



Revista INGENIERÍA UC

ISSN: 1316-6832

ISSN: 2610-8240

revistaing@uc.edu.ve

Universidad de Carabobo

República Bolivariana de Venezuela

Duarte-González, David

Modelo matemático de conductividad eléctrica en función
del flujo acuífero en suelos usando mallado de flujos

Revista INGENIERÍA UC, vol. 27, núm. 3, 2020, Septiembre-Diciembre, pp. 343-352

Universidad de Carabobo

Carabobo, República Bolivariana de Venezuela

DOI: <https://doi.org/10.54139/revinguc.v27i3.293>

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=70767026010>

- ▶ [Cómo citar el artículo](#)
- ▶ [Número completo](#)
- ▶ [Más información del artículo](#)
- ▶ [Página de la revista en redalyc.org](#)

redalyc.org

Sistema de Información Científica Redalyc

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso
abierto

Mathematical model of electrical conductivity as a function of water flow in soils using Flow Net

David Duarte-González * 

Departamento de Matemáticas, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo. Valencia, Venezuela



<https://doi.org/10.54139/revinguc.v27i3.293>

Abstract.- This article studies and discusses the physical-mathematical relationships that govern electrical conductivity and hydrodynamics in porous soils, involved in agricultural irrigation systems and also in grounding systems. For purposes of optimizing irrigation, use of water resources, determination of suitable land for grounding systems and its inherent precision, the parameters of water content in the soil, energy potential of the water, electrical conductivity and, consequently, the general characteristics of the sensors are a fundamental part of this study, since they represent the basic “raw material” for the development of complex irrigation forecasting systems and grounding systems design, to which as the technique advances, more and more variables and methodologies of monitors and control. Initially, the study will analyze the mathematical models that govern both the water content in the soil, and those related to resistivity; then the link between both fields and the different types of sensors for each case are studied. The main motivation of this study is to lay the foundations to initiate more complex description models through computer-assisted numerical methods, additionally with heuristic techniques, thus taking advantage of the computational power available at this time. At the end of the study, a more technical view is obtained about the hydrodynamic processes involved in agriculture and other technologies, due to the low availability of an increasingly scarce and expensive resource such as water.

Keywords: water; irrigation; spat; content; flow; model; agriculture.

Modelo matemático de conductividad eléctrica en función del flujo acuífero en suelos usando mallado de flujos

Resumen.- En este artículo se estudian y discuten las relaciones de orden físico-matemático que rigen la conductividad eléctrica y la hidrodinámica en suelos porosos, involucrada en los sistemas de riego agrícola y también en sistemas de puesta a tierra (SPAT). Para efectos de optimización de riego, uso de recursos hídricos, determinación de terreno adecuado para Sistemas de Puesta a Tierra (SPAT) y su precisión inherente, los parámetros de contenido de agua en el suelo, potencial energético del agua, conductividad eléctrica y, por consecuencia, las características generales de los sensores, son parte fundamental de este estudio, ya que representan la “materia prima” de base para el desarrollo de sistemas complejos de pronóstico de riego y diseño de SPAT, a los que a medida que avanza la técnica, se van agregando cada vez mas variables y metodologías de monitoreo y control. Inicialmente en el estudio se analizarán los modelos matemáticos que rigen tanto el contenido de agua en el suelo, como los relacionados con la resistividad; luego se estudia el enlace entre ambos campos y los distintos tipos de sensores para cada caso. La motivación principal de este estudio es fundamentar las bases para iniciar modelos de descripción mas complejos a través de métodos numéricos asistidos por computador, adicionalmente con técnicas heurísticas, aprovechando así el poder de cómputo disponible en este momento. Al final del estudio se obtiene una visión mas técnica acerca de los procesos hidrodinámicos involucrados en la agricultura y otras tecnologías, debido a la poca disponibilidad de un recurso cada vez mas escaso y costoso como lo es el agua.

Palabras clave: agua; riego; SPAT; contenido; flujo; modelo; agricultura.

Recibido: 26 de octubre, 2020.

Aceptado: 27 de noviembre, 2020.

1. Introducción

Se pronostica que la población mundial sobrepasará los 9 mil millones de habitantes en 2050, lo que supone un problema de grandes dimensiones, en todos los rubros económicos, pero especialmente, para la industria agrícola. En la actualidad, desafíos como las condiciones climáticas extremas y el

* Autor para correspondencia:

Correo-e: deduarte1@uc.edu.ve (D. Duarte-González)

impacto ambiental del desarrollo agrícola, se combaten eficientemente con diversas técnicas desarrolladas desde los últimos años, sin embargo, el hecho de satisfacer la demanda de más alimentos, se presenta como el mayor de los retos que la humanidad haya enfrentado nunca. Para satisfacer estas necesidades, evidentemente crecientes, la agricultura debe recurrir a nuevas tecnologías [1].

El cambio climático (incremento de la temperatura, aumento de dióxido de carbono y variación en la acidez del suelo) supone un impacto, a veces, de grandes proporciones, que ha venido afectando la agricultura y a los procesos de cultivo. Este impacto se refleja en baja productividad y calidad en la mayoría de las cosechas, posiblemente debido a la falta de herramientas adecuadas que permitan al agricultor obtener información precisa y en el momento indicado. No obstante, se ha venido trabajando en tecnologías inalámbricas con dispositivos de monitoreo de variables, cada vez más discretos, y eficientes en el consumo energético, que se encargan de la toma de datos facilitando así las decisiones para mejorar los procesos de cultivos y cosecha. Todo esto se resume a incrementar la eficiencia del proceso agrícola, siempre y cuando se lleve a cabo un efectivo monitoreo en tiempo real [1].

La efectividad de los cultivos depende del conocimiento del estado de los mismos y de la vigilancia sobre los parámetros ambientales más importantes como son: la temperatura, la humedad relativa, la radiación solar y otros parámetros que comprometen su rendimiento [2]. El monitoreo, y por consecuencia, la eficiencia y precisión de los sistemas de riego, dentro de los parámetros asociados a los sistemas de siembra, siempre han sido de vital interés para los investigadores y desarrolladores de soluciones en este ámbito. Son diversas las variables a considerar en un contexto de riego de precisión, y muchas dependen de cada tipo de cultivo, tipos de suelos y condiciones ambientales.

El tipo de suelo, composición química, estratificación y compactación del material son propiedades inherentes de la formación geológica del suelo en un sitio determinado; aunque no permanecen constantes, su variación depende de

cambios a largo plazo [3].

Las nuevas aplicaciones de agricultura inteligente basadas en el monitoreo, en las redes de sensores inalámbricos, *Cloud Computing* y las tecnologías de Internet de las Cosas, permitirán a la industria agrícola reducir el gasto innecesario de fertilizantes y, principalmente, del agua en los sistemas de riego [4].

En los países desarrollados se elaboran Bases de Datos con parámetros que permiten estudiar diversas variables, tanto climáticas como hidrológicas, a partir de las cuales se hace posible la validación de datos provenientes de simulaciones, y de esta manera hacer los modelos más fidedignos logrando que se puedan realizar futuras proyecciones. Sin embargo, esta validación podría ser especialmente complicada en lo referente a humedad del suelo debido a la dificultad que entraña la obtención de datos observacionales en esta variable. Además, distintas bases de datos expresan la humedad del suelo de forma diferente, por ejemplo, como volumen de agua en un volumen de suelo o como capa de agua equivalente. Por ello, los datos de humedad del suelo no siempre son fácilmente comparables [5].

Por otro lado, se sabe que el suelo está formado por materias en estado sólido, líquido y gaseoso. La materia en estado sólido la componen los diferentes minerales que contiene el suelo y algunos compuestos orgánicos. La materia en estado líquido corresponde al agua con diferentes tipos de sales disueltas. El aire y el vapor de agua constituyen la materia en estado gaseoso. La interacción de estas diferentes sustancias en sus diferentes fases hace que el comportamiento del suelo sea complejo, en la Figura 1 se observa el modelo aproximado de composición volumétrica del suelo de textura media [6].

1.1. Fundamentación

1.1.1. Determinación de la humedad en el suelo basado en tierra

En el reporte técnico de Li *et al.* se revisa el estado del arte de los métodos basados en tierra para la caracterización de la dinámica espacio-temporal del agua contenida en el suelo a escala de campo. En este trabajo discuten los métodos



Figura 1: Representación esquemática por volumen de un suelo de textura media [6]

puntuales, enfoques hidrofísicos, radiometría de banda L, inducción electromagnética, medición de resistividad, sondas, etc. Se estudian sus principios básicos y los desarrollos recientes en el procesamiento de datos [7].

1.1.2. Sistema de riego autónomo para pequeños cultivos basado en medición de temperatura y humedad

En el trabajo de Gómez *et al.* los autores proponen un sistema de riego autónomo compuesto de un esquema de aspersión, con el menor número de elementos para mayor cubrimiento de área, el cual se acciona automáticamente a partir de la medición de temperatura ambiente y humedad del suelo. La fundamentación de este trabajo estuvo en la implementación de un sistema modular con la posibilidad de añadir más variables, validándolo en un cultivo de maíz durante seis meses, distribuyendo equitativamente seis grupos de sensores, humedad y temperatura, en el área destinada para el cultivo; se diseñó para que los sensores interactuaran con los 6 aspersores, también dispuestos para tal fin, estos aspersores son 70-10-30G que cubren 20 m de diámetro a 72 psi cada uno, accionados por un microcontrolador. Los resultados arrojan mejoras físicas en los cultivos con menor consumo de agua, en comparación al suministro permanente con

manguera, estableciendo así mejores condiciones de calidad, mediante un sistema sencillo y de bajo costo, cuya recuperación de inversión se obtiene en un tiempo de dos a tres cosechas [8].

1.1.3. Modelado numérico y análisis experimental para flujos en un medio poroso homogéneo a través de suelos

En el modelo numérico para flujos en un medio poroso, establecido por Duran *et al.* se empleó un método numérico para resolver las ecuaciones de Darcy en la determinación de flujos de agua en un medio poroso. A través de la Ley de Darcy se evaluó el gradiente de presión versus caudal, diámetro y velocidad. Los autores utilizaron un permeámetro para comparar los resultados obtenidos. El modelo numérico fue utilizado para variar la geometría del permeámetro y determinar las condiciones óptimas de su funcionamiento [9].

En este artículo se tratará, como primer paso, los aspectos físicos-matemáticos del perfil de agua existente en los suelos destinados para sistemas agrícolas y su correlación con la conductividad eléctrica característica. Luego se establecerá un modelo basado en flujo planimétrico vertical para analizar el comportamiento de la conductividad eléctrica del suelo, y la irrigación del agua en el mismo.

Para establecer la relación físico-matemática entre dos parámetros de naturaleza distinta como lo son la conductividad eléctrica y la cantidad de humedad que posee un material, en este caso, el suelo para agricultura, se aprovecharán los aspectos matemáticos que posee la hidrodinámica existente en los suelos para agricultura la cual también tiene aspectos espacio-temporales que definen, de igual manera, el comportamiento eléctrico del mismo.

En el modelo propuesto se plantea la Ley de Darcy, desde un punto de vista de la dinámica conductiva eléctrica del suelo para tener un panorama amplio acerca de la materia prima necesaria para un sistema de riego de precisión.

1.2. Delimitación

Con esta investigación se pretende establecer un estudio minucioso general de la presencia de agua en el suelo, con la intención de establecer la

relación directa o indirecta entre la conductividad eléctrica del suelo y el potencial de agua y/o humedad en el mismo. La motivación esencial es que la presencia de agua en el suelo es la variable principal y determinante para todo sistema de riego de precisión.

Los datos requeridos son:

- Conductividad y resistividad eléctrica del suelo.
- Contenido de agua en el suelo.
- Potencial de agua en el suelo.
- Características generales de los sensores.

2. Conceptualización

2.1. Conductividad y Resistividad eléctrica del suelo

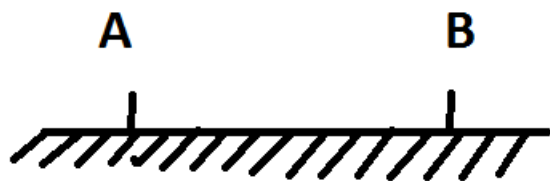


Figura 2: Medición de resistencia en dos puntos separados del suelo

Partiendo del principio que todos los materiales poseen resistividad, desde el punto de vista físico y basados en la Ley de Faraday en su forma integral (Segunda Ecuación de Maxwell) se tiene la ecuación (1) [10].

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = u, \quad (1)$$

donde \vec{E} es el vector intensidad de campo eléctrico, y el diferencial se calcula en función de la longitud del conductor, en este caso, por tratarse de un suelo, debemos tomar en cuenta el segmento distancia mínima entre los puntos A y B de acuerdo con la Figura 2, y por la Ley de Ohm en su forma vectorial según la ecuación (2) [10].

$$\vec{E} = \frac{1}{\sigma} \cdot \vec{j}_c, \quad (2)$$

donde σ es la conductividad del suelo.

Siendo u la tensión existente en dos puntos distintos (A y B) de la superficie del suelo. Hipotéticamente la corriente i_c permanece constante a través del segmento distancia mínima entre los puntos A y B, \overline{AB} , entonces podemos considerarla proporcional a la circulación de $\frac{1}{\sigma} \vec{j}_c$, representándose así el efecto resistivo según la ecuación (3) [10].

$$\frac{\oint_l \frac{1}{\sigma} \vec{j}_c \cdot d\vec{l}}{i_c} = R \quad (3)$$

y sabiendo el comportamiento de la ecuación (4)

$$i_c = \int_S \vec{j}_c \cdot d\vec{S} \quad (4)$$

Siendo S la sección transversal del material, entre los puntos A y B, queda la expresión de la resistencia como se muestra en la ecuación (5) [10].

$$R = \frac{\oint_l \frac{1}{\sigma} \vec{j}_c \cdot d\vec{l}}{\int_S \vec{j}_c \cdot d\vec{S}} \quad (5)$$

Tomando en consideración las ecuaciones (6) y (7) y sustituyéndolas en (5) se obtiene la ecuación (8).

$$\oint_l \frac{1}{\sigma} \vec{j}_c \cdot d\vec{l} = \frac{1}{\sigma} j_c \cdot l \quad (6)$$

$$\int_S \vec{j}_c \cdot d\vec{S} = j_c \cdot S \quad (7)$$

$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S} \quad (8)$$

Se puede denominar la resistividad característica del suelo ρ , según la ecuación (9) [10]:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (9)$$

Quedando la resistencia expresada según la ecuación (10):

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (10)$$

De la ecuación (10) y teniendo en cuenta la ecuación (11)

$$EC_e = S, \quad (11)$$

se desprende la expresión de la conductividad eléctrica EC_e según la ecuación (12).

$$EC_e = \rho \frac{1}{R} \quad (12)$$

2.2. Contenido de agua en el suelo

Los dos parámetros más importantes que describen el estado de la presencia del agua en el suelo son, contenido de agua y potencial total del agua.

El contenido del agua se refiere a la fracción del suelo que está ocupada por agua y puede ser medida en masa-por-volumen.

El potencial total del agua se refiere a la energía del agua en el suelo y generalmente incluye potencial matricial (llamado, con frecuencia, potencial capilar o potencial de humedad), potencial gravitacional debido a la elevación, y potencial osmótico debido a la salinidad presente.

El contenido del agua se puede calcular gravimétricamente o volumétricamente. El contenido gravimétrico de agua es la masa de agua dividida entre la masa de suelo sólido. Se puede medir pesando una masa de suelo sólido secándolo durante 24 horas a 105 °C y repesando la muestra, según la ecuación (13).

$$\theta_{grav} = \frac{m_{agua}}{m_{suelo_seco}} \quad (13)$$

Y la masa de agua la podemos calcular, de acuerdo a la ecuación (14):

$$m_{agua} = m_{suelo_humedo} - m_{suelo_seco} \quad (14)$$

Donde θ_{grav} es el contenido gravimétrico de agua, (g/g); m_{agua} es la masa de agua, (g), y m_{suelo_seco} es la masa de suelo seco (g).

2.3. Potencial de agua en el suelo

El potencial químico (osmótico), la elevación (gravitación) y el potencial hidráulico matricial (capilar), son todos los componentes del potencial total H, del agua en los suelos. La energía térmica también puede influir en la dirección del flujo de agua, aunque no está incluida en esta investigación.

El potencial osmótico es causado por el hecho de que el agua que tiene alta concentración de sales posee una energía más baja (más negativa) que el agua con menor concentración de sales. Así, el agua es conducida hacia las zonas de mayor salinidad, o, se le impide fluir de dichas zonas. De modo tal que si la salinidad es alta en el suelo, a las plantas se les dificulta obtener agua de este. La energía potencial osmótica en suelos saturados se puede calcular a través de la ecuación (15).

$$\phi_s = -3,6 \cdot EC_e, \quad (15)$$

donde EC_e es la conductividad eléctrica de la pasta saturada extraída, expresada en dS/m , y ϕ_s es el potencial osmótico.

A medida que el suelo se seca, la salinidad se incrementa. El potencial osmótico, como función del contenido de agua está expresado de acuerdo a la ecuación (16).

$$\phi_s = -3,6 \cdot EC_e \cdot \theta_{sat}/\theta = -3,6 \cdot \theta_{sat}/R \cdot \theta \quad (16)$$

En cuanto a la energía cinética, ésta es despreciable debido a que la velocidad del agua es extremadamente pequeña en los suelos. Por lo tanto, el potencial total de agua en los suelos se expresa según la ecuación (17).

$$H = \frac{P}{\alpha g} + Z + \phi_s \quad (17)$$

Donde P es la presión (Pa), α es la densidad del agua (kg/m^3), g es la gravedad ($9,82 m/s^2$), Z es la elevación sobre el nivel del mar (m) y ϕ_s es el potencial osmótico, (m). [11]

2.4. Características generales de los sensores aplicados en la detección de cantidad de agua en los suelos

Una de las ventajas principales de los sensores de humedad del suelo es que miden los cambios

de humedad, antes que los cultivos comiencen a sufrir estrés por falta de humedad. En cuanto a las desventajas está en que deben ser dispuestos físicamente en el suelo, monitoreados y, posiblemente, removidos durante el proceso de cosecha. Otra desventaja es que muchos proveen estimaciones imprecisas del estado de la humedad en los suelos debido al muestreo de pequeño volumen al que tienen acceso, o en todo caso, a la ineficiente instalación.

Existen los tensiómetros, que tienen una copa cerámica porosa contenida en el suelo, y directamente miden el potencial de agua en este. A veces están conectadas directamente a los aspersores para controlar automáticamente el inicio del riego.

También están los que miden la resistencia eléctrica, la cual está inversamente relacionada con la humedad del suelo. Los dispositivos de resistencia eléctrica más comunes son bloques de yeso con electrodos dentro de los mismos. Las desventajas de los bloques de yeso incluyen respuestas lentas a cambios en el contenido de agua del suelo, sensibilidad al suelo a la salinidad, degradación química, posible daño por equipos de campo e insensibilidad a los potenciales de humedad del suelo a menos de 1 bar [11].

2.4.1. Sensores de humedad de tipo capacitivo

Los sensores de humedad basados en capacitancia poseen dos electrodos que funcionan como un condensador y el suelo circundante hace las veces de material dieléctrico que almacena la carga. Existen en el mercado sensores de humedad del suelo de bajo costo, como el WaterScout SM100, de Spectrum Technologies (Figura 3) el cual se trata de un sensor activo con una precisión de 3%; este sensor tiene la capacidad de medir la conductividad eléctrica del suelo y la temperatura también [12].

2.4.2. Sensores de humedad de tipo resistivo

Los sensores de tipo resistivo poseen dos puntas de prueba que funcionan como resistencias variables en función de la humedad del suelo como se muestra en la Figura 4. El rango de medición de estos sensores va de 0 a 100 del Contenido Volumétrico del Agua, teniendo una precisión de

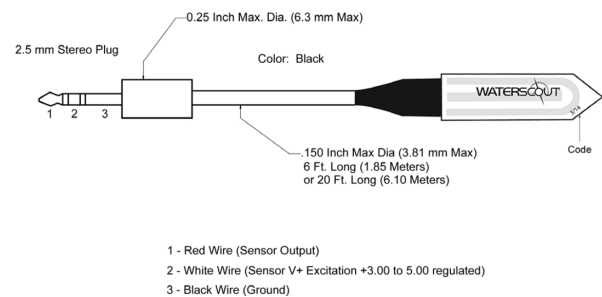


Figura 3: Esquema físico del Sensor SM100 de WaterScout. Fuente: Spectrum Technologies <https://www.specmeters.com/>

-0,5 y, tal vez, su característica más notoria es su bajo costo lo cual lo hace una buena solución para la variable de la humedad del suelo en la agricultura. Estos sensores se caracterizan por su bajo consumo en el orden de los miliamperios (mA) [13].

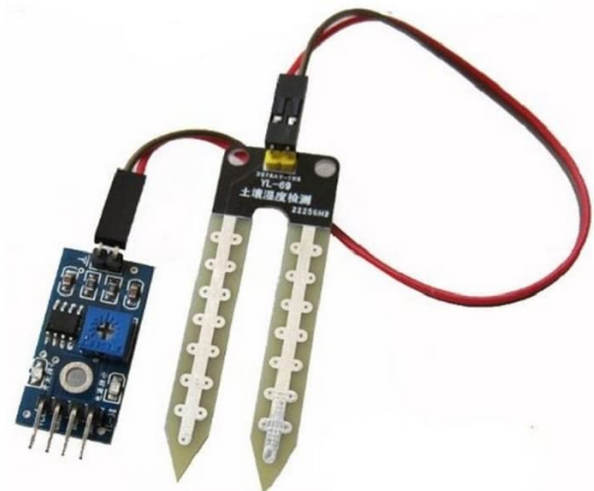


Figura 4: Sensor de tipo resistivo YL69. Fuente: <https://www.amazon.com/>

2.4.3. Sensores para medición de impedancia

Los sensores basados en impedancia responden a los cambios de humedad, midiendo los cambios en su constante dieléctrica aparente como el mostrado en la Figura 5. Una señal sinusoidal de 100 MHz se aplica a una línea de transmisión interna que se extiende hacia el suelo por medio de una cabeza sensor. Los sensores de impedancia pueden tener una precisión de 1%, error de salinidad de 3,5% considerando que se trata de una medición bastante sensible [12].



Figura 5: Sensor de humedad del suelo basado en impedancia, ML3 ThetaProbe.

Fuente: Delta T. <https://www.delta-t.co.uk/>

3. Modelo de irrigación y flujo de agua propuesto

3.1. Flujo del agua en suelo

3.1.1. Flujo en plano vertical

Para este análisis vamos a asumir que el flujo de agua está limitado a planos verticales; estableciendo un sistema de coordenadas con ejes X y Z . Sabiendo que el eje Z representa la dirección hacia arriba (vertical), o en otras palabras, la gravedad se supone que actúa en el sentido negativo de Z . En este caso vale destacar las dos componentes relevantes de la Ley de Darcy, a continuación en las ecuaciones (18) y (19).

$$q_x = -k \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (18)$$

$$q_z = -k \frac{\partial H}{\partial z} \quad (19)$$

Tomando en cuenta que la conservación de la masa exige que el agua no se puede perder o ganar desde un pequeño elemento, teniendo dimensiones diferenciales dx y dz , se resume a la Figura 6.

Como se puede observar, la diferencia entre el flujo de salida del elemento en el lado derecho y el flujo de entrada al elemento en el lado izquierdo

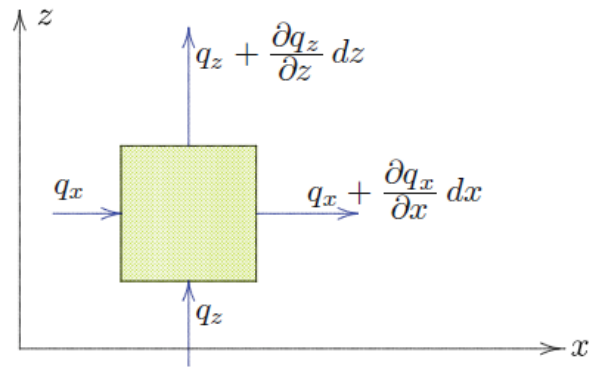


Figura 6: Efecto de la conservación de masa [14]

está la descarga. Del mismo modo, se observa el flujo por encima del elemento y debajo del elemento es la descarga vertical respecto al eje Z .

Es indudable que la suma de estas dos cantidades debe ser igual a cero, tal como se muestra en la ecuación (20):

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = 0 \quad (20)$$

Sustituyendo las ecuaciones parciales (18) y (19) en (20), se obtiene la siguiente ecuación (21):

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \quad (21)$$

Esta ecuación, matemáticamente se denomina *Ecuación de Laplace*, esta ecuación diferencial rige, junto con las condiciones de contorno, el flujo de agua subterránea en un plano, si el medio poroso es isotrópico y homogéneo, y si la densidad del fluido es constante. También se ha asumido que no se puede almacenar agua. La ausencia de almacenamiento es válida sólo si el suelo no se deforma y está completamente saturado.

El potencial de agua depende de la conductividad eléctrica del suelo, como variable única, ya que podemos asumir que tanto la presión, como la densidad del agua son constantes, en este caso, sustituyendo, la *Ecuación de Laplace* quedaría como se indica en la ecuación (22) [14]:

$$\frac{\partial^2 EC_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 EC_e}{\partial z^2} = 0 \quad (22)$$

3.2. Red de Flujo eléctrico (Flow-Net)

Por el principio de conservación de la carga, donde ésta ni se crea ni se destruye, se sabe que si en una superficie cerrada, la carga está disminuyendo, entonces hay un flujo de corriente neto hacia otra superficie del sistema.

Dado que la capacidad de conductividad eléctrica es linealmente dependiente del potencial de agua subterránea, y ésta a su vez es linealmente dependiente del flujo de agua en un plano vertical, entonces podemos definir que la variabilidad de la conductividad eléctrica del suelo está dada por las ecuaciones (23) y (24):

$$q_z = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \tag{23}$$

$$q_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}. \tag{24}$$

Sustituyendo las ecuaciones (23) y (24) en la ecuación (20), se obtiene la ecuación:

$$-\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial x} = 0 \tag{25}$$

Se puede observar que el flujo está precisamente en la dirección X si el valor de Φ es constante en esta dirección. Observe que la condición $q_z = 0$ si $\partial \Phi / \partial x = 0$. De manera similar, el flujo está en la dirección Z solo si es constante en dirección Z , porque se deduce que $q_x = 0$ si $\partial \Phi / \partial z = 0$.

Formalmente, esta propiedad se comprueba en la base del **diferencial total** según la ecuación (26).

$$d\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi}{\partial z} dz = q_z dx - q_x dz \tag{26}$$

De aquí podemos observar que $q_z/q_x = dz/dx$ es la dirección del flujo, por tanto $d\Phi = 0$. Concluyendo de esta manera que en una malla de líneas de potencial, el valor del flujo Φ es constante a lo largo de las líneas de corriente.

En términos generales, se puede plantear la ecuación (27).

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta x} = \frac{\Delta EC_e}{\Delta z} \tag{27}$$

Si se elige un intervalo donde hacemos $\Delta \Phi = \Delta EC_e$ entonces $\Delta x = \Delta z$ generando así un pequeño

cuadrado diferencial como se aprecia en la Figura 7, siendo ésta una propiedad general de la Red de Flujos (Flow-Net).

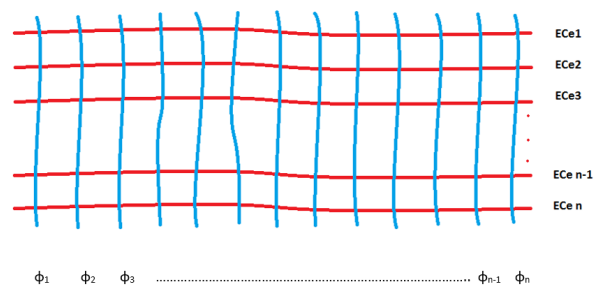


Figura 7: Líneas de flujo vs líneas de potencial expresado en capacidad de conductividad eléctrica

Un modelo físico que nos permita experimentar con los diferenciales de flujo en función de la conductividad eléctrica del suelo, dadas las composiciones de sus capas respectivas, se puede representar de esta manera, donde los elementos de los electrodos conforman una malla de líneas de flujo y líneas de potencial como se muestra en la Figura 8.

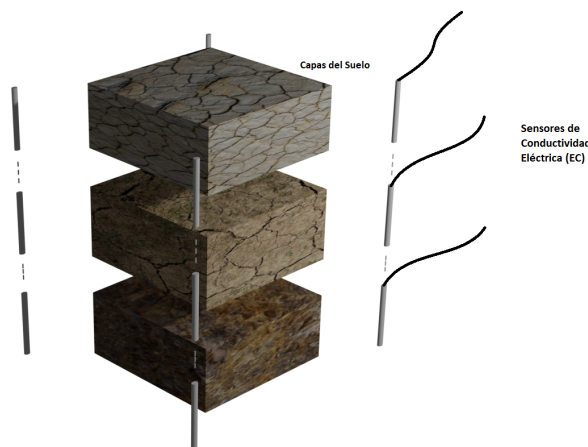


Figura 8: Representación artística en 3D de un sistema de detección de flujo en función de la conductividad eléctrica del suelo en sus diversas capas

4. Consideraciones finales

Como puede apreciarse, la relación entre el potencial de agua en el suelo y su conductividad

eléctrica es la base fundamental para el diseño de sistemas predictivos y sensores económicos para determinar, con una buena precisión, la cantidad de agua contenida en el suelo.

Según la ecuación (26), se establece matemáticamente la relación existente entre el flujo de agua en un suelo poroso y su conductividad eléctrica en un modelo planimétrico vertical.

5. Conclusiones

En este trabajo se logró conseguir la expresión matemática que permite establecer la relación entre los parámetros de conductividad eléctrica y flujo de agua en un suelo poroso a través de la ecuación de derivadas parciales de Laplace y la Ley de Darcy, que describe la dinámica del agua. Dependiendo de la cantidad de intervalos elegidos para poner en marcha la Red de Flujos Eléctricos, dependerá el diseño del sensor acondicionado para tal fin, de modo que el monitoreo sea lo más fidedigno posible.

La validación de este modelo teórico debe constar de tres pasos:

- Establecer un algoritmo basado en elementos finitos para la resolución de la Ecuación de Laplace en función de la conductividad eléctrica del suelo.
- Diseñar un sensor de medición de conductividad eléctrica, directa o indirectamente, adaptado al método finito propuesto.
- Comparar con los métodos prácticos pre-existentes y verificar su funcionalidad vs economía de los recursos hídricos.

Es evidente que los métodos de cálculo del contenido de agua y/o potencial en un suelo, bien sea poroso, o de cualquier otra índole, basados en la obtención previa de su conductividad eléctrica, están sujetos a que los cambios importantes de valores, no sean detectados en un tiempo prudencial, influyendo así en la toma de decisiones, sin previamente haber hecho una predicción automática, dadas las condiciones de contorno del sistema, por tanto se hace necesario obtener un

algoritmo preciso, y de preferencia, autónomo, para lograr una alta eficiencia que reduzca los costos y aumente la productividad en el proceso de riego.

Para esto se recomienda un software que tome en cuenta las variables y cálculos propuestos en este trabajo y combinado con un método numérico finito y redes neuronales para lograr tal fin.

6. Referencias

- [1] S. I. Duquea, "Monitoreo y control de variables ambientales mediante una red inalámbrica para agricultura de precisión en invernaderos," *Revista Vector*, pp. 51–60, 2017.
- [2] L. Romero Amondaray, F. M. Piña Figueredo, y M. M. Goire Castilla, "Red de sensores inalámbricos para las casas de cultivos protegidos san José," *Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones*, vol. 39, no. 1, pp. 16–26, 2018.
- [3] J. Briceño, "Manual para la medición de resistividad del suelo," *Universidad de Los Andes*, vol. 1, no. 1, 2015.
- [4] F. Jonard, H. Bogena, D. Caterina, and S. Garre, "Ground-based soil moisture determination," *Observation and Measurement, Springer*, vol. 1, no. 2, 2018.
- [5] E. Romero Jiménez, M. García-Valdecasas Ojeda, P. Yeste Donaire, S. R. Gázmiz-Fortis, Y. Castro-Díez, y M. J. Esteban-Parra, "Estudio comparativo de distintas Bases de Datos de humedad del suelo superficial en la Península Ibérica," in *XI Congreso AEC (Asociación Española de Climatología)*, Cartagena, España, 2018.
- [6] J. C. Arcioni y J. F. Giménez, "La ionización de los suelos y las corrientes de los rayos a tierra," *Ingeniería Eléctrica* 357, Reporte Técnico, 2020.
- [7] X. Li, A. Klotzsche, D. Caterina, S. Garré, M. Schwank, H. Bogena, H. Vereecken, A. Monerris, F. Jonard, and C. von Hebel, "Ground-based soil moisture determination," *Agrosphäre, Tech. Rep.*, 2019.
- [8] P. F. Gómez, J. O. Gómez, y G. E. Serrano, "Sistema de riego autónomo para pequeños cultivos basado en medición de temperatura y humedad," *Revista Politécnica*, vol. 13, no. 25, pp. 65–74, 2017.
- [9] M. Duran-Pinzón, J. Páez-Arango, y P. J. García-Guarín, "Modelado numérico y análisis experimental para flujos en un medio poroso homogéneo a través de suelos," *Iteckne*, vol. 15, no. 1, pp. 24–33, 2018.
- [10] G. García Talavera, *Análisis Fisicomatemático de Redes Eléctricas*. Editorial Limusa, 1998.
- [11] P. Waller and M. Yitayew, *Irrigation and drainage engineering*. Springer, 2016.
- [12] S. Adla, N. K. Rai, H. Sri Karumanchi, S. Tripathi, M. Disse, and S. Pande, "Laboratory calibration and performance evaluation of low-cost capacitive and very low-cost resistive soil moisture sensors," *Sensors*, vol. 20, no. 2, p. 363, 2020.

- [13] N. Sandoval and J. Gomez, “Desarrollo de una aplicación web para registrar la temperatura y humedad del suelo, obtenidos por una red de sensores inalámbricos, utilizando el estándar IEEE 802.15. 4,” *Semilleros de Investigación*, vol. 1, no. 1, 2018.
- [14] A. Verruijt, *An Introduction to Soil Mechanics*. Springer, 2018, vol. 30.