a distinguir las situaciones de contagio menos posibles de las más posibles y actuar con base en lo aprendido.

## 4. Reto cognitivo

### 4.1. Descripción del componente y principales resultados

De acuerdo con Vásquez y Alsina (2021), el componente de reto cognitivo se refiere al nivel de exigencia cognitiva de las tareas probabilísticas que plantea el profesorado, con el propósito de que los niños evoquen y compartan sus conocimientos y experiencias previas y los vinculen con los nuevos

aprendizajes relativos a la probabilidad, lo que permite reconstruir nuevos conocimientos. Gran parte del aprendizaje está condicionado por el tipo de tareas que se plantean a los niños y, en consecuencia, el nivel de exigencia o demanda cognitiva: memorización, procedimientos sin conexión, procedimientos con conexión y construir matemática (Smith y Stein, 1998). Por tanto, es necesario que el profesor sea cuidadoso en la selección e identificación de buenas tareas, que favorezcan una comprensión profunda de la probabilidad.

Con base en estos fundamentos, para analizar la exigencia cognitiva de las tareas probabilísticas implementadas en las aulas de Educación Primaria se utilizó la siguiente guía (tabla 3):

**Tabla 3:** Guía para analizar la exigencia cognitiva de las tareas probabilísticas en Educación Primaria. Fuente: Elaboración propia.

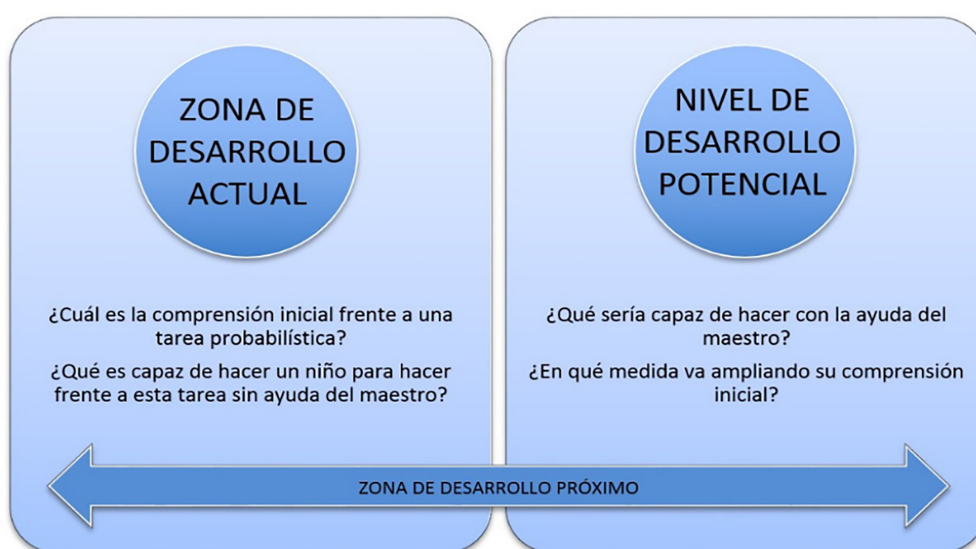
Componente	Niveles
Reto cognitivo: coherencia entre los conocimientos previos y el nuevo contenido.	<b>Bajo:</b> propone tareas que no suponen un reto para los niños, pues no facilitan que evoquen sus conocimientos previos para la construcción de nuevos aprendizajes vinculados al azar y la probabilidad.
	<b>Medio bajo:</b> propone tareas que facilitan que los niños evoquen y compartan sus conocimientos previos, pero no se vinculan adecuadamente con los nuevos aprendizajes relativos al azar y la probabilidad.
	<b>Medio alto:</b> propone tareas que facilitan que los niños evoquen y compartan sus conocimientos previos y los vincula adecuadamente con los nuevos aprendizajes relativos al azar y la probabilidad; aunque no propone tareas para valorar la reorganización de los nuevos conocimientos adquiridos.
	<b>Alto:</b> propone tareas para facilitar que los niños evoquen y compartan sus conocimientos previos, los vincula con los nuevos aprendizajes relativos al azar y probabilidad; y propone tareas para valorar la reorganización de los nuevos conocimientos adquiridos.

Los resultados obtenidos pusieron de manifiesto que, en las sesiones de clase analizadas, el foco de las tareas probabilísticas se centra predominantemente en un nivel medio alto y medio bajo en lo que se refiere a la demanda cognitiva, lo cual significa que el profesorado, o bien impulsa conexiones entre los conocimientos previos y los nuevos conocimientos, pero sin ayudarles a reorganizarlos o reconstruirlos, o bien directamente no impulsa estas conexiones (Vásquez y Alsina, 2021). De acuerdo con los planteamientos de autores Smith y Stein (1998), entre otros, estos resultados revelan que, en diversos casos, el profesorado deja escapar oportunidades para promover el razonamiento probabilístico, que es una de las habilidades esenciales para garantizar la comprensión (NCTM, 2014).

## 4.2. Orientaciones didácticas

Desde una perspectiva genérica, para garantizar que los niños puedan conectar los conocimientos previos con los nuevos conocimientos y reorganizar y reconstruir nuevos aprendizajes, es imprescindible hacer referencia a uno de los conceptos clave de la psicología sociocultural: la mediación. De acuerdo con Vygotsky (1986), la mediación se refiere al papel guía que desempeña un experto (maestro) para ayudar a un aprendiz (niño) a apropiarse de nuevos conocimientos. En consecuencia, el maestro no transmite este conocimiento, sino que guía al niño hacia el siguiente nivel de comprensión y más allá. Dicha orientación se desarrolla en la Zona de Desarrollo Próximo (ZPD) de los niños.

El concepto de ZDP, introducido por Vygotsky, es la distancia entre el nivel de desarrollo efectivo del alumno (aquellos que es capaz de hacer por sí solo) y el nivel de desarrollo potencial (aquellos que sería capaz de hacer con la ayuda de un adulto o un compañero más capaz). Este concepto sirve para concretar el margen de incidencia de la acción educativa. La ZDP se genera en la interacción entre la persona que ya domina el conocimiento o la habilidad y aquella que está en proceso de adquisición. Es, por tanto, una evidencia del carácter social del aprendizaje (figura 7).

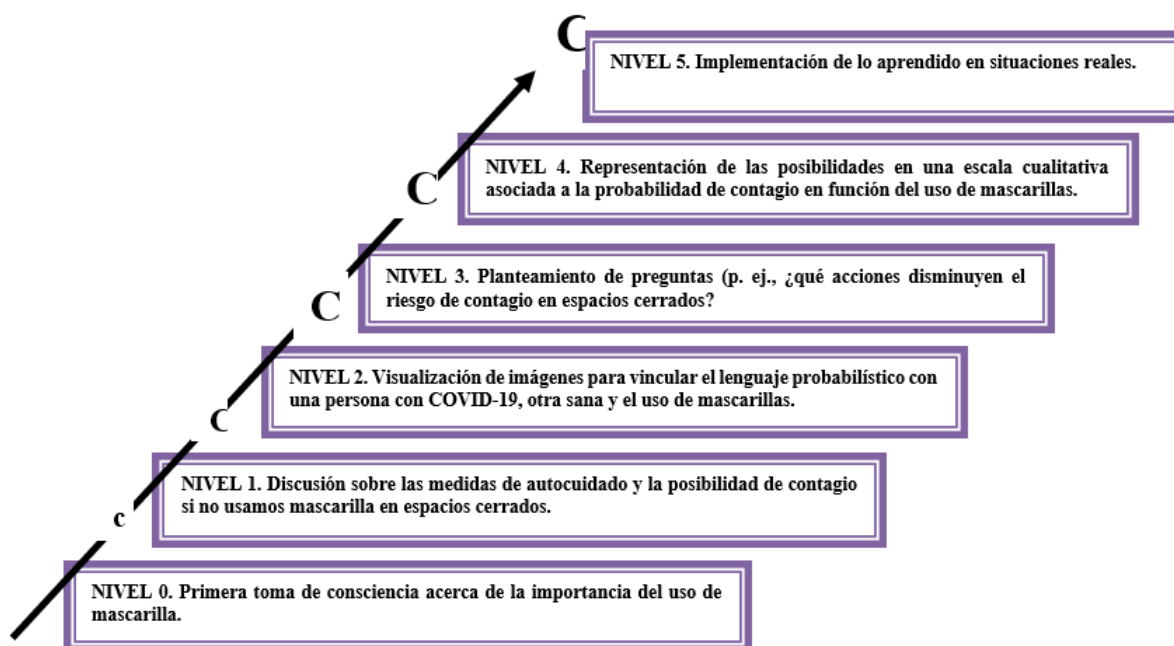


**Figura 7:** Zona de Desarrollo Próximo para promover conexiones entre los conocimientos previos y los nuevos conocimientos. Fuente: elaboración propia.

Los niños acceden al siguiente nivel (el nivel potencial) en el curso de un proceso mediado, con la ayuda de estrategias docentes que proporcionan los apoyos necesarios para mejorar el aprendizaje. A continuación, se muestra el proceso que se seguiría en el ejemplo de las figuras 5 y 6.

En la figura 8 se observa que, en un primer momento (nivel 0), se insta a los niños a verbalizar la comprensión inicial acerca de la importancia del uso de la mascarilla, es decir, a verbalizar los conceptos espontáneos o cotidianos, que es el paso previo necesario para empezar a deconstruir los que pueden ser un obstáculo para avanzar hacia un nivel óptimo que les permita transformar las concepciones iniciales en concepciones fundamentadas en el conocimiento.

En los niveles del 1 al 3 se pretende que los niños vayan avanzando hacia la construcción de estas concepciones fundamentadas: en concreto, el nivel 1 corresponde al inicio de la comprensión de la posibilidad de contagio, intentando conectar algunos conocimientos que el maestro pretende enseñar acerca de la posibilidad de contagio con los conocimientos cotidianos de los niños, en un entorno de interacción, negociación y diálogo. Para que esta comprensión vaya avanzando, es necesario analizar actividades o elementos de aprendizaje y, por esta razón, se presentan imágenes con diversas situaciones (nivel 2). Esto ayuda a pasar de la visión aislada de diferentes conceptos a una visión integrada de conceptos, como si fueran un sistema, pero también a profundizar en el significado de este sistema conceptual.



**Figura 8:** Proceso de conceptualización. Fuente: elaboración propia.

A partir de los resultados del trabajo en los niveles 1 y 2 de conceptualización, es el momento para que el maestro introduzca explicaciones más sofisticadas, siempre teniendo en cuenta este trabajo previo (nivel 3). De este modo, el nuevo conocimiento se va co-construyendo entre todos, niños y maestro. Y en este proceso puede tener lugar un cuestionamiento de las preconcepciones y también una cierta deconstrucción de las mismas, porque a menudo entran en conflicto la propia mirada con la perspectiva que viene de fuera y que aporta elementos nuevos a tener en cuenta.

En estos niveles, pues, la conceptualización va aumentando (cCC), y con ello el nivel de conciencia gracias al proceso de co-construcción. En el nivel 4 se materializa el sistema de conceptos de forma integrada, a partir de una escala cualitativa desde lo imposible hasta lo seguro. Finalmente, el nivel 5, tiene como objetivo implementar lo aprendido en una situación y, con base en ello, actuar con base en el conocimiento. En su conjunto, pues, todos estos niveles promueven una expansión conceptual, es decir, se pasa de tener conocimientos cotidianos acerca del uso de la mascarilla a usarla con base en el conocimiento.

## 5. Procedimientos y estrategias

### 5.1. Descripción del componente y principales resultados

De acuerdo con Vásquez y Alsina (2021), este componente considera a los procedimientos entendidos como las estrategias, algoritmos, operaciones y técnicas de cálculo que el profesorado utiliza o enseña a los niños para resolver las tareas probabilísticas propuestas. Algunos de los procedimientos y estrategias asociados a las tareas probabilísticas son los siguientes:

- Manipulación de generadores de azar.
- Distinguir entre fenómenos aleatorios y deterministas.
- Reconocer la impredecibilidad de un resultado.
- Reconocer distintos tipos de sucesos.

- Valorar cualitativamente posibilidades.
- Comparar cualitativamente posibilidades.
- Analizar juegos de azar.
- Construcción de espacio muestral.
- Diferenciar casos favorables y no favorables.
- Distinguir sucesos elementales equiprobables
- Comparar probabilidades con razonamiento proporcional.
- Aplicar la regla de Laplace en experimentos simples.
- Realizar repeticiones de un mismo experimento aleatorio para estimar la probabilidad.
- Calcular frecuencias relativas a partir de observaciones o datos.
- Representar distribución de frecuencia en forma tabular o gráfica.
- Analizar experimentos donde la probabilidad depende de información personal.

Gómez-Torres et al. (2014) subrayan que es necesario prestar atención a estos procedimientos y estrategias ya que pueden alertar sobre razonamientos errados, heurísticas y sesgos presentes en el aprendizaje de la probabilidad. Para el análisis de este componente, Vásquez y Alsina (2021) usaron la guía de la tabla 4.

Los principales resultados obtenidos acerca de este componente pusieron de manifiesto que los procedimientos probabilísticos utilizados se sitúan mayormente en el nivel bajo y medio bajo, lo cual implica monotonía y falta de reflexión en las clases de probabilidad (Vásquez y Alsina, 2021). Un análisis más pormenorizado de los datos reveló que algunos de los procedimientos que el profesorado usa de forma más habitual son la construcción del espacio muestral, la diferenciación de casos favorables y no favorables, la aplicación informal de la regla de Laplace en experimentos simples, la manipulación de generadores de azar (dado, monedas, ruletas, etc.) o la repetición de experimentos aleatorios para estimar la probabilidad, mientras que los menos habituales son los procedimientos orientados a distinguir entre fenómenos aleatorios y deterministas, analizar juegos de azar, distinguir sucesos elementales equiprobables y comparar probabilidades con razonamiento proporcional. A partir de estos datos, pues, se evidenció que se tiende a utilizar procedimientos y estrategias que promueven el desarrollo de habilidades como saber y aplicar, y no tanto otras habilidades como razonar (Mullis et al., 2019).

## 5.2. Orientaciones didácticas

Desde una perspectiva general, diversos autores señalan que la enseñanza de la probabilidad y, en consecuencia, el desarrollo de procedimientos y estrategias para abordar y resolver tareas probabilísticas debe comenzar lo antes posible para poder desarrollar la intuición de los niños (Alsina, 2012, 2021a, 2021b; Batanero et al., 2021; Metz, 1998a, 1998b; entre otros). En consecuencia, el profesorado debe proponer situaciones probabilísticas que conlleven el trabajo con procedimientos y estrategias variadas que permitan acercar a los estudiantes a una forma diferente de pensar la probabilidad. De manera tal que favorezcan la comprensión de la aleatoriedad, la cual en algunos casos puede presentar dificultad para los estudiantes. En esta dirección, de acuerdo con los planteamientos de Metz (1998a, 1998b) y Batanero et al. (2021), para promover la comprensión de la aleatoriedad se requiere desarrollar en los niños ciertas intuiciones, vinculadas a la: a) aceptación de la incertidumbre e indeterminación del resultado: una forma rudimentaria de esta comprensión es la distinción entre



**Tabla 4:** Guía para analizar los procedimientos y estrategias de las tareas probabilísticas en Educación Primaria. Fuente: elaboración propia.

Componente	Niveles
Procedimientos y estrategias: algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, etc.	<b>Bajo:</b> propone tareas probabilísticas en las que aplica y/o adapta siempre el mismo procedimiento y/o estrategia para su resolución.
	<b>Medio bajo:</b> propone tareas probabilísticas en las que aplica y/o adapta una variedad de procedimientos y/o estrategias de resolución apropiadas, pero no incentiva a los estudiantes a reflexionar sobre éstas.
	<b>Medio alto:</b> propone tareas en las que es posible aplicar y/o adaptar una variedad de procedimientos y/o estrategias que utiliza para promover la reflexión sobre la resolución de tareas probabilísticas, pero no para decidir sobre cómo y cuándo usarlas.
	<b>Alto:</b> propone tareas en las que es posible aplicar y/o adaptar una variedad de procedimientos y/o estrategias que utiliza para promover la reflexión sobre la resolución de tareas probabilísticas, pero no para decidir sobre cómo y cuándo usarlas.

sucesos predecibles que se dan con certeza y sucesos impredecibles, que puede darse sobre los 4-5 años; b) percepción de la magnitud relativa en la incertidumbre, como la distinción entre sucesos raros y frecuentes: los niños de infantil ya logran esta distinción, que progresa en los primeros años de Educación Primaria cuando adquieren progresivamente habilidad para cuantificar diferentes clases de elementos y contar los elementos de cada clase (por ejemplo, casos favorables y desfavorables), así como comparar su tamaño en conjuntos pequeños; c) comprensión de la relación parte-todo, para visualizar los casos favorables como una parte de todos los casos posibles: ya con 5 años los niños tienen esta intuición, que se va desarrollando a lo largo de la educación primaria; d) estimación de la mayor o menor verosimilitud de un suceso: algunas investigaciones (e.g. Davies, 1965; Falk, Yudilevich-Assouline y Elstein, 2012; Piaget e Inhelder, 1951; Yost, Siegel y Andrews, 1962) señalan que el niño puede comparar probabilidades sin necesidad de requerir razonamiento proporcional, por lo que es relevante que el profesorado lo tome en cuenta para la planificación educativa; e) predicción de la distribución esperada de los resultados del experimento aleatorio: las investigaciones no muestran esta capacidad en los niños hasta los 7 años, aunque sí se percibe cierta intuición al respecto desde los 5 años.

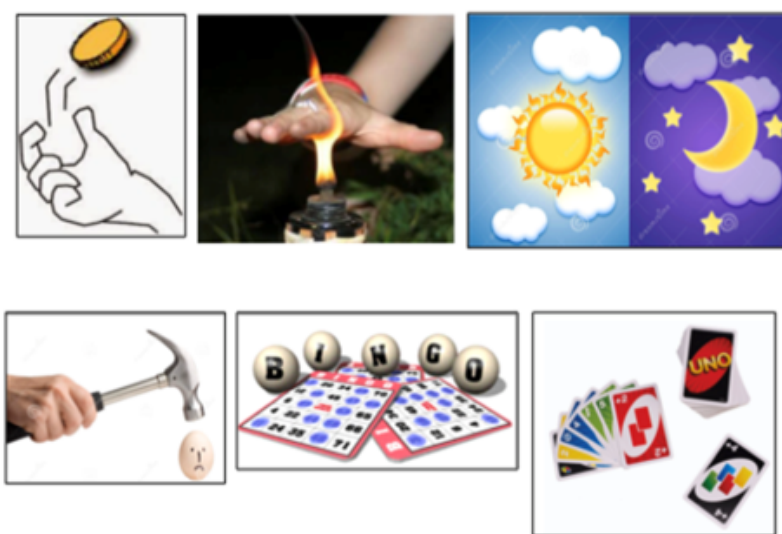
Por otro lado, Batanero y Godino (2004, p. 755) describen diversas orientaciones didácticas genéricas para enseñar probabilidad en Educación Primaria y, con ello, promover habilidades asociadas tanto a saber y aplicar como también a razonar probabilísticamente:

- Proporcionar una amplia variedad de experiencias que permitan observar los fenómenos aleatorios y diferenciarlos de los deterministas.
- Estimular la expresión de predicciones sobre el comportamiento de estos fenómenos y los re-

sultados, así como su probabilidad.

- Organizar la recogida de datos de experimentación de modo que los alumnos tengan posibilidad de contrastar sus predicciones con los resultados producidos y revisar sus creencias en función de los resultados.
- Resaltar el carácter imprevisible de cada resultado aislado, así como la variabilidad de las pequeñas muestras, mediante la comparación de resultados de cada niño o por parejas.
- Ayudar a apreciar el fenómeno de la convergencia mediante la acumulación de resultados de toda la clase y comparar la fiabilidad de pequeñas y grandes muestras.

A modo de ejemplo, podemos presentar la siguiente situación, en la que los niños deben discutir a partir de la información que se les presenta en las distintas láminas (figura 9), respecto de si se trata de fenómenos aleatorios o deterministas.



**Figura 9:** Reconociendo distintos tipos de sucesos. Fuente: elaboración propia.

A partir de la imagen, se puede iniciar la discusión respecto de aquellas situaciones aleatoria y deterministas. Así al analizar el conjunto de situaciones que se presentan. Haciendo hincapié en que un experimento aleatorio es aquel en el que interviene el azar, en el sentido de que, aun existiendo algunos patrones de comportamiento, resulta imposible predecir una situación futura con toda seguridad.

## 6. Significados de la probabilidad

### 6.1. Descripción del componente y principales resultados

Se refiere a los significados de la probabilidad que están presentes en las tareas probabilísticas planteadas por el profesorado: intuitivo, clásico, frecuencial, subjetivo y axiomático de la probabilidad (Batanero, 2005). Estos significados “determinan implícitamente los comportamientos y respuestas de los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones de azar en las que deben poner en práctica sus intuiciones y conocimientos probabilísticos” (Batanero et al., 2005, p. 20). Por tanto, es recomendable que las prácticas de aula permitan que los niños vayan construyendo poco a poco un conocimiento matemático en torno a la probabilidad a partir de sus intuiciones probabilísticas hasta lograr una visión integrada de la probabilidad desde su multiplicidad de significados (Batanero et al., 2005). En este sentido, es fundamental que a lo largo de la etapa escolar la enseñanza de la probabilidad

no se limite exclusivamente a uno de sus significados, por el contrario, su enseñanza debe darse de manera integrada a partir de su multiplicidad de significados. Esto es relevante dado que, de acuerdo con Vásquez y Alsina (2019), “en el marco del propio desarrollo profesional, todo el profesorado preocupado por mejorar la enseñanza de la probabilidad en sus aulas debería ser consciente de sus distintos significados, pues de lo contrario difícilmente se pueden comprender los obstáculos a los que se pueden enfrentar los estudiantes” (p. 3). Para analizar la presencia de estos significados en las tareas probabilísticas implementadas por el profesorado de Educación Primaria, Vásquez y Alsina (2021) utilizaron la guía que se muestra en la tabla 5:

**Tabla 5:** Guía para analizar la presencia de los significados de la probabilidad en Educación Primaria. Fuente: elaboración propia.

Componente	Niveles
Significados de la probabilidad: intuitivo, frecuencial, clásico, subjetivo y axiomático.	<b>Bajo:</b> propone tareas probabilísticas para mostrar y explorar solo uno de los significados de la probabilidad.
	<b>Medio bajo:</b> propone tareas probabilísticas para mostrar y explorar dos de los significados de la probabilidad, pero no promueve la reflexión en torno a ellos.
	<b>Medio alto:</b> propone tareas probabilísticas para mostrar, explorar, reflexionar y relacionar en torno a dos de los significados de la probabilidad.
	<b>Alto:</b> propone tareas probabilísticas para mostrar, explorar reflexionar y relacionar al menos tres de los significados de la probabilidad.

Los datos obtenidos a partir del análisis de las sesiones de clase pusieron de manifiesto que el profesorado que participó en el estudio de Vásquez y Alsina (2021) se sitúan en un nivel medio alto, ya que proponían tareas probabilísticas que permiten mostrar, explorar, reflexionar y relacionar dos de los significados de la probabilidad, aunque un análisis más detallado puso de manifiesto que el significado más habitual es el clásico, fuertemente ligado a tareas probabilísticas que involucran la aplicación de la regla de Laplace, mientras que el significado que recibe una menor atención es el subjetivo.

## 6.2. Orientaciones didácticas

Alsina y Vásquez (2016) presentan una propuesta de tareas a partir de contextos reales y materiales manipulativos, principalmente, para fomentar el desarrollo de la alfabetización probabilística en las primeras edades, considerando de forma implícita los distintos significados de la probabilidad. En concreto, estos autores distinguen cuatro estadios de desarrollo: a) aprendizaje de las primeras nociones probabilísticas (3-6 años); b) cuantificación de la incerteza (6-8 años); c) experimentación y probabilidad de ocurrencia (8-10 años); y d) equiprobabilidad, conteo y principio multiplicativo (10-12 años).

Más adelante, estos mismos autores organizan de forma más explícita los conocimientos más representativos de los distintos significados de la probabilidad en Educación Primaria, con el propósito de orientar al profesorado en el diseño e implementación de tareas que promuevan el desarrollo de los distintos significados (tabla 6).

**Tabla 6:** Distintos significados de la probabilidad en Educación Primaria (Vásquez y Alsina, 2019).  
Fuente: elaboración propia.

Componente	Niveles
Significado intuitivo.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Foco en situaciones problemas cotidianas vinculadas con el uso de términos estocásticos y con la expresión de grados de creencia para la ocurrencia de sucesos (por medio de una escala cualitativa).</li> <li>2. Uso de términos y expresiones verbales comunes vinculadas al lenguaje probabilístico que se utiliza tanto en el contexto probabilístico como en el cotidiano.</li> <li>3. Énfasis en la posibilidad de ocurrencia como escala cualitativa que va desde lo seguro a lo imposible.</li> <li>4. Imprevisibilidad y variabilidad de sucesos y sus recursos posibles.</li> <li>5. Exploración y distinción de fenómenos aleatorios diferenciándolos de los deterministas.</li> <li>6. Distinción entre tipos de sucesos (seguro, posible, poco posible, incierto).</li> <li>7. Análisis de ejemplos e intuiciones ligadas al azar y probabilidad.</li> </ol>
Significado clásico.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Foco en situaciones problemas centradas en el cálculo de probabilidades, en determinar la probabilidad de ocurrencia teórica a partir de los datos observados en un experimento aleatorio.</li> <li>2. Uso de términos y expresiones verbales específicas de las probabilidades.</li> <li>3. Representación de probabilidades de ocurrencia por medio de una escala cuantitativa cuyos valores fluctúan entre 0 y 1.</li> <li>4. Énfasis en conceptos y propiedades tales como espacio muestral, casos favorables y no favorables, juego justo, probabilidades de ocurrencia como medida de la incerteza, sucesos simples equiprobables, Regla de Laplace.</li> <li>5. Procedimientos centrados en construcción de espacio muestral, distinguir entre casos favorables y no favorables, comparar probabilidades, asignación de probabilidades por medio de la regla de Laplace, construcción de diagramas para enumerar casos favorables.</li> <li>6. Análisis de ejemplos, desarrollos del razonamiento inductivo.</li> </ol>

Significado  
Frecuencial.

1. Foco en realizar predicciones a partir de los datos observados en un experimento aleatorio.
2. Uso de términos y expresiones verbales específicas de las probabilidades (población, valor estimado, simulación, probabilidad teórica y experimental, tendencias, frecuencias, proporción, etc.).
3. Uso de representaciones gráficas y tabulares.
4. Énfasis en la independencia de sucesos, estabilización de frecuencias y en el rango de la frecuencia relativa de un suceso (entre 0 y 1).
5. Procedimientos centrados en realizar predicciones a partir de los datos observados, estimar probabilidades a partir de repeticiones de un mismo experimento aleatorio, registrar resultados de un experimento aleatorio ya sea de forma tabular o gráfica, interpretación, calcular y representar frecuencias, interpretación de tablas y gráficos, simular experimentos aleatorios por medio manual y/o a partir del uso de software.
6. Análisis de ejemplos y de simulaciones de experimentos ya sea de forma manual y/o utilizando software.

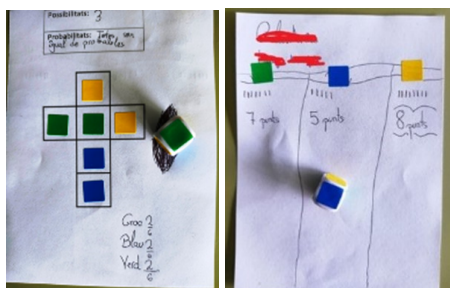
Significado  
Subjetivo.

1. Foco en situaciones problemas donde la probabilidad de ocurrencia se puede ver afectada (cambiar) en base a la información de la que se dispone (se ajustan las asignaciones previas incorporando la nueva información disponible).
2. Uso de término y expresiones verbales comunes vinculadas al lenguaje probabilístico.
3. Énfasis en la probabilidad entendida como grado de creencia de sucesos.
4. Foco en los sucesos inciertos, en la incertidumbre y en la imprevisibilidad de los resultados posibles, donde la probabilidad se encuentra condicionada por la información de la cual se dispone.
5. Procedimientos centrados en analizar experimentos en los que probabilidad de ocurrencia depende de la información disponible, y valorar la probabilidad de ocurrencia de un suceso a partir de experiencias personales.
6. Análisis de ejemplos y experiencias previas que permiten ajustar las asignaciones previas de probabilidad a partir de nueva información.

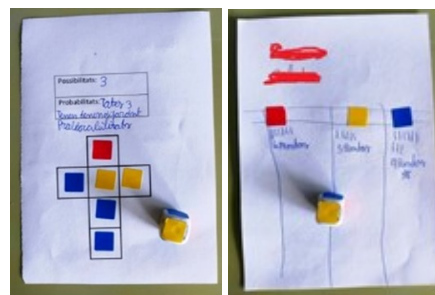
En Alsina (2019) se describen diversos recursos y estrategias para diseñar itinerarios de enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria y, más concretamente, en Alsina y Rodríguez-Muñoz (2021)



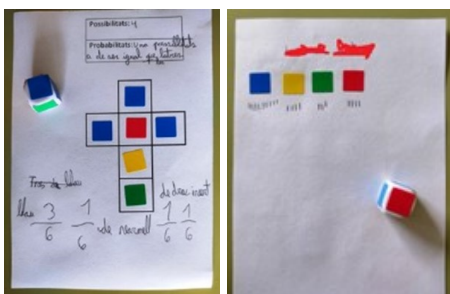
pueden consultarse también algunos hilos de Twitter que describen tanto secuencias de enseñanza como tareas probabilísticas implementadas en el aula: por ejemplo, secuencias didácticas para trabajar el significado intuitivo (<https://twitter.com/ljrguezmuniz/status/1306859959469199363?s=20>) y el significado subjetivo (<https://twitter.com/ljrguezmuniz/status/1195754066405662720?s=20>); o bien diversas tareas para promover el desarrollo del significado clásico a partir del lanzamiento de dados. A modo de ejemplo, en la figura 10 se muestran algunas tareas.



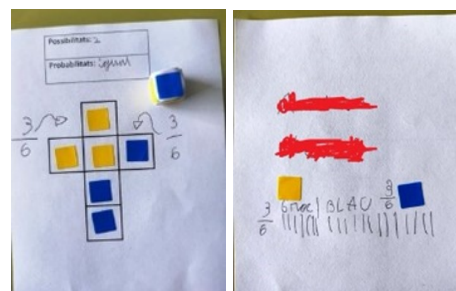
(a) Coged estos gomets de colores y diseñad un dado que tenga 3 colores equiprobables. Después haced 20 lanzamientos y anotadlos...



(b) Vosotros dos lo haréis diferente: también tenéis que construir un dado con 3 colores, pero los 3 con probabilidades diferentes. Haced 20 lanzamientos y comprobáis si el resultado es sorprendente o era el esperado.



(c) Aquí haréis un dado muy especial. Tiene que tener 4 posibilidades diferentes, pero 1 de ellas tiene que ser tanto probable como las otras 3 juntas. ¿Lo podéis representar en forma de fracción?



(d) Vuestro dado tiene que tener solo 2 posibilidades, que además tienen que tener la misma probabilidad. ¿Qué resultado creéis que obtendréis cuando lo lanzáis 20 veces?

**Figura 10:** Lanzamientos con dados (publicado originariamente en catalán). Fuente: [https://twitter.com/calc\\_rodona/status/1321162912006873089](https://twitter.com/calc_rodona/status/1321162912006873089).

Tal y como señalan Alsina y Rodríguez-Muñiz (2021, p.44), “el principal interés didáctico radica en descubrir cómo las diferentes tareas contribuyen a inferir el comportamiento de los lanzamientos en situaciones equiprobables y no equiprobables y expresar cuantitativamente, mediante fracciones, la probabilidad entendida como una medida”.

## 7. Consideraciones finales

En este artículo se ha tratado de vincular los resultados de la investigación sobre la enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria con la práctica escolar, con el propósito de mejorarla.

Los datos de una investigación previa en la que se analizaron las tareas implementadas por el profesorado de Educación Primaria en activo durante sus prácticas de enseñanza de la probabilidad (Vásquez y Alsina, 2021), pusieron de manifiesto que dichas tareas se caracterizan principalmente en conocimientos técnicos, provocando que la clase de probabilidad se convierta en una clase de aritmética en la que sólo se aplican fórmulas de manera mecánica y con poco sentido. En este contexto, se observó

una nula utilización de recursos tecnológicos, un bajo uso de material físico y un predominio de la resolución de ejercicios descontextualizados.

Con el propósito de ayudar al profesorado de Educación Primaria a diseñar e implementar tareas probabilísticas que permitan mejorar estos resultados, se han descrito diversas orientaciones didácticas para cada uno de los componentes analizados:

- *Uso de recursos*: a partir de diversos organismos y autores que han impulsado la enseñanza de la probabilidad a través de diversos recursos como materiales manipulativos y juegos, recursos tecnológicos, etc. (Alsina, 2019, 2021a; Alsina et al., 2020; Batanero, 1998, 2006, 2013; Batanero y Díaz, 2004; Godino et al., 1987; Vásquez, 2016; entre otros), se han considerado los planteamientos del Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (Alsina, 2018, 2019, 2020), que sugiere el diseño de itinerarios de enseñanza de la probabilidad desde lo concreto hacia lo abstracto, a partir de recursos organizados en tres niveles (Alsina, 2019, p. 10-11): primero, recursos informales que permiten visualizar las ideas matemáticas de manera concreta (situaciones reales, materiales manipulativos y juegos), siguiendo con los recursos intermedios, que permiten avanzar hacia la esquematización y la generalización progresiva (recursos literarios y tecnológicos) y finalizando con los recursos formales (recursos gráficos, como el libro de texto), para completar de esta forma el aprendizaje desde lo concreto hasta lo simbólico. A partir de estas ideas, se ha mostrado un ejemplo de itinerario que contempla recursos de los tres niveles propuestos por Alsina (2021a).
- *Contextos probabilísticos*: a partir de los cuatro tipos de contextos –personal, social, laboral y científico– para plantear tareas en el marco de las pruebas matemáticas de PISA (OECD, 2019), junto con los experimentos aleatorios y los juegos de azar, se han ofrecido orientaciones didácticas con el propósito de que el profesorado pueda diseñar e implementar tareas probabilísticas en diversos contextos. En concreto, estas orientaciones se han ejemplificado a partir de una línea de trabajo propuesta por Vásquez (2020) en la que se trabaja de forma integrada la educación estocástica con la educación para la sostenibilidad a partir de tareas diseñadas en diversos de los contextos indicados, y que tiene como meta que durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística y la probabilidad se aborden también los OBS y las competencias de sostenibilidad planteadas por la UNESCO (2017).
- *Reto cognitivo*: a partir de la base de que es necesario que los niños puedan conectar los conocimientos previos con los nuevos conocimientos y reorganizar y reconstruir nuevos aprendizajes, que es el nivel más alto de exigencia cognitiva de una tarea, se ha hecho referencia a la mediación y a la ZDP (Vygotsky, 1986): por un lado, la mediación se refiere al papel guía que desempeña un experto (maestro) para ayudar a un aprendiz (niño) a apropiarse de nuevos conocimientos; y, por otro lado, la ZDP hace alusión a la zona que comprende aquellos comportamientos, conductas o competencias que la persona es capaz de realizar con ayuda de otra persona más capaz. A partir de estas dos estrategias didácticas (mediación y trabajo en la ZDP), se han mostrado algunos ejemplos para tratar de lograr el máximo nivel posible de exigencia cognitiva en las tareas probabilísticas.
- *Procedimientos y estrategias*: a partir de la idea que es recomendable tener en cuenta este componente en las diversas tareas probabilísticas que se plantean (Gómez-Torres et al., 2014), se han descrito las intuiciones necesarias para la comprensión de la probabilidad (Batanero et al., 2021). Asimismo, se han sintetizado también diversas orientaciones didácticas para la enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria (Godino y Batanero, 2004) para ir desarrollando diversos procedimientos y estrategias, mostrando un ejemplo concreto extraído de Alsina (2019).
- *Significados de la probabilidad*: a partir de los distintos significados descritos por Batanero (2005), se han descrito los principales contenidos para cada significado que deberían trabajarse durante la etapa de Educación Primaria: intuitivo, frecuencial, clásico y subjetivo (Alsina y Vásquez, 2016; Vásquez y Alsina, 2019). Adicionalmente, se han indicado diversas secuencias didácticas

y ejemplos de tareas probabilísticas que inciden en diversos de los significados, a partir de hilos de Twitter descritos previamente por Alsina y Rodríguez-Muñiz (2021).

En conclusión, pues, se han ofrecido ejemplos de actividades asociadas a cada una de las componentes propuestas por Vásquez y Alsina (2021) para el diseño de tareas probabilísticas con foco en el desarrollo de la alfabetización probabilística, considerando recursos (situaciones reales, materiales manipulativos y juegos, recursos digitales, etc.) y estrategias didácticas (la mediación, el trabajo en la ZDP, etc.) como de medios (artículos, libros, hilos de Twitter, etc.) que el profesorado de Educación Primaria tiene a su disposición para mejorar la enseñanza de la probabilidad a través de la planificación y gestión de tareas probabilísticas alineadas con los resultados de la investigación en este ámbito. Todo ello, con el propósito final de que los niños desarrollen la alfabetización probabilística, adquiriendo progresivamente conocimientos y habilidades que les permitan tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, lo cual resulta esencial, tanto en el complejo mundo actual como probablemente en el futuro.

## 8. Bibliografía

- [1] Alsina, Á. (2012). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Revista de Didácticas Específicas*, 7, 4-22.
- [2] Alsina, Á. (2018). Seis lecciones de educación matemática en tiempos de cambio: itinerarios didácticos para aprender más y mejor. *Padres y Maestros*, 376, 13-20.
- [3] Alsina, Á. (2019). Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años). Editorial Graó.
- [4] Alsina, Á. (2020). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159. <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>.
- [5] Alsina, Á. (2021a). ¿Qué puede hacer el profesorado para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad? Recomendaciones esenciales desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemática. *NÚMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 108, 49-74.
- [6] Alsina, Á. (2021b). “Ça commence aujourd’hui”: alfabetización estadística y probabilística en la educación matemática infantil. *PNA*, 15(4), 243-266. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.21357>
- [7] Alsina, Á., Vásquez, C., Muñiz-Rodríguez, L., y Rodríguez-Muñiz, L.J. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Primaria. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, 104, 99-128.
- [8] Alsina, Á., y Calabuig, M.T. (2019). Vinculando educación matemática y sostenibilidad: implicaciones para la formación inicial de maestros como herramienta de transformación social. *Revista de Educación Ambiental y Sostenibilidad* 1(1), 1203.
- [9] Alsina, Á., y Mula, I. (2022). Sumando competencias matemáticas y de Sostenibilidad. Orientaciones para implementar y evaluar actividades interdisciplinares. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 95, 23-30.
- [10] Alsina, Á., y Rodríguez-Muñiz, L.J. (2021). Hilos de estadística y probabilidad en Twitter®: una nueva herramienta para el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(4), 021-053.

- [11] Alsina, Á., y Vásquez, C. (2016). De la competencia matemática a la alfabetización probabilística en el aula: elementos para su caracterización y desarrollo. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 48, 41-58.
- [12] Batanero, C. (1998). Recursos en Internet para la educación estadística. *UNO*, 15, 13-25.
- [13] Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *RELIME*, 8(3), 247-264.
- [14] Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo. En P. Flores y J. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar* (pp. 1-17). Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES.
- [15] Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños. ¿Qué podemos aprender de la investigación? En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho, y F. Viseu, (Eds.), *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. Braga: Centro de Investigação em Educação. Universidade Do Minho.
- [16] Batanero, C., Álvarez-Arroyo, R., Hernández-Solís, L.A., y Gea, M. M. (2021). El inicio del razonamiento probabilístico en educación infantil. *PNA*, 15(4), 267-288.
- [17] Batanero, C., Henry, M., y Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). Springer.
- [18] Batanero, C., y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. P. Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (125-164). ICE.
- [19] Batanero, C., y Godino, J.D. (2004). Didáctica de la Estadística y Probabilidad para Maestros. En J.D. Godino (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas para Maestros* (pp. 405-439). Universidad de Granada.
- [20] Cobb, G., y Moore, D. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching, *American Mathematical Monthly*, 104, 801-823.
- [21] Contreras, J.M., Ruiz, K., Molina E., y Contreras, J. (2016). Internet para trabajar la probabilidad. *Aula de Innovación Educativa*, 251, 28-34.
- [22] Davies, H. (1965). Development of the probability concept in children. *Child Development*, 99, 29-39.
- [23] Falk, R., Yudilevich-Assouline, P. y Elstein, A. (2012). Children's concept of probability as inferred from their binary choices-revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 81, 207-233. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9402-1>
- [24] Franco, J., & Alsina, Ángel. (2022). El conocimiento del profesorado de Educación Primaria para enseñar estadística y probabilidad: una revisión sistemática. *Aula Abierta*, 51(1), 7-16. <https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022.7-16>
- [25] Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). Springer.
- [26] Godino, J. D., Batanero, C., y Cañizares, M. J. (1987). *Azar y Probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Síntesis.
- [27] Gómez-Torres, E., Batanero, C., y Contreras, J.M. (2014). Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas para educación primaria en España. *Épsilon*, 31(2), 25-42.



- [28] López-Martín, M.M., Contreras, J.M., Carretero, M., y Serrano, L. (2016). Análisis de los problemas de probabilidad propuestos en las pruebas de acceso a la Universidad en Andalucía. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 9, 65-84.
- [29] Metz, K.E. (1998a). Emergent understanding and attribution of randomness: Comparative analysis of the reasoning of primary grade children and undergraduates. *Cognition and Instruction*, 16(3), 285-265.
- [30] Metz, K.E. (1998b). Emergent ideas of chance and probability in primary-grade children. En S.P. Lajoie (Ed.), *Reflections on statistics: Learning, teaching, and assessment in Grades K-12* (pp. 149-174). Erlbaum.
- [31] Mullis, V.S.I., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D.L., y Fishbein, B. (2019). TIMSS 2019 International Report. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education and Human Development, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).
- [32] NCTM. (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática. National Council of Teachers of Mathematics (traducción de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES).
- [33] NCTM. (2014). De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos. National Council of Teachers of Mathematics.
- [34] OECD. (2019). PISA 2018 Mathematics Framework. En OECD (Ed.), *PISA 2018 Mathematics Framework* (pp. 73-95). OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/13c8a22c-en>
- [35] Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La genése de l'idée de hasard chez l'enfant*. Presses Universitaires de France.
- [36] Smith M.S., y Stein, M.K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(1), 344-350.
- [37] Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(4), 258-288.
- [38] UNESCO. (2017). Educación para los objetivos de desarrollo sostenible: objetivos de aprendizaje. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.
- [39] Vásquez, C. (2016). Bolas, fichas, monedas... ¿Cómo podemos ir introduciendo la probabilidad en primaria? *Revista Aula de Innovación Educativa*, 251, 23-27.
- [40] Vásquez, C. (2018). Surgimiento del lenguaje probabilístico en el aula de Educación Primaria. *REnCiMa*, 9(2), 374-389.
- [41] Vásquez, C. (2020). Educación Estocástica: una herramienta para formar ciudadanos de sostenibilidad. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 3(2), 1-20.
- [42] Vásquez, C. (2021). Proyectos estocásticos orientados a la acción: una puerta al desarrollo sostenible desde temprana edad. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, 1(2), e202108. <https://doi.org/10.54541/reviem.v1i2.10>
- [43] Vásquez, C. y Alsina, Á. (2017). Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. *Revista Bolema*, v. 31, n. 57, p. 454-478. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a22>



- [44] Vásquez, C. y Alsina, Á. (2019). Observing mathematics teaching practices to promote professional development: An analysis of approaches to probability. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(3), 719-733. <https://doi.org/10.29333/iejme/5866>
- [45] Vásquez, C., Alsina, Á., Pincheira, N. G., Gea, M. M., y Chandía, E. (2020a). Construcción y validación de un instrumento de observación de clases de probabilidad. *Enseñanza de las Ciencias*, 38(2), 25-43. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2820>.
- [46] Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata, C., y Alsina, Á. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. *Cadernos Cenpec*, 8(1), 154-179.
- [47] Vásquez, C., Rodríguez-Muñiz, L., Muñiz-Rodríguez, L., y Alsina, A. (2020c). ¿Cómo promover la alfabetización probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Secundaria. *Revista Números*, 104, 239-260.
- [48] Vásquez, C., Ruz, F., y Martínez, M. V. (2020b). Recursos virtuales para la enseñanza de la estadística y la probabilidad: un aporte para la priorización curricular chilena frente a la pandemia de la COVID-19. *Tangram – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 159-183.
- [49] Vásquez, C., y Alsina, Á. (2021). Analysing Probability Teaching Practices in Primary Education: What Tasks do Teachers Implement? *Mathematics*, 9(19), 2493. <https://doi.org/10.3390/math9192493>
- [50] Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and language*. MIT Press.
- [51] Yost, P., Siegel, A. y Andrews, J. (1962). Non verbal probability judgement by young children. *Child Development*, 33(4), 769-780.