



Madera y bosques

ISSN: 1405-0471

ISSN: 2448-7597

Instituto de Ecología A.C.

Hernández-Ramos, Jonathan; Valdez-Hernández, Juan Ignacio; García-Cuevas, Xavier;  
Quiñonez-Barraza, Gerónimo; Reyes-Hernández, Valentín José; Hernández-Ramos, Adrián

Modelos altura-diámetro con efectos mixtos para  
*Lysiloma latisiliquum* (L) Benth. en Quintana Roo, México

Madera y bosques, vol. 26, núm. 2, e2622046, 2020

Instituto de Ecología A.C.

DOI: 10.21829/myb.2020.2622046

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=61763413004>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en [redalyc.org](http://redalyc.org)

UNAM [redalyc.org](http://redalyc.org)

Sistema de Información Científica Redalyc

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso  
abierto

## Modelos altura-diámetro con efectos mixtos para *Lysiloma latisiliquum* (L) Benth. en Quintana Roo, México

### Height-diameter models with mixed effects for *Lysiloma latisiliquum* (L) Benth. in Quintana Roo, Mexico

Jonathan Hernández-Ramos<sup>1, 2\*</sup>, Juan Ignacio Valdez-Hernández<sup>2</sup>, Xavier García-Cuevas<sup>1</sup>, Gerónimo Quiñonez-Barraza<sup>3</sup>, Valentín José Reyes-Hernández<sup>2</sup> y Adrián Hernández-Ramos<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Chetumal. Chetumal, Quintana Roo, México.

<sup>2</sup>Colegio de Postgraduados. Campus Montecillo. Texcoco, Estado de México, México.

<sup>3</sup>Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Valle del Guardiana. Durango, Durango, México.

<sup>4</sup>Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Saltillo. Saltillo, Coahuila, México.

\* Autor de correspondencia. forestjonathanhdez@gmail.com

### Resumen

El objetivo fue determinar el modelo alométrico con efectos mixtos que mejor describe la relación altura total-diámetro normal ( $A-d$ ) para árboles de *Lysiloma latisiliquum* en Quintana Roo, México. Con 2214 pares de datos  $A-d$  obtenidos del Inventario Nacional Forestal y de Suelos (2004-2009), se calculó el índice de esbeltez (IE:  $A/d$ ) y se ajustaron seis modelos locales; posterior a la elección del mejor modelo se incluyeron bajo el enfoque de modelos de

efectos mixtos las covariables de conglomerado, diámetro de copa ( $dc$ ), altura de fuste limpio ( $Af$ ), municipio ( $M$ ), tipo vegetación primaria ( $Vp$ ) y altitud, para mejorar el ajuste. El  $IE$  disminuye a medida que aumentan las dimensiones del arbolado. El modelo de Hossfeld (1822) con la inclusión de la covariable de conglomerado en el parámetro  $a_0$  resultó ser el mejor para describir la relación  $A-d$ , ya que explica más de 70% de la variabilidad muestral y tiene un sesgo de 0.00013 m. Además, al contrastar las estimaciones con datos de una muestra independiente, no se observaron diferencias significativas a un nivel de 99% de confiabilidad. La inserción de las diferentes condiciones ambientales y de crecimiento, modifican la relación alométrica  $A-d$  en *Lysiloma latisiliquum* en los bosques tropicales de Quintana Roo, México y los modelos mixtos mostraron ser una opción de mejora estadística y precisión en la estimación.

**Palabras clave:** alometría, bosque tropical, manejo forestal, modelos mixtos, tzalam.

## Abstract

The aim was to determine the better allometric model with mixed effects that describes the total height-normal diameter ( $A-d$ ) relation for *Lysiloma latisiliquum* trees in Quintana Roo, Mexico. The slenderness index ( $IE$ :  $A/d$ ) and six local models were adjusted from 2214 pairs of  $A-d$  data obtained from the National Forest and Soil Inventory (2004-2009); to improve the fit and after the selection of the best model, the covariates conglomerate, canopy diameter ( $dc$ ), clean stem height ( $Af$ ), municipality ( $M$ ), primary vegetation type ( $Vp$ ) and altitude, were included under the mixed effects models approach. The  $IE$  decreases as the dimensions of the trees increase. The Hossfeld's model (1822) with the inclusion of the conglomerate covariate in the parameter  $a_0$  proved to be the best for describing the  $A-d$ , since it explains more than 70% of the sample

variability and has a bias of 0.00013 m. Furthermore, when comparing the estimates with data from an independent sample, no significant differences were observed at a 99% level of reliability. The insertion of the different environmental and growth conditions modifies the allometric relationship  $A-d$  in *Lysiloma latisiliquum* in the tropical forests of Quintana Roo, Mexico, and the mixed models showed to be an option of statistical improvement and precision in the estimation.

**Keywords:** allometry, tropical forest, forest management, mixed models, tzalam.

## Introducción

La alometría, se define como el análisis de la relación de proporción entre las distintas medidas o los aumentos relativos de un organismo (Goukd, 1966; Gayon, 2000) y permite predecir la dimensión de una variable a través de cualquier otra en un mismo individuo (Dietze, Wolosin y Clark, 2008). En el área forestal, se ha modelado la relación alométrica entre variables de diámetro normal ( $d$ ), diámetro de tocón ( $dt$ ) (Benítez-Naranjo, Rivero-Vega, Vidal-Corona, Rodríguez-Rodríguez y Álvarez-Rivera, 2004; Pompa-García, De los Santos-Posadas, Zepeda-Bautista y Corral-Rivas, 2011; Hernández-Ramos *et al.*, 2016), altura total ( $A$ ) (Martínez-López y Acosta-Ramos, 2014; García *et al.*, 2017), volumen ( $V$ ) (Quiñonez, Cruz, Vargas y Hernández, 2012; García-Cuevas *et al.*, 2017); biomasa aérea ( $B$ ) y carbono acumulado ( $C$ ) (Avendaño, Acosta, Carrillo y Etchevers, 2009; Razo-Zárate, Gordillo-Martínez, Rodríguez-Laguna, Maycotte-Morales y Acevedo-Sandoval, 2013). En particular, la  $A$  y el  $d$  son cruciales para la planeación de los programas de manejo en los bosques, debido a que son las variables más

registradas en los inventarios forestales y están correlacionadas entre sí (Prodan, Peters, Cox y Real, 1997).

En México, la relación alométrica entre  $A-d$  ha sido analizada para *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. en el occidente del estado de Hidalgo y Nanacamilpa, Tlaxcala (Hernández *et al.*, 2015; Guerra-De la Cruz *et al.*, 2019), *P. pseudostrobus* Lindl. en la Comunidad Indígena de San Juan Nuevo Parangaricutiro, Michoacán (Hernández-Ramos *et al.*, 2018a; Hernández-Ramos *et al.*, 2018b) y *P. montezumae* Lamb. en Nanacamilpa, Tlaxcala (Guerra-De la Cruz *et al.*, 2019), por mencionar algunos; sin embargo, la información es escasa para especies tropicales, ya que solo se reportan para *P. chiapensis* Martínez-Andresen, *Cinnamomum* sp. y *Melia azedarach* L. establecidas en plantaciones forestales de Tlapacoyan, Veracruz (Castillo-Gallegos, Jarillo-Rodríguez y Escobar-Hernández, 2018), ya sea mediante modelos locales generalizados, o bajo el enfoque de modelos de efectos mixtos (MEM) (Corral-Rivas, Álvarez-González, Crecente-Campo y Corral-Rivas, 2014).

Los MEM, a diferencia de los ajustes tradicionales por mínimos cuadrados ordinarios (MCO), tienen la particularidad de agrupar la variabilidad de la información por variable de clasificación dentro del ajuste estadístico, al emplear covariables adicionales al modelo empleado (García y Rapelli, 2011; Seoane, 2014). Esta variabilidad particular, que se incluye dentro de la formulación del modelo al considerar tanto parámetros fijos que son comunes a la muestra como aleatorios que son particulares para cada nivel de agrupación y en donde los niveles múltiples de clasificación compensan las diferencias en los grados de libertad en la estructura de los modelos ajustados (De los Santos-Posadas, Montero-Mata y Kannien, 2006) y mejoran

significativamente la modelación de la relación alométrica  $A-d$  (Corral-Rivas *et al.*, 2014; Corral, Silva y Quiñonez, 2019).

La mejora estadística de la aplicación de los MEM se ha documentado al incluir covariables adicionales a los ajustes; por ejemplo, los trabajos de Stankova y Duéñez-Aranda (2013) en *Pinus sylvestris* L., cubriendo distintas regiones de Bulgaria; Corral-Rivas *et al.* (2014), al ajustar esta relación a 25 especies en un bosque mixto en Durango, México; Petrás, Bosela, Mecko, Oszlányi y Popa (2014), quienes ajustan a *Picea abies* Karst., *Abies alba* L. y *Fagus sylvatica* L. ecuaciones altura-diámetro en bosques de Eslovaquia; Ercanli (2015), al modelar la altura a través del diámetro en *Fagus orientalis* Lipsky en el noroeste de Turquía; y Sharma, Vacek y Vacek (2016), quienes ajustaron la relación en bosques mixtos de *Quercus petraea* (Matt.) Liebl y *Acerce europeo* Miller en la República Checa.

*Lysiloma latisiliquum* (L) Benth. ('tzalám') es una especie que crece en los bosques tropicales sub-caducifolios secos próximos a las costas y sobre suelo calizo, preferentemente calcáreos de textura franca con buen drenaje (Pennington y Sarukhán, 2016). La especie se distribuye de manera natural en Cuba, Haití, Puerto Rico, República Dominicana, Las Bahamas, sur de Florida, EE. UU., México, Belice y Guatemala entre los 0 m y 400 m de altitud (Betancourt, 1987; Organización Internacional de las Maderas Tropicales [OIMT], 2012).

Los árboles alcanzan hasta 20 m de altura total ( $A$ ) y 120 cm de diámetro normal ( $d$ ) (Betancourt, 1987; Pennington y Sarukhán, 2016), pero comúnmente suelen tener 30 cm de  $d$  en promedio (Negreros-Castillo y Martínez, 2011); la especie es de importancia para los aprovechamientos forestales en la Península de Yucatán (Synnott, 2009) y la industria del aserrío en Quintana Roo (Instituto Nacional de Estadística y Geografía [Inegi], 2017), por su madera preciosa y de

densidad alta ( $0.70 \text{ g/cm}^3$  a  $0.88 \text{ g/cm}^3$ ) (Comisión Nacional Forestal [Conafor], 2008; OIMT, 2012). Además, es una planta ornamental que suele utilizarse como alimento para el ganado en temporada de estiaje (Betancourt, 1987; Baldizán *et al.*, 2008).

La información silvícola documentada para *L. latisiliquum* va desde la estimación de volúmenes totales y de fuste limpio en Quintana Roo y Campeche (De los Santos, 1976; Patiño, López y Gómez, 1994), tasas de crecimiento e incremento en diámetro para bosques secundarios de Escárcega, Campeche (López-Torres y Tamarit-Urias, 2005), crecimiento y repoblación en bosques de Quintana Roo (Negreros-Castillo y Martínez, 2011), un sistema biométrico en Quintana Roo (Vargas-Larreta *et al.*, 2017) y la representación cuantitativa de la relación entre el  $dt$  con el  $d$ , así como de  $A$  y volumen ( $v$ ) (García *et al.*, 2017); sin embargo, no se cuenta con información sobre la relación entre la  $A$  y el  $d$ , aun cuando éstas variables son fundamentales para la elaboración de planes de manejo forestal (Prodan *et al.*, 1997). Así como por la importancia que tiene la especie en Quintana Roo (Synnott, 2009) y la relación alométrica  $A-d$  en los aprovechamientos forestales (Prodan *et al.*, 1997).

## Objetivos

Determinar el modelo alométrico con efectos mixtos que mejor describe la relación altura total-diámetro normal ( $A-d$ ) para árboles de *Lysiloma latisiliquum* en Quintana Roo, México; planteando la hipótesis que el modelo con inclusión de efectos mixtos tiene un ajuste superior en comparación con la forma tradicional.

## Materiales y métodos

**Área de estudio.** Quintana Roo se ubica en el sureste mexicano con características topográficas de lomeríos bajos y llanuras rocosas, con clima cálido sub-húmedo (Aw), temperatura media anual de 26 °C y precipitación media de 1300 mm (Inegi, 2016). Estas condiciones propician el desarrollo de selvas; baja caducifolia y mediana sub-perennifolia (Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales-Conafor [Semarnat-Conafor], 2014), donde se focalizó el estudio.

**Datos.** La información utilizada incluye datos de altura total ( $A$ ), diámetro normal ( $d$ ), diámetro de copa ( $dc$ ) y altura de fuste limpio ( $Af$ ) de 2214 árboles y obtenida de 175 conglomerados del Inventario Nacional Forestal y de Suelos (2004-2009) para el estado de Quintana Roo, además del municipio ( $M$ ), tipo de vegetación primaria ( $Vp$ ): selva baja caducifolia o selva mediana sub-perennifolia; y altitud del conglomerado (Conafor, 2016). En la muestra se tienen diámetros normales de entre 7.5 cm y 80 cm, con alturas totales que van de 7 m a 22 m (Tabla 1).

Los registros tanto del diámetro de copa ( $dc$ ), como de la altura de fuste limpio se agruparon en categorías de un metro, con el fin de reducir su variabilidad dentro de los análisis estadísticos como covariables (e.g. un árbol de 1.48 m de diámetro de copa pertenece a la categoría de 1 m y un árbol de 2.54 m de altura, pertenece a la categoría de 3 m).

Para comprender con mayor detalle la relación entre la altura total-diámetro normal ( $A-d$ ) y conocer la estabilidad mecánica de la especie, se determinó el índice de esbeltez ( $IE$ ) definido como la relación de proporcionalidad entre la altura total y el diámetro normal de los árboles ( $A/d$ ) (Nájera-Luna y Hernández-Hernández, 2018; Hernández *et al.* 2018c). Para representar la tendencia de este índice, se agruparon los 2214 registros de árboles por categoría diamétrica a



cada 5 cm (*Cd*: e.g. 5, 10, 15, 20,...) para reducir la variabilidad (16 pares de datos en total) y ajustar un modelo de tipo alométrico [1].

$$IE = a_0 \cdot Cd^{a_1} \quad [1]$$

Donde:

*IE*: índice de esbeltez (*A/d*)

*Cd*: categoría diamétrica

$a_n$ : parámetros a estimar

**Modelos locales *A-d*.** Se ajustaron seis modelos de tipo local *A-d* reportados en la literatura (Hossfeld, 1822; Weibull, 1951; Burkhart y Strub, 1974; Bates y Watts, 1980; Kiviste, Álvarez, Rojo y Ruiz, 2002; Da Cunha y Guimarães, 2009; Uzoh, 2017) en el programa *R*® por medio del paquete para modelos no lineales (*nl*) y el método de máxima verosimilitud (*ML*) (R core Team, 2015) (Tabla 2).

El ajuste estadístico y selección del modelo de mejor ajuste se realizó a través de la significancia de los parámetros ( $p < 0.05$ ), el mayor valor del coeficiente de determinación ( $R^2$ ) y los menores valores en los errores estándar aproximados (*Eea*) de los parámetros, así como en los criterios de información de Akaike (*AIC*) y Bayesiano (*BIC*), por sus siglas en inglés (Corral-Rivas *et al.*, 2014; Guerra-De la Cruz *et al.*, 2019). Además, se verificaron los supuestos de normalidad de los errores mediante la tendencia lineal de los cuantiles con respecto a los residuales estandarizados, así como la homocedasticidad de los residuales (SAS Institute Inc., 2014).

**Modelos de efectos mixtos A-d.** Para verificar la existencia de diferencias significativas en cada covariable por incluir al mejor modelo local bajo el enfoque de efectos mixtos: entre conglomerados, municipios ( $M$ ) y altitudes, tipos de vegetación primaria ( $Vp$ ) y categorías diamétricas ( $CD$ ), así como entre clases de copa ( $Cc$ ) y alturas de fuste limpio ( $Af$ ), se utilizó un modelo lineal generalizado ( $GLM$ , por sus siglas en inglés) (Gil, 2001) a un nivel de confiabilidad de 95% ( $p = 0.05$ ) mediante la prueba de hipótesis del error tipo I (Minitab, 2019).

Con el fin de explicar la aportación de las covariables en la relación *A-d*, dentro del mejor modelo de tipo local fueron incluidos los efectos, para después ser ajustados como efectos mixtos en  $R^{\circ}$  con el procedimiento *nlme* y la técnica *ML*. En el ajuste se incluyó una estructura de correlación de orden de media móvil de autocorrelación ( $corARMA(p,q)$ ) para eliminar y/o disminuir la correlación entre las variables, donde  $p$  son los enteros no negativos de orden autorregresivo y  $q$  el orden de promedio móvil de la estructura *ARMA*, lo cual en ambos casos son predeterminados a cero (Pinheiro y Bates, 2000; R core Team, 2015). De esta forma, se incluirá individualmente el efecto en cada uno de los parámetros del modelo y se realizarán modificaciones para verificar cuál explica mejor la variabilidad de la muestra (Calama y Montero, 2004; Castedo, Diéguez-Aranda, Barrio, Sánchez y Von Gadow, 2006).

La selección del mejor modelo con efectos mixtos se realizó de igual forma que en los modelos anteriores, al considerar la significancia de sus parámetros ( $p < 0.05$ ), valores altos del  $R^2$ , así como valores bajos de *AIC* y *BIC* (Corral-Rivas *et al.*, 2014; Guerra-De la Cruz *et al.*, 2019). Aun cuando la modelación bajo el enfoque de efectos mixtos asume una distribución normal con media igual a cero y una matriz de varianzas-covarianzas representada con la expresión 8 y que engloba toda la variabilidad de la muestra utilizada (Littell, Milliken, Stroup, Wolfinger y

Schabenberger, 2006), se verificaron en el mejor modelo los supuestos de normalidad de los errores donde la tendencia hacia una línea recta es lo deseable y la homocedasticidad de los residuales para verificar que no se tenga un aumento en los residuales a medida que a variable estimada incrementa (SAS Institute Inc., 2014).

$$Var[Y] = R = R_{\mu}^{0.5} A R_{\mu}^{0.5} \quad (8)$$

Donde  $R_{\mu}$  es una matriz diagonal cuya  $i$  es un elemento diagonal  $Var(\mu)$  es la función de varianza para el observación  $i$ ;  $R_{\mu}^{0.5}$  es una matriz diagonal de raíces cuadradas de los elementos correspondientes de  $R_{\mu}$ ; y  $A$  es la matriz de parámetros de escala.

**Capacidad de predicción de los modelos y validación de sus ajustes.** La precisión de los ajustes se verificó a través del sesgo promedio de los residuales ( $E$ , m) y la diferencia agregada expresada en porcentaje ( $DA$ , %), que buscan menores valores en las desviaciones de las predicciones obtenidas con el mejor modelo respecto de los datos reales (Prodan *et al.*, 1997; Lencinas y Mohr-Bell, 2007).

Con el propósito de realizar una validación estadística del modelo de efectos mixtos seleccionado como el mejor, se utilizaron 4682 pares de datos  $A-d$  obtenidos de diversos estudios en nueve ejidos del estado de Quintana Roo (Calakmul, Chan Santa Cruz, Dzula, Nuevo Becal, Nuevo Tabasco, Petcacab, Pimienta, San Felipe Bacalar e Xyatil); con estos datos, los cuales fueron independientes al ajuste, se efectuó una comparación de medias a 99% de confiabilidad (prueba de  $t$ ) asumiendo medias iguales (R core Team, 2015; Martínez, Sánchez y Faulin, 2006).

## Resultados

El índice de esbeltez (*IE*) disminuye con el aumento en las dimensiones del arbolado, lo cual ocasiona que el individuo sea más estable a daños mecánicos causados por vientos o huracanes, y de forma implícita disminuye el crecimiento y la relación alométrica; *i.e.* un árbol con diámetro normal de 35 cm tiene un *IE* de 0.43, mientras que para otro con diámetro de 60 cm se tiene un *IE* de 0.32 m (Fig. 1).

El ajuste de los modelos locales *A-d*, revela parámetros significativos en todos los modelos ( $p < 0.001$ ), valores de  $R^2$  que explican más de 44% en la variabilidad de la muestra; sin embargo, el modelo 3 (Hossfeld, 1822) es el que tiene los mejores ajustes estadísticos, el mayor valor de  $R^2$  y los menores valores de *AIC* y *BIC*, así como los más bajos errores estándar aproximados (*Eea*) para los parámetros estimados (Tabla 3).

Además de lo anterior, el modelo Hossfeld (1822) de tres parámetros se ajusta mejor a los registros de *A-d* que los modelos de dos parámetros, los cuales tienden a subestimar la *A* (Burkhardt y Strub, Vestjordet-1-Neslund, Bates y Watts), mientras que las expresiones de tres parámetros se apegan de mejor forma a la tendencia de la información (Fig. 2).

El modelo Hossfeld (1822), cumple satisfactoriamente con los supuestos de regresión: normalidad de los datos (tendencia lineal entre los cuantiles y los residuales estandarizados, Fig. 3a) y homocedasticidad de los residuales (distribución homogénea, Fig. 3b).

Debido a que no existieron diferencias significativas entre los dos tipos de vegetación ( $p > 0.05$ ), la covariable *Vp* es la única que no se incluyó en el ajuste de modelos mixtos (Tabla 4).

Al ajustar por MEM el modelo Hossfeld (1822) en sus tres variantes

$$\left[ \begin{array}{l} A = 1.3 + \left( \frac{d^2}{(a_0+u)+a_1 \cdot d+a_2 \cdot d^2} \right) \\ A = 1.3 + \left( \frac{d^2}{a_0+(a_1+u) \cdot d+a_2 \cdot d^2} \right) \\ A = 1.3 + \left( \frac{d^2}{a_0+a_1 \cdot d+(a_2+u) \cdot d^2} \right) \end{array} \right],$$

los resultados señalan que el parámetro  $a_0$  de las covariables conglomerado y municipio, así como en el parámetro  $a_2$  de conglomerado y los parámetros  $a_0$ , al incluir la clase de copa como variable de clasificación, no fueron significativos ( $p < 0.05$ ) (Tabla 5).

Los ajustes con efectos mixtos indican mayores valores del coeficiente de determinación, con respecto al modelo general Hossfeld (1822) (ver Tabla 3), al incluir las covariables tales como municipio y altitud ( $R^2 = 0.49 - 0.50$ ; modelos 3.4 al 3.9), clase de copa y altura de fuste limpio ( $R^2 = 0.50 - 0.58$ ; modelos 3.13 al 3.18), así como conglomerado ( $R^2 = 0.64 - 0.72$ ; modelos 3.1 al 3.3) (Tablas 5 y 6). Por lo anterior, y debido a que el modelo 3.3 tiene un parámetro no significativo ( $p > 0.05$ ; Tabla 5), el modelo 3.2 con un sesgo promedio de los residuales ( $E$ ) menor a la milésima y una diferencia agregada ( $DA$  %) inferior a 1% (Tabla 6) se destaca como el mejor bajo el enfoque de efectos mixtos.

El modelo 3.2 Hossfeld seleccionado como el mejor bajo el enfoque de efectos mixtos y las estimaciones con una muestra independiente (4682 pares de datos  $A-d$ ), obtenida de nueve ejidos en el estado de Quintana Roo, fueron estadísticamente iguales ( $t = 4.475$ ;  $p = 0.01$ ) (Fig. 4).

## Discusión

El aprovechamiento de especies tropicales de madera dura en Quintana Roo toma en cuenta un diámetro mínimo de corta ( $DMC$ ) de 35 cm (Vester y Navarro, 2007; Gallegos *et al.*, 2012), en

el cual se tiene un índice de esbeltez de 0.43, valor que fue inferior al reportado para *Swietenia macrophylla* King ( $IE = 0.51$ ) en Quintana Roo (Hernández *et al.*, 2018), especie guía en el aprovechamiento forestal y en la que se basan las actividades silvícolas dentro del bosque tropical (Synnott, 2009), lo que sugiere una forma geométrica del fuste tipo ‘paraboloide’ en árboles de *Lysiloma latisiliquum* (Arias, 2004).

Este índice de esbeltez es debido a su relación con la tensión del crecimiento donde las fibras son cortas (Vignote, Molinero, Gerard y Diez, 1996), lo que ocasiona que la especie o especies puedan ser más estable a daños mecánicos por vientos, lluvias y/o huracanes, así como a intervenciones silvícolas en donde la apertura de claros sea intensiva; sin embargo, con un incremento en diámetro promedio (0.2 y 0.5 cm año<sup>-1</sup>) (López-Torres y Tamarit-Urias, 2005; Negreros-Castillo y Martínez, 2011; Pineda-Herrera, Carreón-Santos, Valdez-Hernández y Interián-Ku, 2019) inferior al de especies tendientes a una forma tipo ‘cilindro’ y de rápido crecimiento como *S. macrophylla* (0.69 cm año<sup>-1</sup>) (Hernández-Ramos, Valdez-Hernández, García-Cuevas, Tadeo-Noble y Reyes-Hernández, 2020).

El modelo 3.2 Hossfeld explicó mejor la relación  $A-d$  para árboles de *Lysiloma latisiliquum* en Quintana Roo, México, debido a que su ajuste bajo el enfoque de efectos mixtos fue estadísticamente superior en comparación con la forma tradicional. Esto es debido a que al agrupar la información e incluirla como una covariable bajo dicho enfoque de efectos mixtos, la varianza se reduce y se hace más homogénea (García y Rapelli, 2011), por asumir que la varianza es específica para cada agrupación y nivel de clasificación (Quevedo, Jerez, Moret y Noguera, 2010; Seoane, 2014); además, se compensan las diferencias en los grados de libertad del modelo a distintos niveles (De los Santos-Posadas *et al.*, 2006), situación que se refleja

directamente en el aumento de los valores del coeficiente de determinación ( $R^2$ ) y la reducción en los criterios de información AIC y BIC con respecto al modelo general. La mejora estadística que se tuvo en este trabajo al agrupar la información por covariable concuerda con las mejoras reportadas por Arias (2004) en seis especies tropicales de Costa Rica, al incluir en el modelo Wenk, Antanaitis y Smelko (1990) la densidad del rodal como una covariable ( $R^2$  de 0.82 a  $>0.90$ ).

De acuerdo con las evidencias estadísticas, el modelo 3.2 Hossfeld es confiable para realizar estimaciones de altura total a través del diámetro normal en los bosques naturales de *Lysiloma latisiliquum* en el estado de Quintana Roo, tal y como lo demuestran Arias (2004) al obtener un máximo en el valor de  $R^2$  de 0.64 en seis especies maderables en Costa Rica; Ercanli, (2015) de 0.85 en *Fagus orientalis* Lipsky en Tukey; Castillo-Gallegos *et al.* (2018) con valores de 0.78, 0.49 y 0.35 para las especies de *Cinnamomum sp*, *Melia azedarach* L. y *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen, respectivamente. Además, con ello se pueden reducir tiempos y esfuerzos en el levantamiento de la información de campo en los inventarios forestales, así como realizar estimaciones de altura acordes con las condiciones de la vegetación para la elaboración de planes de manejo forestal.

## Conclusiones

La variabilidad de las condiciones ambientales y de crecimiento modifican la relación entre la altura total y el diámetro normal en *Lysiloma latisiliquum* en los bosques tropicales de Quintana Roo, México, por lo que utilizar un modelo ajustado de forma tradicional que no incluya los efectos mencionados deja de ser una alternativa confiable para modelar dicha relación.

El ajuste de modelos de altura total y diámetro normal bajo el enfoque de efectos mixtos en *L. latisiliquum*, demostró que es una opción de mejora estadística y precisión en la estimación de la altura total a través del diámetro normal en árboles de esta especie que crecen en bosques tropicales de Quintana Roo, México.

El modelo propuesto (Hossfeld 3.2) es una alternativa de ahorro en tiempo y recursos para el registro de la altura total en los inventarios forestales de *L. latisiliquum* en Quintana Roo; además, el índice de esbeltez puede ser incluido como parámetro de estabilidad mecánica para justificar tratamientos a rodales de esta especie y planear las actividades silvícolas dentro de los programas de manejo forestal propuestos.

## Referencias

- Arias, D. (2004). Estudio de las relaciones altura-diámetro para seis especies maderables utilizadas en programas de reforestación en la Zona Sur de Costa Rica. *Revista Forestal Kurú*, 1(2), 1-11.
- Avendaño, H., D., Acosta M., M., Carrillo A., F., & Etchevers B., J. (2009). Estimación de biomasa y carbono en un bosque de *Abies religiosa*. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 32(3), 233-238.
- Baldizán, A., Clavero T., Cova L. J., Domínguez C., García D. E. & Medina M. G. (2008). Caracterización nutritiva del follaje de seis especies forrajeras con énfasis en sus perfiles polifenólicos. *Revista Científica*, 18(2), 188-196.



- Bates, D. M., & Watts, D. G. (1980). Relative curvature measures of nonlinearity. *Journal of the Royal Statistical Society*, 42, 1–16.
- Benítez-Naranjo, J. Y., Rivero-Vega, M., Vidal-Corona, A., Rodríguez-Rodríguez, J., & Álvarez-Rivera, J. C. (2004). Estimación del diámetro normal a partir del diámetro del tocón en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst. de la provincia Camagüey, Cuba. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 10(1), 25-30.
- Betancourt, B. A. (1987). *Silvicultura especial de árboles maderables tropicales*. Ed. Científico-Técnica.
- Burkhardt, H. E., & Strub, M. R. (1974). A model for simulation of planted loblolly pine stands. En J. Fries. (Ed.). *Growth models for tree and stand simulation* (pp. 128-135). Estocolmo, Suecia: Royal College of Forestry, Department of Forest Yield Research.
- Calama, R., & Montero, G. (2004). Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. *Canadian Journal of Forest Research*, 34(1), 150-163. doi: 10.1139/x03-199
- Castedo, F., Diéguez-Aranda, U., Barrio, M., Sánchez, M. & Von Gadow, K. (2006). A generalized height-diameter model including random components for radiata pine plantations in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management*, 229, 202-213. doi: 10.1016/j.foreco.2006.04.028
- Castillo-Gallegos, E., Jarillo-Rodríguez, J., & Escobar-Hernández, R. (2018). Diameter-height relationships in three species grown together in a commercial forest plantation in eastern

- tropical Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 24(1), 33-48. doi: 10.5154/r.rchscfa.2017.05.033
- Comisión Nacional Forestal [Conafor] (2008). *Fichas técnicas sobre características tecnológicas y usos de maderas comercializadas en México*. Tomo I. Zapopan, Jalisco, México.
- Comisión Nacional Forestal [Conafor] (2016). *Inventario Nacional Forestal y de Suelos (INFyS 2004-2009)*. Comisión Nacional Forestal. Recuperado de <https://datos.gob.mx/busca/dataset?theme=Energ%C3%ADa+Y+Medio+Ambiente&organization=conafor>.
- Corral-Rivas, S., Álvarez-González, J. G., Crecente-Campo F., & Corral-Rivas, J. J. (2014). Local and generalized height-diameter models with random parameters for mixed, uneven-aged forests in Northwestern Durango, Mexico. *Forest Ecosystems*, 1(6), 1-9. doi: 10.1186/2197-5620-1-6
- Corral R., S., Silva A., A. M., & Quiñonez B., G. (2019). Modelo generalizado no-lineal altura-diámetro con efectos mixtos para siete especies de *Pinus* en Durango, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 10(53), 86-117.
- Da Cunha y Guimarães (2009). Modelo de regresión para estimar el volumen total con corteza de árboles de *Pinus taeda* L. en el sur de Brasil. *Revista Forestal Mesoamericana Kurú*, 6(16), 26-40.
- De los Santos, V. M. (1976). *Tablas de volumen para montes de la Península de Yucatán*. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Méx.

- De los Santos-Posadas, H. M., Montero-Mata, H., & Kannien, M. (2006). Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Exell en Costa Rica. *Agrociencia*, 40, 521-532.
- Dietze, M. C., Wolosin, M. S. & Clark, J. S. (2008). Capturing diversity and interspecific variability in allometries: A hierarchical approach. *Forest Ecology and Management*, 256(11), 1939–1948.
- Ercanli, Í. (2015). Nonlinear mixed effect models for predicting relationships between total height and diameter of Oriental beech trees in Kestel, Turkey. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 21(1), 185-202. doi: 10.5154/r.rchscfa.2015.02.006
- Gallegos, R., A., Sánchez D., M., González C., G. A., Román M., L., Hernández A., E., & Mora S., A. (2012). Diagnóstico del potencial, productividad y manejo de especies nativas maderables tropicales con alto potencial comercial: Capítulo 2. Proyecto ITTO PD 385/05 Rev. 4 (I.F.). Guadalajara, Jalisco, México.
- García-Cuevas, X., Hernández-Ramos, J., García-Magaña, J. J., Hernández-Ramos, A., Herrera-Ávila, V., González-Peralta, A., & Garfias-Mota, E. J. (2017). Predicción de diámetro normal, altura y volumen de *Abies religiosa* a partir del diámetro del tocón. *Madera y bosques*, 23(3), 61-70. doi: 10.21829/myb.2017.2331528
- García, C. X., Hernández, R. J., Hernández, R. A., Quiñonez, B. G., Tamarit, U., J. C. & García, E., G. G. (2017). Predicción del diámetro normal, altura y volumen a partir del diámetro del tocón en especies tropicales. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 8(43), 1-25.

- García, M. C., & Rapelli, C. (2011). Selección de un modelo no lineal mixto de niveles múltiples para modelar el crecimiento de la soja. *Revista FABICIB*, 15, 11-22.
- Gayon, J. (2000). History of the concept of allometry. *American Zoologist*, 40(5), 748–758.
- Gil, J. L. (2001). Comparación de los procedimientos GLM y MIXED del SAS® para analizar diseños de parcelas divididas con bloques al azar. *Zootecnia Tropical*, 19(1), 43-58.
- Gould, S., J. (1966). Allometry and size in ontogeny and phylogeny. *Biological Reviews*, 41(4), 587–638. 23. doi: 10.1111/j.1469-185x.1966.tb01624.x
- Guerra-De la Cruz, V., Islas-Gutiérrez, F., Flores-Ayala, E., Acosta-Mireles, M., Buendía-Rodríguez, E., Carrillo-Anzures, F., Tamarit-Urías, J. C., & Pineda-Ojeda, T. (2019). Modelos locales altura-diámetro para *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. en Nanacamilpa, Tlaxcala. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 10(51), 133-156. doi: 10.29298/rmcf.v10i51.407
- Hernández, R., J., Hernández R., A., García C., J., Martínez A., L., Tamarit U., J. C., & García E., G. G. (2018). Sistema compatible de ahusamiento-volumen comercial para *Swietenia macrophylla* King (caoba) en Quintana Roo, México. *Madera y Bosques*, 24(3), e2431441. doi: 10.21829/myb.2018.2431441
- Hernández-Ramos, J., De los Santos-Posadas, H. M., Valdéz-Lazalde, J. R., Tamarit-Urías, J. C., Ángeles-Pérez, G., Hernández-Ramos, G., Méndez-Lopez, B., & Peduzzi, A. (2018c). Estimación del volumen comercial en plantaciones de *Eucalyptus urophylla* con modelos de volumen total y de razón. *Agrociencia*, 51, 561-580.

- Hernández-Ramos, J., García-Magaña, J. J., García-Cuevas, X., García-Espinoza, G. G., Hernández-Ramos, A., Muñoz-Flores, H. J., & Martínez-Salvador, M. (2018a). Ecuaciones generalizadas altura-diámetro para bosques de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. *Madera y Bosques*, 24(2), e242494. doi: 10.21829/myb.2018.242494
- Hernández Ramos, J., García Cuevas, X., García Magaña, J. J., Muñoz Flores, H. J., Velarde Ramírez, J. C., & Olvera Delgadillo, E. H. (2016). Factores de proporción y ecuaciones de diámetro normal a partir del tocón para *Pinus greggii* Engelm. *Revista mexicana de ciencias forestales*, 7(35), 7-18.
- Hernández-Ramos, J., García-Magaña, J. J., Hernández-Ramos, A., García-Cuevas, X., García-Espinoza, G. G., Muñoz-Flores, H. J., & Sáenz-Reyes, J. T. (2018b). Ecuaciones locales de altura-diámetro para *Pinus pseudostrobus* Lindl. *Ecosistemas y Recursos Agropecuarios*, 5(13), 15-23.
- Hernández, R., J., García C., X., Hernández R., A., García M., J. J., Muñoz F., H. J., Flores L., C., & García E., G. G. (2015). Ecuaciones altura-diámetro generalizadas para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el estado Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 6(31), 31-42.
- Hernández-Ramos, J., Valdez-Hernández, J. I., García-Cuevas, X., Tadeo-Noble, A. E., & Reyes-Hernández, J. V. (2019). Mediciones periódicas del diámetro normal para estimar la edad de *Swietenia macrophylla* King en el Sureste mexicano. *Revista de Biología Tropical* 68(1), 200-217. doi: 10.15517 / RBT.V68I1.37725

- Hossfeld, J. W. (1822). *Mathematik für forstmeister, ökonomen und cameralisten*. Gotha, German.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía [Inegi] (2016). *Anuario estadístico y geográfico de Quintana Roo 2016*. Inegi. Ciudad de México. 410 p. Recuperado de [http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod\\_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva\\_estruc/anuarios\\_2016/702825084370.pdf](http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva_estruc/anuarios_2016/702825084370.pdf)
- Inegi (2017). *Anuario estadístico y geográfico de Quintana Roo 2017*. Inegi. Aguascalientes, México.
- Kiviste, A., J. G., Álvarez, G., Rojo, A. A., & Ruiz G., A. D. (2002). *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*. La Coruña, España: Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimenticia. Ministerio de Ciencia y Tecnología.
- Lencinas, J., D., & Mohr-Bell, D. (2007). Estimación de clases de edad de las plantaciones de la provincia de Corrientes, Argentina, con base en datos satelitales Landsat. *Bosque*, 28, 106-118.
- Littell, R. C., Milliken G. A., Stroup W. W., Wolfinger D. D., & Schabenberger, O. (2006). *SAS for mixed models* (2nd ed.). Cary, NC: SAS Institute.
- López-Torres, J. L. & Tamarit-Urias, J. C. (2005). Crecimiento e incremento en diámetro de *Lysiloma latisiliquum* (L.) Benth. en bosques secundarios en Escárcega, Campeche, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 11(2),117-123.

- Martínez, G., M. A., Sánchez V., A., & Faulin, F. J. (2006). *Bioestadística amigable* (2a ed.). Madrid, España: Ediciones Díaz de Santos.
- Martínez-López, J. I., & Acosta-Ramos, A. (2014). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del diámetro del tocón para *Quercus laurina*, en Ixtlán, Oaxaca, México. *Madera y Bosques*, 20(1), 59-70. doi: 10.21829/myb.2014.201176
- Minitab, 2019. Soporte de Minitab® 18. Recuperado de <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/basics/type-i-and-type-ii-error/>
- Nájera-Luna, J. A., & Hernández-Hernández, E. (2008). Relaciones morfométricas de un bosque coetáneo de la Región de El Santo, Durango. *Ra-Xamhai*, 4(1), 69-81.
- Negreros-Castillo, P. & Martínez, S. I. (2011). Crecimiento y regeneración avanzada de *Lysiloma latisiliquum* (L.) Benth. en una selva de Quintana Roo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 2(5), 15-28.
- Organización Internacional de las Maderas Tropicales [OIMT] (2012). *Fichas de propiedades tecnológicas de las maderas: Proyecto ITTO PD 385/05 Rev. 4 (I,F.)*. Guadalajara, Jalisco, México: Universidad de Guadalajara, Departamento de Madera, Celulosa y Papel.
- Patiño V., F., López T., J. L., & Gómez D. A. (1994). *Selva (Versión 4) Paquete de cómputo para procesar datos de inventarios forestales para especies de la Península de Yucatán*. Mérida, Yucatán: Instituto Nacional de Investigaciones Forestales y Agropecuarias.

- Pennington, T. D. & Sarukhán, J. (2016). *Árboles Tropicales de México* (3a ed.). México, D.F. INIF/FAO.
- Petrás, R., Bosela, M., Mecko, J., Oszlányi, O., & Popa, I. (2014). Height-diameter models for mixed-species forests consisting of spruce, fir, and beech. *Folia Forestalia Polonica, series A*, 56(2), 93-104.
- Pineda-Herrera, E., Carreón-Santos, R. J., Valdez-Hernández, J. I., & Interián-Ku, V. M. (2019). Crecimiento en diámetro de tres especies arbóreas en una selva secundaria de Quintana Roo, México. *Madera y Bosques*, 25(1), e2511601. doi: 10.21829/myb.2019.2511601
- Pinheiro, J. C. & Bates, D. M. (2000). *Modelos de efectos mixtos en S y S-PLUS*. Statistics and Computing. New México, EE. UU: Springer USA.
- Pompa-García, M., De los Santos-Posadas, H. M., Zepeda-Bautista, M. E., & Corral-Rivas, J. J. (2011). Un modelo dendrométrico para estimación del diámetro normal a partir de las dimensiones del tocón. *Agrociencia*, 45(3), 379-387.
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). *Mensura Forestal*. Serie Investigación y Educación de Desarrollo Sostenible. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA)/BMZ/GTZ sobre agricultura, recursos naturales y desarrollo sostenible. San José, Costa Rica.
- Quevedo, A., Jerez, M., Moret, A. Y., & Noguera, O. (2010). Ecuaciones de volumen y calidad de forma para *Tabebuia rosea* (Bertol.) en plantaciones en líneas. Barinas, Venezuela. *Revista Forestal Venezolana*, 54(2), 195-205.



- Quiñonez, B., G., Cruz C., F., Vargas L., B., & Hernández, F. (2012). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales de Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 3(9), 23-39.
- R core Team (2015). *RStudio: Integrated Development for R*. Boston, MA: RStudio, Inc. Recuperado de <http://www.rstudio.com/>.
- Razo-Zárate, R., Gordillo-Martínez, A. J., Rodríguez-Laguna, R., Maycotte-Morales, C. C., & Acevedo-Sandoval, O. A. (2013). Estimación de biomasa y carbono almacenado en árboles de oyamel afectados por el fuego en el Parque nacional "El Chico", Hidalgo, México. *Madera y Bosques*, 19(2), 73-86. doi: 10.21829/myb.2013.192341
- SAS Institute Inc. (2014). 13.2 User's Guide. SAS Institute Inc. North Carolina, EE. UU.
- Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales, MX-Comisión Nacional Forestal [Semarnat-Conafor] (2014). *Inventario Estatal Forestal y de Suelos – Quintana Roo 2013. Colección de inventarios estatales forestales y de suelos 2013-2014*. Jalisco, México: Editorial Prometeo.
- Sharma, S. P., Vacek, Z., & Vacek, S. (2016). Nonlinear mixed effect height-diameter model for mixed species forests in the central part of the Czech Republic. *Journal of Forest Science*, 62(10), 470–484. doi: 10.17221/41/2016-JFS
- Seoane, J. (2014). ¿Modelos mixtos (lineales)? Una introducción para el usuario temeroso. *Etología*, 24, 15-37.

- Stankova, T. V., & Duéguez-Aranda U. (2013). Height-diameter relationships for Scots pine plantations in Bulgaria: optimal combination of model type and application. *Annals of Forest Research*, 56(1), 149-163.
- Synnott, T. J. (2009). *La caoba en la península de Yucatán. Reporte final: diagnóstico de los sistemas de silvicultura de caoba en los corredores de la península de Yucatán (CBM-M/UTRP/2C/011/2006)*. Coahuila, México: Comisión Nacional para la Biodiversidad (CONABIO). 22 p. Recuperado de <https://www.biodiversidad.gob.mx/corredor/cbmm/documentos/forestal/Informefinaltimothysynnott2006.pdf>
- Uzoh, F. (2017). Height-diameter model for managed even-aged stands of Ponderosa pine for the Western United States using hierarchical nonlinear mixed-effects model. *Australian Journal of Basic and Applied Science*, 11(14): 69-87. doi: 10.22587/ajbas.2017.11.14.10
- Vargas-Larreta, B., Corral-Rivas, J. J., Aguirre-Calderón, O. A., López-Martínez, J. O., Santos-Posadas, H. M., Zamudio-Sánchez, F. J., ..., & Aguirre-Calderón, C. G. (2017). SiBiFor: Forest Biometric System for forest management in Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(3), 437-455. doi: 10.5154/r.rchscfa.2017.06.040
- Vester, H. F. M., & Navarro M., M. A. (2007). Fichas ecológicas: árboles maderables de Quintana Roo. Colegio de la Frontera Sur (Ecosur). Chetumal, Quintana Roo, México.
- Vignote, S., Molinero, I., Gerard, J., & Diez, M. R. (1996). Estudio de las tensiones de crecimiento de *Eucalytus globulus* Labill en Galicia y su relación con las características

de la estación y morfológicas del propio árbol. *Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales*, 5(1), 153-165.

Weibull, W. (1951). Weibull W. A statistical distribution function with wide applicability. *Appl Mech*, 18, 293-7.

Wenk, G., Antanaitis, V. & Smelko, S. (1990). *Waldetragslehre*. Berlin, DE: Deutscher Landwirtschaftsverlag.

Aceptado para publicación

Tabla 1. Estadísticas básicas de la muestra utilizada de *Lysiloma latisiliquum* en Quintana Roo, México.

Estadístico	Variable			
	Diámetro normal (cm)	Altura total (m)	Diámetro de copa (m)	Altura de fuste limpio (m)
Número de observaciones	2214	2214	2214	2214
Media	18.1	11.4	3.5	3.6
Máximo	80.0	22.0	10.8	10.0
Mínimo	7.50	7.0	0.5	1.0
Varianza	78.28	8.12	2.54	2.63
Desviación estándar	8.85	2.85	1.59	1.62
Índice de curtosis	5.60	0.36	1.08	0.87

Tabla 2. Modelos locales altura total-diámetro normal ( $A-d$ ) ajustados para *Lysiloma latisiliquum* en Quintana Roo, México.

Número	Modelo	Forma
2	Chapman-Richards (Uzoh, 2017)	$A = 1.3 + a_0 \cdot (1 - e^{-a_1 \cdot d})^{a_2}$
3	Hossfeld (1822)	$A = 1.3 + \left( \frac{d^2}{a_0 + a_1 \cdot d + a_2 \cdot d^2} \right)$
4	Weibull (1951)	$A = 1.3 + a_0 \cdot (1 - e^{-a_1 \cdot d^2})$
5	Bates y Watts (1980)	$A = 1.3 + a_0 \cdot \left( \frac{d}{a_1 + d} \right)$
6	Burkhardt y Strub (1974)	$A = 1.3 + a_0 \cdot e^{\left( \frac{a_1}{d} \right)}$
7	Vestjordet-1 – Naslund (Da Cunha y Guimarães, 2009)	$A = 1.3 + \left( \frac{d^2}{(a_0 + a_1 \cdot d)^2} \right)$

$A$ : altura total (m);  $d$ : diámetro normal (cm);  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$ : parámetros a estimar;  $e$ : base de logaritmos neperianos;

1.3: constante de altura sobre el fuste donde se mide el  $d$ .

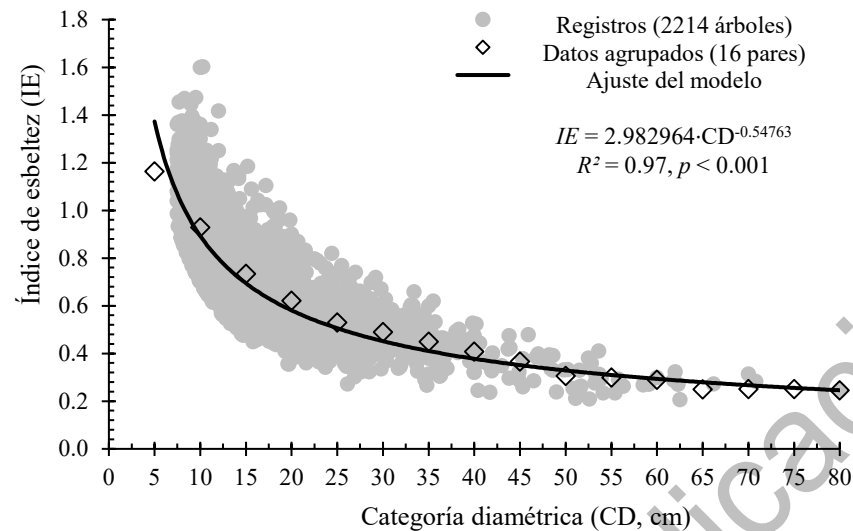


Fig. 1. Relación entre índice de esbeltez (*IE*: Altura total/diámetro normal) y categoría diamétrica (*CD*) para árboles de *Lysiloma latisiliquum* en Quintana Roo, México.

Tabla 3. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de los modelos locales altura total-diámetro normal (*A-d*) para *Lysiloma latisiliquum* en Quintana Roo, México.

Modelo	Parámetro	Estimador	<i>Eea</i>	Valor <i>t</i>	<i>Pr</i> >   <i>t</i>	<i>R</i> <sup>2</sup>	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>
2	<i>a</i> <sub>0</sub>	18.463539	1.23416	14.96	< 0.001	0.4631	9549.724	9572.534
	<i>a</i> <sub>1</sub>	0.025538	0.00621	4.11	< 0.001			
	<i>a</i> <sub>2</sub>	0.567570	0.04238	13.39	< 0.001			
3	<i>a</i> <sub>0</sub>	<b>-2.256239</b>	<b>0.56868</b>	<b>-3.97</b>	<b>&lt; 0.001</b>	<b>0.4634</b>	<b>9548.554</b>	<b>9571.364</b>
	<i>a</i> <sub>1</sub>	<b>1.031533</b>	<b>0.06962</b>	<b>14.82</b>	<b>&lt; 0.001</b>			
	<i>a</i> <sub>2</sub>	<b>0.045283</b>	<b>0.00189</b>	<b>23.92</b>	<b>&lt; 0.001</b>			
4	<i>a</i> <sub>0</sub>	20.114992	2.06945	9.72	< 0.001	0.4629	9550.624	9573.434
	<i>a</i> <sub>1</sub>	0.110408	0.00542	20.36	< 0.001			
	<i>a</i> <sub>2</sub>	0.656520	0.04999	13.13	< 0.001			
5	<i>a</i> <sub>0</sub>	19.321100	0.36210	53.36	< 0.001	0.4598	9561.403	9578.510
	<i>a</i> <sub>1</sub>	14.820100	0.61960	23.92	< 0.001			
6	<i>a</i> <sub>0</sub>	16.427300	0.18740	87.66	< 0.001	0.4448	9621.923	9639.03
	<i>a</i> <sub>1</sub>	-7.595000	0.18590	-40.85	< 0.001			
7	<i>a</i> <sub>0</sub>	-1.218723	0.02952	-41.29	< 0.001	0.4537	9586.158	9603.266
	<i>a</i> <sub>1</sub>	-0.238162	0.00168	-141.72	< 0.001			

*Eea*: error estándar asintótico; *R*<sup>2</sup>: coeficiente de determinación; *AIC* y *BIC*; criterios de información Akaike (*AIC*) y Bayesiano (*BIC*).

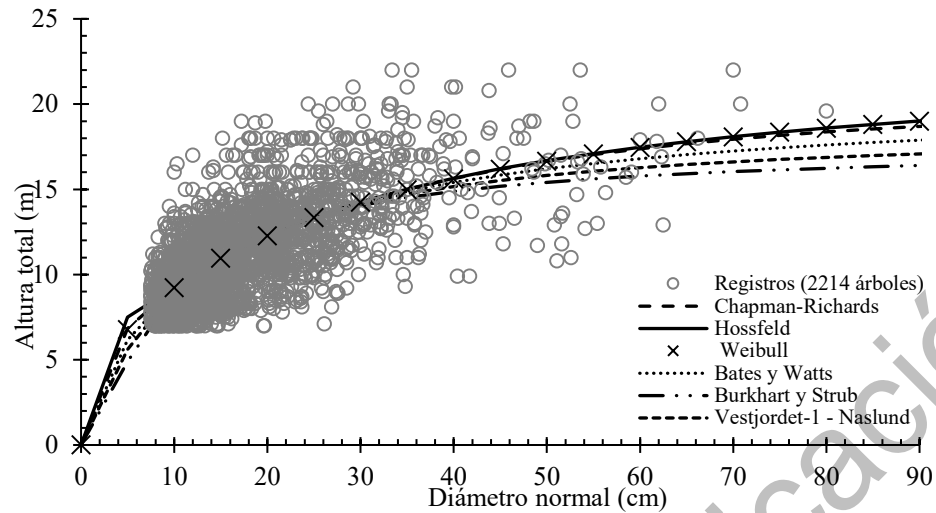


Fig. 2. Modelos locales altura total-diámetro normal (*A-d*) ajustados para *Lysiloma latisiliquum*

en Quintana Roo, México.

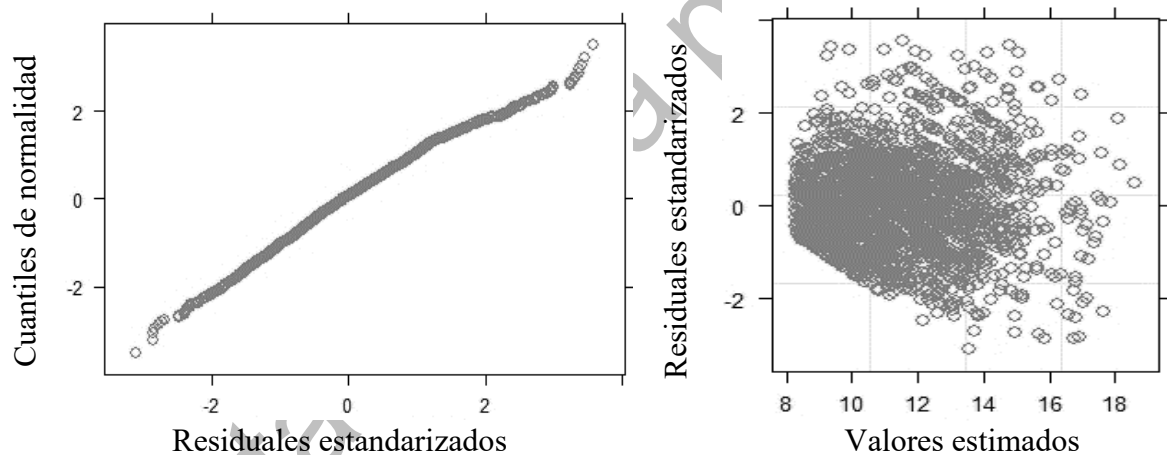


Fig. 3. Pruebas gráficas de normalidad (a) y homocedasticidad (b) del modelo Hossfeld (1822)

altura total-diámetro normal (*A-d*) para *Lysiloma latisiliquum* en Quintana Roo, México.

Tabla 4. Prueba de comparación de medias para las covariables analizadas.

Covariable	gl	Error Tipo I	Cuadrado de la media	Valor de $F$	$Pr > F$
Conglomerado	175	10611.201	60.635	16.80	<0.0001
Municipio ( $M$ )	5	690.574	138.115	17.65	<0.0001
Altitud	10	1425.420	142.542	18.98	<0.0001
Vegetación primaria ( $Vp$ )	1	8.134	8.134	1.04	0.3080
Categoría diamétrica ( $CD$ )	13	1798.294	138.330	46.15	<0.0001
Clase de copa ( $Cc$ )	9	7408.887	823.210	274.67	<0.0001
Altura de fuste limpio ( $Af$ )	11	2095.882	190.535	63.57	<0.0001

Tabla 5. Valor y significancia de los parámetros estimados con el modelo Hossfeld (1822) altura total-diámetro normal ( $A-d$ ) ajustado bajo el enfoque de efectos mixtos para *Lysiloma latisiliquum* en Quintana Roo, México.

Covariable	Número	Parámetro de inclusión del efecto	Parámetro	Estimador	Eea	Valor $t$	$Pr > t$	Phi	Se	Su
Conglomerado	3 . 1	$a_0$	$a_0$	-0.96193	0.663	-1.451	0.1469	0.215	3.161	1.766
			$a_1$	0.90680	0.070	12.895	< 0.001			
			$a_2$	0.04926	0.002	26.196	< 0.001			
	3 . 2	$a_1$	$a_0$	<b>-1.75752</b>	<b>0.479</b>	<b>-3.670</b>	<b>&lt; 0.001</b>	<b>0.060</b>	<b>0.254</b>	<b>1.601</b>
			$a_1$	<b>0.92328</b>	<b>0.065</b>	<b>14.139</b>	<b>&lt; 0.001</b>			
			$a_2$	<b>0.05242</b>	<b>0.002</b>	<b>30.605</b>	<b>&lt; 0.001</b>			
	3 . 3	$a_2$	$a_0$	0.02560	0.500	0.051	0.9592	0.027	0.015	1.562
			$a_1$	0.54588	0.066	8.212	< 0.001			
			$a_2$	0.06765	0.002	29.913	< 0.001			
Municipio ( $M$ )	3 . 4	$a_0$	$a_0$	-0.76689	0.960	-0.799	0.4243	0.279	1.564	2.030
			$a_1$	0.96632	0.082	11.837	< 0.001			
			$a_2$	0.04710	0.002	21.334	< 0.001			
	3 . 5	$a_1$	$a_0$	-2.01182	0.659	-3.051	0.0023	0.275	0.135	2.018
			$a_1$	1.07957	0.098	10.996	< 0.001			
			$a_2$	0.04657	0.002	21.317	< 0.001			
	3 . 6	$a_2$	$a_0$	-2.05210	0.666	-3.083	0.0021	0.279	0.008	2.023
			$a_1$	0.98361	0.081	12.069	< 0.001			
			$a_2$	0.05233	0.004	13.162	< 0.001			
Altitud	3 . 7	$a_0$	$a_0$	-2.68400	0.811	-3.311	< 0.001	0.248	1.189	2.031

Categoría diamétrica (CD)	3 . 8	$a_1$	$a_1$	1.03879	0.082	12.630	< 0.001	0.239	0.093	2.017
			$a_2$	0.04542	0.002	20.409	< 0.001			
			$a_0$	-2.68848	0.663	-4.055	< 0.001			
	3 . 9	$a_1$	$a_1$	1.05603	0.087	12.080	< 0.001	0.245	0.005	2.024
			$a_2$	0.04503	0.002	20.459	< 0.001			
			$a_0$	-2.62005	0.672	-3.896	< 0.001			
	3 . 10	$a_2$	$a_1$	1.05328	0.083	12.753	< 0.001	0.261	0.000	2.087
			$a_2$	0.04536	0.003	16.696	< 0.001			
			$a_0$	-2.22206	0.706	-3.149	0.0017			
	3 . 11	$a_1$	$a_1$	1.02573	0.086	11.895	< 0.001	0.261	0.000	2.087
			$a_2$	0.04550	0.002	19.405	< 0.001			
			$a_0$	-2.22206	0.706	-3.149	0.0017			
	3 . 12	$a_2$	$a_1$	1.02573	0.086	11.895	< 0.001	0.261	0.000	2.087
			$a_2$	0.04550	0.002	19.405	< 0.001			
			$a_0$	-2.22206	0.706	-3.149	0.0017			
Clase de copa (Cc)	3 . 13	$a_0$	$a_0$	-5.68216	1.001	-5.674	< 0.001	0.295	2.049	2.019
			$a_1$	1.13459	0.078	14.497	< 0.001			
			$a_2$	0.04737	0.002	22.310	< 0.001			
	3 . 14	$a_1$	$a_0$	-3.82082	0.636	-6.008	< 0.001	0.281	0.169	1.989
			$a_1$	0.91488	0.097	9.440	< 0.001			
			$a_2$	0.05281	0.002	24.886	< 0.001			
	3 . 15	$a_2$	$a_0$	-0.53888	0.638	-0.844	0.3985	0.276	0.010	1.971
			$a_1$	0.54852	0.081	6.745	< 0.001			
			$a_2$	0.06268	0.004	15.797	< 0.001			
Altura de fuste limpio (Af)	3 . 16	$a_0$	$a_0$	-3.72035	1.148	-3.239	0.0012	0.216	3.454	1.869
			$a_1$	0.98089	0.066	14.781	< 0.001			
			$a_2$	0.04684	0.002	25.927	< 0.001			
	3 . 17	$a_1$	$a_0$	-2.59269	0.528	-4.913	< 0.001	0.208	0.236	1.840
			$a_1$	0.91592	0.094	9.751	< 0.001			
			$a_2$	0.04593	0.002	25.943	< 0.001			
	3 . 18	$a_2$	$a_0$	-1.93356	0.554	-3.489	< 0.001	0.243	0.010	1.902
			$a_1$	0.93536	0.068	13.707	< 0.001			
			$a_2$	0.04414	0.003	13.055	< 0.001			

Eea: error estándar aproximado; Phi: desviación estándar de los residuos en el sistema; Se y Su: desviación estándar de efectos aleatorios.



Tabla 6. Valores estadísticos y capacidad de ajuste del modelo Hossfeld (1822) altura total/diámetro normal ( $A-d$ ) al incluir covariables para *Lysiloma latisiliquum* en Quintana Roo, México.

Modelo	$R^2$	$AIC$	$BIC$	$E$ (m)	$DA$ %
3 . 1	0.6428	8951.60	8985.82	0.0000865	-0.8958014
<b>3 . 2</b>	<b>0.7051</b>	<b>8705.10</b>	<b>8739.31</b>	<b>0.0001344</b>	<b>-0.8865417</b>
3 . 3	0.7193	8650.58	8684.79	0.0001504	-0.8834272
3 . 4	0.4944	9266.74	9300.95	0.0001734	-0.8789920
3 . 5	0.5000	9248.85	9283.06	0.0002258	-0.8688400
3 . 6	0.4976	9254.80	9289.02	0.0002321	-0.8676177
3 . 7	0.4942	9308.72	9342.94	0.0006913	-0.7787227
3 . 8	0.5017	9288.31	9322.52	0.0007277	-0.7716698
3 . 9	0.4982	9297.26	9331.48	0.0007495	-0.7674444
3 . 10	0.4634	9397.45	9431.66	0.0007812	-0.7613004
3 . 11	0.4634	9397.45	9431.66	0.0007812	-0.7613004
3 . 12	0.4634	9397.45	9431.66	0.0007812	-0.7613005
3 . 13	0.5004	9229.54	9263.75	0.0001006	-0.8930704
3 . 14	0.5156	9188.94	9223.15	0.0003882	-0.8772176
3 . 15	0.5245	9160.10	9194.32	0.0003882	-0.8373936
3 . 16	0.5727	9010.34	9044.55	0.0002198	-0.8699954
3 . 17	0.5859	8949.25	8983.46	0.0003370	-0.8473028
3 . 18	0.5580	9050.85	9085.07	0.0005430	-0.8074247

$R^2$ : coeficiente de determinación; criterios de información Akaike ( $AIC$ ) y Bayesiano ( $BIC$ );  $DA$  %: diferencia agregada expresada en por ciento;  $E$ : sesgo promedio de los residuales.

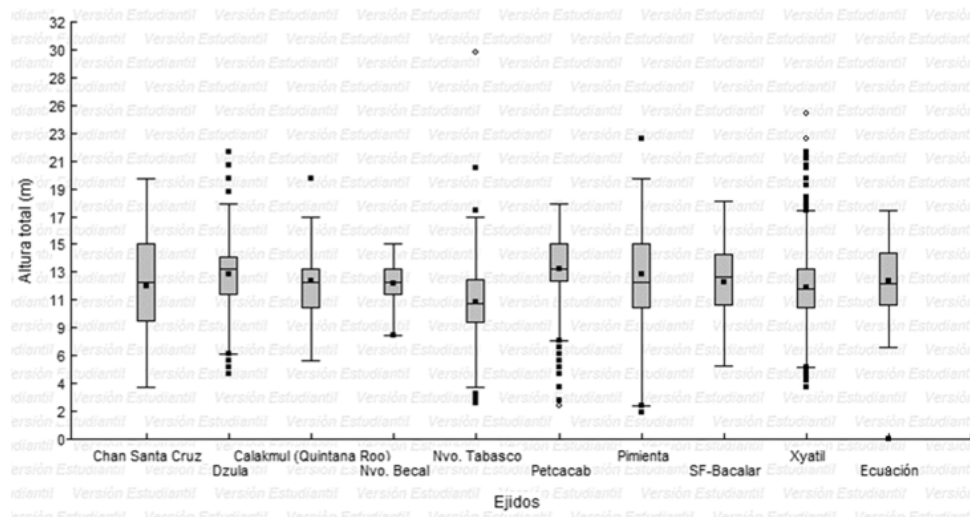


Fig. 4. Comparación de medias a 99% de confiabilidad (prueba de  $t$ ) entre datos independientes (nueve ejidos) y el modelo 3.2 Hossfeld altura total-diámetro normal ( $A-d$ ) ajustados para *Lysiloma latisiliquum* en Quintana Roo, México.

Manuscrito recibido el 24 de septiembre de 2019

Aceptado el 10 de diciembre de 2019

Publicado el 23 de abril de 2020

Este documento se debe citar como:

Hernández-Ramos, J., Valdez-Hernández, J. I., García-Cuevas, X., Quiñonez-Barraza, G., Reyes-Hernández, V. J., & Hernández-Ramos, A. (2020). Modelos altura-diámetro con efectos mixtos para *Lysiloma latisiliquum* (L) Benth. en Quintana Roo, México. *Madera y Bosques*, 26(2), e2622046.