

Palindromai mokykloje

Juvenčijus Mašys, Juozas
Palindromai mokykloje

Lietuvos matematikos rinkinys, vol. 62 Ser. B, 2021
Vilniaus Universitetas, Lituania

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=692674125012>

DOI: <https://doi.org/10.15388/LMR.2021.25229>



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional.

Palindromai mokykloje

Palindromes in the school

Juozas Juvencijus Mačys juozas.macys@mii.vu.lt

Vilniaus universitetas, Lithuania

 <https://orcid.org/0000-0003-3872-9545>

Summary: Straipsnyje aptariami įvairūs palindromai – žodžiai, sakiniai, skaičiai, daugianariai. Stengiasi parodyti, kad tema puikiai tiktų vidurinei mokyklai kaip tarpdalykinė ir suteiktų galimybę kūrybiškai pasireikšti mokiniams.

Keywords: palindromas, grįžinys, anadromas, apgręžtas, sangražinis daugianaris, sangražinių daugianarių skaidymas, ilgiausi žodžiai, Lišrel skaičiai.

Abstract: Various palindromes are considered: words, sentences, numbers, polynomials. The topic could be offered as interdisciplinary theme for high school.

Keywords: palindrome, anadrome, palindromial polynomial, palindromial number, Lychrel number, factorization of palindromial polynomial.

Lietuvos matematikos rinkinys, vol. 62
Ser. B, 2021

Vilniaus Universitetas, Lithuania

Recepción: 12 Abril 2021
Publicación: 20 Diciembre 2021

DOI: <https://doi.org/10.15388/LMR.2021.25229>

Redalyc: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=692674125012>

Kiekvienas iš mūsų yra susidūręs su palindromais. Jų yra įvairiausių – tai žodžiai palindromai, sakiniai palindromai, skaičiai palindromai, daugianariai palindromai. Taigi iš karto aiškus temos tarpdalykinis pobūdis, o ji pati labai tinka mokykloje tiek kalbų, tiek ir matematikos ar informatikos pamokose kaip faktų ir įdomybių šaltinis.

Žodžiai ir sakiniai. Iš mažens žinome keletą žodžių palindromų, tokių kaip „ėdė“, „ėmė“, „savas“ ir nelabai vykusį sakiniuką „Sėdėk užu kėdės“, perskaitomų vienodai nuo pradžios ir nuo galo. Tokiems žodžiams labai tinka lietuviškas pavadinimas „grįžinys“. Tarptautinis žodis „palindromas“ labiau tinka moksle – kalbotyroje, matematikoje, informatikoje. „Palin“ senovės graikų kalba reiškia „atgal“, „dromos“ siejasi su bėgimu ar bėgimo taku, ir terminas „palindromas“ gerai atspindi dalyko esmę (plg. su žodžiais „palingenezė“, „aerodromas“, „kosmodromas“, „dromaderas“ ir kt.).

Kyla natūralus klausimas: o koks gi ilgiausias lietuviškas grįžinys? Ir iš karto pradeda abejoti – ar tinka tik „lietuviški“ žodžiai, ar ir tarptautiniai; ar tik daiktavardžiai, ar ir kitos kalbos dalys; ar tik vienaskaitos vardininkas, ar ir kiti linksniai, ir t.t. Bet kadangi net žinynai skelbia ilgiausius lietuviškus žodžius „nebeprisikiškia- kopūsteliaujantieji“ ir net „nebeprisivaizdotinklaraštininkaujantieji“, turinčius 37 ir 43 raides (r.), tai kartais nebesirūpinsime, kuri tai kalbos dalis, kaip jis kaito mas, kiek jis vartojamas ir ar vartotinas. Žinoma, iš karto matome tokių žodžių (ar grįžinių) trūkumus, dirbtinumą, bet rekordai lieka rekordais.

Rašant šį straipsnį paaiškėjo, kad tie rekordai nesunkiai pagerinami: juk jeigu tinka naudininkas, tai neblogai ir kiti linksniai. Taigi ilgesni būtų žodžiai nebe su galūnėmis „-tiesiems“ (37 ir 43 r.), o su galūnėmis „-

čiuosiuose' (39 ir 45 r.): ,nebe- prisikiškiakopūsteliaujančiuosiuose' (39 r.), ,nebeprisivaizdotinklaraštininkaujančiuosiuose' (45 r.). Beje, jau pats pamatinis žodis ,vaizdotinklaraštininkauti' abejotinas, o žodyje ,kiškiakopūsteliauti' kliūva tarpas -el-. Gal būt todėl buvo pasiūlytas (žr. [5]) žodis ,kiškiakopūstlapiauti' ir atitinkamas žodis ,nebeprisikopūstlapiaujančiuosiuose' (40 r.). Savo ruožtu, nusižiūrėję į žodžius ,nebenori' ir ,tebenenori' siūlome visur čia priešdėlį ,nebe-' keisti priešdėliu ,tebene-', ir turėsime dar dviem raidėmis ilgesnius „lietuviškus“ žodžius: ,tebeneprikopūstlapiaujančiuosiuose' (42 r.) ir ,tebeneprisivaizdotinklaraštininkaujančiuosiuose' (47 r.). Beje, chemikai „tarptautinių“ žodžių turi ir daug ilgesnių (žr. tą patį straipsnį [5]).

Žinoma, kitomis kalbomis sukurti ilgų žodžių lengviau – lietuvių kalba dėl savo žodžių darybos taisyklių tam nelabai tinkama. Bet yra kalbų, kuriose ilgiausio žodžio nėra ir būti negali. Pavyzdžiui, vokiškai kelintiniai skaitvardžiai rašomi vienu žodžiu, todėl ,2345678-tasis lankytojas', užrašytas žodžiais, lietuviškai bus ,du milijonai trys šimtai keturiasdešimt penki tūkstančiai šeši šimtai septyniasdešimt aštuntasis lankytojas', vokiškai – ,der zweimillionendrehundertfünfundvierzigtausendsechshundertachtundsiebzigste Besucher', bet juk skaičių yra kiek norint didelių ir ilgų.

Ne tokie įdomūs trumpiausi žodžiai. Tai prielinksnis ,i', jungtukas ,o' (1 r.), daiktavardis ,pa' (šokio žingsnis). Triraidžių daiktavardžių lietuvių kalboje nemažai: ,šuo' (tik 1 skiemuo), ,yla', ,yda', ,oda', ,upė' ir kt. Kita vertus, sakinyje ,Nuo a iki ž' žodis ,a' taip pat yra daiktavardis, reiškiantis raidės pavadinimą.

Grįžkime prie grįžinių (atleiskit už kalambūrą). Beveik visur paminimas ,tikėkit' (7 r.). Galima nurodyti dar pavardę ,Sartras' (prancūzų rašytojas Sartre) ir daiktavardį ,arara' (5 r.; araros – tai tokie papūginiai paukščiai). Iš ilgesnių žodžių pavyko sugalvoti 9 raidžių grįžinius ,sumalamus' (sumalamas – veiksmazodžio ,sumalti' da- lyvis), ,suminimus' (suminėti), ,sma-iliams' (sma-ilis – tas pat kaip ir ,smaližius'), Smailia' ms' (Smailys – nereta lietuviška pavardė) ir net 11 raidžių ,smaileliams' (tai to paties ,smailio' ma- žybinė forma). Bet 9 raidžių daiktavardžio vardininkų radau tik trejetą: ,sanidinas' (mineralas), ,salicilas' (vaistas), ,satinitas' (pigmentas). Deja, čia taip pat tarptautiniai žodžiai, ir „lietuviškų“ daiktavardžių dar reikia paieškoti (ne- radau netgi 7 ar 5 raidžių „lietuviškų“ grįžinių – daiktavardžio vardininkų; vargu ar padėtį gelbsti akademiniame žodyne užfiksuoti vardininkai ,sa- ėgas', ,sa- ėkas' ir ,sa- ėlas'). Ilgų natūralių, nedirbtinių grįžinių nėra nei anglų, nei rusų kalbose. Ilgiausias šiose kalbose yra bene ,rotavator' (rotavatorius – tai prietaisas, naudojamas daržininkys- tėje ir sodininkystėje). Dar yra žodis ,malayalam' – tai viena iš Indijos oficialių kalbų; ja kalba „tik“ 30 milijonų gyventojų, daugiausia Keralos valstijoje. Lietuviškai ta kalba vadinama malajalių kalba. Kalbos pavadinimas anglų ir kitomis kalbomis duoda 9 r. grįžinį.

Beje, matematikams žodis „malayalam“ gerai žinomas: šia kal- ba malajalių astronomas Madhava XVI a. paskelbė pirmąsias eilutes (pavyzdžiui, $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$) dviem šimtmečiais anksčiau už jų „atradėjus“ Leibnicą ir Gregorį (žr. [3]).

Kartais palindromais pavadinami tokie žodžiai kaip „oda“. Parskaityti atbulai, jie taip pat turi prasmę, bet jau kitą („ado“). Tokie žodžiai dažniausiai vadinamianadromais, o lietuviškai juos tinka vadinti apgręžais. Susidarytas jų sąrašas (žr. priedus straipsnio gale) rodo, kad apgręžų, kaip ir grįžinių, lietuvių kalboje labai nedaug. Beje, absoliuti abejų dauguma (išskyrus keletą) prasideda ir baigiasi viena iš 8 raidžių: a, e, ė, i, k, m, s, t.

Populiarūs ir sakiniai grįžiniai. Jų, net ir visai žaismingų, kitomis kalbomis pri- kurta be galo daug (pavyzdžiui, anglų „matematinis“ palindromas „Never odd or even“ ar rusų „Kotu skoro sorok sutok“, „Umer – i mir emu“). Jomis parašyta ištisų palind- rominių romanų, poemų. Lietuviškų sakinių be vardų ar kitų tikrinių daiktavardžių su bent šokia tokia prasme yra žinomi vos keli: „Kol einu, šunie, lok!“, „Abu gaišo po šia guba“.

Pateiksime pluoštelį naujų grįžinių (tokius sakinukus kurti labai padeda apgręžų poros): „Supeik skiepus!“, „Sušiams – maišus!“, „Sula ar yra alus?“, „Ieva, du davei?“, „O kas sako?“, „Anie net iki ten eina“, „Sumėtė mus“, „O man namo“, „Etikes sekite!“, „Etikė – bėkite!“,

Skaičiai. Eikime prie matematikos. Labai aišku, kas yra skaičiai palindromai – tai 101, 2332 ir pan. Jų yra be galo daug, ir įdomesnių tarp jų irgi gausu. Pavyzdžiui, skaičius 11 – tai vienintelis pirminis palindromas, turintis lyginį skaitmenų skaičių. Tai įrodyti paprasta (pabandykite!). O štai įrodyti, kad pirminių skaičių palindromų yra be galo daug – nepavyks. Tai jau neišspręsta matematikos problema.

Dar paminėsime garsią Lišrel skaičių problemą. Imkime, pavyzdžiui, skaičių 56. Apsukime jį ir abu skaičius sudėkime: $56 + 65 = 121$. Gavome palindromą. Skaičių 57 apsukę ir sudėję gausime $57 + 75 = 132$ nepalindromą, bet šį apsukę ir sudėję gausime palindromą: $132 + 231 = 363$. Skaičius 59 tampa palindromu po trijų tokių žingsnių: $59 + 95 = 154$, $154 + 451 = 605$, $605 + 505 = 1111$. Pasirodo, kad skaičiui 89 tapti palindromu reikia net 24 žingsnių. Vis dėlto visi tolesni skaičiai tapdavo palindromais, kol nebuvo prieita iki 196 – šis skaičius niekaip nenorėjo tapti palindromu. Taip ir buvo suformuluota vadinamoji „problema 196“: ar skaičius 196 po baigtinio žingsnių skaičiaus tampa palindromu? Į skaičiavimus įsijungę šimtai informatikų, buvo pasiekti skaičiai, turintys milijonų milijonus skaitmenų, bet problema taip ir lieka neišspręsta.

Vienas iš informatikos entuziastų, mušančių skaičiavimų rekordus, Veidas VanLan- dingham'as (Wade VanLandingham) skaičiu's, kurie niekada netampa palindromais, pavadino Lišrel skaičiais (Lišrel (angl. Lychrel) – tai transformuotas jo bičiulės Šeril (angl. Cheryl) vardas). Pavadinimas prigijo, bet problema liko: ar egzistuoja bent vienas Lišrel skaičius? Pretendentų į tokį vardą daug, mažiausias iš jų – skaičius 196, bet kol kas matematikų pastangos bevaisės.

Daugianariai. Imkime kelis pavyzdžius:

$$3X^3 + 2X^2 + 2X + 3, \quad X^6 - 3X^5 + 7X^2 - 3X + 1.$$

Matome, kad koeficientai, vienodai nutolę nuo pradžios ir nuo galo (trumpiau – simet- riniai koeficientai), yra lygūs. Tokie daugianariai vadinami sangražiniais daugianariais (labai tinkamas mokyklai gražus lietuviškas terminas, susišaukiantis su grįžiniu), pa- lindrominiais polinomais, o trumpiau – tiesiog palindromais. Kadangi paprastai .-tojo laipsnio daugianariai imami su pirmuoju koeficientu 1, tai ir palindromus nagrinėsime tokius:

$$X^n + a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + 1, \quad a_k = a_{n-k} \quad (k = 1, \dots, n-1).$$

Pirmojo laipsnio palindromas vienintelis – tai $X + 1$. Antrojo laipsnio palindromų bendrasis pavidalas yra

$$X^2 + aX + 1.$$

Jų jau daug matėme vadovėlyje: tai ir „paprasčiausias“ $X^2 + 1$, ir $X^2 - X + 1$ pažįstamas iš kubų sumos $X^3 + 1 = (X + 1)(X^2 - X + 1)$, ir kasdien sutinkami dvinarių kvadratai:

$$X^2 + 2X + 1 = (X + 1)^2, \quad X^2 - 2X + 1 = (X - 1)^2.$$

Matome, kad palindromą kartais galima išskaidyti į palindromų sandaugą, o kartais negalima išskaidyti į žemesnio laipsnio palindromus ($X - 1$ nėra palindromas – jo koeficientai 1 ir -1 nelygūs). Beje, iš karto aišku, kad kvadratinis palindromas $X^2 + aX + 1$ išskaidomas į palindromus tik kai $a = 2$, nes turi būti

$$X^2 + aX + 1 = (X + 1)(X + 1).$$

Kubinio palindromo bendrasis pavidalas yra

$$X^3 + aX^2 + bX + 1 = (X + 1)(X^2 + cX + 1).$$

Kadangi $X = -1$ yra jo šaknis, tai jis dalijasi iš $X + 1$. Kitaip sakant, kubinį palindromą visada galima išskaidyti, $X^3 + 1 + aX(X + 1) = (X + 1)(X^2 - X + 1) + aX(X + 1) = (X + 1)(X^2 + (a - 1)X + 1)$ ir abu daugikliai yra žemesnio laipsnio palindromai.

Ketvirtojo laipsnio palindromo bendrasis pavidalas yra

$$X^4 + aX^3 + bX^2 + cX + 1.$$

Jį, kaip ir bet kurį ketvirtojo laipsnio daugianarį, visada galima išskaidyti į du kvad- ratinius trinarus (apie tai žr. [4]). Bet mus domina klausimas, kada šį palindromą galima išskaidyti į palindromus. Aišku, kad tai būtų tiesinio ir kubinio palindromų sandauga arba dviejų kvadratinių palindromų sandauga. Bet tiesinis palindromas vie- nintelis – tai $X + 1$, o kubinį palindromą galima išskaidyti ir gauti dar $X + 1$, vadinasi, gauname $(X + 1)^2$ ir kitą kvadratinį palindromą. Taigi užtenka nustatyti, kada 4-tojo laipsnio palindromą galima išskaidyti į du kvadratinius:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = (x^2 + px + 1)(x^2 + qx + 1)$$

Atskliaudę ir sulyginę koeficientus prie . laipsnių, gauname sistemą

$$p + q = a, \quad pq = b - 2,$$

o iš jos kvadratinę lygtį $p^2 - ap + b - 2 = 0$. Jei lygties diskriminantas $a^2 - 4b + 8$ neneigiamas, tai sistema turi sprendinį. Taigi 4-tojo laipsnio palindromas išskaidomas palindromais tada ir tik tada, kai $a^2 - 4b + 8 \geq 0$

Pavyzdžiui, palindromas (kai $a = 0, b = 1$)

$$x^4 + x^2 + 1 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$$

palindromais išskaidomas, o palindromas (kai $a = 0, b = 5/2$)

$$x^4 + 5x^2/2 + 1 = (x^2 + 1/2)(x^2 + 2)$$

palindromais neišskaidomas.

Išnagrinėkime keletą palindromų bendrų savybių.

1. Kiekvienam n -tojo laipsnio palindromui $P(x)$ teisinga lygybė

$$x^n P(1/x) = P(x) \quad [1]$$

Atvirkščiai, jeigu daugianario $P(x)$ vyriausiasis koeficientas lygus (1) ir jam teisinga (1) lygybė, tai $P(x)$ yra palindromas.

Irodymas. Sakysime, kad $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + 1$ – palindromas. Tada

$$x^n P\left(\frac{1}{x}\right) = \left(x^2 \frac{1}{x^n} + \frac{a_{n-1}}{x^{n-1}} + \dots + \frac{a_1}{x} + 1\right) = 1 + a_{n-1}x + \dots + a_1x^{n-1} + x^n.$$

Simetriniai koeficientai lygūs, todėl paskutinis reiškinys lygus $1 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + x^n$. Bet tai ir yra $P(x)$. Lygybė (1) įrodyta.

Atvirkščiai, sakysime, kad daugianariui $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ (1) lygybė teisinga. Tada

$$1 + a_{n-1}x + \dots + a_1x^{n-1} + a_0x^n = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$$

Kadangi du daugianariai lygūs, tai jų atitinkami koeficientai lygūs, t.y. $1 = a_0, a_{n-1} = a_1, a_{n-2} = a_2$ ir kadangi simetriniai koeficientai lygūs, tai (1) yra palindromas.

2.. Kiekvienas nelyginio laipsnio palindromas turi šaknį $x = -1$.

Irodymas. Nelyginio laipsnio palindromą galima užrašyti taip:

$$x^{2n+1} + a_{2n}x^{2n} + a_{2n-1}x^{2n-1} + \dots + a_2x^2 + a_1x + 1 = (x^{2n+1} + 1) + a_1(x^{2n} + x) + a_2(x^{2n-2} + x^2) + \dots + a_n(x^{n+1} + x^n) = (x^{2n+1} + 1) + a_1x(x^{2n-1} + 1) + a_2x^2(x^{2n-3} + 1) + \dots + a_nx^2(x + 1).$$

Matome, kad su $x = -1$ visi skliaustai virsta 0.

Žinoma, galima remtis (1) lygybe, $x^{2n+1}P(1/x) = P(x)$. Įstatę $x = -1$, turime $-P(-1) = P(-1)$, $2P(-1) = 0$, $P(-1) = 0$.

3.. Jeigu c yra palindromo $P(x)$ šaknis, tai ir $1/c$ yra jo šaknis.

Irodymas. Kadangi yra palindromo

$$P(x) = x^2 + a_{n-1}x^{2-1} + \dots + a_1x + 1$$

šaknis, tai

$$c^n + a_{n-1}c^{n-1} + \dots + a_1c + 1 = 0,$$

o kadangi simetriniai koeficientai lygūs, tai ir

$$c^n + a_1c^{n-1} + \dots + a_{n-1}c + 1 = 0$$

Matome, kad $c \neq 0$ (kitaip būtų $1 = 0$). Dalijame iš c^n :

$$1 + \frac{a_1}{c} + \dots + \frac{a_{n-1}}{c^{n-1}} + \frac{1}{c^n} = 0,$$

o tai reiškia, kad $P(1/c) = 0$, taigi $1/c$ yra šaknis.

Ir vėl galėjome atlikti tai formaliau, remdamiesi (1) lygybe: $x^n P(1/x) = P(x)$. Įstatome $x = c$, tad $c^n P(1/c) = P(c)$. Kadangi $P(c) = 0$, tai ir $P(1/c) = 0$.

4.. Nelyginio laipsnio palindromas dalijasi iš $x + 1$, o dalmuo yra lyginio laipsnio palindromas.

Irodymas. Sakykime, kad $P(x)$ yra nelyginio laipsnio $2n+1$ palindromas. Kadangi remiantis 2. savybe $x = -1$ yra jo šaknis, tai jis dalijasi iš $x+1$. Taigi $P(x) = (x+1)Q(x)$, o $Q(x)$ – laipsnio $2n$ daugianaris. Kadangi $P(x)$ palindromas, tai pagal 1 savybę $P(x) = x^{2n+1}P(1/x)$ šią lygybę vietoj $P(x)$ įstatome $(x+1)Q(x)$ o vietoj $P(1/x)$ įstatome $(1/x+1)Q(1/x)$. Gauname $(x+1)Q(x) = x^{2n+1}(1/x+1)Q(1/x)$. Suprastinę turime $Q(x) = x^{2n}Q(1/x)$, o tai reiškia, kad $Q(x)$ yra lyginio laipsnio $2n$ palindromas.

4. savybę galima apibendrinti taip:

5. Jeigu palindromas $f(x)$ dalijasi iš palindromo $g(x)$ tai jų dalmuo $h(x) = f(x)/g(x)$ taip pat yra palindromas.

Šios savybės įrodymas panašus, ir jį paliekame skaitytojui. Įrodymą galima rasti knygoje [1].

6. Bet kurį lyginio laipsnio $2k$ palindromą

$$f(x) = x^{2k} + a_{2k-1}x^{2k-1} + \dots + a_1x + 1$$

galima išreikšti kaip

$$f(x) = x^k h(t),$$

kur $t = x + 1/x$, o $h(t)$ tam tikras kintamojo t k -tojo laipsnio daugianaris. Atvir- kščiai, jeigu $h(x)$ – bet kuris kintamojo t daugianaris su vyriausiuoju nariu t , tai $x \cdot h(x + 1/x)$ yra $2k$ -tojo laipsnio palindromas.

Irodymas. Iškeliame x , prieš skliaustus:

$$f(x) = x^k(x^k + a_{2k-1}x^{k-1} + \dots + a_1/x^{k-1} + 1/x^k)$$

Kadangi simetriniai koeficientai lygūs, tai

$$f(x) = x^k((x^2 + 1/x^k) + a_1(x^{k-1} + 1/x^{k-1}) + \dots + a_k)$$

Dabar užtenka įrodyti, kad $x + 1/x$ galima išreikšti kintamojo $t = x + 1/x$ k -tojo laipsnio daugianariu. Bet tai padaryti paprasta, remiantis indukcija:

$$x^2 + 1/x^2 = (x + 1/x)^2 - 2 = t^2 - 2, \quad x^3 + 1/x^3 = (x^2 + 1/x^2)(x + 1/x) - (x + 1/x) = (t^2 - 2)t - t,$$

ir tęsdami turėsime

$$x^k + 1/x^k = (x^{k-1} + 1/x^{k-1})(x + 1/x) - (x^{k-2} + 1/x^{k-2})$$

Kadangi $x^{k-1} + 1/x^{k-1}$ yra $(k-1)$ ojo laipsnio daugianaris, o $x^{k-2} + 1/x^{k-2}$ yra $(k-2)$ ojo laipsnio daugianaris, tai gauname k -tojo laipsnio daugianarį.

Atvirkščiai, jeigu $ht = a_{k-1}t^{k-1} + \dots + a_1t + a_0$, tai

$$P(x) = x^k h(x + 1/x) = x^k (x + 1/x)^k + a_{k-1}x^k (x + 1/x)^{k-1} + \dots + a_1x^k (x + 1/x) + a_0x^k = (x^k + 1)^k + a_{k-1}x(x^2 + 1)^{k-1} + \dots + a_1x(x^2 + 1) + a_0x^k$$

yra $2k$ -tojo laipsnio daugianaris. Bet jis tenkina (1) lygybę:

$$x^{2k}P\left(\frac{1}{x}\right) = x^{2k}\left(\frac{1}{x}\right)^k h\left(\frac{1}{x} + x\right) = x^k h\left(x + \frac{1}{x}\right) = P(x)$$

Remiantis 1. savybe, $P(x)$ yra $2k$ -tojo laipsnio palindromas.

Beje, lygtys $P(x) = 0$, kur $P(x)$ palindromas (= sangražinis daugianaris), mokykloje vadinamos sangražinėmis. Nelyginio laipsnio sangražinis daugianaris lygus dvinario $x + 1$ ir lyginio laipsnio sangražinio daugianario sandaugai. O sprenddami lyginio laipsnio $2k$ sangražinę lygtį, dalijame iš x^k ir atliekame keitinį $t = x + 1/x$. Taip lygties laipsnis sumažėja perpus.

Straipsnį baigsime nurodydami dar vieną svarbią palindromų savybę. Pagrindinė algebros teorema reiškia, kad kiekvieną realųjį daugianarį galima išskaidyti tiesiniais ir kvadratiniais daugianariais (žr. [2]). Analogiška teorema palindromams skamba taip.

7. (Pagrindinė algebros teorema palindromams.) *Kiekvieną palindromą galima išskaidyti pirmojo, antrojo ir ketvirtojo laipsnio palindromais.*

Įrodymas. Jeigu palindromo laipsnis nelyginis, tai remiantis 4. savybe jis dalijasi iš $x + 1$, ir gauname lyginio laipsnio palindromą. Todėl užtenka įrodyti, kad lyginio laipsnio palindromą galima išskaidyti antrojo ir ketvirtojo laipsnio palindromais. Remiantis 6. savybe jį galima užrašyti kaip $x^k h(t)$ kur $t = x + 1/x$, o laipsnio daugianarį $h(t)$ remdamesi pagrindine algebros teorema skaidome tiesiniais ir kvadratiniais daugianariais,

$$h(t) = (t + m_1)(t + m_2) \dots (t^2 + n_1t + p_1)(t^2 + n_2t + p_2) \dots$$

ir tų daugianarių laipsnių suma lygi $2k$. Vadinasi,

$$x^k h(t) = (t + m_1) \cdot x(t + m_2) \cdot \dots \cdot x^2(t^2 + n_1t + p_1) \cdot x^2(t^2 + n_2t + p_2) \cdot \dots$$

Bet dešinėje turime antrojo ir ketvirtojo laipsnio palindromus:

$$x(t + m) = x(x + 1/x + m) = x^2 + mx + 1, \quad x^2(t^2 + n_1t + p_1) = x^2(x^2 + 2 + 1/x^2 + nx + n/x + p) = x^4 + nx^3 + (p+2)x^2 + nx + 1$$

7. savybė įrodyta.

Apgręžu, ir grižinių, sąrašas

Žodžiai sudėti abėcėline tvarka (laikant, kad a = ą, e = ę = ė, i = į = y, u = ū = ū). Apgręžai pateikiami su savo „atvaizdu“, porose jie atskirti – sudils; pora savo vietoje pakartota ir kaip sudils – slidus). Patogumo dėlei į sąrašą įtraukti ir grįžiniai, jie pažymėti lygybės ženklų (pvz., savas =, sūnūs =).

Žodžių rašyba ir formos patikrintos žodynuose. Nevengta ir trumpųjų, šnekamosios kalbos formų (pvz., mokyt, naman, ievom), bet vartotojas jam nepatinkančius žodžius gali tiesiog ignoruoti

a =
ą =
adė – ėda
adės – sėda
ado – oda
adom – moda
Adomo komoda =
ados – soda aga =
agas – saga
agnaus – su anga
agoj – joga
aha =
ailas – salia
airi – iria
airius – suiria
aižēm – mėžia
aiži – ižia
aižia =
ajė – ėja
akinom – Monika
akinot – tonika
akit – tika
akyt – tyka
akite – etika
akla – alka
aklam – malka
akom – moka
akram – marka
akrams – smarka
akro – orka
ala =
alą – ąla
ąla – alą
ąlą =
alas – sala
Alytun – nutyla
Alytus – sutyla
alka – akla
alo – ola

alsa – asla
aludes – sedula
alum – mula
alus – sula
am – ma
amokas – sakoma
ana =
ana kur – rukana
anam – mana
anapus – su
pana anei – iena
anei viena =
Anele – Elena
Anelės – sėlena
angis – signa
anie – eina
anie eina =
anie į – įeina
anie neina =
ankam – makna
ano – Ona
anodam – madona
anom – mona
anomis – Simona
anona =
anot – tona
apak – kapa
apavus – suvapa
ara =
arabus – subara
arara =
aratus – sutara
ardė – ėdra
are – era
areis – siera
arėt – tėra
arias – saira
ar yra =
ark – kra
arkit – tikra
aros – sora
arus – sura
asą – ąsa
ąsa – asą
ąsą =
asaba basa =
asėm – mėsa
asla – alsa

aslas – salsa
aš – ša
atakot – tokata
atakus – sukata
atare – erata
atark – krata
atart – trata
atartus – sutrata
atata =
ate – eta
atėdus – sudėta
ateik – kieta ateis – sieta
atėmus – su mėta
atėsta – atsėta
atgims – smigta
atgimus – sumigta
atirus – surita
atyrus – suryta
atkak – kakta
atkakta =
atkakus – sukakta
atkalta – atlakta
atkalus – sulakta
atkarus – surakta
atkeis – siekt
atkeista – atsiekta
atkeitus – sutiekta
atkėlus – sulėkta
atkilta – atlikta
atkilus – sulikta
atkirtus – sutrikta
atkoš – šokta
atkošta – atšokta
atkošus – sušokta
atkrank – knarkta
atkremta – atmerkta
atkurt – trukta
atkurtus – sutrukta
atkūrus – surūkta
atkus – sukta
atkusta – atsukta
atkutus – sutukta
atlak – kalta
atlakta – atkalta
atlakus – sukalta
atlašus – sušalta
atlik – kilta
atlikta – atkilta

atlikus – sukilta
atlipta – atpilta
atlipus – supilta
atlot – tolta
atlupkit – tik
pulta atlupta – atpulta
atlupus – supulta
atmerk – kremta
atmerkta – atkremta
atmerkus – sukremta
atmes – semta
atmesta – atsemta
atmetus – sutureta
atnerk – krenta
atnirt – trinta
atolas – salota
atolus – sulota
atomus – sumota
atpilta – atlipta
atpypta =
atpirk – kriptą
atpratus – sutarpta
atpulk – klupta
atpulkit – tik
lupta atpulta – atlupta
atpus – supta
atpūtus – sutūpta
atras – sarta
atraus – suarta
atritus – sutirta
atruk – kurta
atrukus – sukurta
atseit – tiesta
atsék – késta
atsemta – atmesta
atsés – sèsta
atséta – atèsta
atsiek – keista
atsiekta – atkeista
atsiekus – sukeista
atsiet – teista
atsirk – krista
atsuk – kusta
atsuks – skusta
atsukta – atkusta
atsukus – sukusta
atšok – košta
atšokta – atkošta

atšokus – sukošta
atzyzta =
atzyzus – suzyzta
atženk – knežta
atžėrus – surėžta
atžūlus – sulūžta
aū – ūa
ava =
avei – ieva
avie – eiva
cak – kac
cik – kic
e =
ė =
ėda – adė
ėdaus – suadė
ėdė =
ėdra – ardė
ėdraus – suardė
ėdūs – sūdė
eina – anie
eit – tie
eiva – avie
ėja – ajė
ėjo – ojė
Elena – Anele
eliams – smaile
elite – etile
ėmė =
ėmėm – mėmė
ėmės – sėmė
emiratus – sutarime
emisarus – surasime
enkim – mikne
epe =
epu – upe
era – are
ėram – marė
erata – atare
ere =
erė – ėre
ėre – erė
eres – sere
ergu – ugre
ėris – sirė
ėro – orė
esam – mase
et – te

eta – ate
etapus – supate
etate =
etika – akite
etikėm – mėkite
etikes – sekite
etikės – sėkite
etiketus – sutekite
etikoį – jokite
etikom – mokite
etikoms – smokite
etikus – sukite
etile – elite
etoį – jote
etolas – salote
etom – mote
etos – sote
etosus – susote
eže =
gilus – sulig į =
ibi =
įdegį – įgedį
įdės – sėdį
įeina – anie į
iena – anei
ieva – avei
ievom – movei
iežei =
iežėm – mėžei
įganį – įnagi
įgedį – įdegį
įges – segi
įgis – Sigi
įgymį – įmygį
igrek – kergi
igrekus – sukergi į
keis – siekį
įkelk – klekį
iki =
įkimš – šmikį
įkypį – įpykį
įkoš – šokį
ikram – marki
ikrams – smarki
ikrius – suirki
iksus – suski
įlak – kalį
įleis – sielį

įles – selį
ilgėk – kėgli
įlis – silį
įlyt – tylį
įlok – kolį
įlos – solį
įlot – tolį
ilsės – sėsli
ilsink – knisli
ilskit – tiksli
imami =
imas – sami
įmėš – šėmį
įmygt – įgymį
imunūs – sūnumi
įnagi – įganį
įnik – kinį
įnikus – sukinį
įnišim – mišinį
įnoks – skonį
įpykį – įkypį
iraus – suari į
rėks – skėrį
įrėžus – sužėrį
iri =
iria – airi
irius – suiri
irkit – tikri
iro – ori
irot – tori
įruk – kurį
irūs – sūri
islamūs – sumalsi
įsukit – tikusį
įsukus – sukusį
iš – ši
išėmus – sumėši
iši =
įšilk – klišį
išim – miši
iširus – suriši
išit – tiši
iškart – trakši
įšus – sušį
italas – salati
įteik – kietį
įteis – sietį
iži =

ižia – aiži
jėgas – sagėj
jodam – madoj
jodo – odoj
jodom – modoj
jodos – sodoj
joga – agoj
jogoj =
joj =
jojoj =
jojos – sojoj
jojot – tojoj
jokite – etikoj
jolas – saloj
jonam – manoj
Jono – Onoj
jot – toj
jote – etoj
jotoj =
kac – cak
kakta – atkak
kalat – talak
kalj – įlak
kalta – atlak
kalus – sulak
kapa – apak
kar – rak
kart – trak
kartus – sutrak
karus – surak
kaus – suak
kėdės – sėdėk
kedus – sudek
kėgli – ilgėk
keik – kiek
keips – spiek
keis – siek
keista – atsiek
keisus – susiek
keitus – sutiek
kelk – klek
kėlus – sulėk
kemsus – susmek
kergi – igrek
kerk – krek
kės – sėk
kėskim – miksėk
kėskit – tiksėk

kėsta – atsėk
ketus – sutek
kic – cik
kiek – keik
kietą – ateik
kietį – įteik
kietus – suteik
kykas – sakyk
kilta – atlik
kilus – sulik
kims – smik
kimus – sumik
kinį – įnik
kirtus – sutrik
kirus – surik
kitus – sutik
klegus – sugelk
klek – kelk
klekį – įkelk
kleks – skelk
klekus – sukelk
klevus – suvelk
klipus – supilk
kliš – šilk
klišį – įšilk
klišus – sušilk
klot – tolk
klupta – atpulk
klupus – supulk
knark – krank
knarkta – atkrank
knarkus – sukrank
knežta – atženk
knisli – ilsink
knisus – susink
ko – ok
kokam – makok
kol – lok
kolį – įlok
koš – šok
koškit – tik
šok košta – atšok
košus – sušok
kovok =
kovus – suvok
kra – ark
krabus – subark
krank – knark

krankta – atknark
krankus – suknark
krata – atark
kratus – sutark
kraus – suark
kraut – tu ark
krek – kerk
krekus – sukerk
kremta – atmerk
kremus – sumerk
krenta – atnerk
krepus – superk
kreš – šerk
krešus – sušerk
kriks – skirk
kripta – atpirk
kris – sirk
krista – atsirk
krups – spurk
kubus – subuk
kuileliams – smaile- liuk
kuileliuk =
kuiliams – smailiuk
kuiliuk =
kuiniuk =
kuisiuk =
kūmus – sumūk
kur – ruk
kurį – įruk
kurps – spruk
kurt – truk
kurta – atruk
kur ten – netruk
kurtus – sutruk
kurus – suruk
kūrus – surūk
kus – suk
kusta – atsuk
kutus – sutuk
lok – kol
los – sol
lot – tol
ma – am
macam =
mačam =
madam =
madoj – jodam
madona – anodam

mados – sodam
magam =
mages – segam
maigiam =
mailiam =
mailiams – smailiam
mainiam =
maišiam =
maišo – ošiam
maišo – o šiam
maišus – sušiam
majam =
majės – sėjam
maju – ujam
makam =
makams – smakam
makas – sakam
makna – ankam
mako – o kam
makok – kokam
makus – sukam
malam =
malas – sąlam
malka – aklam
mamas – samam
mamos – somam
mana – anam
manam =
manim – minam
manoj – jonam
manom – monam
manot – tonam
maram =
marė – eram
margu – ugram
maris – siram
marka – akram
marki – ikram
maro – oram
mase – esam
mat – tam
matam =
mateis – sietam
matės – sétam
matytam =
mato – otam
mato – o tam
mažam =

meiliem =
mėkite – etikėm
mėlėm =
mėliams – smailėm
mėmė – ėmėm
mėmėm =
mėmės – sėmėm
mėsa – asėm
mėtėm =
mėtėt – tėtėm
mėtom – motėm
mėtos – sotėm
mėžei – iežėm
mėžėm =
mėžia – aižėm
mikim =
mikit – tikim
mikne – enkim
miksėk – kėskim
miksės – sėskim
miksım – miskım
minam – manım
mingu – ugnım
minım =
minımus – sumınım
mirt – trim
misım =
misiu – uisım
miskım – miksim
miskıt – tiksim
misom – mosım
miši – išiım
mišiım =
mišinį – įnišiım
mišıt – tišiım
mišo – ošiım
mišot – tošiım
mišius – suišiım
miškiıt – tikšiım
moda – adom
modoj – jodom
modom =
modos – sodom
mojis – sijom
mojom =
moju – ujom
moka – akom
mokas – sakom

mokinom – Monikom
mokit – tikom
mokyt – tykom
mokite – etikom
mokom =
mokus – sukom
molams – smalom
molas – salom
moliams – smailom
molo – olom
molus – sulom
mona – anom
monam – manom
Monika – akinom
Monikom – mokinom
mosim – misom
mošom =
mot – tom
mote – etom
motèm – mètom
movas – savom
movei – ievom
movom =
movon – novom
muilium =
mula – alum
mum =
nagan =
naman =
namo – o man
neš – šen
net – ten ne ten =
net neš – šen ten
netruk – kur ten
novas – savon
novom – movon
nūn =
nutyla- Alytun
o =
oda – ado
o dar – rado
o dar
ado =
o dar rado =
odès – sèdo
odoj – jodo
odos – sodo
oho =

ohoho =
ojė – ėjo
ok – ko
o kam – mako
o kas – sako
ola – alo
olas – salo
olom – molo
olos – solo
o man – namo
omas – samo
omais – Siamo
omo =
omus – sumo
Ona – ano
Onoj – Jono
Onos – sono
op – po
opus – supo
oram – maro
orė – ėro ori – iro
orius – suiro
orka – akro
oro =
orumus – sumuro
orūs – sūro
oskas – sakso
oskes – sekso
ošiam – maišo
o šiam – maišo
ošim – mišo
ošimus – sumišo
ot – to
otam – mato
o tam – mato
oto =
o to =
o to oto =
ozo =
ožius – suižo
pip =
pyp =
po – op
pratakus – suka
tarp rado – o dar
radot – to dar
rak – kar
ruk – kur

rukana – ana
kur saga – agas
sagas =
sagėj – jėgas
sages – segas
sagoms – smogas
saikas – sakias
saira – arias
sakalas – Salakas
sakam – makas
sakams – smakas
sakas =
sakeis – siekas
sakes – sekas
sakias – saikas
sakyk – kykas
sakys – sykas
sakyt – tykas
sako – o kas
sakom – mokas
sakoma – amokas
sakso – oskas
saksus – suskas
sakus – sukas
sala – alas
Salakas – sakalas
salam – malas
salas =
salam =
salati – italas
salia – ailas
salicilas =
salo – olas
saloj – jolas
salolas =
salom – molas
salonas – sanolas
salos – solas
salot – tolas
salota – atolas
salote – etolas
salotos – sotolas
salsa – aslas
salus – sulas
samanomis – Simo namas
samam – mamas
samas =
sames – semas

sami – imas
samis – Simas
samo – omas
samumas =
samus – sumas
sanolas – salonas
sargu – ugras
saris – siras
sarta – atras
satinitas =
satinu – unitas savas =
savom – movas
savon – novas
sėda– adės
sėdėk – kėdės
sėdės =
sėdį – įdės
sėdo – odės
sedula – aludes
sėdus – sudės
segam – mages
segas – sages
seges =
segi – įges
segus – suges
seikus – sukies
sėjam – majės
sėjat – tajės
sėk – kės
sekikes =
sekikus – sukikes
sėkit – tikės
sekite – etikes
sėkite – etikės
sekso – oskes
seksus – suskes
sėlena – Anelės
sėlės =
selį – įles
seliams – smailės
sėliams – smailės
semas – sames
sėmė – ėmės
sėmėm – mėmės
sėmėmės =
sėmės =
semiat – tai mes
semkit – tik mes

semta – atmes
senes =
sere – eres
sergit – tigres
sergu – ugres
sės =
sėskim – miksės
sėskit – tiksės
sėsli – ilsės
sėsta – atsės
sėtam – matės
sėtinus – sunitės
sėtos – sotės
Siamo – omais
siek – keis
siekas – sakeis
siekeis =
sieki – įkeis
siekiat – taikeis
sieкта – atkeis
siekus – sukeis
sielį – įleis
siera – areis
siet – teis
sieta – ateis
sietam – mateis
sietį – įteis
sietus – suteis
Sigį – įgis
Sigis =
signa – angis
sijom – mojis
sykas – sakys
sikus – sukis
silį – įlis
siliams – smailis
silis =
Simas – samis
Simona – anomis
Simo namas – sama-
nomis sinkus – suknis
siram – maris
siras – saris
sirė – ėris
sirk – kris
sirus – suris
syvus – suvys
skalpus – suplaks

skalus – sulaks
skelk – kleks
skėlus – sulėks
skėrį – įrėks
skiepus – supeiks
skietus – suteiks
skilus – suliks
skynus – sunyks
skirdus – sudriks
skirk – kriks
skirt – triks
skirtus – sutriks
skirus – suriks
skitus – sutiks
skonį – įnoks
skubus – subuks
skurt – truks
skus – suks
skusta – atsuks
skutus – sutuks
slidus – sudils
smaile – eliams
smaileliams =
smaileliuk – kuile-
liams
smailėm – mėliams
smailėms – smėliams
smailes – seliams
smailės – sėliams
smailiam – mailiams
smailiams =
smailis – siliams
smailiuk – kuiliams
smailom – moliams
smailos – soliams
smakam – makams
smakams =
smakas – sakams
smalom – molams
smalos – solams
smarka – akrams
smarki – ikrams
smėliams – smailėms
smigta – atgims
smigus – sugims
smik – kims
smogas – sagoms
smogoms =

smokite – etikoms
snigus – sugins
snikit – tikins
soda – ados
sodam – mados
sodo – odos
sodoj – jodos
sodom – modos
sodos =
sofos =
sojoj – jojos
sojos =
sol – los
solams – smalos
solas – salos
solį – įlos
soliams – smailos
solo – olos
solus – sulos
somam – mamos
somos =
somus – sumos
sonetu – Utenos
sono – Onos
sopus – supos
sora – aros
soros =
sote – etos
sotèm – mètós
sotès – sètós
sotolas – salotos
sotu – utos
spiek – keips
spruk – kurps
spulus – sulups
spurk – krups
suadè – èdaus
suak – kaus
suakyt – tykaus
suakus – sukaus
su anga – agnaus
suardè – èdraus
suari – iraus
suark – kraus
suarkit – tik raus
suarta – atraus
suarus – suraus
suaus =

subara – arabus
subark – krabus
subarkit – tikra
bus subridus – sudirbus
subudus – sudubus
subuk – kubus
subuks – skubus
subus =
subūt – tūbus
sudarus – suradus
sūdė – édūs
sudegus – sugedus
sudek – kedus
sudės – sėdus
sudėta – atėdus
sudiev – veidus
sudygus – sugyduš
sudils – slidus
sudirbus – subridus
sudyš – šyduš
sudyžus – sužyduš
sudriks – skirdus
sudubus – subudus
sudus =
sugedus – sudegus
sugelk – klegus
suges – segus
sugesus – susegus
sugyduš – sudygus
sugylus – sulygus
sugims – smigus
sugimus – sumigus
sugins – snigus sugus =
suilskit – tikslus
sui – irius
suiria – airius
suirki – ikrius
suiro – orius
suirot – torius
suišim – mišius
suižo – ožius
sujojus =
sujus =
suk – kus
sukakta – atkakus
sukakus =
sukalta – atlakus
sukalus – sulakus

sukam – makus
sukart – trakus
sukas – sakus
sukat – takus
sukata – atakus
suka tarp – pratakus
sukaus – suakus
sukeis – siekus
Sukeista – atsiekus
sukeitus – sutiekus
sukelk – klekus
sukėlus – sulėkus
sukergi – igrekus
sukerk – krekus
sukies – seikus
sukikes – sekikus
sukikus =
sukilta – atlikus
sukilus – sulikus
sukinį – įnikus
sukirtus – sutrikus
sukis – sikus
sukit – tikus
sukite – etikus
sukitus – sutikus
sukliš – šilkus
suknark – krankus
suknis – sinkus
sukom – mokus
sukoš – šokus
sukošta – atšokus
sukošus – sušokus
sukrank – knarkus
sukremta – atmerkus
suks – skus
sukta – atkus
sukukus =
sukurt – trukus
sukurta – atrukus
sukurtus – sutrukus
sukūrus – surūkus
sukus =
sukusį – įsukus
sukusta – atsukus
sukutus – sutukus
sula – alus
sulak – kalus
sulakinu – unikalus

sulaks – skalus
sulakta – atkalus
sulakus – sukalus
sulas – salus
sulėk – kėlus
sulėks – skėlus
sulėkta – atkėlus
sulėkus – sukėlus
sulig – gilus
sulygus – sugylus
sulik – kilus
suliks – skilus
sulikus – sukilus
sulyt – tylus
sulom – molus
sulos – solus
sulot – tolus
sulota – atolus
sulups – spulus
sumalamus =
sumalsi – islamus
sumas – samus
sumaš – šamus
umerk – kremus
sumėš – šėmus
sumėši – išėmus
su mēta – atėmus
sumetus – sutemus
sumigimus =
sumigta – atgimus
sumigus – sugimus
sumik – kimus
sumikit – tikimus
suminim – minimus
suminimus =
sumini mus =
suminit – tinimus
sumišimus =
sumišo – ošimus
sumitimus =
sumo – omus
sumos – somus
sumot – tomus
sumota – atomus
sumūk – kūmus
sumuro – orumus
sumurt – trumus
sumus =

sunyks – skynus
sunirt – trinus
sunitus – sutinus
sunitės – sėtinus
sunižus – sužinus
sūnumi – imunūs
sūnūs =
su pana – anapus
supat – tapus
supate – etapus
supeiks – skiepus
supeik
skiepus =
superk – krepus
supeš – šepus
supilk – klipus
supilta – atlipus
supkit – tik pus
suplaks – skalpus
supo – opus
supos – sopus
supot – topus
supratus – sutarpus
supta – atpus
supulk – klupus
supulta – atlupus
supus =
supūt – tūpus
supūtus – sutūpus
sura – arus
suradus – sudarus
surak – karus
surakta – atkarus
surasime – emisarus
suraus – suarus
surėš – šėrus
surėžta – atžėrus
surėžus – sužėrus
sūri – irūs
surik – kirus
suriks – skirus
suris – sirus
suriši – iširus
suryt – tyrus
surita – atirus
suryta – atyrus
sūro – orūs
suruk – kurus

surūk – kūrus
surūkta – atkūrus
surūkus – sukūrus
surus =
sūrūs =
sus =
susegus – sugesus
susiek – keisus
susiet – teisus
susink – knisus
susit – tisuus
suskas – saksus
suskes – seksus
suski – iksus
susmek – kemsus
susote – etosus
susus =
sususus =
sušalta – atlašus
sušaš – šašus
sušašus =
sušerk – krešus
sušert – trešus
sušertus – sutrešus
suši – įšus
sušiam – maišus
sušilk – klišus
sušok – košus
sušokta – atkošus
sušokus – sukošus
sušus =
sutara – aratus
sutark – kratus
sutarpta – atpratus
sutarpus – supratus
sutart – tratus
suteik – kietus
suteiks – skietus
suteis – sietus
sutek – ketus
sutekite – etiketus
sudemta – atmetus
sudemus – sumetus
sutiek – keitus
sutiekta – atkeitus
sutiekus – sukeitus
sutik – kitus
sutiks – skitus

sutikus – sukitus
sutyla – Alytus
sutinus – sunitus
sutirta – atritus
sutiš – šitus
sutrak – kartus
sutrata – atartus
sutreš – šertus
sutrešus – sušertus
sutrik – kirtus
sutriks – skirtus
sutrikta – atkirtus
sutrikus – sukirtus
sutrakta – atkurtus
sutrak – kurtus
sutrakus – sukurtus
sutuk – kutus
sutuks – skutus
sutukta – atkutus
sutukus – skutus
sutūpta – atpūtus
sutūpus – supūtus
sutus =
suvapa – apavus
suvelk – klevus
suvys – syvus
suvok – kovus
suvoš – šovus
suzyzta – atzyzus
suzyzus =
sužėrį – įrėžus
sužėrus – surėžus
sužydus – sudyžus
sužinus – sunižus
ša – aš
šamus – sumaš
šaš =
šašus – sušaš
šėmį – įmėš
šėmus – sumėš
šen – neš
šen ten – net
neš šepus – supeš
šerk – kreš
šert – treš
šertus – sutreš
šėrus – surėš
ši – iš

šydus – sudyš
šilk – kliš
šilkus – sukliš
šit – tiš
šitus – sutiš
šmikį – įkimš
šok – koš
šokį – įkoš
šokta – atkoš
šokus – sukoš
šovus – suvoš
taikeis – siekiat
tai mes – semiat
tajės – sėjat
taju – ujat
t– sukat
talak – kalat
tam – mat
tapus – supat
tat =
te – et
teis – siet
teista – atsiet
teisus – susiet
ten – net
ten net =
tèra – arèt
tètèm – mètèt
tie – eit
tiesta – atseit
tigres – sergit
tika – akit
yka – akyt
tykas – sakyt
tykaus – suakyt
tikėkit =
tikės – sėkit
tikim – mikit
tikimus – sumikit
tikins – snikit
tikit =
tikim – mikit
tik lupla – atpulkit
tik mes – semkit
tikom – mokit
tykom – mokyt
tikot – tokit
tik pulpa – atlupkit

tik pus – supkit
tikra – arkit
tikra bus – subarkit
tik raus – suarkit
tikri – irkit
tiksėk – kėskit
tiksės – sėskit
tiksim – miskit
tikšli – ilskit
tiksliai – suilskit
tikšim – miškit
tik šok – koškit
tikus – sukit
tikusį – įsukit
tylį – įlyt
tylus – sulyt
tinimus – suminit
tyrus – suryt
tusus – susit
tiš – šit
tiši – išit
tišim – mišit
tišit =
to – ot
to dar – radot
toj – jot
toje – etoj
tojoj – jojot
tokata – atakot
tokit – tikot
tokot =
tol – lot
tolas – salot
tolį – įlot
tolk – klot
tolot =
tolta – atlot
tolus – sulot
tom – mot
omus – sumot
tona – anot
tonam – manot
tonika – akinot
topus – supot
tori – irot
torius – suirot
tošim – mišot
trak – kart

trakši – iškart
trakus – sukart
trata – atart
tratus – sutart
treš – šert
trešus – sušert
triks – skirt
trim – mirt
trinta – atnirt
trinus – sunirt
truk – kurt
truks – skurt
trukta – atkurt
trukus – sukurt
trumus – sumurt
tu ark – kraut
tūbus – subūt
tūpus – supūt
ū =
ūa – aū
ugnim – minu
ugram – margu
ugras – sargu
ugre – ergu
ugres – sergu
uikit – tikiu
uisim – misiu
uisiu =
ujam – maju
ujat – taju
ujom – moju
uju =
unikalus – sulakinu
unitas – satinu
upe – epu
ušu =
Utenos – sonetu
utos – sotu
užu =
veidus – sudiev

Sakiniu, grįžiniu, sąrašas

Abu gaišo po šia guba. Anei viena.
Anie ne ten eina. Anie net iki ten eina. Argi ten ne tigra?
Ateik anapus sofos su pana kieta.
Eiva, avie! Etikė – bėkite! Etikes sekite! Ieva, du davei?
Kol einu, šunie, lok! Maišus sušiam!

Nutyla ir Ona – nori Alytun. Oi Rūtai čia tūrio!
O kas sako?
OK, keik, kiek ko? O dar rado.
O man namo.
O ta mato.
Sėdėk užu kėdės!
Simo namas ten savas net samanomis
Skiepus supeiks.
Sula ar yra alus?
Sumėtė mus.
Supeik skiepus!
Supeiks skiepus.
Susmek į kemsus!
Sušiams – maišus!
Suvokti it kovus.

Žodžių, grįžinių, sąrašas

Skliausteliuose po grįžinio duodamas paaiškinimas arba nurodomas įprastesnis giminingas žodis.

1 raidė

a (jaustukas) e (= et)
ė (= et)
į (prielinksnis) o (jungtukas) ū (jaustukas)

2 raidės

aa

3 raidės

aha
aga (rupūžė)
ala (romėnų karinis dalinys)
ąlą (nusialinti)
ana (kita)
ara (papūga)
ava (štai)
ąsą (ąsa)
ėdė ėmė
epe (epas)
ere (pinigas erė)
eže (ežė, ežienė)
ibi (paukštis ibis)
iki
imi
iri (irti; irus)
iši (įžti)
įži (įžus)

joj (joje)
mum (mums)
nūn (nūnai)
oho (tai bent)
omo (omas)
oro (oras)
oto (žuvis otas)
ozo (ozas)
pip pyp sės
sus (susti)
šaš (šašti)

tat
uju (uiti)
ušu (sportas)
užu (už)

4 raidės

ABBA

5 raidės

aižia (aižus)
anona (vaisius)
arara (papūga)
atata (jaustukas)
etate (etatas)
iežei (iežti)
imami (imti)
jogoj
jojoj
jotoj
kovok
macam (macas)
mačam (mačas)
madam
magam (magas)
majam (majai)
makam (makas)
malam
manam
maram (maras)
matam (matas)
mažam
mėlēm (mėlė)
mēmēm (mēmė)
mètēm
mėžēm
mikim
minim
misim (misti)
mišim (pamišti)

modom (moda)
mojom
mokom
mošom
(moša)
movom (mova)
nagan
naman
ohoho
sagas
sakas (sakai)
salas
sąlas (salti)
samas (gentis)
savas
sėdės
seges (segė)
sėlės (sėliai)
sėmės
senes
Sigis
silis (pinigas)
sitis
sodos
sofos
sojos
somos (ląstelėje)
soros
suaus (austi)
subus (būti)
sudus (dusti)
sujus (justi)
sukus (sukti)
sumus (pinigas sumas)
sūnūs
supus (pūti)
surus (rusti)
sūrūs
susus (susti)
sušus (šusti)
sutus (tusti)
talat (jaustukas)
tikit
tišit (tižti)
tokot (tokti)
tolot (tolti)
uisiu (uiti)

7 raidės

atkakta (atkakti, atvykti)
atpypta (pypti)
atzyzta (zyzti)
kuiliuk (kuilys)
kuiniuk (kuinas)
kuisiuk (kuisis)
maigiam (maigus)
mailiam (mailius)
mainiam (mainus)
maišiam (maišus)
matytam
meiliem
muilium (žolė muilius)
saikias (saikus)
salolas (vaistas)
samumas (vėjas)
Sartras
sekikes (sekti)
sėmėmės
siekeis (siektis)
smakams (smakas)
smogoms (smogos)
sujojus (joti)
sukakus
sukikus (sukti)
sukukus (sulinkus)
sususus (susti)
sušašus (šašti)
suzyzus (zyzti)
tikėkit

9 raidės

atsirista (risti)
kuileliuk (kuilys)
salicilas (vaistas)
sanidinas (mineralas)
satinitas (pigmentas)
smailiams (smaližius, smailis)
sumalamus
sumigimus
suminimus
sumišimus
sumitimus

11 raidžių

smaileliams (smailis, smali- žius)

Literatūra

- [1] V.G. Boltianskij, N.J. Vilenkin. Simmetrija v algebre. IMCNMO, Moskva, 2002.
- [2] J.J. Mačys. On the fundamental theorem of algebra. *Lith. Math. J.*, 42:364–372, 2002.
- [3] J.J. Mačys. Madhavos formulės. Liet. matem. rink. LMD darbai, ser. B, 54:140–145, 2013.
- [4] J.J. Mačys. Elementary theory of cubics and quartics. *Liet. matem. rink. Proc. LMS, Ser. A*, 58:16–22, 2017.
- [5] Longest words. *Wikipedia*. Žiūrėta 2021-09-29.